



**ESTADO DE LA NACIÓN**



**ESTADO DE LA EDUCACIÓN**

## **QUINTO INFORME DEL ESTADO DE LA EDUCACIÓN**

### **Costa Rica En Las Pruebas Pisa 2012 (Programa Internacional Para La Evaluación De Los Estudiantes)**

Eiliana Montero  
Shirley Rojas  
Evelyn Zamora

2014



Nota: Las cifras de las ponencias pueden no coincidir con las consignadas por el Quinto Informe Estado de la Educación (2015) en el tema respectivo, debido a revisiones posteriores. En caso de encontrarse diferencia entre ambas fuentes, prevalecen las publicadas en el Informe.

## Tabla de contenido

<b>Hechos relevantes.....</b>	<b>3</b>
<b>Introducción.....</b>	<b>4</b>
<b>Resumen .....</b>	<b>4</b>
<b>Descriptores .....</b>	<b>5</b>
<b>Pruebas PISA: Breve descripción.....</b>	<b>5</b>
<b>Revisión básica de literatura: algunos factores relacionados con el rendimiento académico en Matemática.....</b>	<b>9</b>
<b>Análisis descriptivos .....</b>	<b>21</b>
<b>Variables del estudiante y del centro educativo que predicen los puntajes de PISA 2012 en Competencia Lectora, Alfabetización Matemática y Alfabetización Científica.....</b>	<b>31</b>
<b>Introducción .....</b>	<b>31</b>
<b>Metodología .....</b>	<b>33</b>
<b>Resultados.....</b>	<b>40</b>
<b>Recomendaciones.....</b>	<b>54</b>
<b>Bibliografía.....</b>	<b>55</b>

## Hechos relevantes

Sólo un 49.6% de los jóvenes de 15 años del país están siendo representados por la muestra de PISA del año 2012. Este es uno de los porcentajes de representación más bajos de los países participantes en PISA. Esto sucede porque el marco muestral que se utiliza para la selección de la muestra solo incluye a los estudiantes de 15 años que están cursando la secundaria en lo que denominamos “colegios regulares”. De esta manera, los jóvenes de 15 años que cursan educación abierta o tienen ciertas adecuaciones curriculares o sencillamente están fuera del sistema educativo, no forman parte de la muestra. Es de esperar que estos grupos de jóvenes excluidos del marco muestral tuvieran un desempeño relativamente menor en estas pruebas, comparado con el grupo que sí se muestreó, dado que se puede argumentar, en general, que tienen acceso a menos oportunidades educativas. De esta forma, el desempeño de los jóvenes de nuestro país está siendo sobre-estimado con los datos observados. En el año 2009 la cobertura para nuestro país fue de 53%.

Aun considerando lo anterior, los desempeños generales de la muestra costarricense de PISA 2012 en las tres pruebas estudiadas, Competencia Lectora, Alfabetización Matemática y Alfabetización Científica, son relativamente bajos, de hecho, son significativamente más bajos que los de Chile. El peor desempeño comparativo se presenta en Alfabetización Matemática, donde más de un 88% de los estudiantes muestra un nivel igual o inferior a 2, de un total de 6 niveles, y más de un 60% de la muestra se ubica en el nivel 1 o por debajo. Debe notarse que el nivel 2 es el que se considera el mínimo aceptable para poder participar de la sociedad del conocimiento. Estos resultados son similares a los obtenidos en el 2009.

Uno de los puntos que más llama la atención en las comparaciones realizadas según categorías de población, se refiere a las diferencias, que sin temor a exagerar podemos llamar monumentales a nivel estadístico, entre los promedios de estudiantes de colegios públicos y privados. De manera que estas disparidades tan dramáticas parecen entregar una nueva señal sobre lo que puede llamarse la “crisis de la educación secundaria pública” y sobre las desigualdades, cada vez mayores, en oportunidades educativas que se evidencian en nuestro país y que no son exclusivas de este nivel educativo, sino que se inician desde etapas más tempranas.

Sin embargo, es importante enfatizar que las diferencias encontradas entre estudiantes de colegios públicos y privados no se deben, per se, a un efecto intrínseco del colegio, sino a un cúmulo de variables que se relacionan con ventajas y desventajas educativas dentro y fuera del aula, y que están también asociadas con el tipo de colegio al que asiste el estudiante. Estos hallazgos fueron posibles gracias al uso de la regresión con corrección multinivel para identificar factores asociados al desempeño en las pruebas.

- En concordancia con lo anterior, gracias al modelo de regresión con la corrección por la estructura multinivel, fueron identificadas variables que son importantes en la predicción de los puntajes de las tres pruebas de PISA y que, a su vez, se considera que pueden ser objeto de intervenciones pedagógicas o de políticas educativas, con el objeto de lograr mejores rendimientos en dichas pruebas. Estos hallazgos específicos merecen discutirse con mayor profundidad con los correspondientes especialistas. Es interesante que el número de libros en el hogar sea una de las variables predictoras importantes para el puntaje en las tres pruebas, puesto que se puede considerar un indicador “proxy”, es decir, una medición o señal indirecta, de dimensiones de lectura, las cuales fueron, conjuntamente, el factor predictivo más importante para el puntaje en las pruebas PISA del año 2009 en nuestro país.

## **Introducción**

El objetivo fundamental de este trabajo es presentar los resultados obtenidos por nuestro Costa Rica en las pruebas PISA 2012 de Competencia Lectora, Alfabetización Matemática y Alfabetización Científica, incluyendo posibles factores explicativos asociados al rendimiento de los estudiantes en estos exámenes, y como insumo para el Quinto Informe sobre el Estado de la Educación.

La identificación de variables clave que explican o predicen los resultados, es uno de los objetivos esenciales de este trabajo, porque precisamente de este análisis de factores asociados al rendimiento en PISA, es posible brindar recomendaciones, sustentadas de manera sólida a nivel científico, para acciones de política educativa que permitan mejorar los resultados.

Se analizaron entonces factores asociados al rendimiento en las tres áreas presentes en PISA, Competencia Lectora, Alfabetización Matemática y Alfabetización Científica. Y dado que Alfabetización Matemática fue énfasis de la aplicación de PISA en el 2012, también se realizó un ensayo para identificar colegios efectivos en términos del rendimiento en esta prueba, es decir, colegios cuyo desempeño real, comparado con las tendencias de centros educativos con similares características, es considerablemente mayor a lo que predice el modelo de regresión, o sea que presentan un comportamiento atípico y superior en cuanto a su puntaje promedio en PISA.

## **Resumen**

Se desarrollaron diversos análisis de los resultados de la aplicación 2012 de las pruebas PISA en Costa Rica. Se confirmó que, al igual que en el 2009, los desempeños generales de los estudiantes de nuestro país son relativamente bajos, sobre todo para Alfabetización Matemática, donde más de un 60% de la muestra está por debajo del nivel que se considera mínimo para poder participar de la sociedad del conocimiento. Además, la representatividad de los jóvenes de 15 años en términos de cobertura de la muestra de PISA en Costa Rica es una de

las más bajas de los países participantes (50% en el 2012), lo que implica, posiblemente, una sobre-estimación de los desempeños de los jóvenes de 15 años cuando se analizan los puntajes observados, pues en la muestra no se incluyen aquellos que cursan educación abierta, los que tienen ciertas adecuaciones curriculares o los que sencillamente están fuera del sistema educativo. Las dramáticas diferencias que presentan entre sí alumnos de centros educativos privados y públicos se reducen en gran medida cuando se controlan otras variables, por medio de un modelo de regresión con corrección por estructura multinivel, a tal punto que las diferencias por dependencia del colegio no resultan significativas ni de importancia práctica para Alfabetización Matemática y Competencia Lectora, aunque sí presentan significancia e importancia práctica para Alfabetización Científica. Gracias a estos modelos de regresión fueron identificadas variables que son importantes en la predicción de los puntajes de las tres pruebas de PISA y que, a su vez, se considera que pueden ser objeto de intervenciones pedagógicas o de políticas educativas, con el objeto de lograr mejores rendimientos en estos exámenes.

## Descriptorios

Factores Asociados, Pruebas PISA, Alfabetización Matemática, Competencia Lectora, Alfabetización Científica, Multinivel, Regresión Múltiple

**Nota aclaratoria:** Varias de las secciones sobre antecedentes y naturaleza de las pruebas PISA fueron extraídas directamente del capítulo sobre PISA 2009 elaborado por las mismas autoras y publicado en el IV Informe del Estado de la Educación, del año 2013.

## Pruebas PISA: Breve descripción

Las pruebas PISA (Programme for International Student Assessment) son exámenes estandarizados comparativos internacionales, contruidos y administrados por un consorcio que originalmente estuvo formado por los países de la OECD, pero que paulatinamente se amplió, y ya para el 2012 abarcó a todos los 34 países miembros de OECD y otros 31 países y economías asociados (OECD, 2014). Su aplicación inicia en el año 2000. Nuestro país participa por primera vez en 2009. A nivel latinoamericano los otros países, además de Costa Rica, que participaron en PISA 2012 fueron: México y Chile (ambos miembros de la OECD), Brasil, Uruguay, Perú, Argentina y Colombia.

Las pruebas PISA abarcan tres áreas: Alfabetización Matemática, Competencia Lectora y Alfabetización Científica, pero no miden contenidos curriculares específicos, sino más bien la habilidad para usar el conocimiento en la resolución de ítems que presentan situaciones o problemas de la vida diaria. Cada aplicación de PISA se concentra en un área de contenido, brindando siempre información

básica, pero más general, para las otras dos (Walker, 2011). En el año 2012 el énfasis estuvo en Alfabetización Matemática. El énfasis permite brindar información más detallada sobre los componentes específicos del constructo bajo medición, lo cual se logra introduciendo más ítems en la prueba, para generar así una medición más precisa de estos componentes.

Según sus propias palabras, PISA evalúa la aplicación de conocimientos en Competencia Lectora, Alfabetización Matemática y Alfabetización Científica a la resolución de problemas, dentro de un contexto de vida real y situaciones cotidianas (OECD, 2009). Utiliza el término “alfabetización” para denotar su amplio foco sobre la aplicación de conocimientos y destrezas, en contraste con otras pruebas internacionales como TIMSS, que presentan un vínculo más fuerte con marcos de referencia curriculares y buscan medir el dominio de los estudiantes de conocimientos, destrezas y conceptos específicos. (Walker, 2011). El contenido de las pruebas PISA se extrae de amplias áreas, por ejemplo, espacio y forma para Matemática, en contraste con contenidos más específicamente basados en el currículo, como geometría o álgebra. Así, PISA evalúa en qué grado los estudiantes, cerca del final de su educación obligatoria, han adquirido el conocimiento y destrezas para participar de manera completa y exitosa en la sociedad moderna (Walker, 2011; OECD, 2009).

En el año 2012 la administración de PISA en nuestro país se realizó por medio de pruebas de papel y lápiz. Su población meta son los estudiantes de 15 años de edad, más precisamente, la edad de los examinados debe ubicarse entre los 15 años y 3 meses y los 16 años y dos meses. Cada examinado toma un examen de dos horas que incluye los tres componentes. Los ítems en PISA están circunscritos en una de cuatro situaciones: personal, educativa/laboral, pública y científica. (OECD, 2009). La evaluación incluye una combinación de preguntas de escogencia única y de respuesta abierta en cada una de las tres áreas. Para la calificación de los ítems de respuesta abierta se requiere la colaboración de calificadores con alto nivel de capacitación y un diseño que permita controlar el efecto del calificador. Aunque a partir del año 2009 se cuenta con un componente de lectura digital, Costa Rica no tomó este componente en esa oportunidad, ni tampoco en el 2012.

Los puntajes en las escalas de PISA representan niveles a lo largo de un continuum de destrezas de alfabetización. PISA brinda rangos para esos niveles de desempeño, asociados a los puntajes, que describen lo que un estudiante típicamente puede hacer en cada nivel. (OECD, 2009). Las tres áreas (Competencia Lectora, Alfabetización Matemática y Alfabetización Científica) establecen 6 categorías para esos niveles de desempeño, con la salvedad de que en Competencia Lectora el nivel 1 se divide en dos partes, a y b. Las interpretaciones son entonces referidas a criterios, es decir los puntajes de la prueba se interpretan en términos de estándares absolutos de desempeño, en contraposición al modelo referido a normas, en donde el significado de la puntuación se basa en la posición relativa del examinado, comparado con el resto de los que tomaron la prueba en su grupo de referencia (Gronlund & Linn, 1990;

Montero, 2008). La interpretación de criterios es la más apropiada cuando se trata de pruebas educativas con fines diagnósticos, como en el caso de estos exámenes.

PISA utiliza el modelo de Rasch para generar y validar los niveles de desempeño que define para la interpretación cualitativa que se realiza a partir de los puntajes numéricos obtenidos en las pruebas. En el modelo de Rasch, las estimaciones de las habilidades de los examinados y la dificultad de los ítems están en las mismas unidades de medida (propiedad de medición conjunta), característica que resulta sumamente atractiva a nivel aplicado y de interpretación sustantiva, pues permite evaluar el desempeño del examinado con un enfoque referido a criterios, es decir, valorando en términos absolutos lo que puede o no hacer, en contraposición a las interpretaciones de normas que tradicionalmente eran las únicas permitidas con el modelo de medición más antiguo, la Teoría Clásica de los Tests (Bond & Fox, 2001; Prieto & Delgado, 2003).

Los estudiantes que rinden la prueba completan, además, un cuestionario que recoge información sobre diferentes variables que podrían estar asociadas con su rendimiento en el examen. El director(a) del centro educativo también llena un cuestionario sobre diversas variables que dan cuenta de características del contexto de su institución y de su propia gestión como director(a). En general, la administración de estos cuestionarios tarda de 20 a 30 minutos.

Concatenando los datos de los cuestionarios de estudiantes y directores con los resultados de las pruebas es posible generar estudios de gran valor, que aportan al conocimiento de los factores del estudiante y de la institución que predicen el rendimiento en los exámenes. Además, la identificación de variables asociadas al puntaje en las pruebas permite generar recomendaciones específicas de política educativa con el propósito de mejorar los niveles de desempeño.

A las características anteriores, citadas por el mismo PISA, debemos agregar que en un contexto como el de nuestro país, la participación en este programa no solo proporciona una medida de desempeño de alta confiabilidad y validez, que permite conocer el perfil de nuestros estudiantes de 15 años en el sistema de educación formal en cuanto a conocimientos y habilidades necesarios para enfrentar el mundo actual, sino que también permite utilizar el rico marco de referencia conceptual y experiencia acumulada de este programa para realizar estudios de factores asociados al rendimiento que puedan fundamentar acciones de política educativa.

Para la aplicación del 2012 en nuestro país, y siguiendo los protocolos generales de PISA, se tomó una muestra aleatoria estratificada de conglomerados que estuvo constituida 193 instituciones, de ellas 167 eran públicas y 26 eran privadas o subvencionadas, 158 académicas y 35 técnicas, 124 urbanas y 69 rurales.

En cada uno de los colegios seleccionados se eligió al azar, a partir del listado general de todos los jóvenes de 15 años, una muestra de 30 estudiantes, independientemente del nivel en que estuvieran matriculados.

Se administraron a la muestra bajo estudio un conjunto de cuadernillos diferentes de examen. Con un complejo diseño de equating (equiparación) se logra controlar el efecto de las diferencias de dificultad en las formas de examen. (OECD, 2012).

Para minimizar los efectos de posibles sesgos culturales o de contexto, todos los ítems que se incluyeron en estos cuadernillos fueron previamente revisados y valorados por personal técnico del Departamento de Evaluación Académica y Certificación de la Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad, del Ministerio de Educación. Se realizaron los cambios o modificaciones necesarias para reemplazar aquellos reactivos donde se sospechó alguna posibilidad de sesgo por cultura, contexto o vocabulario (P. Mena, comunicación personal, junio 2012).

Las inferencias de la muestra a la población de interés (todos los estudiantes de 15 años de los colegios incluidos en el marco muestral) solo son estadísticamente válidas si se realizan a nivel global, o sea, para todo el país, de manera que no es posible generar inferencias válidas a nivel desagregado, por colegio o por región educativa.

En países en vías de desarrollo, como Costa Rica, donde un porcentaje relevante de la población en este grupo de edad no está en “colegios regulares”, los resultados de PISA presentan, posiblemente, un sesgo de sobre-estimación, pues ese grupo de jóvenes, con menos oportunidades educativas, no está incluido en el marco muestral. En nuestro país la tasa de cobertura, es decir el porcentaje de población de 15 años que está representada por la muestra de PISA 2012, fue solo de 50%.

En este marco de referencia, consideramos que la mayor riqueza de PISA y su valor agregado no está en el “ranking” ni en las comparaciones específicas con países que tienen puntajes más altos o más bajos que el nuestro, sino en poder evaluarnos sustantivamente con un instrumento de alta calidad, que permite monitorear nuestro desempeño a través del tiempo y que tiene gran relevancia educativa.

Para finalizar esta sección debemos enfatizar que estos análisis de ninguna manera son exhaustivos ni agotan todas las posibilidades de estudio y discusión que ofrecen los datos de la aplicación de PISA en nuestro país. Por el contrario, se trata de un intento de acercamiento, que es parcial e incompleto por naturaleza. Por esto esperamos que este primer esfuerzo constituya también una invitación a todos los interesados en la problemática educativa de nuestro país, para que realicen sus propias contribuciones.



## **Revisión básica de literatura: algunos factores relacionados con el rendimiento académico en Matemática**

### **Estudios realizados en Costa Rica**

En nuestro país los estudios de factores asociados al rendimiento académico en Matemática que utilizan metodologías más rigurosas e internacionalmente aceptadas, son escasos y hasta hace muy poco reflejaban el esfuerzo individual de sus autores.

Tania Moreira es una de las investigadoras costarricenses que ha realizado más aportes al estudio de factores asociados al rendimiento estudiantil por medio de modelos de regresión múltiple y multinivel. En una investigación realizada para identificar relaciones entre factores individuales e institucionales y la nota en la prueba nacional de Bachillerato de Matemática reporta evidencias de la asociación significativa entre esta medida de rendimiento con el historial académico y género del estudiante, estado civil de los padres, escolaridad de la madre, total de miembros en la familia y espacio físico. Los resultados se refieren a una muestra probabilística, estratificada y proporcional de estudiantes provenientes de colegios públicos académicos diurnos de Costa Rica. Se utilizó un modelo de regresión múltiple. (Moreira, 2009).

Por su parte Ligia Rojas en su tesis doctoral (2004) explora, por medio de un modelo multinivel, factores asociados a la repitencia de estudiantes en séptimo año de colegios académicos, diurnos y públicos, con una muestra de 1442 estudiantes y 115 docentes que impartían clases de las asignaturas de Inglés, Español, Estudios Sociales, Ciencias y Matemáticas. Entre sus hallazgos se incluyen asociaciones directas con la repitencia en las siguientes variables: mala relación de los padres con el estudiante, según la percepción de este último, así como una mala interacción entre profesor y estudiante, según la valoración del profesor. Se encontró asociación inversa con las siguientes variables: autoestima, motivación, realizar mayor cantidad de tareas, recibir ayuda para realizar esas tareas, respeto percibido por los estudiantes de sus iguales, residir con ambos padres durante el tiempo lectivo, indicadores de condición socioeconómica del estudiante y su familia, e indicadores de la infraestructura e instalaciones del centro educativo, incluyendo el acceso a internet.

Por otra parte, desde el año 2009 el Ministerio de Educación, específicamente el Departamento de Evaluación Académica y Certificación, de la Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad, ha venido realizando estudios de factores asociados al rendimiento para sus pruebas de diagnóstico de sexto y noveno grados con modelos de regresión múltiple y multinivel. Se utilizan muestras estratificadas aleatorias de conglomerados completos, donde el conglomerado es el centro educativo. Se definen tres niveles de agregación: estudiante, docente y director. Los participantes de cada nivel deben completar un cuestionario de contexto para luego relacionar esas variables con el rendimiento de los estudiantes en las pruebas. El primer estudio de este tipo se realizó para

identificar predictores en las pruebas diagnósticas de sexto grado aplicadas en el año 2008 (Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, 2010).

Más recientemente el MEP ha publicado el estudio de factores asociados al rendimiento en las pruebas diagnósticas de noveno (Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, 2012). Uno de los méritos que poseen estos estudios y que también representan una diferencia con PISA, es que se conceptualizan y miden variables a nivel de aula y de profesor, pudiéndose identificar dimensiones explicativas asociadas a la mediación pedagógica y a la dinámica de la clase. Otra ventaja de estos estudios es que permiten medir factores idiosincráticos del contexto del país que pueden no ser relevantes a nivel internacional y no aparecer en los cuestionarios de PISA. Además, estas pruebas se realizan en las cinco asignaturas principales (Matemática, Español, Estudios Sociales, Ciencias e Inglés) a diferencia de las pruebas internacionales que tienden a concentrarse solo en Lenguaje, Matemática y Ciencias. Finalmente, los constructos objeto de medición en las pruebas diagnósticas del MEP son conocimientos y destrezas específicos que se esperan como resultados directos del proceso de aprendizaje y que se derivan del currículo de cada materia, por tanto son más apropiadas como termómetro del logro de aprendizajes académicos formales establecidos en los programas de estudios, a diferencia de las pruebas PISA que son acurriculares.

Entre algunas de las variables que más consistentemente generan evidencia de asociación directa con los rendimientos en estas pruebas se pueden mencionar las siguientes: el ser alumno de un colegio privado, poseer un mayor nivel socioeconómico, nivel de atención y participación en el aula, motivación de la familia y satisfacción del director con el clima escolar. Los estudiantes varones presentan diferencias estadísticamente significativas a su favor al compararlos con las mujeres en Matemática, Estudios Sociales e Inglés. El grado académico del docente se asocia significativamente a mayores rendimientos en Matemática e Inglés. (Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, 2012). El índice socioeconómico se relacionó significativamente con el rendimiento académico del estudiantado de noveno año en Matemática. Cabe destacar que este resultado coincide con estudios internacionales realizados por la UNESCO en América Latina (Oviedo Y., 2012). Asimismo la comparación de medias por zona indicó con un 95% de confianza que sí existen diferencias entre las medias de los puntajes de los examinados de colegios ubicados en la zona urbana y aquellos que se localizan en la zona rural, siendo la diferencia a favor de los urbanos. Este estudio también encontró que la variable sector (público-privado) está relacionada significativamente con el rendimiento académico en Matemática, presentando una magnitud bastante alta en el coeficiente beta, indicador de la importancia práctica del resultado (Oviedo Y., 2012).

En verdad podemos afirmar que ambas evaluaciones (pruebas nacionales de diagnóstico y PISA) se complementan la una a la otra, teniendo ambas propósitos diagnósticos y buscando generar datos para alimentar mejoras educativas, siendo PISA una prueba que se concentra en habilidades para enfrentar exitosamente las exigencias de las sociedades modernas, mientras que las pruebas de diagnóstico

nacionales se enfocan en conocimientos y pueden examinar con más detalle variables específicas al contexto costarricense que pueden asociarse con los puntajes obtenidos por los estudiantes.

## **Estudios Internacionales**

Definida como la capacidad de un individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos, la competencia matemática incluye, según la OECD, el razonamiento y el uso de conceptos matemáticos, procedimientos, datos y herramientas para describir, explicar y predecir fenómenos. Esta competencia ayuda a las personas a hacer juicios y tomar decisiones como ciudadanos comprometidos y reflexivos. (OECD, 2013). Sin embargo, existen algunos factores determinantes para explicar esta competencia, tales como variables de antecedentes familiares, el nivel educativo de los padres, el número de libros en el hogar, el acceso a la informática y el uso de internet o de un software educativo, que presentan una relación positiva con la alfabetización científica y matemática, (Yesim Ö., Duygu A., 2011), tal y como se describe a continuación.

## **Características de los estudiantes**

### **Género**

Uno de los factores que aparece muy frecuentemente en la literatura como de mayor peso para el desempeño matemático es el género. La proporción de mujeres entre las personas con títulos universitarios en matemáticas o ciencias de la computación se sitúa por debajo del 31 por ciento, en promedio, para los países de la OCDE. Es importante rescatar que, muchas evaluaciones internacionales indican que las diferencias entre géneros, relativamente pequeñas, a favor de los hombres en el desempeño en matemáticas y ciencias en los años escolares de la educación básica, se vuelven, en muchos países, más pronunciadas y extensas conforme se analizan años escolares más avanzados. (OCDE, 2002).

Existe una relación significativa a favor de los hombres en Matemática en muchos de los estudios. El resultado favorable a los hombres en esta materia podría responder a estereotipos y expectativas sociales respecto del rol de hombres y mujeres, y es consistente con resultados hallados en estudios internacionales. (Cueto S., 2007).

No obstante, aunque en Matemáticas, en promedio, las mujeres siguen estando en desventaja en muchos países, la ventaja de los hombres, en las naciones donde ésta aún persiste, se debe principalmente a los altos niveles de desempeño de un número de hombres comparativamente reducido. Haciendo referencia al análisis de las pruebas PISA del año 2000, la OCDE afirmó que en cuanto a la aptitud para matemáticas, se observan diferencias estadísticamente significativas en cerca de la mitad de los países, en los que los hombres presentan un mejor

desempeño. Mientras que las mujeres tienden a expresar un mayor interés por la lectura que los hombres, en matemáticas es a la inversa. (OCDE, 2002).

Sin embargo, estos resultados pueden tener una explicación. Hay creciente evidencia de que tanto la magnitud de las diferencias en Matemáticas por género y la frecuente identificación de mujeres dotadas y superdotadas se correlacionan significativamente con los factores socioculturales, incluidas las medidas de igualdad de género en todas las naciones. (JS Hyde, JE Mertz, 2009).

Para la OCDE la ventaja significativa de las mujeres en aptitud para la lectura en todos los países y la ventaja de los hombres en aptitud para las matemáticas en muchos países, pueden ser el resultado de la apertura del contexto social y cultural o de las políticas y prácticas educativas. Algunos países parecen proporcionar un ambiente de aprendizaje que beneficia igualmente a ambos géneros, ya sea como resultado directo de los esfuerzos educativos o debido a un contexto social más favorable. (OCDE, 2002).

En un estudio realizado por el Centro Nacional de Estadísticas Educativas de los Estados Unidos, los varones superaron a las mujeres en la alfabetización matemática en éste y en otros países. Dentro de los Estados Unidos, un mayor porcentaje de estudiantes varones llegan al nivel 6 (el nivel más alto) de alfabetización matemática en PISA. Sin embargo, las diferencias en las puntuaciones generales entre hombres y mujeres en los Estados Unidos se debieron en parte al hecho de que un mayor porcentaje de varones se encuentra entre los rendimientos académicos más altos y no a que las mujeres se ubican entre los rendimientos más bajos. (Lemke, M., Sen A., Pahlke, E., Partelow, L., Miller D., Williams T., Kastberg, D., Jocelyn, L., 2004).

#### “Gusto” por las matemáticas

Una de las variables que la literatura afirma ser explicativa del rendimiento matemático es la denominada “Gusto por las matemáticas”. Santiago Cueto realizó un meta análisis de investigaciones desarrolladas con anterioridad y encontró en siete estudios, que el gusto por las matemáticas se relaciona de manera positiva con el rendimiento en esta materia; en todos ellos, la relación resultó significativa y positiva. Esto podría indicar una relación endógena, pues seguramente los que tienen un mayor gusto por la Matemática tienen también un mejor rendimiento en esta materia. (Cueto S., 2007).

En un estudio realizado en Brasil, se demostró que hay una relación recíproca entre las actitudes hacia las matemáticas y la alfabetización matemática. Distintos investigadores han concluido que los afectos (ya sean expresados como emociones, actitudes o creencias) de los estudiantes, son factores claves en la comprensión de su comportamiento en matemáticas. En este sentido, la relación que se establece entre los afectos y el aprendizaje es cíclica: de una parte, la experiencia que tiene el estudiante al aprender matemáticas le provoca distintas reacciones emocionales e influye en la formación de creencias; por otra, las

creencias que sostiene el sujeto tienen una consecuencia directa en su comportamiento en situaciones de aprendizaje y en su capacidad de aprender. La abundancia de fracasos en el aprendizaje de las matemáticas, en diversas edades y niveles educativos, puede explicarse, en gran parte, por la aparición de actitudes negativas originadas por factores ambientales y personales. (Gil, N., Blanco, L., Guerrero, E., 2005).

En un estudio realizado entre 1220 alumnos españoles de ambos géneros de Educación Secundaria Obligatoria, se concluyó que el aprendizaje de la Matemática puede verse afectado de manera positiva o negativa de acuerdo a cómo el alumno forme sus actitudes frente a ella y que a mayor incremento de conocimientos hay un cambio favorable en las actitudes. (Mato, M., de la Torre, E. 2009).

### El concepto de sí mismo

En PISA 2000 se analizó el “concepto de sí mismo” o autoconcepto que poseen los alumnos en relación con sus puntajes en lectura y matemáticas. Se encontró que el concepto de sí mismo está relacionado positivamente con el desempeño de los estudiantes y este resultado es aún mayor en matemáticas que en lectura. Existe abundante evidencia de que lo que un individuo piensa de sí está estrechamente relacionado con el aprendizaje exitoso. Los estudiantes exitosos son aquellos que cuentan con confianza en sus capacidades y creen que la inversión en el aprendizaje puede llevar a una mejoría evidente. Por el contrario, los estudiantes que carecen de confianza en su capacidad de aprender aspectos que juzgan importantes, están expuestos al fracaso no sólo en la escuela, sino también más adelante en su vida adulta. (OCDE, 2002).

Además, aquellos estudiantes que tienen la intención de completar los niveles más altos en su titulación académica tienden a desarrollar más su competencia matemática. De acuerdo con el Consejo Australiano para la Investigación Educativa, los estudiantes australianos lograron mejores resultados en el índice de motivación instrumental que la media de la OCDE, lo que afirma que el valor del aprendizaje de las matemáticas ocurre por razones externas, tales como conseguir un trabajo en el futuro. En este estudio los varones australianos tenían un sentido mucho más fuerte de motivación instrumental que las mujeres. La autoeficacia en matemáticas (variable que se detalla más adelante) y el buen concepto de sí mismo, presentaron relaciones fuertes con la competencia matemática. Mientras que la ansiedad por las matemáticas se relacionó negativamente con el rendimiento en esta materia. (ACER, OECD, 2004).

### Autoeficacia

La literatura reconoce la autoeficacia como otro factor de influencia sobre el aprendizaje matemático. La carrera educativa de un estudiante puede depender del grado de confianza en su capacidad para resolver tareas matemáticas. La autoeficacia de los estudiantes se puede definir como "juicios de sus capacidades

para organizar y ejecutar los cursos de acción necesarios para alcanzar determinados tipos de actuaciones”. Se considera que la autoeficacia tiene una fuerte influencia en las decisiones individuales, los esfuerzos, la perseverancia y las emociones relacionadas con las tareas. La autoeficacia puede ser considerada como una parte de una teoría integral sobre el propio proceso de aprendizaje del alumno, que dirige hacia su propio aprendizaje, en la cual, la ayuda percibida del profesor a su vez se asocia con mayores niveles de confianza, proporcionando cierta evidencia de que para la mejora en la autoeficacia es necesario el apoyo docente.” (ACER, 2005).

Según el Consejo Australiano para la Investigación Educativa, un análisis factorial confirmatorio de las variables de PISA 2003, indica que el buen desempeño en alfabetización matemática está altamente correlacionado con la autoeficacia, mientras que la ansiedad correlacionó negativamente y el autoconcepto positivamente. Además, se encontró que la autoeficacia tiene correlaciones consistentemente más altas con las medidas de rendimiento. Mientras que se confirmó que la alfabetización matemática presenta correlaciones consistentemente más fuertes con el entorno socioeconómico que con cualquiera de las cogniciones auto-relacionadas. (ACER, 2005).

Otra investigación centrada en el área de las matemáticas, analizó el poder predictivo de variables motivacionales (ej., autoeficacia y autorregulación del aprendizaje) sobre el rendimiento escolar en esta asignatura de alumnos portugueses de primaria (10 y 11 años). Posteriormente, se estudió el poder predictivo de variables de las tareas para casa (ej., esfuerzo, instrumentalidad percibida de las tareas) en las variables motivacionales mencionadas. Los datos indicaron que el rendimiento en matemáticas se explica por las variables motivacionales, pero también que éstas son explicadas por variables de las tareas de casa, subrayando su importancia en la promoción del éxito escolar. (Rosario, P., Mourão, R., Baldaque, M. Nunes, T., Nuñez, J., Gonzalez, J., Cerezo, P. y Valle, A., 2009).

En una investigación publicada por la Revista Psicothema de España, se examinó en qué medida el rendimiento académico en matemáticas de los alumnos de enseñanza obligatoria (5º a 9º grado de escolaridad) puede ser explicado por variables cognitivo-motivacionales, socioeducativas y contextuales. Una muestra de 571 estudiantes (de edades entre 10 y 15 años) participaron en la investigación. Los resultados sugieren que el rendimiento en matemáticas se puede predecir por las variables: autoeficacia en matemáticas, fracaso escolar y autorregulación del aprendizaje, pero éstas, a su vez, también pueden ser explicadas por otras variables motivacionales (por ejemplo, establecimiento de metas escolares) y contextuales (por ejemplo, la disrupción escolar), lo que indica la importancia de los procesos autorregulatorios y el papel que el contexto puede desempeñar en el desarrollo del éxito escolar. (Rosario P., Lourenço A. y otros, 2012).

Además, en referencia a la autoeficacia se ha determinado que existen variaciones claramente importantes según el género y el nivel socioeconómico. Las mujeres tienen sentimientos más bajos de autoeficacia en comparación con los hombres y la brecha de género es mucho más pronunciada en términos de alfabetización matemática. (ACER, 2005).

#### Exposición a las tecnologías de información y comunicación

Hawley, Fletcher, y Piele (1986) observaron que el rendimiento en matemáticas de los estudiantes de tercer y quinto grado que utilizan computadoras fue mayor que el de sus compañeros que no usaron esta tecnología para practicar las matemáticas. Sin embargo, mientras que algunos estudios durante los últimos 20 años han sugerido resultados positivos, otros estudios han suscitado dudas sobre la eficacia de la tecnología. Los datos del estudio de Tienken y Wilson sugieren que el acercamiento a la computación con un componente de aprendizaje activo, tuvo un efecto positivo, aunque ligero, sobre el aprendizaje de matemáticas, es decir, sobre el conocimiento, la comprensión y aplicación del grupo de los estudiantes estudiado. (Tienken Ch. and Wilson M., 2007).

Un estudio más reciente afirma que la familiaridad de los estudiantes con las TIC y su exposición a la tecnología ayudaron a explicar las brechas de matemáticas y ciencias entre los individuos y las escuelas. A pesar de que una puntuación alta en tecnología no era, en sí misma, un fuerte predictor de los resultados en ciencias y matemáticas, al usarla con otras variables relacionadas con las TIC, se detectó como un predictor significativo en los modelos estadísticos desarrollados. La disponibilidad de las TIC en el hogar y la confianza en el uso de computadoras fueron otros predictores importantes del rendimiento en matemáticas y ciencias. (Denle E., Bulut O., 2011).

Los resultados de otro estudio realizado en Brasil, muestran también, que la variable independiente latente que tiene el efecto más fuerte en la alfabetización matemática en ese país es el uso de la tecnología. (Cigdem, 2003).

Según otros autores, la exposición de los estudiantes a las TIC fuera del horario escolar tiene un mayor impacto en su rendimiento en matemáticas y ciencias que su exposición a las TIC en la escuela. Esto podría señalar que existe una falta de integración de las TIC en la enseñanza en clase de las escuelas. El resultado puede explicarse en términos de que en casa el uso de computadoras se da como resultado de las necesidades de los estudiantes, y los padres pueden controlar el tiempo que sus hijos usan las computadoras y el Internet para propósitos de entretenimiento. (Denle E., Bulut O., 2011).

García y Romero señalan que se produce una mejora notable en las actitudes hacia las matemáticas debida al uso de las TIC, resaltando una visión más positiva de las matemáticas como ciencia, un mayor interés por el trabajo científico, así como una valoración de los métodos de enseñanza. Las TIC producen un aumento de la motivación, mejora del comportamiento y del ritmo de trabajo del

alumnado, que es más visible en aquellos grupos caracterizados inicialmente por la falta de interés por el aprendizaje de las matemáticas y demás asignaturas. (García M. y Romero I., 2009).

Santiago Cueto parece también estar de acuerdo con la conclusión de otros autores al afirmar que, a pesar de que el número de computadoras que funcionan en una escuela por estudiante muestran una asociación positiva con el rendimiento matemático en varios estudios, este resultado puede ser endógeno, pues las escuelas con estudiantes de más recursos tienen más computadoras, así como estudiantes con mejor rendimiento. (Cueto S., 2007).

### Inteligencia fluida

Existen análisis que revelan que la inteligencia fluida podría predecir el talento matemático. Uno de estos análisis, realizados en Chipre con 359 estudiantes de 4to, 5to y 6to grado, desarrolló un proceso de identificación con múltiples criterios para estudiantes matemáticamente superdotados, en un esfuerzo por clarificar el constructo del genio matemático. Específicamente, se demostró que aunque la inteligencia fluida y la autopercepción del comportamiento matemático no son componentes de la superdotación matemática, sí podrían predecirla. Los datos revelaron que el talento matemático de los estudiantes puede ser descrito en términos de habilidad matemática y creatividad matemática. (Kontoyianni K., Kattou M. y otros, 2009).

Un estudio en la población escolar chilena llevado a cabo en una muestra representativa del colectivo de estudiantes de Educación Básica y Media analizó el efecto conjunto de las variables de desempeño general, inteligencia lógica y edad, con respecto al desempeño académico observado en matemática. Se realizó un análisis de regresión lineal, que permitió, a su vez, determinar los pesos relativos de dichas variables en la variabilidad de los promedios de notas en matemática. Los resultados obtenidos fueron altamente significativos a nivel estadístico y la variancia explicada por el modelo de regresión fue de 54%, es decir, el conjunto de variables predictoras explica poco más del 50% de la variabilidad en el desempeño académico en matemática. (Cerdeira G., Ortega R. y otros, 2011).

La asociación entre la inteligencia fluida y las diferencias individuales se investigó mediante un modelo multinivel aplicado a los datos de mediciones intraindividuales en exámenes de matemáticas. La muestra estuvo compuesta por 166 estudiantes (88 chicos y 78 chicas), con edades comprendidas entre 11 y 14 años. Ellos tomaron cuatro pruebas de rendimiento de matemáticas, que se equipararon verticalmente por medio de la Teoría de Respuesta al Ítem, al principio y al final del séptimo y octavo grado. Las habilidades cognitivas estudiadas fueron Razonamiento Numérico, Razonamiento Abstracto, Razonamiento Verbal y Razonamiento Espacial. El factor cognitivo general se asoció significativamente con los parámetros de nivel inicial (en el origen) y la tasa de cambio (pendiente). Un alto nivel de inteligencia fluida se asoció con puntuaciones iniciales más altas,



así como un aumento más pronunciado en las puntuaciones de matemáticas a través de los dos años. (Primi, R., Ferrero M., Almeida L., 2010).

## **Características de los padres y madres**

### Expectativas

Las expectativas de los padres y madres en cuanto a la educación de sus hijos muestra un patrón de asociación positiva y significativa con el rendimiento en la mayoría de estudios analizados por Santiago Cueto. Sin embargo, el investigador aclara que este resultado también puede ser endógeno, es decir, que se produce debido a que los padres de hijos con mejor rendimiento tienen mayores expectativas educativas. (Cueto S., 2007). Según otro investigador, la comunicación con los padres influye de manera significativa y positivamente en la competencia matemática de estudiantes de Japón, Noruega y Brasil. (Cigdem, 2003).

Una actitud de indiferencia por parte de los padres respecto de la actuación del hijo en la escuela puede generar en éste un estado psicológico de inseguridad que incide en la elaboración de una baja autoestima. Esa indiferencia provoca que el alumno, al ver reducida su aptitud para el estudio, se forme un autoconcepto negativo, que afectará a su motivación y al esfuerzo realizado para asimilar contenidos curriculares y alcanzar los objetivos planteados por la escuela. Cuando se desarrolla un autoconcepto negativo, el alumno se abandona y deja de esforzarse por controlar la situación. Por lo tanto, las variables que integran el contexto sociofamiliar parecen repercutir significativamente en la fijación del nivel de aspiraciones académicas. (Ruíz, C., 2001).

### Educación de los padres y madres

Los padres y madres con un nivel más alto de educación generan uno de los mayores impactos sobre el rendimiento en matemáticas. (Unal, H., Özka, M., Milton, S., Price, K., Curva, F., 2010). Sin embargo, en Canadá, Islandia y Nueva Zelanda, los alumnos que cuentan con madres cuyo nivel educativo es bajo, se sitúan por arriba del promedio de la OCDE en aptitud para matemáticas, y con ello se sugiere que existen otros factores educativos y sociales que pueden compensar las deficiencias en la educación de los padres. A pesar de ello, se reconoce que esta es una variable predictora muy importante en el aprendizaje matemático. (OCDE, 2002).

Diversas investigaciones han demostrado de manera consistente que el nivel de educación de los padres continúa siendo una fuente importante de disparidades en el desempeño estudiantil, a pesar de los considerables esfuerzos realizados para garantizar la igualdad de oportunidades educativas. Un ambiente de apoyo al aprendizaje en el hogar, al cual puede contribuir un alto nivel de logros educativos de los padres, tiene una gran probabilidad de reflejarse en el mejor desempeño educativo de los hijos. El ambiente de apoyo al aprendizaje se puede generar no

sólo con el capital financiero para sufragar la educación de los hijos, incluyendo los estudios superiores, sino también con la interacción cotidiana entre padres e hijos. (OCDE, 2002).

Un estudio del Consejo Australiano para la Investigación Educativa muestra que los estudiantes cuyos padres se han desarrollado en el ámbito ocupacional pueden beneficiarse de clases para el refuerzo de las matemáticas. Los padres con niveles ocupacionales altos pueden proporcionar a sus hijos un mejor entorno para tener éxito en la escuela mediante la creación de un lugar especial en la casa para estudiar, al ofrecer libros y materiales, y en general crear un ambiente propicio para el estudio y el aprendizaje. (ACER, 2005).

### Nivel socioeconómico

Esta variable muestra una fuerte asociación con el rendimiento matemático, aun cuando cabe notar que en los diferentes estudios se usan definiciones similares pero no iguales al referirse a nivel socioeconómico. (Cueto S., 2007). En la prueba PISA de 2003, la relación entre el entorno socioeconómico y el rendimiento de los estudiantes en alfabetización matemática resultó ser más fuerte en 5 países (Bélgica, República Checa, Alemania, Hungría, y Polonia) que en los Estados Unidos, mientras que 11 países tenían relaciones más débiles (Lemke, M., Sen A., Pahlke, E., Partelow, L., Miller D., Williams T., Kastberg, D., Jocelyn, L., 2004).

Las diferencias en el nivel socioeconómico están asociadas con grandes variaciones en el desempeño estudiantil entre los países. Sin embargo, no se puede suponer que todas estas diferencias son resultado directo de las ventajas de vivir en un hogar determinado o de las mayores expectativas que se derivan de padres con mejores empleos. Muchos factores pueden incidir sobre el desempeño de los estudiantes. Por ejemplo, la situación socioeconómica puede estar relacionada con el lugar en el que viven los alumnos y la calidad de las escuelas a las que tienen acceso. (OCDE, 2002).

Es así como los estudiantes de familias más ricas tienden normalmente a tener un mejor desempeño en cada ámbito evaluado, comparados con los alumnos que provienen de familias con menos poder económico. El desempeño de los estudiantes, en las evaluaciones de competencia lectora, de alfabetización matemática y alfabetización científica que realiza PISA, está estrechamente relacionado con los entornos socioeconómicos de sus familias. Los estudiantes cuyos padres tienen empleos menos prestigiosos y menores niveles de logros educativos tienden a mostrar un desempeño menos satisfactorio que los alumnos cuyos padres cuentan con niveles altos de educación y trabajan en empleos de mayor prestigio (OCDE, 2002).

### **Características del centro educativo**

Tipo de escuela según zona urbana o rural

A nivel macro una de las dimensiones de influencia en el rendimiento está representada por características geográficas. La categoría zona rural, por sí misma, no parece producir menores resultados al comparar con sus pares urbanos (esto es, luego de controlar estadísticamente por otras variables vinculadas a las características de los estudiantes). Esto no significa que las rurales no tengan carencias; múltiples estudios demuestran que sí las tienen. Lo que el resultado sugiere es que la diferencia principal entre escuelas urbanas y rurales reside en la relativa mayor pobreza de los estudiantes que atienden escuelas rurales. (Cueto S., 2007).

Asimismo, la segregación urbana produce, segregación escolar. Estudios recientes demuestran la existencia de una relación de causalidad inversa: la segregación escolar -siempre en presencia de zonificación en el acceso-, provoca cambios en los precios de las viviendas y, por consiguiente, en la distribución de la población entre las zonas urbanas. (Calero J. y Oriol J., 2007).

Ambiente escolar y educación pública o privada

La literatura concluye que el rendimiento en matemáticas es mayor en un ambiente de clase que es tranquilo y ordenado, y donde los estudiantes están ansiosos por aprender. (Thomson, S., Cresswell, J. and De Bortoli, L., 2004).

Entre los factores que se examinaron en PISA, no existe uno solo que explique por qué algunas escuelas o algunos países obtienen mejores resultados que otros. Más bien, el desempeño exitoso se puede atribuir a una correlación de factores que incluye a los recursos escolares, las políticas y prácticas de la escuela y las prácticas en el salón de clase. El entorno familiar y la situación socioeconómica de la escuela también contribuyen a explicar las diferencias en desempeño estudiantil. En referencia a las pruebas PISA, estas variables explican 62 y 63 por ciento, respectivamente de las diferencias en desempeño en Alfabetización Matemática y Alfabetización Científica. También justifican cerca de una tercera parte de las diferencias entre naciones en el desempeño en lectura y en matemática. (OCDE, 2002).

De acuerdo con Calero y Oriol, un primer grupo de estudios señala la existencia de un efecto positivo, aunque limitado, de los centros privados comparados con los públicos, incluso tras controlar por el entorno socioeconómico de los individuos. Un segundo grupo de estudios afirma que el tipo de centro tiene un efecto nulo sobre los resultados de los alumnos, al controlar por el entorno socioeconómico de los individuos. Un tercer grupo de trabajos describe cómo acudir a un centro privado no tiene un efecto consistentemente positivo sobre el rendimiento. En el estudio de Calero los usuarios de las escuelas de titularidad privada provienen de un entorno socioeconómico favorable, en estas escuelas el clima educativo es mejor y acceden a ellas un número menor de inmigrantes; son estos los factores que explican, en última instancia, los mejores resultados en los centros privados. (Calero J. y Oriol J., 2007).

En la medida en la que las escuelas diferenciadas mediante canalización académica también estén diferenciadas por su situación socioeconómica, se podría explicar el mejor rendimiento de sus estudiantes. Sin embargo, esto debe relacionarse a otros factores, por ejemplo, los padres del alumno que asiste a la escuela más aventajada en términos socioeconómicos, podrían en promedio, estar más dedicados al aprendizaje del alumno en el hogar, aunque su entorno socioeconómico sea comparable con el del alumno que asiste a la escuela menos privilegiada. En algunas naciones, la segregación socioeconómica puede estar firmemente establecida mediante la segregación residencial en las grandes ciudades o a través de una gran división económica entre las zonas rurales y urbanas. (OCDE, 2002).

La OCDE señala que, en Alfabetización Matemática y Científica, el impacto asociado con un incremento de media desviación estándar (al nivel de alumno) en la situación socioeconómica de la escuela es, en promedio, 2 puntos más fuerte para los hombres que para las mujeres. En la escala de Alfabetización Matemática esta diferencia asciende a cerca de 4 puntos y a 3 puntos en Ciencias. Esto sugiere que los hombres se ven particularmente afectados, positiva o negativamente, por la segregación socioeconómica de las escuelas. En cambio, la matrícula de las escuelas en términos de la situación económica, social y cultural muestra un impacto ligeramente más débil en el desempeño de las mujeres. (OCDE, 2002).

El docente

El porcentaje de competencias curriculares desarrolladas por el docente parece ser un buen predictor del rendimiento en Matemática. Es lógico pensar que el dominio de los contenidos por parte del docente es un prerrequisito necesario para el aprendizaje estudiantil, si un docente no domina una competencia, no la puede enseñar. Podría ser, sin embargo, que un docente que la domine enseñe mal, pero si no la domina no hay forma de que pueda enseñar lo que ignora. (Cueto S., 2007).

En un estudio entre alumnos españoles que se encontraban cursando Educación Secundaria Obligatoria en el año 2003, usando como referente principal los datos obtenidos mediante la evaluación internacional PISA 2003 en Matemática, se encontró que la variable de evaluación del profesorado no tiene una influencia significativa en el rendimiento. (Redondo S. y Navarro E., 2007). Mientras que en Australia, las buenas relaciones entre estudiantes y maestros presentaron una asociación positiva en el rendimiento en Alfabetización Matemática. (Thomson, S., Cresswell, J. and De Bortoli, L., 2004). Según otras investigaciones en Japón y Noruega, las relaciones entre estudiantes y maestros tienen un efecto positivo sobre la competencia matemática, mientras que en países como Brasil, los factores relacionados con los estudiantes y el clima escolar están significativa y positivamente más relacionados con la alfabetización matemática que la relación con el docente (Cigdem, 2003).

De acuerdo con el BID, un gran número de investigaciones ofrecen evidencia internacional apoyando la afirmación de que el aprendizaje de calidad ocurre al menos en parte como un resultado de la enseñanza de calidad. Muchas investigaciones han buscado explicar el impacto de diversos factores relacionados con los docentes, incluyendo años de experiencia, formación académica, incentivos monetarios y no monetarios, capacitación en servicio y prácticas de clase. Los hallazgos de la investigación son variados, pero sobre todo, las prácticas pedagógicas y las capacitaciones en servicio de los docentes destacan como factores particularmente importantes (Valverde G. y Näslund E., 2010).

### Tutoría privada

Estudios más puntuales revelan que el recibir apoyo extraclase tiene un efecto positivo en el rendimiento en Matemáticas. Por ejemplo, en Turquía se realizó un estudio en el que, analizando los datos de PISA del 2006, se halló que el efecto de las clases particulares de matemáticas era relativamente fuerte para los cuatro estratos ocupacionales: una hora de tutoría se relacionaba con un valor de entre 12 y 15 puntos más en la prueba. Este estudio muestra que los estudiantes de padres de cualquier nivel ocupacional pueden beneficiarse de clases de refuerzo en matemáticas, y que se benefician en la misma proporción, de forma que por cada hora de tutoría los estudiantes reciben de doce a quince puntos más en el examen de Alfabetización Matemática de PISA. Además, los padres pueden proporcionar a sus hijos un mejor entorno para tener éxito en la escuela mediante la creación de un lugar especial en la casa para estudiar, al ofrecer libros y materiales, y en general crear un ambiente propicio para el estudio y el aprendizaje. (Ünal, H., Özka, M., Milton, S., Price, K., Curva, F., 2010).

### **Análisis descriptivos**

Los estudiantes costarricenses tuvieron desempeños relativamente pobres en los tres componentes de la prueba PISA 2012 y éstos fueron similares a sus desempeños en la aplicación del 2009. Estos comportamientos se muestran en los siguientes cuadros y gráficos. El caso más preocupante es Alfabetización Matemática, donde 88,48% de los estudiantes están en el nivel 2 o menor (recuérdese que son 6 niveles de desempeño), además 21.73% de la muestra no está dentro del rango de la escala, o sea se trata de jóvenes que no alcanzan siquiera el nivel más bajo de desempeño. En las tres escalas el nivel 2 es el que se considera mínimo para la participación en la sociedad del conocimiento, y en Alfabetización Matemática más de un 60% de la muestra está por debajo de esta categoría.

**Cuadro 1**  
**Niveles de desempeño en Alfabetización Matemática:**  
**Muestra de Costa Rica, PISA 2012**

Niveles Matemática	Cantidad	Porcentaje
Debajo del nivel 1	954	21.73
1	1787	40.70
2	1144	26.05
3	401	9.13
4	88	2.00
5	14	0.32
6	3	0.07
Total	4391	100.00

**Cuadro 2**  
**Descripción de los 6 niveles de desempeño en Alfabetización Matemática**  
**PISA 2012**

Nivel	Características de las tareas
6	En este nivel el estudiante puede contextualizar, generalizar y utilizar la información basándose en sus investigaciones o en la modelización de una situación o problema complejo. El estudiante puede relacionar la información proveniente de diferentes fuentes o representaciones. El estudiante debe ser capaz de realizar razonamientos matemáticos avanzados, puede aplicar los conocimientos, la simbología y la matemática formal para entender y explicar nuevas situaciones y generar nuevas estrategias para dar respuestas a las mismas. En este nivel el estudiante puede expresarse en forma precisa, reflexiona sobre sus hallazgos e interpreta y reflexiona apropiadamente.
5	En este nivel los estudiantes pueden desarrollar y trabajar con modelos de situaciones complejas, además identificar las limitaciones de los mismos y especificar los supuestos considerados. Pueden seleccionar, comparar y evaluar adecuadas estrategias para la resolución de problemas y aplicarlas para resolver situaciones complejas relacionadas con los modelos que se plantean. Los estudiantes de este nivel pueden seleccionar estrategias apropiadas y utilizar en forma adecuada las habilidades de pensamiento y razonamiento que poseen. Establecen relaciones entre las representaciones, la simbología y las caracterizaciones formales. Por último son capaces de reflexionar sobre sus decisiones y están en capacidad de formular y comunicar sus interpretaciones y los razonamientos realizados para obtener sus respuestas.
4	En este nivel el estudiante puede trabajar eficazmente con modelos explícitos de situaciones complejas concretas, las mismas pueden implicar ciertas restricciones o suposiciones. El estudiante puede seleccionar e integrar diferentes representaciones, incluyendo representaciones simbólicas, vinculándolas directamente con situaciones del mundo real. Los estudiantes de este nivel pueden utilizar las habilidades desarrolladas previamente y son capaces de razonar en forma competente. El estudiante puede elaborar y comunicar explicaciones bien fundadas y basadas en las interpretaciones de las acciones realizadas para resolver un determinado problema.
3	En este nivel los estudiantes pueden ejecutar procedimientos claramente descritos, incluyendo aquellos que requieren la toma de decisiones secuenciales. Pueden seleccionar y aplicar estrategias sencillas de resolución de problemas. Los estudiantes de este nivel pueden interpretar y utilizar representaciones tomadas de diferentes fuentes de información y razonar directamente sobre ellas. Pueden desarrollar un reporte corto donde comunicando las interpretaciones y los razonamientos realizados y los resultados obtenidos.
2	En este nivel los estudiantes pueden interpretar y reconocer situaciones en contextos que requieren únicamente de la inferencia directa. Pueden extraer la información relevante a partir de una sola fuente y pueden utilizar un único modo de representación. Los estudiantes de este nivel pueden emplear algoritmos básicos, fórmulas y procedimientos convencionales. En este nivel el estudiante realiza razonamientos directos y hace interpretaciones literales de los resultados.
1	Los estudiantes de este nivel pueden responder a las preguntas que involucren contextos familiares, donde toda la información relevante está presente y las preguntas están claramente definidas. Estos estudiantes son capaces de identificar la información para llevar a cabo los procedimientos rutinarios de acuerdo con instrucciones directas, en situaciones explícitas. Pueden realizar acciones obvias y continuar inmediatamente con determinados estímulos.
Por debajo del nivel 1	Los estudiantes en este nivel no tienen éxito en las tareas matemáticas más básicas medidas por PISA. Su patrón de respuestas hace prever que no serían capaces de resolver la mitad de las tareas en una prueba elaborada exclusivamente con preguntas del nivel 1. Estos estudiantes tienen serias dificultades para utilizar la matemática en cualquier contexto.

**Cuadro 3**  
**Niveles de desempeño en Competencia Lectora**  
**Muestra de Costa Rica, PISA 2012**

---

Niveles Lectura	Cantidad	Porcentaje
Debajo del nivel 1b	16	0.36
1b	248	5.65
1a	1044	23.78
2	1890	43.04
3	984	22.41
4	195	4.44
5	14	0.32
6	0	0.00
Total	4391	100.00

---



**Cuadro 4**  
**Descripción de los 6 niveles de desempeño en Competencia Lectora, PISA 2012**

Nivel	Características de las tareas
6	<p>Las tareas de este nivel normalmente requieren que el lector realice múltiples deducciones, comparaciones y contrastes, detallados y precisos. Requieren la demostración de una comprensión plena y detallada de uno o más textos y pueden implicar la integración de información de más de un texto. Es posible que las tareas requieran que el lector aborde ideas que le son poco familiares, en presencia de una información prominente en conflicto, y que genere categorías abstractas para su interpretación. Las tareas de <i>reflexión</i> y <i>evaluación</i> pueden requerir que el lector plantee hipótesis o evalúe críticamente un texto complejo sobre un tema poco conocido, teniendo en cuenta múltiples criterios o perspectivas y aplicando una sofisticada comprensión más allá del texto. Una condición destacada de las tareas de <i>acceso</i> y <i>recuperación</i> de este nivel es la precisión del análisis y la atención minuciosa a detalles poco aparentes en los textos.</p>
5	<p>Las tareas de recuperación de la información en este nivel requieren que el lector localice y organice varias piezas de información poco prominente, y deduzca qué datos del texto son relevantes. Las tareas de reflexión requieren una evaluación o hipótesis crítica, basándose en conocimientos especializados. Tanto las tareas de interpretación como de reflexión requieren una comprensión completa y detallada de un texto cuyo contenido o formato es poco conocido. En todos los aspectos de lectura, las tareas de este nivel normalmente implican tratar con conceptos contrarios a lo esperado.</p>
4	<p>Las tareas de recuperación de la información en este nivel requieren que el lector localice y organice varias piezas de información poco prominente. Algunas tareas de este nivel requieren una interpretación del significado de los matices del lenguaje en una sección del texto teniendo en cuenta todo el texto en su conjunto. Otras tareas de interpretación pueden requerir la comprensión y aplicación de categorías dentro de un contexto poco conocido. Las tareas de reflexión de este nivel requieren que los lectores utilicen conocimientos formales o públicos para establecer hipótesis o evaluar críticamente un texto. Los lectores deben demostrar una comprensión precisa de textos largos o complejos cuyo contenido o formato puede ser poco familiar.</p>
3	<p>Las tareas de este nivel requieren que el lector localice y, en algunos casos, reconozca la relación entre varias piezas de información que deben cumplir múltiples condiciones. Las tareas de interpretación en este nivel requieren que el lector integre varias partes del texto con el fin de identificar una idea principal, comprender la relación o llegar al significado de una palabra o frase. Debe tener en cuenta muchos rasgos para comparar, contrastar y categorizar. A menudo la información necesaria no es muy prominente o hay muchos datos en conflicto; o existen otros obstáculos en el texto, como ideas contrarias a lo esperado o redactadas en negativo. Las tareas de reflexión de este nivel pueden requerir conexiones, comparaciones y explicaciones, o pueden exigir que el lector evalúe una característica del texto. Algunas tareas de reflexión requieren que el lector demuestre una fina comprensión del texto en relación con conocimientos familiares y cotidianos. Otras tareas no exigen una comprensión detallada del texto, pero requieren que el lector recurra a conocimientos menos comunes.</p>
2	<p>Algunas tareas de este nivel requieren que el lector localice una o más piezas de información, que tal vez deban deducirse y es posible que tengan que cumplir varias condiciones. Otras requieren reconocer la idea principal del texto, comprender relaciones o analizar el significado dentro de una parte limitada del texto cuando la información no es prominente y el lector debe realizar deducciones de bajo nivel. Las tareas de este nivel pueden comprender comparaciones o contrastes basados en una única característica del texto. Las típicas tareas de reflexión de este nivel requieren que los lectores realicen comparaciones o varias conexiones entre el texto y conocimientos externos, recurriendo a experiencias y actitudes personales.</p>
1a	<p>Las tareas de este nivel requieren que el lector localice una o más piezas independientes de información</p>

Nivel	Características de las tareas
	explícitamente indicada; que reconozca el tema principal o el propósito del autor en un texto sobre un tema conocido, o realice una sencilla conexión entre información en el texto y conocimientos comunes cotidianos. Normalmente, la información requerida del texto es prominente y hay poca, o ninguna, información en conflicto. Al lector se le dirige explícitamente a considerar factores relevantes en la tarea y en el texto.
1b	Las tareas de este nivel requieren que el lector localice una única pieza de información explícita en una posición prominente en un texto breve, sintácticamente sencillo, con un contexto y tipo de textos conocidos, como una narración o listados sencillos. El texto normalmente ofrece ayuda al lector, como repetición de la información, imágenes o símbolos conocidos. La información en conflicto es mínima. En las tareas que requieren interpretación, es posible que el lector tenga que realizar sencillas conexiones entre piezas de información adyacentes.

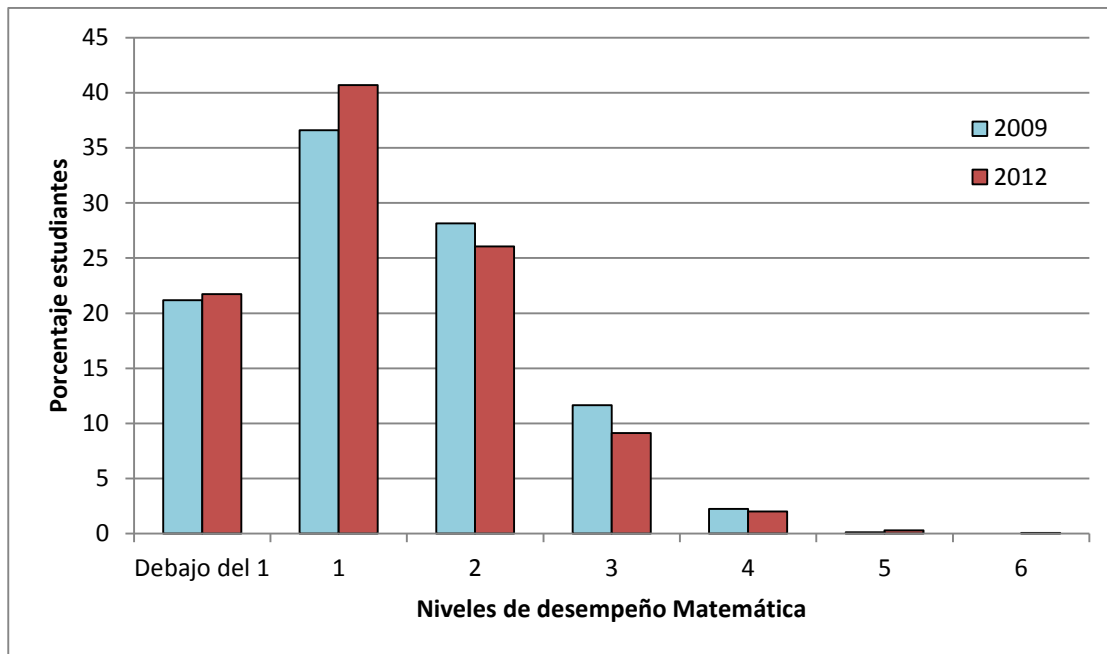
**Cuadro 5**  
**Niveles de desempeño en Alfabetización Científica**  
**Muestra de Costa Rica, PISA 2012**

Niveles Ciencias	Cantidad	Porcentaje
Debajo del nivel 1	266	6.06
1	1349	30.72
2	1943	44.25
3	724	16.49
4	104	2.37
5	5	0.11
6	0	0.00
Total	4391	100.00

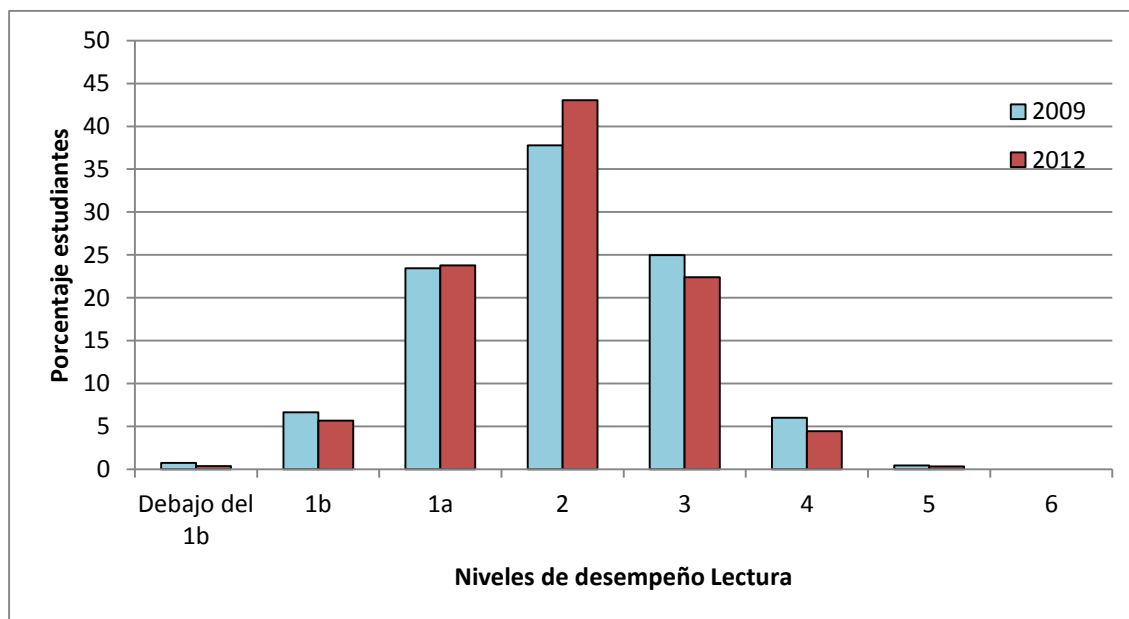
**Cuadro 6**  
**Descripción de los 6 niveles de desempeño Alfabetización Científica**  
**PISA 2012**

<b>Nivel</b>	<b>Características de las tareas</b>
6	En este nivel el alumnado es capaz de identificar, explicar y aplicar el conocimiento científico y el conocimiento acerca de la ciencia en una variedad de situaciones relevantes para sus vidas. Puede relacionar diferentes fuentes de información y usar la evidencia como prueba para justificar sus decisiones. Demuestra clara y consistentemente una comprensión y razonamiento científico avanzados y se muestra dispuesto a usarlos en situaciones científicas y tecnológicas poco habituales. El alumnado toma decisiones utilizando el conocimiento y la razón para recomendar en situaciones relacionadas con su entorno personal, social y global.
5	Pueden identificar los componentes científicos de numerosas situaciones de la vida diaria, aplicar a estas situaciones tanto los conceptos científicos como el conocimiento sobre la ciencia. Pueden comparar, seleccionar y evaluar las pruebas correspondientes a las diferentes situaciones de la vida cotidiana. El alumnado tiene habilidades de investigación suficientemente desarrolladas, relaciona los conocimientos adecuadamente y aporta elementos críticos. Así mismo, explica y razona sobre la base de sus propios análisis críticos.
4	En este nivel los estudiantes pueden trabajar eficazmente en circunstancias que requieren realizar inferencias sobre el papel de la ciencia o la tecnología en determinados fenómenos. Seleccionan e integran las explicaciones provenientes de diferentes disciplinas de la ciencia y la tecnología, relacionándolas directamente con las situaciones de la vida cotidiana. El alumnado se responsabiliza de sus acciones y puede comunicar sus decisiones utilizando el conocimiento y la evidencia científicos.
3	El alumnado identifica fácilmente cuestiones científicas descritas en una amplia gama de situaciones. Selecciona los hechos y el conocimiento para explicar los fenómenos y aplica modelos simples de estrategias de investigación. Interpreta y usa conceptos científicos de diferentes disciplinas y los aplica directamente. Puede hacer comunicaciones breves teniendo en cuenta los hechos y, tomar decisiones basadas en el conocimiento científico.
2	El alumnado posee un conocimiento científico adecuado para buscar posibles explicaciones científicas en contextos habituales o sacar conclusiones de investigaciones sencillas. Es capaz de utilizar razonamientos directos y hacer interpretaciones literales de los resultados de la investigación científica y de la resolución de problemas tecnológicos.
1	En este nivel, el alumnado tiene tan limitado grado de conocimiento científico que sólo le permite aplicarlo en pocas situaciones habituales. Puede presentar explicaciones científicas que son obvias y que se deducen claramente de la evidencia.

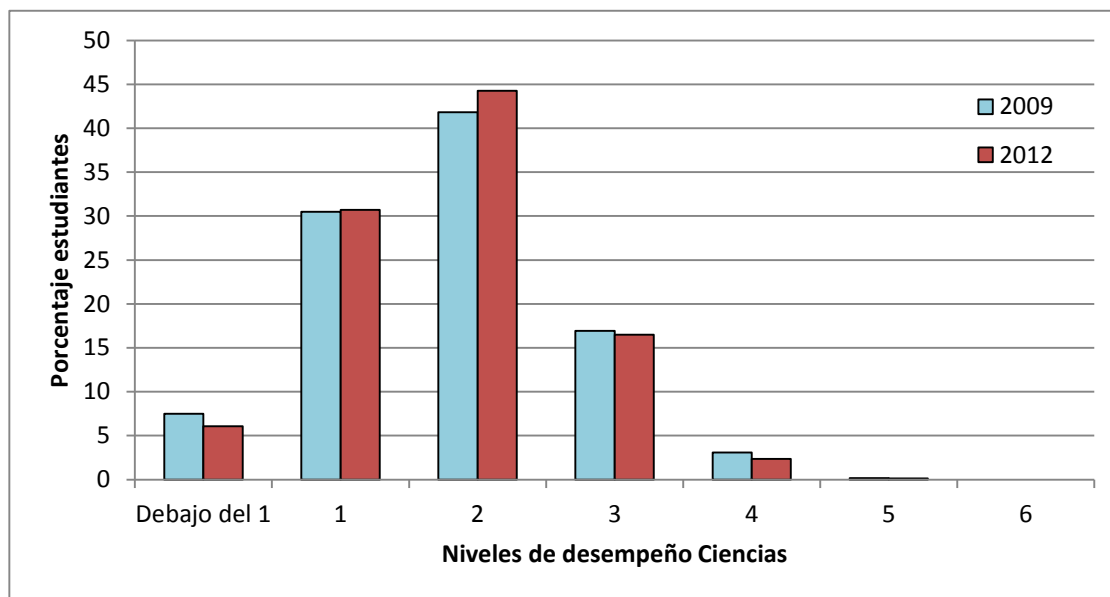
**Gráfico 1**  
**Prueba PISA de Alfabetización Matemática**  
**Comparación entre niveles 2009 y 2012**  
**Muestra de Costa Rica**



**Gráfico 2**  
**Prueba PISA de Competencia Lectora**  
**Comparación entre niveles 2009 y 2012**  
**Muestra de Costa Rica**



**Gráfico 3**  
**Prueba PISA de Alfabetización Científica**  
**Comparación entre niveles 2009 y 2012**  
**Muestra de Costa Rica**



Como una primera exploración en cuanto a relaciones entre variables se generó la matriz de correlaciones entre las 7 sub-escalas de Alfabetización Matemática y el puntaje total en este componente. Los nombres de estas sub-escalas son: Formular, Emplear, Interpretar, Cambio y relaciones, Espacio y forma, Cantidad, e Incertidumbre y datos. Todas las correlaciones fueron superiores a 0.88. Esto quiere decir que la tendencia va en el sentido de que, aquel que se desempeña bien en una de las sub-escalas tiene una alta probabilidad de desempeñarse bien a nivel general. Esto también implica que todas estas escalas brindan prácticamente la misma información a nivel estadístico y por tanto, es suficiente trabajar con la escala total en los análisis de factores asociados.

#### Puntajes según características del colegio y sexo del estudiante

El Cuadro 7 presenta los promedios, desviaciones estándar y diferencias en los tres componentes de PISA según características clasificatorias de los colegios, dependencia, zona y modalidad, y según el sexo de los estudiantes examinados. Debe indicarse, además, que se realizaron pruebas de significancia estadística con el estadístico T de Student y en todos los casos se rechazó la hipótesis nula, es decir se puede afirmar que las tendencias encontradas en la muestra se mantienen a nivel poblacional.

Uno de los puntos que más llama la atención en todas estas comparaciones son los resultados por dependencia. La diferencia entre los puntajes promedio de estudiantes provenientes de colegios privados y públicos es, en cada caso, mayor

a la desviación estándar del conjunto total de datos. A nivel descriptivo estadístico este es un resultado contundente y muy preocupante, pues al ser tan elevadas estas discrepancias brindan evidencia para apoyar la hipótesis de que actualmente en nuestro país existen dos mundos en la educación secundaria: los estudiantes de centros públicos y los estudiantes de centros privados, que al ser tan discrepantes no representan ya una simple clasificación de la población sino, que constituyen en sí mismos poblaciones separadas y claramente diferenciadas. De manera que estas diferencias tan dramáticas en los desempeños promedio de estudiantes provenientes de colegios públicos y privados nos entregan nuevamente una señal sobre lo que puede llamarse la “crisis de la educación secundaria pública”, aunque, por supuesto, y como veremos más adelante en los análisis de regresión, estas diferencias no se deben, per se, a un posible efecto del colegio. En todo caso estos resultados evidencian las desigualdades, cada vez mayores, en oportunidades educativas que se presentan en nuestro país y que no son exclusivas de este nivel educativo, sino que se inician desde etapas más tempranas.

En cuanto al resto de las comparaciones, y de acuerdo con lo esperado, los colegios académicos presentan ligeras ventajas sobre los técnicos en los puntajes promedio de las tres pruebas, y los urbanos aventajan a los rurales. En cuanto a las comparaciones por sexo, excepto en la prueba de Competencia Lectora, los varones exhibieron promedios más altos que las mujeres, siendo mayor la diferencia a su favor en Alfabetización Matemática.

**Cuadro 7**  
**Estadísticas descriptivas de los puntajes de PISA 2012 según dependencia y sexo.**  
**Muestra de Costa Rica (para los tres dominios)**

Característica	Cantidad estudiantes	Cantidad colegios	Matemática		Lectura		Ciencias	
			Promedio	Desviación estándar	Promedio	Desviación estándar	Promedio	Desviación estándar
Total	4391	193 <sup>a/</sup>	405.89	63.11	440.73	66.99	430.27	63.13
<u>Dependencia</u>								
Público	3796	167	395.82	56.72	430.37	61.97	420.22	57.89
Privado	595	26	470.13	64.04	506.81	59.75	494.39	57.30
Diferencia	3201	141	-74.30	-7.33	-76.44	2.22	-74.17	0.60
<u>Sexo</u>								
Femenino	2361	-	394.31	58.71	451.82	62.43	424.08	60.21
Masculino	2030	-	419.36	65.35	427.84	69.76	437.48	65.66
Diferencia	331	-	-25.04	-6.64	23.98	-7.34	-13.40	-5.45
<u>Modalidad</u>								
Académico	3519	158	408.32	63.80	442.86	67.47	432.79	63.72
Técnico	872	35	396.10	59.27	432.14	64.32	420.14	59.69
Diferencia	2647	123	12.22	4.53	10.72	3.15	12.64	4.02
<u>Zona</u>								
Urbano	2840	124	417.36	64.45	452.87	66.98	442.83	62.35
Rural	1551	69	384.89	54.68	418.50	61.06	407.29	57.89
Diferencia	1289	55	32.46	9.76	34.37	5.92	35.54	4.45

a/ La muestra costarricense de PISA incluyó 193 colegios y todos los estudiantes que presentaron la prueba en esas instituciones son considerados en los análisis, sin embargo, cabe aclarar que en los informes oficiales de las pruebas PISA 2012 se excluyeron dos colegios para efectos del cálculo de la tasa de participación, ya que no alcanzaron el 50% requerido, es decir, en esas dos instituciones menos de un 50% de los estudiantes convocados se presentó a realizar el examen.

## **Variables del estudiante y del centro educativo que predicen los puntajes de PISA 2012 en Competencia Lectora, Alfabetización Matemática y Alfabetización Científica**

### **Introducción**

Considerando los bajos rendimientos de los estudiantes costarricenses en los tres dominios o componentes de PISA 2012, surgen interrogantes en torno a qué variables del estudiante y del centro educativo están asociadas a estos desempeños y si será posible emprender la tarea de generar políticas educativas que permitan incidir sobre algunas de esas variables, con el objeto de promover mayores niveles de desempeño en los tres constructos objeto de interés: competencia lectora, alfabetización matemática y alfabetización científica.

Entonces los análisis de regresión con corrección multinivel que se presentan en esta sección cumplen dos propósitos, por un lado conocer el comportamiento de los puntajes de acuerdo con ciertas variables o categorías de población, y, por otro, tomando en cuenta esos hallazgos, brindar pistas o sugerencias en torno a posibles medidas de política educativa que podrían implementarse con el propósito de mejorar los desempeños en ambas pruebas. De esta forma, se muestra un primer conjunto de resultados sobre variables predictoras del rendimiento en las tres pruebas.

Aunque el análisis de regresión múltiple fue usado tradicionalmente para los llamados “estudios de factores asociados”, éste presenta una clara limitación cuando se trata de emplear para explicar o predecir el comportamiento humano, pues la conducta individual está influida por variables de la persona, y también por variables de su contexto. Pero los modelos clásicos de regresión no permiten de forma válida analizar conjuntamente los efectos de variables individuales y variables del contexto. (Montero, Villalobos & Valverde, 2007). Esta imposibilidad técnica tiene serias consecuencias prácticas, pues no se puede realizar una interpretación integrada de los efectos simultáneos de dichas variables y se corre el riesgo de generar conclusiones sesgadas. En este sentido hablamos de la falacia atomística cuando se incluyen solo variables del individuo y de la falacia ecológica cuando se incluyen solo variables del contexto. (Gaviria, 2005).

Por el contrario, cuando se usa un modelo de regresión utilizando la corrección por la estructura multinivel de los datos, se pueden analizar simultáneamente las relaciones de las variables en los diferentes niveles de agregación. Esta característica hace que estos modelos resulten poderosos para la explicación de muchos fenómenos del comportamiento, en particular, cuando interesa identificar factores asociados al rendimiento estudiantil.

Estos modelos son relativamente nuevos. Los primeros trabajos nos refieren a Goldstein (1987) y a sus estudios de efectividad escolar. Se recomienda al lector interesado recurrir a los siguientes textos para profundizar más en el estudio de los modelos multinivel: Raudenbush & Bryk (2002); Kreft & De Leeuw (1998) y Snijders & Bosker (1999), Gaviria (2005) y Hox (2010).

Debe indicarse que la interpretación sustantiva de los coeficientes de regresión y pruebas de significancia es la misma para los modelos clásicos de regresión de un solo nivel y para los modelos de regresión con corrección multinivel, y en ambos se estiman solo los llamados “efectos fijos” de las variables predictoras. Lo que cambia en la corrección multinivel son las estimaciones numéricas de los errores estándar asociados a los coeficientes de la regresión, así como la probabilidad asociada de las pruebas de inferencia estadística. Normalmente, la estructura multinivel provoca que las estimaciones tengan menor precisión comparada con las se tendría si se estuviera trabajando con una muestra simple al azar. Por tanto, en el caso multinivel, las probabilidades asociadas a los coeficientes en las pruebas de inferencia estadística son más altas, teniéndose menos posibilidad de rechazar la hipótesis nula. En otras palabras, si se ignora la estructura multinivel



se concluirá erróneamente que algunos resultados son estadísticamente significativos cuando en realidad no lo son.

Aunque en un análisis de regresión multinivel los datos pueden interpretarse solamente en términos correlacionales y no causales, es importante mencionar que si el referente teórico está dado en términos de un modelo causal, este tipo de análisis ayuda a establecer si hay evidencias empíricas para apoyar la hipótesis de causalidad en una de sus condiciones necesarias, la existencia de asociación.

### **Metodología**

En este estudio se definieron los puntajes en las pruebas de Competencia Lectora, Alfabetización Matemática y Alfabetización Científica como las variables dependientes, y como variables predictoras o explicativas, factores individuales del estudiante en el primer nivel y características del centro educativo y del director en el segundo nivel.

La investigación puede clasificarse como observacional transversal por su diseño y como exploratoria-correlacional por su propósito sustantivo.

Se tomaron las bases de datos globales públicas de las pruebas PISA 2012 disponibles para descargar en el sitio web de esta organización. De éstas se seleccionaron los registros correspondientes a Costa Rica. Luego se concatenaron las bases de datos de los cuestionarios de estudiantes y directores con la base de resultados de las pruebas.

De los cuestionarios se seleccionaron aquellas variables que, de acuerdo al criterio del equipo investigador, eran relevantes y aplicables para el contexto costarricense, tomando en cuenta aspectos de teoría y de la revisión de literatura que se presentó antes, así como también las condiciones específicas de nuestro sistema educativo.

Seguidamente se procedió a realizar las transformaciones y recodificaciones necesarias de los datos para que pudieran introducirse válidamente en el modelo multinivel. Como paso previo al ajuste del modelo se eliminaron del análisis aquellas variables con un porcentaje relativamente alto de valores faltantes o aquellas que presentaron muy escasa variabilidad.

Los análisis de datos se realizaron con los paquetes SPSS y STATA. En este último se utilizó un algoritmo especializado para realizar regresión corregida por estructura multinivel con los datos de PISA y que trabaja con los llamados “valores plausibles” de los puntajes PISA. Además, dado que hubo tres versiones diferentes del cuestionario para estudiantes en el caso de Alfabetización Matemática, se hizo necesario estimar los valores faltantes con un proceso de imputación múltiple en el paquete STATA, con el objetivo de poder trabajar los análisis de esta prueba con los datos completos. Una vez ajustados los modelos

se realizaron diagnósticos de colinealidad y no se encontraron evidencias de problemas de multicolinealidad en los datos.

En el cuadro 8 se presentan y definen los indicadores utilizados en el análisis. Conocer estas definiciones operativas permite al lector informado interpretar de manera directa los resultados de los modelos a partir de lo que muestran los cuadros 9, 11 y 13 que se presentan seguidamente. Al final de la definición de cada variable se indica si ésta es dummy (dicotómica 0-1), el resto de las variables se tratan como métricas en el modelo.

#### **Cuadro 8**

#### **Definiciones operativas de los indicadores utilizados en los modelos de regresión para predecir los puntajes en PISA 2012 de Matemática, Lectura y Ciencias**

##### **Nivel: Estudiante**

- **Grado:** Grado que cursa el (la) estudiante, su rango va de 7 a 11.
- **Ciclo:** Ciclo que cursa el (la) estudiante, 1=Educación diversificada o técnica media, 0= III Ciclo.
- **Sexo:** Sexo del (la) estudiante, 1=Mujer, 0=Hombre.
- **Asistió a preescolar:** El (la) estudiante asistió a preescolar, 1=Sí, 0=No.
- **Edad en primer grado:** Edad del (la) estudiante en primer grado, su rango va de 5 a 11 años.
- **Frecuencia de repetición:** Índice de frecuencia de repetición, su rango va de 1 a 3.
- **Frecuencia de llegadas tardías:** Índice de frecuencia de llegadas tardías, su rango va de 1 a 4.
- **Frecuencia de ausencias:** Índice de frecuencia de ausencias en días completos, su rango va de 1 a 4.
- **Frecuencia de ausencias en algunas clases:** Índice de frecuencia de ausencias en algunas clases, su rango va de 1 a 4.
- **Padre y madre viven con estudiante:** 1= Si padre y madre viven con estudiante 0=Otro caso.
- **Nivel educativo de la madre:** Nivel educativo de la madre, 0= No completó primaria, 1= Primaria, 2= III Ciclo, 3= Educación diversificada, 4= Estudios generales y técnicos, 5=Diplomado, 6= Bachillerato o más.
- **Nivel educativo del padre:** Nivel educativo del padre, 0= No completó primaria, 1= Primaria, 2= III Ciclo, 3= Educación diversificada, 4= Estudios generales y técnicos, 5=Diplomado, 6= Bachillerato o más.
- **Padres extranjeros:** 1= Al menos uno de los padres es extranjero, 0= Otro caso
- **Tenencia de bienes:** Puntaje del (la) estudiante en una escala de tenencia de bienes, su rango va de 0 a 1, y se compone de 16 ítems. El valor de la medida de confiabilidad, Alfa de Cronbach, es de 0.767. Algunos de los bienes de la escala son:
  - Escritorio para estudiar
  - Una computadora que puedes usar para hacer los trabajos del colegio

- Televisión por cable
- **Tenencia de elementos:** Índice de tenencia de elementos en casa, su rango va de 0 a 3. Algunos de los elementos son:
  - Teléfono celular
  - Televisor
  - Computadora
- **Cantidad de libros en la casa:** Cantidad de libros en la casa, 1= 0 a 10 libros, 2= 11 a 25 libros, 3= 26 a 100 libros, 4= 101 a 200 libros, 5= 201 a 500 libros, 6= Más de 500 libros.
- **Relación percibida con la Matemática:** Puntaje del (la) estudiante en la escala de relación percibida con la Matemática, su rango va de 1 a 4. Corresponde a una medida compuesta con un Alfa de Cronbach de 0.747, formada por 6 escalas, dichas escalas son:
  - Motivación e interés en Matemáticas
  - Normas subjetivas
  - Ética del trabajo en Matemáticas
  - Comportamiento en Matemáticas
  - Perseverancia en resolución de problemas
  - Sinceridad sobre resolución de problemas
- **Autoeficacia en matemática:** Puntaje del (la) estudiante en la escala de autoeficacia en Matemáticas, su rango va de 1 a 4 y se compone de 8 ítems. El valor de la medida de confiabilidad, Alfa de Cronbach, es de 0.791. La autoeficacia se define como el grado de confianza que tiene el estudiante en su propia capacidad para resolver tareas matemáticas. Algunos de los ítems de la escala, en la cual se pregunta sobre qué tan seguro se siente el estudiante, son:
  - Calcular cuánto más barato vale un televisor con un 30% de descuento
  - Entender los gráficos que aparecen en el periódico
  - Resolver una ecuación como esta:  $3x+5=17$
- **Control percibido en Matemáticas:** Puntaje del (la) estudiante en la escala de control percibido, su rango va de 1 a 4, y se compone de 3 ítems. El valor de la medida de confiabilidad, Alfa de Cronbach, es de 0.709. Los ítems de la escala son:
  - Me puede ir bien en Matemática si hago el esfuerzo suficiente
  - Depende completamente de mí que me vaya bien o no en Matemática
  - Si yo quisiera, podría irme bien en Matemática
- **Razones de fallo:** Índice de razones de fallo en una situación particular (bajas calificaciones en quices de Matemática), su rango va de 1 a 4. Algunos de los ítems son:
  - No soy muy bueno(a) para resolver problemas de matemática
  - A veces los temas de la lección son demasiado difíciles
  - Es que a veces tengo mala suerte
- **Estrategias de aprendizaje:** Puntaje del (la) estudiante en la escala de estrategias de aprendizaje en Matemáticas, su rango va de 0 a 1 y se compone de 4 ítems. El valor de la medida de confiabilidad, Alfa de Cronbach, es de 0.993. Algunos de los ítems de la escala son:

- Cuando estudio para un examen de Matemática, trato de entender conceptos nuevos relacionándolos con cosas que ya sé
- Cuando estudio Matemática, pienso en formas nuevas para obtener la respuesta
- Cuando estudio Matemática, trato de relacionar el procedimiento a cosas que he aprendido en otras asignaturas
- **Número de horas que dedica a tareas:** Número de horas semanales fuera del horario del colegio que el (la) estudiante dedica a realizar tareas. Su rango va de 0 a 30.
- **Número de horas de trabajo con un profesor particular:** Número de horas semanales fuera del colegio que el (la) estudiante dedica a trabajar con un tutor. Su rango va de 0 a 15.
- **Número de horas de estudio con familiar:** Número de horas semanales fuera del colegio que el (la) estudiante dedica a estudiar con un padre o un familiar. Su rango va de 0 a 30.
- **Experiencia con problemas matemáticos aplicados:** Puntaje del (la) estudiante en una escala de experiencia con problemas matemáticos aplicados, su rango va de 1 a 4, y se compone de 6 ítems. El valor de la medida de confiabilidad, Alfa de Cronbach, es de 0.754. Algunos de problemas son:
  - Calcular cuánto tiempo toma trasladarse de un lugar a otro, usando como referencia el horario de autobuses
  - Calcular cuántos metros cuadrados de mosaico se necesitan para cubrir un piso
  - Calcular el consumo de energía por semana de un aparato eléctrico
- **Experiencia con problemas matemáticos puros:** Puntaje del (la) estudiante en una escala de experiencia con problemas matemáticos puros, su rango va de 1 a 4, y se compone de 3 ítems. El valor de la medida de confiabilidad, Alfa de Cronbach, es de 0.919. Dichos problemas son:
  - Resolver una ecuación como  $6x + 5 = 29$
  - Resolver una ecuación como  $2(x + 3) = (x + 3)(x - 3)$
  - Resolver una ecuación como  $3x + 5 = 17$
- **Familiaridad con conceptos matemáticos:** Puntaje del (la) estudiante en una escala de familiaridad con conceptos matemáticos, su rango va de 1 a 5, y se compone de 16 ítems. El valor de la medida de confiabilidad, Alfa de Cronbach, es de 0.875. Algunos de los conceptos son:
  - Función exponencial
  - Número racional
  - Probabilidad
- **Número de lecciones Español:** Número de lecciones de Español a la semana, su rango va de 2 a 9.
- **Número de lecciones Matemática:** Número de lecciones de Matemática a la semana, su rango va de 2 a 9.
- **Número de lecciones Ciencias:** Número de lecciones de Ciencias a la semana, su rango va de 2 a 9.

- **Experiencia con tareas matemáticas en el colegio:** Puntaje del (la) estudiante en la escala de experiencia con tareas matemáticas en el colegio, su rango va de 1 a 4 y se compone de 8 ítems. El valor de la medida de confiabilidad, Alfa de Cronbach, es de 0.807. Algunos de las tareas a las que se refieren los ítems de la escala son:
  - Problema algebraicos con palabras
  - Razonamiento de matemática pura
  - Razonamiento matemática aplicada
- **Percepción del desempeño del docente:** Puntaje del (la) estudiante en la escala de percepción sobre el desempeño del docente, su rango va de 1 a 4 y corresponde a una medida compuesta, con un valor de Alfa de Cronbach de 0.750, formada por 4 escalas. Las escalas son:
  - Desempeño del profesor de Matemáticas
  - Apoyo del profesor de Matemáticas
  - Manejo de la clase Matemáticas
  - Percepción de la relación estudiante - profesor
- **Clima de clase negativo en Matemáticas:** Puntaje del (la) estudiante en la escala de clima de clase en Matemáticas, su rango va de 1 a 4 y se compone de 5 ítems. El valor de la medida de confiabilidad, Alfa de Cronbach, es de 0.801. Algunos de los ítems de la escala son:
  - Los (las) estudiantes no escuchan lo que el (la) profesor(a) dice
  - Hay ruido y desorden
  - Los (las) estudiantes empiezan a trabajar mucho tiempo después de que empieza la lección
- **Sentido de pertenencia al colegio:** Puntaje del (la) estudiante en la escala de sentido de pertenencia al colegio, su rango va de 1 a 4 y se compone de 9 ítems. El valor de la medida de confiabilidad, Alfa de Cronbach, es de 0.845. Algunos de los ítems de la escala son:
  - En el colegio hago amigos(as) fácilmente
  - Creo que les caigo bien a otros(as) estudiantes
  - Me siento satisfecho(a) con mi colegio
- **Actitud hacia lo aprendido en el colegio:** Puntaje del (la) estudiante en la escala actitud hacia lo aprendido en el colegio, su rango va de 1 a 4 y se compone de 4 ítems. El valor de la medida de confiabilidad, Alfa de Cronbach, es de 0.59. Algunos de los ítems de la escala son:
  - El colegio ha hecho poco para prepararme para la vida adulta (inversa)
  - El colegio ha contribuido a darme confianza para tomar decisiones
  - El colegio me enseñó cosas que pueden ser útiles en un trabajo
- **Actitud hacia el colegio:** Puntaje del (la) estudiante en la escala de actitud hacia el colegio, su rango va de 1 a 4 y se compone de 4 ítems. El valor de la medida de confiabilidad, Alfa de Cronbach, es de 0.813. Algunos de los ítems de la escala son:
  - Esforzarme en el colegio me ayudará a conseguir un buen trabajo
  - Esforzarme en el colegio me ayudará a entrar a una buena universidad
  - Es importante esforzarme en el colegio

## Nivel: Institución

- **Dependencia:** Dependencia del colegio, 1= Si es público, 0= Si es privado.
- **Comunidad donde está la institución:** Tipo de comunidad donde está la institución, 1= Área rural (menos de 3.000 personas), 2= Población pequeña (3.000 a 15.000 personas), 3= Ciudad pequeña (15.000 a 100.000 personas), 4= Ciudad mediana (100.000 a 1.000.000 personas), 5= Ciudad grande (con más de 1.000.000 personas)
- **Instituciones compitiendo por estudiantes:** Hay otras instituciones compitiendo por los estudiantes, 1= Sí hay al menos una, 0= No hay otra institución compitiendo.
- **Tamaño promedio de los grupos de noveno año para las clases de Español:** Tamaño promedio de los grupos de noveno año para las clases de Español, 1= 15 estudiantes o menos, 2= 16 a 20 estudiantes, 3= 21 a 25 estudiantes, y así sucesivamente hasta llegar a 9= Más de 50 estudiantes.
- **Total estudiantes:** Total estudiantes en la institución al 27 de abril del 2012, su rango va de 26 a 4813.
- **Docentes de Matemática en total:** Total de docentes de Matemática, tanto medio tiempo como tiempo completo.
- **Docentes de Matemática con bachillerato o licenciatura:** Total de docentes de Matemática con bachillerato o licenciatura, tanto medio tiempo como tiempo completo.
- **Docentes de Matemática con bachillerato o licenciatura en Matemática:** Total de docentes de Matemática con bachillerato o licenciatura en Matemática, tanto medio tiempo como tiempo completo.
- **Docentes de Matemática con bachillerato o licenciatura en Pedagogía:** Total de docentes de Matemática con bachillerato o licenciatura en Pedagogía, tanto medio tiempo como tiempo completo.
- **Docentes de Matemática con diplomado:** Total de docentes de Matemática con diplomado pero sin bachillerato, tanto medio tiempo como tiempo completo.
- **Razón de computadoras por estudiante:** Razón de computadoras por estudiante, su rango va de 0 a 10.42.
- **Porcentaje de computadoras conectadas a internet:** Porcentaje de computadoras conectadas a internet.
- **Porcentaje de trabajo durante las clases que se espera que realicen utilizando internet:** Porcentaje de trabajo durante las clases (considerando todas las asignaturas juntas) que se espera que realicen utilizando internet.
- **Porcentaje de tareas que se espera que realicen utilizando internet:** Porcentaje de tareas (considerando todas las asignaturas juntas) que se espera que realicen utilizando internet.
- **Porcentaje de trabajos extra clase que se espera que realicen utilizando internet:** Porcentaje de trabajos extra clase (considerando todas las asignaturas juntas) que se espera que realicen utilizando internet.
- **Limitación en la capacidad de enseñanza por falta de profesores:** Puntaje en la escala de limitaciones en la capacidad de enseñanza por falta de profesores, su rango va de 1 a 4 y se compone de 4 ítems. Valores altos

representan mayor limitación. El valor de la medida de confiabilidad, Alfa de Cronbach, es de 0.794. Algunos de los ítems de la escala son:

- Falta de docentes calificados en Matemática
- Falta de docentes calificados en Español
- Falta de docentes calificados en otras materias
- **Limitación en la capacidad de enseñanza por distintas razones:** Puntaje en la escala de limitaciones en la capacidad de enseñanza por diversas razones, su rango va de 1 a 4 y se compone de 9 ítems. Valores altos representan mayor limitación. El valor de la medida de confiabilidad, Alfa de Cronbach, es de 0.884. Algunos de los ítems de la escala son:
  - Material de enseñanza escaso o inadecuado
  - Materiales de biblioteca escasos o inadecuados
  - Espacios para la enseñanza escasos o inadecuados
- **Actividades extracurriculares disponibles para estudiantes de 9°:** Índice de actividades extracurriculares disponibles en la institución para estudiantes de 9° año, su rango va de 0 a 1.
- **Clima escolar negativo:** Escala de clima escolar negativo, su rango va de 1 a 4, y se compone de 17 ítems. Valores altos representan un clima más desfavorable. El valor de la medida de confiabilidad, Alfa de Cronbach, es de 0.909. Algunos de los ítems de la escala son:
  - Ausentismo escolar injustificado
  - Falta de respeto de los estudiantes hacia sus docentes
  - Bajas expectativas de los docentes con respecto a los estudiantes
- **Expectativas de los padres acerca de la institución:** Expectativas de los padres acerca de la institución, 1= Prácticamente no hay presión, 2= La presión proviene de una minoría de padres, 3= La institución es sometida a una presión constante por parte de muchos padres.
- **Moral de los docentes:** Escala sobre la moral de los docentes, su rango va de 1 a 4, y se compone de 4 ítems. Valores altos representan una mejor moral. El valor de la medida de confiabilidad, Alfa de Cronbach, es de 0.830. Algunos de los ítems de la escala son:
  - La moral de los docentes en este colegio es alta
  - Los docentes están orgullosos de su trabajo en este colegio
  - Los docentes valoran el logro académico estudiantil
- **Interés en probar nuevos métodos de enseñanza:** Interés entre los docentes de Matemática en probar nuevos métodos y prácticas de enseñanza.
- **Factores para admitir un estudiante en el colegio:** Índice de factores que se toman en cuenta para admitir a un estudiante en el colegio, su rango va de 0 a 2. Algunos ítems son:
  - Expediente completo del alumno (incluyendo exámenes de ubicación)
  - Recomendación del colegio del que proviene el estudiante
  - Lugar donde habita el estudiante
- **Liderazgo del director:** Escala de gestión del director en la institución, su rango va de 1 a 6, y se compone de 21 ítems. El valor de la medida de confiabilidad, Alfa de Cronbach, es de 0.950. Algunos de los ítems de la escala son:

- Me cercioro que los docentes trabajen de acuerdo con las metas educativas del colegio
- Estoy atento a las conductas que pueden trastornar el trabajo en las aulas
- Analizo los resultados del rendimiento académico con el personal docente para identificar las fortalezas y debilidades de la propuesta curricular
- **Asistencia a programa de desarrollo profesional en Matemática:** Porcentaje del personal de Matemática que asistió a un programa de desarrollo profesional en Matemática.
- **Modalidad:** Modalidad del colegio, 0=Técnico, 1=Académico.
- **Zona:** Zona donde está ubicado el colegio, 0=Rural, 1=Urbano.
- **IDS2013:** Índice de Desarrollo Social Distrital del año 2013, su rango va de 0 a 100.

## Resultados

El Cuadro 9 da cuenta de los principales hallazgos en la exploración de factores del estudiante y del centro educativo y director que predicen el rendimiento en la prueba PISA de Alfabetización Matemática.

Debe indicarse que el valor B en el cuadro es el coeficiente de regresión no estandarizado, que está dado en las mismas unidades de medida que la variable dependiente. El coeficiente beta, por el contrario, está libre del efecto de las unidades de medida, de hecho es el coeficiente de correlación parcial entre la respectiva variable independiente y la variable dependiente. Por esta razón, los valores beta pueden compararse directamente entre sí para establecer la importancia relativa de cada variable independiente en la predicción. Además, cada uno de los coeficientes indica el grado de asociación entre la variable dependiente y la respectiva variable independiente, controlando o “manteniendo constantes” las otras variables independientes en el modelo.

Utilizamos como “regla de dedo” el criterio de juzgar importante, a nivel práctico, un valor de beta igual o mayor a 0.10 en valor absoluto. Debe notarse también que la importancia práctica no es lo mismo que significancia estadística. La importancia práctica está asociada al grado en que un resultado se juzga como relevante desde el punto de vista del investigador, considerando el problema y su contexto. La significancia estadística se refiere al grado en que los resultados de la muestra se pueden generalizar hacia toda la población.

Para la interpretación de estos resultados es importante recordar que los coeficientes B (no estandarizados) se interpretan de dos maneras diferentes dependiendo del nivel de medición de la correspondiente variable predictor o variable independiente. Cuando la variable independiente es métrica, es decir, se mide en unidades que permiten afirmar cuanto mayor es un elemento con respecto a otro, el coeficiente B se interpreta como una pendiente, es decir, nos indica en cuantas unidades aumenta o disminuye Y, la variable dependiente, cuando X, la variable independiente aumenta en una unidad, manteniendo constantes o controlando el efecto de la otras variables independientes en el modelo. El signo positivo o negativo nos indica si la relación es directa o inversa, respectivamente.



Por el contrario, cuando la variable independiente es dummy (dicotómica 0-1) el coeficiente B se interpreta como una diferencia de promedios en la variable Y. B representa entonces la diferencia entre el promedio que toma la variable dependiente en la categoría de interés, aquella que toma el valor de 1 en la variable dummy, y el promedio que toma Y en los sujetos que pertenecen al grupo o categoría de referencia y a los que se asigna el valor de 0 en la variable dummy, teniendo en cuenta, igualmente, que se trata de una diferencia de promedios ajustada, manteniendo constante el efecto de las otras variables independientes en el modelo.

**Cuadro 9**  
**Resultados del modelo de regresión con puntaje PISA 2012 en Alfabetización**  
**Matemática como variable dependiente (R<sup>2</sup>= 50.6 %)**

Variable	Coefficiente (B)	Error estándar	Valor t	Valor p	Coefficiente beta (β)	
Grado	19.40	2.37	8.20	0.00	0.25	**
Ciclo	-1.36	3.47	-0.39	0.70	-0.01	
Sexo	-25.72	2.04	-12.58	0.00	-0.19	**
Asistió a preescolar	6.05	2.79	2.17	0.05	0.03	*
Edad en primer grado	-0.77	1.64	-0.47	0.64	-0.01	
Frecuencia de repetición	-11.32	2.73	-4.14	0.00	-0.09	*
Frecuencia llegadas tardías	1.30	1.17	1.11	0.27	0.02	
Frecuencia ausencias días completos	-3.52	1.72	-2.05	0.05	-0.04	
Frecuencia ausencias a algunas clases	3.81	1.23	3.09	0.00	0.04	*
Vive con padre y madre	0.86	1.99	0.43	0.67	0.01	
Nivel educativo de la madre	0.47	0.47	1.00	0.32	0.01	
Nivel educativo del padre	1.35	0.55	2.48	0.02	0.04	*
Padres extranjeros	-0.87	2.98	-0.29	0.77	0.00	
Tenencia de bienes	-17.71	6.44	-2.75	0.01	-0.06	*
Tenencia de elementos	12.26	3.23	3.79	0.00	0.10	**
Cantidad de libros en la casa	6.12	1.15	5.34	0.00	0.10	**
Relación percibida con la Matemática	2.06	2.82	0.73	0.47	0.01	
Autoeficacia en Matemáticas	10.76	2.20	4.89	0.00	0.09	*
Control percibido positivo	-1.40	1.72	-0.81	0.42	-0.01	
Razones de fallo	-1.82	2.16	-0.84	0.41	-0.02	
Estrategias de aprendizaje	-1.03	0.31	-3.32	0.00	-0.05	*
Número horas para realizar tareas	1.84	0.33	5.58	0.00	0.10	*
Número horas con tutor personal	-4.55	0.65	-6.99	0.00	-0.11	**
Número horas de estudio con familiar	-1.04	0.45	-2.29	0.02	-0.03	*
Experiencia con problemas matemáticos aplicados	-5.86	1.42	-4.12	0.00	-0.06	*
Experiencia con problemas matemáticos puros	1.46	1.25	1.16	0.26	0.02	
Familiaridad con conceptos matemáticos	7.21	1.45	4.98	0.00	0.09	*
Número lecciones matemáticas	1.41	0.87	1.62	0.11	0.03	
Experiencia con tareas matemáticas	-2.58	1.88	-1.37	0.17	-0.02	
Percepción del desempeño del docente	-13.14	2.97	-4.42	0.00	-0.08	*
Clima de clase negativo en Matemáticas	0.35	1.47	0.24	0.81	0.00	
Sentido de pertenencia al colegio	-1.38	2.50	-0.55	0.58	-0.01	
Actitud hacia lo aprendido en el colegio	7.46	2.72	2.74	0.01	0.06	*
Actitud hacia el colegio	-2.53	2.83	-0.89	0.38	-0.02	
Dependencia	-14.39	9.34	-1.54	0.13	-0.07	
Comunidad donde está la institución	1.13	2.29	0.50	0.62	0.02	
Total de estudiantes	0.01	0.00	1.95	0.05	0.08	
Docentes de Matemática en total	-2.87	1.10	-2.62	0.01	-0.11	**

Docentes de Matemática con bachillerato o licenciatura	-0.35	1.46	-0.24	0.81	-0.01	
Docentes de Matemática con bachillerato o licenciatura en Matemática	0.46	0.93	0.49	0.62	0.02	
Docentes de Matemática con bachillerato o licenciatura en Pedagogía	2.12	0.69	3.06	0.00	0.09	*
Docentes de Matemática con diplomado pero sin bachillerato	0.75	1.76	0.43	0.67	0.01	
Razón de computadoras por estudiante	0.73	2.90	0.25	0.80	0.01	
Porcentaje de computadoras conectadas a internet	11.65	5.89	1.98	0.05	0.06	
Limitación en la capacidad de enseñanza por distintas razones	-6.05	3.60	-1.68	0.10	-0.07	
Clima escolar negativo	-4.85	5.56	-0.87	0.39	-0.04	
Moral de los profesores	7.57	5.01	1.51	0.13	0.05	
Interés en probar nuevos métodos	0.82	3.11	0.26	0.79	0.01	
Liderazgo del director	-4.82	2.16	-2.23	0.03	-0.07	*
Porcentaje del personal que asistió a un programa de desarrollo profesional en Matemática	0.04	0.06	0.71	0.48	0.02	
Modalidad	3.32	4.77	0.70	0.49	0.02	
Zona	0.90	5.60	0.16	0.87	0.01	
IDS2013	0.34	0.23	1.46	0.15	0.07	
Constante	210.70	38.59	5.46	0.00		

a/ ( $R^2=50.6\%$ ,  $n=3203$ )

\*\* : dos asteriscos indican que la variable independiente presenta las dos características: significancia estadística e importancia práctica: significancia estadística al mostrar un valor de p, probabilidad asociada a la prueba de inferencia estadística, menor a 0,05, indicando que el coeficiente de la respectiva variable independiente es estadísticamente significativo y por tanto se puede generalizar a toda la población; importancia práctica al poseer un valor de beta (coeficiente) estandarizado igual o mayor a 0,10, valor a partir del cual se considera relevante para la predicción a nivel descriptivo.

\*: un asterisco indica que la variable independiente presenta una y solo una de las dos condiciones: un valor de p, probabilidad asociada a la prueba de inferencia estadística, menor a 0,05, indicando que el coeficiente de la respectiva variable independiente es estadísticamente significativo, es decir, se puede generalizar a toda la población, o alternativamente, un valor de beta (coeficiente estandarizado) igual o mayor a 0,10, valor a partir del cual se considera relevante para la predicción a nivel descriptivo.

Para ilustrar estas interpretaciones con ejemplos de nuestro análisis, tomemos en el modelo para predecir Alfabetización Matemática (Cuadro 9) la línea de resultados correspondiente a la variable independiente Número horas para realizar tareas. Como se trata de una escala cuantitativa de números enteros mayores o iguales a cero, el valor de B de 1.84 indica que al aumentar en una hora el número declarado de horas semanales dedicado a realizar tareas, el puntaje en Alfabetización Matemática aumenta en 1.84 puntos, en promedio, y manteniendo constante o aislando el efecto de las otras variables independientes en el modelo.

Por el contrario, si en este mismo Cuadro 9 tomamos la línea de resultados que se refiere a la variable dummy Sexo, a partir de su definición se indica que el grupo de referencia son los hombres. Entonces el valor estimado de B de -25.72 se interpreta como la diferencia en los promedios de Alfabetización Matemática

cuando se comparan estudiantes mujeres y hombres, controlando o aislando el efecto de las otras variables predictoras en el modelo. El valor negativo significa que el promedio del grupo de referencia (estudiantes varones en este caso) es mayor que el promedio del grupo de interés (estudiantes de sexo femenino). Si la diferencia fuera positiva entonces, de manera análoga, el promedio del grupo de interés sería mayor al del grupo de referencia.

El valor de la variancia explicada, casi 51%, para este modelo de regresión, donde se intenta predecir el puntaje en Alfabetización Matemática es considerable, aun cuando el número de variables predictoras ciertamente puede ser juzgado como excesivo.

De acuerdo con estos resultados, el perfil de los estudiantes con mayores y menores rendimientos en la Prueba de Alfabetización Matemática se presenta en el Cuadro 10. Debe indicarse que este perfil incluye las variables que resultaron con elevada importancia práctica o que fueron estadísticamente significativas en el modelo multinivel, y que además son consistentes con la teoría en su direccionalidad (es decir, la relación que presentan con el puntaje de la prueba va en la dirección que se esperaría a nivel conceptual).

Precisamente hay algunas variables que no se incluyen en el perfil por presentar asociaciones inesperadas (en la dirección contraria a lo esperado). Este es el caso de la variable “Número de horas con tutor personal”, que presenta un coeficiente que en apariencia va en contra de lo establecido por la intuición y la teoría, es decir, manteniendo constantes todas las otras variables en el modelo, entre mayor número de horas con tutor personal, menor su puntaje en PISA. Solo podemos conjeturar sobre las posibles razones para este comportamiento espurio, una de ellas es que precisamente son los estudiantes de menor capacidad intelectual los que tienden a requerir estos apoyos, también llama a la reflexión en torno a la naturaleza y eficacia de estas lecciones adicionales. Algo similar sucede con algunas otras variables. Para efectos de este informe consideramos que ese trata de resultados espurios y que no reflejan una relación de causalidad.

Por otra parte, en este mismo Cuadro 10 se han sombreado aquellas variables que consideramos pueden ser objeto de intervenciones pedagógicas o de políticas educativas, con el objeto de lograr mejores rendimientos en la prueba PISA de Alfabetización Matemática y que deben discutirse a mayor profundidad con los correspondientes especialistas. Es interesante que el número de libros en el hogar sea una de las variables predictoras importantes para la Alfabetización Matemática, puesto que se puede considerar un indicador “proxy”, es decir, una medición o señal indirecta, de dimensiones de lectura, las cuales fueron, conjuntamente, el factor predictivo más importante para el puntaje en las pruebas PISA del año 2009 en nuestro país. (Montero et al, 2012).

**Cuadro 10**  
**Perfiles de alto y bajo rendimiento en la Prueba de PISA 2012 de Alfabetización Matemática. Muestra de Costa Rica**

<b>Perfil de alto rendimiento<sup>a/ b/</sup> (factores del estudiante)</b>	<b>Perfil de bajo rendimiento (factores del estudiante)</b>
1- Cursa un grado mayor al que debería cursar de acuerdo con su edad	Cursa un grado menor al que debería cursar de acuerdo con su edad
2- Es hombre	Es mujer
3- Posee un valor alto en el índice “tenencia de elementos en su hogar”	Posee un valor bajo en el índice Tenencia de elementos en su hogar
4- Reporta una cantidad elevada de libros en su hogar	Reporta una cantidad baja de libros en su hogar
5- Reporta un valor alto en el número de horas semanales que dedica para tareas	Reporta un valor bajo en el número de horas semanales que dedica para tareas
7- Tiene un valor alto en la escala de familiaridad con conceptos matemáticos	Tiene un valor bajo en la escala de familiaridad con conceptos matemáticos
8- Posee un valor alto en la escala de autoeficacia en Matemática <sup>c/</sup>	Posee un valor bajo en la escala de autoeficacia en Matemática
9- Tiene un valor bajo en el índice de repetición escolar	Tiene un valor alto en el índice de repetición escolar
10- Posee un valor alto en la escala de actitud hacia lo aprendido en el colegio	Posee un valor bajo en la escala de actitud hacia lo aprendido en el colegio
11- El nivel educativo del padre es alto	El nivel educativo del padre es bajo
12- Asistió a preescolar	No asistió a preescolar
<b>Perfil de alto rendimiento (factores de la institución)</b>	<b>Perfil de bajo rendimiento (factores de la institución)</b>
6- Tiene un valor alto en la cantidad de docentes de Matemática con bachillerato o licenciatura en Pedagogía	Tiene un valor bajo en la cantidad de docentes de Matemática con bachillerato o licenciatura en Pedagogía

a/ La numeración refleja el orden de importancia de cada variable de acuerdo a la magnitud de su asociación con el puntaje en la prueba

b/ Se han sombreado aquellas variables que se considera pueden ser objeto de intervenciones pedagógicas o de políticas educativas

c/ La autoeficacia se define como el grado de confianza que tiene el estudiante en su propia capacidad para resolver tareas matemáticas.

De manera análoga al caso de Alfabetización Matemática, se presentan los cuadros 11 al 14, mostrando los resultados de los modelos de regresión y perfiles para Competencia Lectora y Alfabetización Científica

**Cuadro 11**  
**Resultados del modelo de regresión con puntaje PISA 2012 en Competencia Lectora como variable dependiente (R<sup>2</sup>=44.5%)**

Variable	Coefficiente (B)	Error estándar	Valor t	Valor p	Coefficiente beta (β)	
Grado	23.04	3.37	6.84	0.00	0.27	**
Ciclo	-5.94	4.84	-1.23	0.23	-0.04	

Sexo	23.09	2.01	11.50	0.00	0.16	**
Asistió a preescolar	1.77	3.26	0.54	0.59	0.01	
Edad en primer grado	-2.99	1.92	-1.56	0.13	-0.03	
Frecuencia de repetición	-12.04	3.70	-3.25	0.00	-0.09	*
Frecuencia llegadas tardías	-0.63	1.56	-0.40	0.69	-0.01	
Frecuencia ausencias días completos	-3.99	1.91	-2.09	0.04	-0.04	*
Frecuencia ausencias a algunas clases	5.52	1.64	3.36	0.00	0.06	*
Vive con padre y madre	2.35	2.46	0.96	0.34	0.02	
Nivel educativo de la madre	2.32	0.72	3.23	0.00	0.07	*
Nivel educativo del padre	0.98	0.71	1.39	0.17	0.03	
Padres extranjeros	1.45	3.32	0.44	0.66	0.01	
Tenencia de bienes	-18.94	7.40	-2.56	0.01	-0.06	*
Tenencia de elementos	13.59	3.14	4.33	0.00	0.11	**
Cantidad de libros en la casa	5.13	1.03	4.97	0.00	0.08	*
Número horas para tareas	2.18	0.28	7.78	0.00	0.11	**
Número horas con tutor personal	-4.09	0.94	-4.36	0.00	-0.09	*
Número horas de estudio con familiar	-1.02	0.60	-1.70	0.09	-0.03	
Número lecciones español	1.55	1.20	1.30	0.20	0.02	
Sentido de pertenencia al colegio	-1.91	2.70	-0.71	0.48	-0.01	
Actitud hacia lo aprendido en el colegio	9.67	2.60	3.71	0.00	0.07	*
Actitud hacia el colegio	2.74	3.02	0.91	0.37	0.02	
Dependencia	-18.28	9.83	-1.86	0.07	-0.09	
Comunidad donde está la institución	-1.80	2.77	-0.65	0.52	-0.03	
Instituciones compitiendo por sus estudiantes	-3.31	4.96	-0.67	0.51	-0.02	
Tamaño de la clase de Español	-1.04	1.96	-0.53	0.60	-0.02	
Total de estudiantes	0.01	0.00	3.49	0.00	0.09	*
Razón de computadoras por estudiante	-0.01	3.80	0.00	1.00	0.00	
Porcentaje de computadoras conectadas a internet	12.58	9.75	1.29	0.20	0.06	
Porcentaje de trabajo en clases que se espera que realicen utilizando internet	-4.26	1.99	-2.14	0.04	-0.07	*
Porcentaje de tareas que se espera que realicen utilizando internet	0.83	4.08	0.20	0.84	0.01	
Porcentaje de trabajos extra clase que se espera que realicen utilizando internet	-1.06	3.48	-0.30	0.76	-0.02	
Limitación en la capacidad de enseñanza por falta de profesores	6.20	4.32	1.44	0.15	0.05	
Limitación en la capacidad de enseñanza por distintas razones	-2.38	4.89	-0.49	0.63	-0.03	
Actividades extracurriculares	11.42	12.39	0.92	0.36	0.03	
Clima escolar negativo	-15.26	6.83	-2.24	0.03	-0.11	**
Expectativas de los padres acerca de la institución	5.46	3.18	1.72	0.09	0.06	
Moral de los profesores	1.75	4.92	0.36	0.72	0.01	
Factores para admitir un estudiante en el colegio	2.96	6.28	0.47	0.64	0.02	

Liderazgo del director	-6.12	3.09	-1.98	0.05	-0.08	
Modalidad	-7.60	6.06	-1.25	0.21	-0.04	
Zona	2.52	5.98	0.42	0.68	0.02	
IDS2013	0.87	0.25	3.44	0.00	0.16	**
Constante	169.53	48.90	3.47	0.00		

\*\* : dos asteriscos indican que la variable independiente presenta las dos características: significancia estadística e importancia práctica: significancia estadística al mostrar un valor de p, probabilidad asociada a la prueba de inferencia estadística, menor a 0,05, indicando que el coeficiente de la respectiva variable independiente es estadísticamente significativo y por tanto se puede generalizar a toda la población; importancia práctica al poseer un valor de beta (coeficiente) estandarizado igual o mayor a 0,10, valor a partir del cual se considera relevante para la predicción a nivel descriptivo.

\* : un asterisco indica que la variable independiente presenta una y solo una de las dos condiciones: un valor de p, probabilidad asociada a la prueba de inferencia estadística, menor a 0,05, indicando que el coeficiente de la respectiva variable independiente es estadísticamente significativo, es decir, se puede generalizar a toda la población, o alternatively, un valor de beta (coeficiente estandarizado) igual o mayor a 0,10, valor a partir del cual se considera relevante para la predicción a nivel descriptivo.

**Cuadro 12****Perfiles de alto y bajo rendimiento en la Prueba de PISA 2012 de Competencia Lectora Muestra de Costa Rica**

<b>Perfil de alto rendimiento <sup>a/ b/</sup> (factores del estudiante)</b>	<b>Perfil de bajo rendimiento ( factores del estudiante)</b>
1- Cursa un grado mayor al que debería cursar de acuerdo con su edad	Cursa un grado menor al que debería cursar de acuerdo con su edad
2- Es mujer	Es hombre
4- Posee un valor alto en el índice Tenencia de elementos en su hogar	Posee un valor bajo en el índice Tenencia de elementos en su hogar
6- Reporta un valor alto en el número de horas semanales que dedica para tareas	Reporta un valor bajo en el número de horas semanales que dedica para tareas
7- Tiene un valor bajo en el índice de repetición escolar	Tiene un valor alto en el índice de repetición escolar
8- Reporta una cantidad elevada de libros en su hogar	Reporta una cantidad baja de libros en su hogar
9- El nivel educativo de la madre es alto	El nivel educativo de la madre es bajo
10- Posee un valor alto en la escala de actitud hacia lo aprendido en el colegio	Posee un valor bajo en la escala de actitud hacia lo aprendido en el colegio
11- Tiene un valor bajo en el índice de frecuencia de ausencias en días completos	Tiene un valor alto en el índice de frecuencia de ausencias en días completos
<b>Perfil de alto rendimiento (factores de la institución)</b>	<b>Perfil de bajo rendimiento (factores de la institución)</b>
3- Está ubicado en un distrito con alto IDS	Está ubicado en un distrito con bajo IDS
5- Posee un valor bajo en la escala de Clima Escolar Negativo	Posee un valor alto en el índice Clima Escolar Negativo

a/ La numeración refleja el orden de importancia de cada variable de acuerdo a la magnitud de su asociación con el puntaje en la prueba

b/ Se han sombreado aquellas variables que se considera pueden ser objeto de intervenciones pedagógicas o de políticas educativas



**Cuadro 13****Resultados del modelo de regresión con puntaje PISA 2012 Alfabetización Científica como variable dependiente (R<sup>2</sup>= 41.7 %)**

Variable	Coficiente (B)	Error estándar	Valor t	Valor p	Coficiente beta ()	
Grado	18.67	3.13	5.97	0.00	0.23	**
Ciclo	-2.18	4.18	-0.52	0.60	-0.02	
Sexo	-14.00	2.87	-4.87	0.00	-0.10	**
Asistió a preescolar	0.28	3.35	0.08	0.93	0.00	
Edad en primer grado	-0.95	2.12	-0.45	0.66	-0.01	
Frecuencia de repetición	-10.56	4.20	-2.51	0.02	-0.08	*
Frecuencia llegadas tardías	1.48	1.21	1.22	0.23	0.02	
Frecuencia ausencias días completos	-3.53	1.64	-2.15	0.03	-0.03	*
Frecuencia ausencias a algunas clases	3.45	1.66	2.08	0.04	0.04	*
Vive con padre y madre	2.54	2.60	0.97	0.34	0.02	
Nivel educativo de la madre	1.72	0.61	2.83	0.01	0.05	*
Nivel educativo del padre	0.52	0.75	0.70	0.50	0.02	
Padres extranjeros	2.32	4.13	0.56	0.58	0.01	
Tenencia de bienes	-15.65	7.62	-2.05	0.04	-0.05	*
Tenencia de elementos	10.94	3.27	3.34	0.00	0.09	*
Cantidad de libros en la casa	6.74	1.22	5.53	0.00	0.11	**
Número horas para tareas	1.57	0.29	5.40	0.00	0.08	*
Número horas con tutor personal	-2.46	0.67	-3.66	0.00	-0.06	*
Número horas de estudio con familiar	-1.96	0.53	-3.67	0.00	-0.06	*
Número lecciones ciencias	3.12	0.66	4.73	0.00	0.05	*
Sentido de pertenencia al colegio	0.57	2.30	0.25	0.80	0.00	
Actitud hacia lo aprendido en el colegio	1.50	2.46	0.61	0.54	0.01	
Actitud hacia el colegio	1.52	3.03	0.50	0.62	0.01	
Dependencia	-22.42	9.42	-2.38	0.02	-0.11	**
Comunidad donde está la institución	-2.10	2.17	-0.97	0.33	-0.03	
Instituciones compitiendo por sus estudiantes	1.54	4.59	0.34	0.74	0.01	
Total de estudiantes	0.01	0.00	1.77	0.08	0.06	
Razón de computadoras por estudiante	3.26	2.10	1.55	0.12	0.05	
Porcentaje de computadoras conectadas a internet	18.41	7.83	2.35	0.02	0.10	**
Porcentaje de trabajo durante las clases que se espera que realicen utilizando internet	-3.85	1.98	-1.95	0.06	-0.07	
Porcentaje de tareas que se espera que realicen utilizando internet	2.28	3.45	0.66	0.51	0.04	
Porcentaje de trabajos extra clase que se espera que realicen utilizando internet	-0.43	3.02	-0.14	0.89	-0.01	
Limitación en la capacidad de enseñanza por falta de profesores	7.91	3.34	2.37	0.02	0.07	*
Limitación en la capacidad de enseñanza	-3.87	3.66	-1.06	0.29	-0.04	

por distintas razones

Actividades extracurriculares	1.05	11.90	0.09	0.93	0.00
Clima escolar negativo	-12.25	6.68	-1.83	0.07	-0.09
Expectativas de los padres acerca de la institución	2.00	2.77	0.72	0.47	0.02
Moral de los profesores	5.54	5.26	1.05	0.29	0.04
Factores para admitir un estudiante en el colegio	-1.75	5.34	-0.33	0.74	-0.01
Liderazgo del director	-3.51	2.85	-1.23	0.22	-0.05
Modalidad	-1.24	5.55	-0.22	0.82	-0.01
Zona	8.54	5.71	1.49	0.14	0.06
IDS2013	0.46	0.21	2.14	0.04	0.09
Constante	205.47	57.14	3.60	0.00	

\*

\*\* : dos asteriscos indican que la variable independiente presenta las dos características: significancia estadística e importancia práctica: significancia estadística al mostrar un valor de p, probabilidad asociada a la prueba de inferencia estadística, menor a 0,05, indicando que el coeficiente de la respectiva variable independiente es estadísticamente significativo y por tanto se puede generalizar a toda la población; importancia práctica al poseer un valor de beta (coeficiente) estandarizado igual o mayor a 0,10, valor a partir del cual se considera relevante para la predicción a nivel descriptivo.

\* : un asterisco indica que la variable independiente presenta una y solo una de las dos condiciones: un valor de p, probabilidad asociada a la prueba de inferencia estadística, menor a 0,05, indicando que el coeficiente de la respectiva variable independiente es estadísticamente significativo, es decir, se puede generalizar a toda la población, o alternativamente, un valor de beta (coeficiente estandarizado) igual o mayor a 0,10, valor a partir del cual se considera relevante para la predicción a nivel descriptivo.

**Cuadro 14****Perfiles de alto y bajo rendimiento en la Prueba de PISA 2012 de Alfabetización Científica. Muestra de Costa Rica**

<b>Perfil de alto rendimiento <sup>a/ b/</sup> (factores del estudiante)</b>	<b>Perfil de bajo rendimiento (factores del estudiante)</b>
1- Cursa un grado mayor al que debería cursar de acuerdo con su edad	Cursa un grado menor al que debería cursar de acuerdo con su edad
2- Es hombre	Es mujer
4- Reporta una cantidad elevada de libros en su hogar	Reporta una cantidad baja de libros en su hogar
6- Posee un valor alto en el índice Tenencia de elementos en su hogar	Posee un valor bajo en el índice Tenencia de elementos en su hogar
8- Tiene un valor bajo en el índice de repetición escolar	Tiene un valor alto en el índice de repetición escolar
9- Reporta un valor alto en el número de horas semanales que dedica para tareas	Reporta un valor bajo en el número de horas semanales que dedica para tareas
10- El nivel educativo de la madre es alto	El nivel educativo de la madre es bajo
11- Reporta un valor alto en el número de lecciones de ciencias que recibe	Reporta un valor bajo en el número de lecciones de ciencias que recibe
12- Tiene un valor bajo en el índice de frecuencia de ausencias en días completos	Tiene un valor alto en el índice de frecuencia de ausencias en días completos
<b>Perfil de alto rendimiento (factores de la institución)</b>	<b>Perfil de bajo rendimiento (factores de la institución)</b>
3- Es privado	Es público
5- Tiene un alto porcentaje de computadoras conectadas a internet	Tiene un porcentaje bajo de computadoras conectadas a internet
7- Está ubicado en un distrito con alto IDS	Está ubicado en un distrito con bajo IDS

a/ La numeración refleja el orden de importancia de cada variable de acuerdo a la magnitud de su asociación con el puntaje en la prueba

b/ Se han sombreado aquellas variables que se considera pueden ser objeto de intervenciones pedagógicas o de políticas educativas

De los análisis anteriores se identifican dos variables que son comunes en los resultados de las tres pruebas y que además pueden ser objeto de intervenciones educativas: el número de libros en el hogar, como indicador proxy de las dimensiones de lectura que ya se habían identificado en los análisis del año 2009, y el número de horas semanales dedicadas a tareas.

Específicamente para el caso de Alfabetización Matemática, hubo además otras variables que fueron relevantes para la predicción de los puntajes y que también pueden ser objeto de política educativa: asistió a pre-escolar, familiaridad con conceptos matemáticos, autoeficacia en matemática, y cantidad de docentes de Matemática en la institución que poseen bachillerato o licenciatura en Pedagogía.

## **Breve ejercicio sobre la identificación de colegios públicos “efectivos” en Alfabetización Matemática**

Por último, y sobre todo con una finalidad ilustrativa se trató de implementar una metodología inicial y básica para la identificación de colegios efectivos en PISA. En este marco de referencia (Arpino y Varriale, 2010; Raudenbush y Willms, 1995) se considera que un centro educativo es efectivo cuando logra mostrar un valor observado promedio de desempeño en las pruebas que es superior a lo que predice un modelo de regresión en donde se utilizan variables independientes relacionadas al “backgropund” de los estudiantes y de los centros educativos.

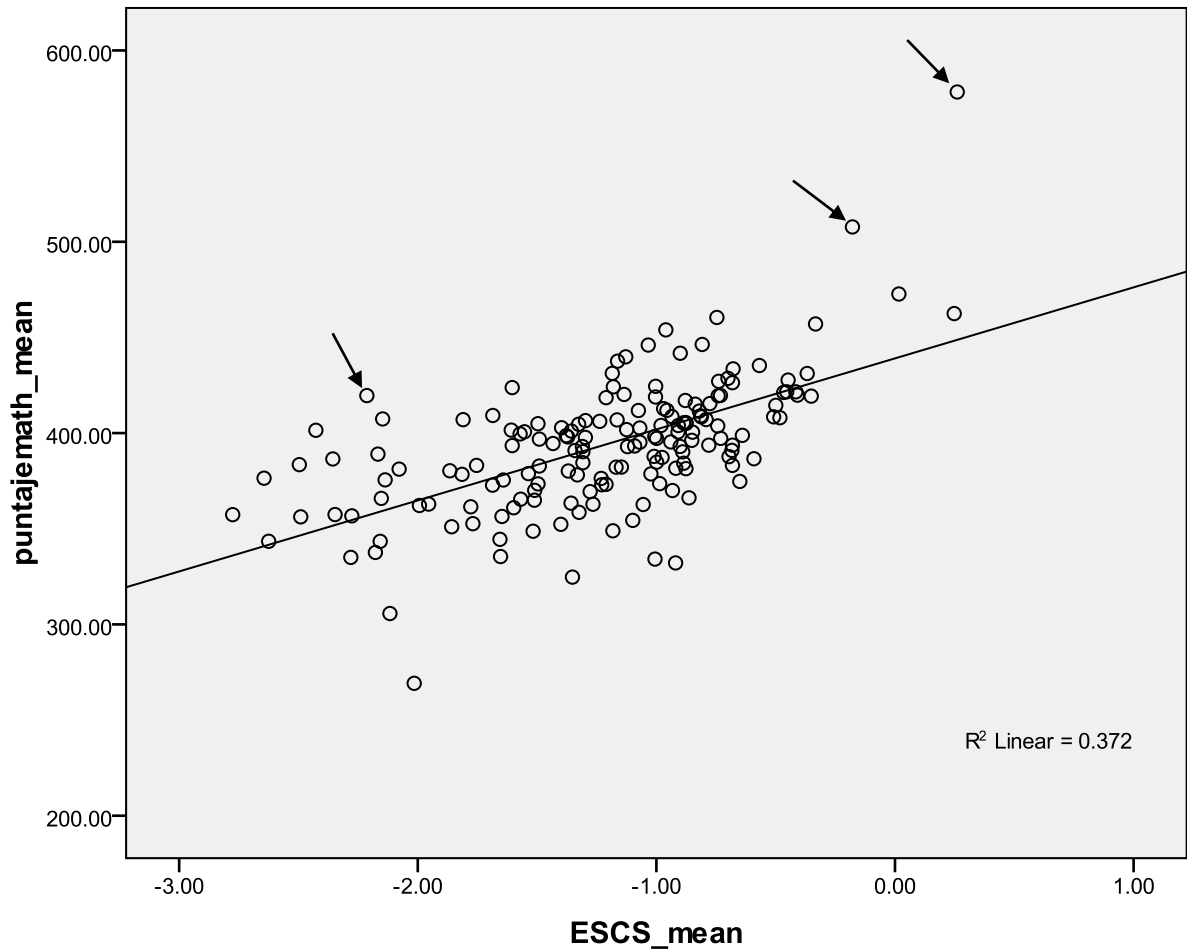
En este caso se utilizó como variable independiente el promedio, en cada centro educativo, de la medida ESCS de PISA (Index of Economic, Social and Cultural Status), la cual se calcula para todos los estudiantes de la muestra con base en las respuestas a los cuestionarios de contexto. Se trata de una medida compuesta que incluye las siguientes variables: El índice Internacional Socioeconómico de Estatus Ocupacional, el más alto nivel educativo logrado por los padres del estudiante, el índice de PISA de riqueza familiar, el índice de PISA de recursos educativos en el hogar y el índice de PISA de posesión de bienes relacionados con la cultura “clásica” en el hogar. La variable dependiente fue el promedio de cada colegio público en la prueba de Alfabetización Matemática.

Como se trata de una regresión lineal simple (una sola variable independiente) podemos identificar los valores extremos altos (aquellos que presentan residuos estandarizados mayores a 2), por medio de un simple diagrama de dispersión, al cual se ajusta una recta de regresión, y en donde se solicita el cálculo, para cada observación, del residuo estandarizado. Los casos así identificados se presentan en el Gráfico 4.

Una vez identificados los tres colegios que, en este caso, dan evidencia de ser efectivos en términos de sus relativamente altos valores promedio en Alfabetización Matemática, el paso siguiente involucraría un estudio de carácter cualitativo a lo interno de cada uno de ellos y de su contexto, para generar hipótesis sobre las posibles razones para su desempeño, por encima de lo esperado.

**Gráfico 4**

**Diagrama de Dispersión y Ajuste Lineal para el Puntaje Promedio en Alfabetización Matemática en cada colegio con el Promedio de ESCS como variable independiente**  
**Muestra de colegios públicos, PISA 212, Costa Rica (se identifican 3 colegios “efectivos”)**



## Recomendaciones

Realizar una exploración cualitativa del contexto de los tres colegios públicos que fueron identificados como efectivos en Alfabetización Matemática, para generar hipótesis sobre factores que pueden explicar este comportamiento y que pueden, posiblemente, ser emulados en otras instituciones.

Discutir estos resultados con especialistas en Pedagogía de la Matemática y en Lectoescritura que también estén familiarizados con las recientes reformas al curriculum de secundaria, para proponer acciones concretas de política educativa en torno a aspectos específicos que deben reforzarse, por ejemplo estrategias para resumir y para comprender un texto, uso de técnicas analíticas para estudiar, mejorar las actitudes hacia la lectura, reforzamiento de conceptos matemáticos, etc.

Establecer como meta tentativa para la próxima aplicación de PISA con énfasis en Alfabetización Matemática (se realizará en el 2018), que al menos un 50% de los estudiantes muestreados se ubique en un nivel igual o superior a 2 en la escala de desempeño, nivel que se considera mínimo para participar en la sociedad del conocimiento.

Revisar con las autoridades del MEP las posibles razones para la tasa de cobertura o representatividad tan baja que registra nuestro país en PISA y sugerir, de ser posible, medidas para incrementarla.

Realizar diagnósticos en muestras aleatorias de docentes de Matemática con exámenes ensamblados a partir de los ítems “liberados” de PISA en Alfabetización Matemática, con el objeto de identificar áreas de oportunidad para capacitaciones específicas.

Identificar un conjunto estándar de indicadores que puedan utilizarse en nuestro país para complementar y explicar la evolución de los puntajes en las tres pruebas a través del tiempo.

## Bibliografía

Arpino B. y Varriale R. (2010). Assessing the quality of institutions' rankings obtained through multilevel linear regression models. *Journal of Applied Economic Sciences*, 5, issue 1(11), 7–22.

Asús N. (2013). Nutrición y rendimiento escolar. Argentina: Fundación Ahdonay.

Barber, M. & Mourshed, M. (2008). Cómo hicieron los sistemas educativos con mejor desempeño del mundo para alcanzar sus objetivos. Chile: PREAL, McKinsey & Company.

Blanco, R.; Aguerrondo, I.; Calvo, G.; Cares, G.; Cariola, L.; Cervini, R.; Dari, N.; Fabara, E.; Miranda, L.; Murillo, J.; Rivero, R.; Román, M. & Zorrilla, M. (2008). Eficacia escolar y factores asociados en América Latina y el Caribe. Chile: UNESCO y LLECE.

Bond, T. & Fox, C. (2001). Applying the Rasch model: fundamental measurement in the human Sciences. Mahwah, New Jersey: LEA.

Calero J. y Oriol J. (2007). Evaluación de servicios educativos: el rendimiento en los centros públicos y privados medidos en PISA-2003. *Revista de Economía Pública*, 183 (4/2007), pp. 33-66.

Carballo, M. (2005). Análisis de los resultados obtenidos en estudios de eficacia escolar en México, comparados con los de otros países. México: REICE, Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, Vol.3, No.2.

Castejón, A. (2011). El informe PISA 2009. OCDE. En: Revista Española de Educación Comparada, N° 18, 2011.

Catalano, G. (2010), Investigating school autonomy: a comparison between England and Italy. Politecnico di Milano, Department of Management, Economics and Industrial Engineering: AEDE.

Cerda G., Ortega R., Pérez C., Flores C. y Melipillán R. (2011). Inteligencia lógica y rendimiento académico en matemáticas: un estudio con estudiantes de Educación Básica y Secundaria de Chile. *Anales de psicología*, vol. 27, nº 2 (mayo), pp. 389-398.

Cigdem, I. (2003). *A cross cultural comparison of factors affecting mathematical literacy of students in Programme for International Student Assessment (PISA)*. Thesis of master of science, Middle East Technical University, Turquía.

Clavel, J. & Balibrea, J. (2010). Motivación y rendimiento académico: los intangibles de la educación. Universidad de Murcia, Departamento de Métodos Cuantitativos para la Economía, Facultad de Economía y Empresa: AEDE.

Coleman, James S., Ernest Q. Campbell, Carol J. Hobson, James McPartland, Alexander M. Mood, Frederic D. Weinfeld, and Robert L. York. (1966). *Equality of Educational Opportunity*. Washington, D.C.: Government Printing Office.

Coneus, K.; Laucht, M. & Reub, K. (2010). The role of parental investments for cognitive and non cognitive skill formation – Evidence for the first 11 years of life. Germany, Centre for European Economic Research and Central Institute of Mental Health: AEDE.

Cueto S. (2007). *Las evaluaciones nacionales e internacionales de rendimiento escolar en el Perú: Balance y perspectivas*. Lima: CLACSO.

Denle Erhan, Bulut Okan. (2011). The relationship between students exposure to technology and their achievement in science and math. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, volume 10, pp. 311-317.

Dorans, N. J. & Holland, P. W. (2000). Population invariance and the equability of test: Basic theory and the linear case. *Journal of Educational Measurement*, 37, 281-306.

Earley, P. & Weindling, D. (2004). *Understanding School Leadership*. UK: BELMAS-British Educational Leadership Management and Administration Society.

Eberts, R. & Stone, J. (1988). Student achievement in public schools: Do principals make a difference? *Economics of Education Review*. [http://econpapers.repec.org/article/eeeecoedu/v\\_3a7\\_3ay\\_3a1988\\_3ai\\_3a3\\_3ap\\_3a2\\_91-299.htm](http://econpapers.repec.org/article/eeeecoedu/v_3a7_3ay_3a1988_3ai_3a3_3ap_3a2_91-299.htm)

Eskeland, G. & Filmer, D. (2002). *Autonomy, Participation, and Learning in Argentine Schools: Findings, and Their Implications for Decentralization*. Argentina: World Bank.

Florence, M.; Asbridge, M. & Veugelers, P. (2008). *Diet Quality and Academic Performance*. Canadá: American School Health Association.

García M. y Romero I. (2009). Influencia de las nuevas tecnologías en la evolución del aprendizaje y las actitudes matemáticas de estudiantes de secundaria. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, vol 7 (1) 2009, pp. 369-396.

Gaviria, J.L. & Castro M. (2005). Modelos jerárquicos lineales. Madrid: La Muralla.

Gil, N., Blanco, L., Guerrero, E. (2005). El dominio afectivo en el aprendizaje d las matemáticas. Una revisión de sus descriptores básicos. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, Junio de 2005, Número 2, pp. 15-32.

Goldstein, H. (1987). Multilevel Models in Educational and Social Research. Londres: Griffin.



Gronlund N.E. & Linn R.L. (1990). *Measurement and Evaluation in Teaching*. New York: Macmillan.

Hanushek Eric A. and Woessmann Ludger (2009), "Schooling, cognitive skills, and the Latin American Growth Puzzle". Cambridge: National Bureau of Economic Research. <http://www.nber.org/papers/w15066>.

Hox, J. (2010). *Multilevel Analysis: Techniques and Application*. 2nd edition. Taylor & Francis Group.

Hyde J., Mertz J. (2009). *Gender, culture, and mathematics performance*. *National Academy of Sciences*. Recuperado de <http://www.pnas.org/content/106/22/8801.full>

Kontoyianni K., Kattou M., Pitta-Pantazi D., & Christou C. (2009). *Unraveling mathematical giftedness*. Cypru: University of Cyprus.

Kreft, I. & De Leeuw, J. (1998). *Introducing Multilevel Modeling*. ISM: Introducing Statistical Methods. Londres: Sage Publications.

Leithwood, K.; Anderson, S.; Mascall, B.; Strauss, T.; Moore, S.; Seashore, K.; Wahlstrom, K.; Michlin, M.; Gordon M. & Thomas, E. (2010), *Learning from Leadership: Investigating the Links to Improved Student Learning*. Final Report of Research to the Wallace Foundation. University of Minnesota. <http://www.wallacefoundation.org/knowledge-center/school-leadership/key-research/Documents/Investigating-the-Links-to-Improved-Student-Learning.pdf>

Lemke, M., Sen A., Pahlke, E., Partelow, L., Miller D., Williams T., Kastberg, D., Jocelyn, L. (2004). *International Outcomes of Learning in Mathematics Literacy and Problem Solving: PISA 2003 Results From the U.S. Perspective*. Washington: National Center for Education Statistics.

Machin, S. & Pekkarinen, T. (2009). *Gender differences in test scores*. Londres: MySciNet.

Martin, M.; Mullis, I.; Gregory, K.; Hoyle, C. & Shen, C. (2000). *Effective Schools in Science and Mathematics*, IEA's Third International Mathematics and Science Study. Chapter 2: Factors Associated with School Effectiveness in Science and Mathematics. Estados Unidos: International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). [http://pirls.bc.edu/timss1995i/TIMSSPDF/T95\\_EffSchool.pdf](http://pirls.bc.edu/timss1995i/TIMSSPDF/T95_EffSchool.pdf)

Martínez, M. R., Hernández M.J. & Hernández, M.V. (2006). *Psicometría*. Madrid: Alianza Editorial.

Mato Vázquez, M. D., de la Torre Fernández, E. (2009). *Evaluación de las actitudes hacia las matemáticas y el rendimiento académico*. España: Universidade da Coruña.

Mella, O. & Ortiz, I. (1999). Rendimiento escolar. Influencias diferenciales de factores externos e internos. Distrito Federal, México: Revista Latinoamericana de Estudios Educativos, 1º trimestre, año/vol. XXIX, número 001, Centro de Estudios Educativos.

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2010). Informe Nacional Pruebas Nacionales Diagnósticas de II Ciclo de la Educación General Básica, 2008. San José, Costa Rica: Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad, Departamento de Evaluación Académica y Certificación, Ministerio de Educación Pública.

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). Informe Nacional de Factores Asociados al Rendimiento Académico en las Pruebas Nacionales Diagnósticas, III Ciclo de la Educación General Básica, 2010. San José, Costa Rica: Dirección de Gestión y Evaluación de la Calidad, Departamento de Evaluación Académica y Certificación, Ministerio de Educación Pública.

**Montero, E (2008). *Escalas o Índices para la medición de constructos: El dilema del analista de datos*. Avances en Medición, 6, 15–24. Bogotá, Colombia: Laboratorio de Psicometría, Facultad de Ciencias Humanas de la Universidad Nacional de Colombia.**

Montero, E. (2001). *Educación e ingreso como predictores de la esperanza de vida: Evidencias de un análisis de regresión aplicado a indicadores de desarrollo humano*. Revista de Ciencias Sociales de la Universidad de Costa Rica: "Individuo y orden social", #94 (diciembre 2001).

Montero, E. (2001). *La teoría de respuesta a los ítems: una moderna alternativa para el análisis psicométricos de instrumentos de medición*. Revista de Matemática: teoría y aplicaciones. Centro de Investigaciones en Matemática pura y aplicada (CIMPA) y la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica. Vol. 7, # 1-2, págs. 217-228.

Montero, E., Rojas, S., Rodino, A. & Zamora, E. (2012). *Costa Rica en las pruebas PISA 2009 de competencia lectora y alfabetización matemática*. Ponencia preparada para el Cuarto Informe Estado de la Educación. San José: Programa Estado de la Nación.

Montero, E.; Villalobos, J. & Valverde, A. (2007). *Factores institucionales, pedagógicos, psicosociales y sociodemográficos asociados al rendimiento académico en la Universidad de Costa Rica: un análisis multinivel*. RELIEVE, v. 13, n. 2. [http://www.uv.es/RELIEVE/v13n2/RELIEVEv13n2\\_5.htm](http://www.uv.es/RELIEVE/v13n2/RELIEVEv13n2_5.htm).

Moreira T. (2009). Factores endógenos y exógenos asociados al rendimiento en matemática: un análisis multinivel. *Revista Educación*, 33(2), pp. 61-80.

Moreira, T.E. (2009). *Relación entre factores individuales e institucionales con el rendimiento en matemática: Un análisis multivariado*. Avances en Medición, 7, 115-

128. Bogotá, Colombia: Laboratorio de Psicometría, Facultad de Ciencias Humanas de la Universidad Nacional de Colombia.

Mullis, I.; Martin, M.; Ruddock, G.; O'Sullivan, Ch. & Preuschoff, C. (2011). TIMSS 2011 Assessment Frameworks. Boston: International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). <http://www.education.gov.za/LinkClick.aspx?fileticket=Ub4vJ%2BeV9ds%3D&>.

Muñiz, J. (2003). Teoría Clásica de los Tests. Madrid: Ediciones Pirámide, S.A.

Murillo, J. (2004). *Un marco comprensivo de mejora de la eficacia escolar*. México: Revista Mexicana de Investigación Educativa, abril-junio, Vol.IX, número 021.

Nunnally, J.C. & Bernstein, I.J. (1995). Teoría psicométrica (3ª ed). México, D.F.: Editorial McGrawHill Latinoamericana.

OCDE (2010a). *PISA 2009 Results: Overcoming Social Background: Equity in Learning Opportunities and Outcome*. Vol. II. <http://www.oecd.org/PISA/PISAproducts/48852584.pdf>

OCDE (2010b). *PISA 2009 Results: Learning to Learn: Student Engagement, Strategies and Practice*. Vol. III. <http://www.oecd.org/PISA/PISAproducts/48852630.pdf>

OCDE (2010c). *PISA 2009 Results: Results: What Makes a School Successful? Resources, Policies and Practices*. Vol. IV. <http://www.oecd.org/PISA/PISAproducts/48852721.pdf>

OCDE (2010d). *PISA 2009 Results: Learning Trends. Changes in Student Performance Since 2000*. Vol. V. <http://www.oecd.org/PISA/PISAproducts/48852742.pdf>

OCDE (2010f). *The High Cost of Low Educational Performance*. <http://www.oecd.org/PISA/PISAproducts/PISA2006/44417824.pdf>

OCDE (2010g). *Pathways to Success: How Knowledge and Skills at Age 15 Shape Future Lives in Canada*. <http://www.oecd.org/PISA/PISAproducts/PISA2006/44574748.pdf>

OCDE (2011b). *Students On Line. Digital Technologies and Performance* (Volume VI). OECD Publishing.

OCDE. (2002). *Conocimientos y aptitudes para la vida. Primeros resultados del programa internacional de evaluación de estudiantes (PISA) 2000 de la OCDE*. México: Aula XXI Santillana.

OCDE-Santillana (2011). *Informe PISA 2009. Lo que los estudiantes saben y pueden hacer. Rendimiento de los estudiantes en lectura, matemáticas y ciencias*.

Vol. I. OCDE, Santillana y Ministerio de Educación de España. Edición en inglés, 2010; en español, 2011.

OECD (2009). *PISA 2009: Assessment framework – Key competencies in reading, mathematics and science*. Paris: OECD.

OECD (2011). *PISA in Focus*. 2011/5. (Junio). OECD Publishing. <http://www.oecd.org/PISA/PISAINfocus/48789439.pdf>

OECD (2012), *PISA 2009 Technical Report, PISA*, OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264167872-en>

OECD (2013). *PISA 2015, Draft mathematics framework*. Paris.

OECD (2014). *PISA 2012 Results in Focus: What 15-year-olds know and what they can do with what they know*. OECD Publishing. <http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/pisa-2012-results-overview.pdf>

Oviedo Y. (2012). *Factores asociados al rendimiento académico en Matemática en el III ciclo de la Educación General Básica; Un estudio multinivel*. Estado de la Nación. Costa Rica: CONARE.

Penfield, R. & Camilli, G. (2007). Differential Item Functioning and Item Bias. En S. Sinharay y C.R. Rao (Eds.). *Handbook of Statistics*. Vol. 26, Elsevier.

Prieto, G. & Delgado A.R. (2003). *Análisis de un test mediante el modelo de Rasch*. *Psicothema*, vol. 15, nº 1, pp. 94-100.

Primi, R., Ferrero M., Almeida L. (2010). *Fluid intelligence as a predictor of learning: A longitudinal multilevel approach applied to math*. Recuperado de <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1041608010000592>

Raudenbush, SW. & Bryk, A.S. (2002). Hierarchical Linear Models: Applications and Data Analysis Methods. Second Edition. Series: Advanced Quantitative Techniques 1. Sage Publications: Londres.

Raudenbush, S. W. y Willms J. D. (1995). The estimation of school effects. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, Vol. 20, No. 4. (Winter, 1995), pp. 307-335.

Redondo S. y Navarro E. (2007). Estudio sobre el rendimiento en matemáticas en España a partir de los datos del informe PISA 2003. Un modelo jerárquico de dos niveles. *Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, vol. 5, número 003, pp. 118-136.

Rojas, L. (2004). Factores Asociados a la Repitencia de los y las Estudiantes que Cursan Sétimo Año en Colegios Académicos, Diurnos y Públicos: Un Análisis de Niveles Múltiples. Tesis doctoral. San José, Costa Rica: Universidad Estatal a Distancia.

Rosário P., Lourenço A., Paiva O., Rodrigues A., Valle A., Tuero-Herrero E. (2012). Predicción del rendimiento en matemáticas: efecto de variables personales, socioeducativas y del contexto escolar. *Psicothema*, Vol. 24, nº 2, pp. 289-295.

Rosario, P., Mourão, R., Baldaque, M. Nunes, T., Nuñez, J., Gonzalez, J., Cerezo, P. y Valle, A. (2009). Tareas para casa, autorregulación del aprendizaje y rendimiento en matemáticas. *Revista de Psicodidáctica*, Volumen 14. Nº 2. pp. 179-192.

Ruíz, C. (2001). Factores familiares vinculados al bajo rendimiento. *Revista Complutense de Educación*. Vol. 12.

Snijders, T.A.B. & Bosker, R.J. (1999). *Multilevel Analysis: An Introduction to Basic and Advanced Multilevel Modeling*. Londres: Sage Publications.

Thomson, S., Cresswell, J. and De Bortoli, L. (2004). *Facing the Future: A Focus on Mathematical Literacy among Australian 15-year-old Students in PISA 2003*. Australia: ACER-OECD.

Tienken, Ch. and Wilson, M. (2007). The Impact of Computer Assisted Instruction on Seventh-Grade Students' Mathematics Achievement. *Planning and Changing*, Vol. 38, No. 3&4, pp. 181–190.

Ünal, H., Özka, M., Milton, S., Price, K., Curva, F. (2010). The effect of private tutoring on performance in mathematics in Turkey: A comparison across occupational types. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 2 (2010), pp. 5512–5517.

Valverde G. y Näslund E. (2010). *La condición de la educación en matemáticas y ciencias naturales en América Latina y el Caribe*. Washington: BID.

Velez, E.; Schiefelbein, E. & Valenzuela, J. (1993). Factores que afectan el rendimiento académico en la educación primaria. Revisión de la Literatura de América Latina y el Caribe. Argentina: Revista Latinoamericana de Innovaciones Educativas.

Walker, Maurice (2011). PISA 2009 Plus Results. Performance of 15-year-olds in reading, mathematics and science for 10 additional participants. Victoria, Australia: Australian Council for Educational Research Ltd, ACER.

Yesim ÖZER y Duygu ANIL. (2011). Examining the factors affecting students' science and mathematics achievement with structural equation modeling. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi (H. U. Journal of Education)* 41, pp. 313-324.

Zamora, E. (2012), Liderazgo Educativo en Costa Rica, working paper. Alajuela, Costa Rica: INCAE Business School.

Zancajo, A. & Franquesa, M. (2010). Descomposición del efecto inmigrante en el rendimiento académico en Cataluña según la zona origen. Universidad Autónoma de Barcelona: AEDE.