

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
SISTEMA DE ESTUDIOS DE POSGRADO

ANÁLISIS Y REDISEÑO CURRICULAR DE DOS CURSOS DE LA CARRERA DE ENSEÑANZA DE LA
MATEMÁTICA EN LA UNIVERSIDAD DE COSTA RICA. UNA PROPUESTA PARA PROMOVER EL
CONOCIMIENTO DIDÁCTICO DEL CONTENIDO MATEMÁTICO FUNDAMENTADA EN EL MTSK Y EL
ESTUDIO DE CLASE

Trabajo Final de Investigación Aplicada sometido a la consideración de la Comisión del Programa
de Estudios de Posgrado en Planificación Curricular para optar al grado y título de Maestría
Profesional en Planificación Curricular

BERNY FRANCISCO SALAS SOLANO

Ciudad Universitaria Rodrigo Facio, Costa Rica

2023

Dedicatoria

A mis padres, que desde que tengo memoria, han acuerpado en cada uno de mis proyectos y me han brindado su amor, su confianza y sus palabras de aliento cuando más las necesito, y han sido mi luz en los momentos más oscuros, mi apoyo incondicional y mi razón para levantarme, tomar nuevas fuerzas y seguir adelante a pesar de los tropiezos, el cansancio, las dificultades.

Agradecimientos

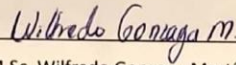
A Dios y a la vida, por en gran regalo de la existencia, un día a la vez, y por permitirme culminar satisfactoriamente esta etapa de tanto esfuerzo intelectual, mental, emocional y familiar.

A los profesores miembros del comité asesor: Gabriela Valverde Soto, Marianela Navarro Camacho y Jhonny Ramírez Fuentes, sin cuya paciencia, certeras recomendaciones y oportunas palabras de aliento no habría logrado finalizar este trabajo.

A mis amigos, compañeros de carrera, colegas de trabajo y hermanos de la vida, no importa si nos vemos mucho o poco, gracias por brindarme ánimo y palabras de apoyo durante todo el proceso, y en ocasiones, por dejarme hacer catarsis cuando las cosas no iban de la mejor manera.

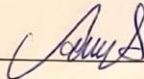
Finalmente, a todas las personas, entre ellas, docentes de la Maestría en Planificación Curricular, Estudiantes, Docentes del Departamento de Educación Secundaria y de Sedes Regionales de la UCR vinculados a la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, y profesores de secundaria en ejercicio, que, con su criterio y experiencia, aportaron un granito de arena para el desarrollo de la investigación que aquí se describe.

Este trabajo final de investigación aplicada fue aceptado por la Comisión del Programa de Estudios de Posgrado en Planificación curricular de la Universidad de Costa Rica, como requisito parcial para optar al grado y título de Maestría Profesional en Planificación curricular.



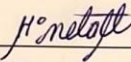
M.Sc. Wilfredo Gonzaga Martínez

**Representante de la Decana
Sistema de Estudios de Posgrado**



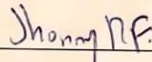
Dra. Gabriela Valverde

Profesora Guía



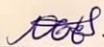
Dra. Marianela Navarro Camacho

Lectora



MEd. Jhonny Ramírez Fuentes

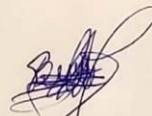
Lector



Dra. Annia Espeleta Sibaja

Directora

Programa de Posgrado en Planificación Curricular



Berny Francisco Salas Solano

Sustentante

Tabla de contenidos

Dedicatoria	ii
Agradecimientos.....	iii
Hoja de aprobación	Error! Bookmark not defined.
Tabla de contenidos	iv
Resumen	ix
Abstract.....	x
Lista de figuras.....	xi
Lista de gráficos	xii
Lista de tablas	xiv
Capítulo 1: Introducción.....	1
1.1. Introducción.....	1
1.1.1. Clarificación de conceptos.	1
1.1.2. El problema y su importancia	3
1.2. Justificación del problema.....	6
1.2.1. ¿Por qué Didáctica de la Matemática?.....	6
1.2.2. ¿Por qué la formación inicial de docentes matemática de educación secundaria?	10
1.2.3. ¿Por qué el MTSK y el Estudio de Clase?	11
1.2.4. ¿Por qué los cursos de Metodología en Enseñanza de la Matemática y Experiencia Docente en Matemática de la Universidad de Costa Rica?	12
1.3. Antecedentes del problema	16
1.3.1. La formación del Educador Matemático: entre la tecnificación y la profesionalización ...	16
1.3.2. Formación de profesores de Matemáticas en Costa Rica.....	20
1.4. Planteamiento del problema de investigación.....	24
1.5. Objetivos	24
1.5.1. Objetivo general.....	24
1.5.2. Objetivos específicos.....	24
Capítulo 2: Marco Teórico	26
2.1. Aspectos de la teoría curricular.....	26
2.1.1. Concepción de currículo.....	26
2.1.2. Enfoque curricular, perspectiva curricular y tipo de currículo	28
2.2. Currículo y didáctica de la matemática.....	30
2.2.1. ¿Cómo se concibe el conocimiento del profesor? Dimensión epistemológica.....	31

2.2.2. ¿Qué es conocimiento útil para el docente? Dimensión social.....	33
2.2.3. ¿Qué es el aprendizaje? ¿Qué es la enseñanza? Dimensión psicopedagógica	34
2.2.4. ¿Para qué se enseña? Dimensión axiológica de la labor docente	36
2.3. Hacia un perfil académico profesional para el Profesor de Matemáticas.....	37
2.4. El Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas como modelo teórico para caracterizar un perfil académico profesional	46
2.4.1. Conocimiento Matemático	48
2.4.2. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático.....	51
2.5. El estudio de Clase Japonés como metodología para promover el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático desde las prácticas de aula	54
Capítulo 3: Marco Metodológico	59
3.1. Paradigma y enfoque de investigación	59
3.1.1. Objeto de estudio.....	59
3.1.2. Supuestos del enfoque crítico de investigación.....	60
3.2. Tipo de investigación	62
3.3. Diseño de investigación.....	63
3.4. Fuentes de información.....	70
3.4.1. Sujetos de interés.....	71
3.4.2. Fuentes documentales.....	73
3.5. Selección de participantes.....	73
3.5.1. Muestra variada	74
3.5.2. Muestra de voluntarios.....	75
3.5.3. Muestra de expertos.....	75
3.6. Técnicas y procedimientos de recolección y análisis de información	76
3.6.1. Técnicas e instrumentos de recolección de información.....	77
3.6.2. Categorías de análisis.....	85
3.7. Organización, triangulación y análisis de la información.....	86
3.8. Validación de la propuesta.....	86
3.9. Alcance y limitaciones	87
Capítulo 4: Presentación y análisis de resultados	89
4.1. Presentación de resultados	89
4.1.1. Cuestionario de diagnóstico	89
4.1.2. Programas de los cursos y referentes teóricos	102
4.1.3. Cuestionario de percepción	106

4.1.4. Grupo focal	115
4.1.5. Validación de la propuesta	122
4.2. Discusión y análisis	122
Capítulo 5: Propuesta Curricular	123
5.1. Elementos orientadores para el perfil académico profesional del graduado de la Carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática.....	125
5.1.1. Mercado laboral, prácticas emergentes y necesidades formativas	126
5.1.2. Características deseables del docente de matemáticas	127
5.2. Curso: Didáctica Específica de las Matemáticas	130
5.2.1. Características del curso	131
5.2.2. Descripción	131
5.2.3. Objetivos	131
5.2.4. Contenidos.....	133
5.2.5. Metodología	133
5.2.6. Evaluación	134
5.2.7. Cronograma de actividades	134
5.2.8. Bibliografía usada en el curso	135
5.3. Curso: Experiencia Docente en Enseñanza de las Matemáticas	138
5.3.1. Características del curso	139
5.3.2. Descripción	139
5.3.3. Objetivos	139
5.3.4. Contenidos.....	141
5.3.5. Evaluación	142
5.3.6. Cronograma de actividades	142
5.3.7. Bibliografía sugerida	143
Capítulo 6: Conclusiones y recomendaciones	145
6.1. Conclusiones	145
6.2. Recomendaciones.....	149
6.2.1. Al Departamento de Educación Secundaria de la Facultad de Educación de la Universidad de Costa Rica.....	149
6.2.2. A la Departamento de Educación Matemática de la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica	150

6.2.3. A docentes de las Escuelas de Formación Docente y Matemática directores de Trabajos Finales de Graduación (TFGs) e investigadores; estudiantes tesistas de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática o Posgrados vinculados a la Enseñanza de la Matemática.	151
Referencias	152
Anexos	161
Anexo 1. Cuestionario Diagnóstico: Formación de docentes en la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica (UCR): percepción de estudiantes avanzados de la carrera	161
Anexo 2. Guía de preguntas para el grupo focal con docentes de secundaria supervisores de Experiencia Docente en Matemática	161
Anexo 3. Transcripción del grupo focal con docentes de secundaria supervisores de Experiencia Docente en Matemática	162
Anexo 4. Cuestionario de percepción sobre los cursos de metodología y experiencia docente en Matemática	162

Resumen

Esta investigación tuvo como propósito general proponer un rediseño de dos cursos del plan de formación de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica, con el fin de promover en el profesorado de matemática en formación el fortalecimiento del Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y su reflexión, a partir de la inmersión en contextos de aula reales y su socialización entre pares.

En la introducción se describen el problema y los objetivos de la investigación, así como sus antecedentes, así como una contextualización de la problemática de la formación inicial de docentes de Matemática en Costa Rica en la actualidad, y la justificación del proyecto, basado en hallazgos de investigaciones recientes.

En el marco teórico se detallan, en primer lugar, las concepciones curriculares que son el punto de partida de la propuesta; así como los principales componentes del modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) como referente teórico que enmarca el análisis del Conocimiento Didáctico del Contenido que se pretende fortalecer con el rediseño curricular propuesto; y las etapas del Estudio de clase Japonés, que responden al cómo se operacionaliza, en el campo, la reflexión de dicho conocimiento.

El marco metodológico explica las características del paradigma sociocrítico y el enfoque cualitativo que orientan la propuesta, detallando aspectos de los sujetos y fuentes de investigación, a saber: docentes en formación y sus formadores, profesores de secundaria experimentados, y fuentes documentales. También se describen los instrumentos usados para la recolección y análisis de datos; mismos que se detallan y analizan posteriormente.

Dentro de los resultados más relevantes, descritos en el capítulo de conclusiones, se destacan la necesidad de una reestructuración integral del plan de estudios, no solamente en los cursos pedagógicos, sino también en los cursos de matemáticas, que promueva, desde los primeros años, la reflexión de los objetos matemáticos desde su vertiente disciplinar y didáctica, posibilitando una mayor y más sostenida inmersión de los futuros docentes en las aulas de secundaria como entes activos, de la mano de un marco teórico y metodológico que potencien los alcances de dicha reflexión, centrándose en tres elementos: el saber sobre la matemática y su enseñanza, el saber sobre las formas de aprendizaje de los estudiantes, y el conocimiento de las demandas curriculares.

Abstract

The main purpose of this research was to propose a redesign of two courses of the training plan for the pre-degree and Degree in Mathematics Teaching at University of Costa Rica, in order to promote the strengthening of Pedagogical Content Knowledge and its reflection, from the immersion in real classroom contexts and their socialization among peers.

The introduction describes the problem and the objectives of the research, as well as its background, as well as a contextualization of the problems of the initial training of Mathematics teachers in Costa Rica today, and the justification of the project, based on findings of recent research.

In the theoretical framework, firstly, the curricular conceptions that are the starting point of the proposal are detailed; as well as the main components of the Mathematics Teacher Specialized Knowledge (MTSK) model as a theoretical reference that frames the analysis of Didactic Content Knowledge that is intended to be strengthened with the proposed curricular redesign; and the stages of the Japanese Class Study, which respond to how the reflection of said knowledge is operationalized in the field.

The methodological framework explains the characteristics of the socio-critical paradigm and the qualitative approach that guide the proposal, detailing aspects of the research subjects and sources, namely: trainee teachers and their trainers, experienced secondary school teachers, and documentary sources. The instruments used for data collection and analysis are also described, which are detailed and analyzed later.

Among the most relevant results, described in the conclusions chapter, the need for a comprehensive restructuring of the study plan stands out, not only in pedagogical courses, but also in mathematics courses, which promotes, from the first years, the reflection of mathematical objects from their disciplinary and didactic aspects, enabling a greater and more sustained immersion of future teachers in secondary school classrooms as active entities, hand in hand with a theoretical and methodological framework that enhances the scope of said reflection, focusing on three elements: knowledge about mathematics and its teaching, knowledge about the ways students learn, and knowledge of curricular demands.

Lista de figuras

Figura 1. Dimensiones del currículo	30
Figura 2. Niveles y dimensiones en el estudio del currículo	31
Figura 3. Modelo de Ball del Conocimiento Matemático para la Enseñanza	47
Figura 4. Dominios y subdominios del MTSK	48
Figura 5. Esquema de las etapas del Estudio de Clase, sus niveles de impacto y productos	56
Figura 6. Proceso de la Investigación-Acción crítica	66
Figura 7. Esquema del proceso seguido para la investigación.....	70
Figura 8. Tipos de muestreo en la investigación cualitativa	74

Lista de gráficos

Gráfico 1. Caracterización de la muestra la que se aplicó el cuestionario diagnóstico, según edad y sexo.	90
Gráfico 2. Caracterización de la muestra la que se aplicó el cuestionario diagnóstico, según ciclo lectivo donde se ubican la mayoría de los cursos matriculados al momento de contestar el cuestionario.	90
Gráfico 3. Caracterización de la muestra la que se aplicó el cuestionario diagnóstico, según situación laboral y tipo de institución donde labora.	91
Gráfico 4. Percepción de los estudiantes avanzados de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática en relación con los conocimientos conceptuales generales adquiridos durante su formación.	91
Gráfico 5. Percepción de los estudiantes avanzados de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática en relación con las habilidades generales adquiridas durante su formación.	93
Gráfico 6. Percepción de los estudiantes avanzados de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática en relación con los saberes actitudinales adquiridos durante su formación.	94
Gráfico 7. Percepción de los estudiantes avanzados de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática en relación con los saberes relativos al subdominio Conocimiento de los temas Matemáticos (KoT) durante su formación.	95
Gráfico 8. Percepción de los estudiantes avanzados de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática en relación con los saberes relativos al subdominio Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM) durante su formación.	96
Gráfico 9. Percepción de los estudiantes avanzados de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática en relación con los saberes relativos al subdominio Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM) durante su formación.	97
Gráfico 10. Percepción de los estudiantes avanzados de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática en relación con los saberes relativos al subdominio Conocimiento de la Enseñanza de la Matemática (KMT) durante su formación.	98
Gráfico 11. Percepción de los estudiantes avanzados de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática en relación con los saberes relativos al subdominio Conocimiento del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM) durante su formación.	99

Gráfico 12. Percepción de los estudiantes avanzados de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática en relación con los saberes relativos al subdominio Conocimiento de los Estándares en Matemática (KMLS).....	101
Gráfico 13. Percepción de los estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática sobre el nivel de adquisición del Conocimiento de los Temas Matemáticos (KoT) durante los cursos de Metodología y Experiencia Docente.	107
Gráfico 14. Percepción de los estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática sobre el nivel de adquisición del Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM) durante los cursos de Metodología y Experiencia Docente.	107
Gráfico 15. Percepción de los estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática sobre el nivel de adquisición del Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM) durante los cursos de Metodología y Experiencia Docente.	108
Gráfico 16. Percepción de los estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática sobre el nivel de adquisición del Conocimiento de la Enseñanza de la Matemática (KMT) durante los cursos de Metodología y Experiencia Docente.....	109
Gráfico 17. Percepción de los estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática sobre el nivel de adquisición del Conocimiento de las formas de aprendizaje en Matemáticas (KFLM) durante los cursos de Metodología y Experiencia Docente.	110
Gráfico 18. Percepción de los estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática sobre el nivel de adquisición del Conocimiento de Estándares de Aprendizaje en Matemática (KMLS) durante los cursos de Metodología y Experiencia Docente.....	111
Gráfico 19. Percepción de los estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática sobre la pertinencia de los componentes curriculares del curso Metodología en Enseñanza de la Matemática, FD0531.	112
Gráfico 20. Percepción de los estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática sobre la pertinencia de los componentes curriculares del curso Experiencia Docente en Matemática, FD0541.	112

Lista de tablas

Tabla 1. Niveles de desempeño de la prueba para docentes de matemáticas de secundaria	22
Tabla 2. Síntesis de concepciones del currículo	27
Tabla 3. Enfoques y perspectivas curriculares y tipos de currículo.	29
Tabla 4. Propuesta de perfil de egreso profesional genérico de la UCR.....	38
Tabla 5. Conocimientos deseables para los docentes de educación media, según los objetivos y fundamentos de las carreras de Enseñanza Secundaria.....	39
Tabla 6. Resultados de aprendizaje esperado para los descriptores de "Saberes Disciplinarios y Profesionales" y "Aplicación de conocimientos, resolución de problemas e innovación" para el grado de Bachillerato en Enseñanza de la Matemática, según el MNC-CE-CR.....	43
Tabla 7. Resultados de aprendizaje esperado para los descriptores de "Saberes Disciplinarios y Profesionales" y "Aplicación de conocimientos, resolución de problemas e innovación" para el grado de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, según el MNC-CE-CR.....	45
Tabla 8. Características del paradigma socio crítico en relación con la presente investigación	62
Tabla 9. Distribución de participantes que conforman las muestras de investigación, según instrumentos aplicados	76
Tabla 10. Matriz empleada para el análisis de fuentes bibliográficas	83
Tabla 11. Matriz para el análisis de programas de cursos a intervenir.....	84
Tabla 12. Relación entre objetivos, fuentes y técnicas e instrumentos de la investigación.....	84
Tabla 13. Categorías de Análisis empleadas en la investigación	85
Tabla 14. Principales observaciones y sugerencias realizadas por los estudiantes a los componentes curriculares del curso Metodología en Enseñanza de la Matemática	113
Tabla 15. Principales observaciones y sugerencias realizadas por los estudiantes a los componentes curriculares del curso Experiencia Docente en Matemática.	114
Tabla 16. Observaciones de los profesores supervisores respecto al conocimiento matemático de los estudiantes de Experiencia Docente en Matemática.....	116
Tabla 17. Observaciones de los profesores supervisores respecto al conocimiento didáctico específico de los estudiantes de Experiencia Docente en Matemática.....	117
Tabla 18. Observaciones de los profesores supervisores respecto aspectos didácticos, evaluativos o curriculares de índole general.....	121
Tabla 19. Conocimientos deseables del graduado de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, desde la dimensión conceptual.....	128

Tabla 20. Conocimientos deseables del graduado de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, desde la dimensión procedimental.	128
Tabla 21. Conocimientos deseables del graduado de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, desde la dimensión actitudinal.....	129



Autorización para digitalización y comunicación pública de Trabajos Finales de Graduación del Sistema de Estudios de Posgrado en el Repositorio Institucional de la Universidad de Costa Rica.

Yo, Bemy Francisco Salas Solano, con cédula de identidad 7-0159-0296, en mi condición de autor del TFG titulado Análisis y rediseño curricular de dos cursos de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica. Una propuesta para promover el conocimiento didáctico del contenido matemático fundamentada en el MTSK y el estudio de clase.

Autorizo a la Universidad de Costa Rica para digitalizar y hacer divulgación pública de forma gratuita de dicho TFG a través del Repositorio Institucional u otro medio electrónico, para ser puesto a disposición del público según lo que establezca el Sistema de Estudios de Posgrado. SI NO *

*En caso de la negativa favor indicar el tiempo de restricción: año (s).

Este Trabajo Final de Graduación será publicado en formato PDF, o en el formato que en el momento se establezca, de tal forma que el acceso al mismo sea libre, con el fin de permitir la consulta e impresión, pero no su modificación.

Manifiesto que mi Trabajo Final de Graduación fue debidamente subido al sistema digital Kerwá y su contenido corresponde al documento original que sirvió para la obtención de mi título, y que su información no infringe ni violenta ningún derecho a terceros. El TFG además cuenta con el visto bueno de mi Director (a) de Tesis o Tutor (a) y cumplió con lo establecido en la revisión del Formato por parte del Sistema de Estudios de Posgrado.

FIRMA ESTUDIANTE

Nota: El presente documento constituye una declaración jurada, cuyos alcances aseguran a la Universidad, que su contenido sea tomado como cierto. Su importancia radica en que permite abreviar procedimientos administrativos, y al mismo tiempo genera una responsabilidad legal para que quien declare contrario a la verdad de lo que manifiesta, puede como consecuencia, enfrentar un proceso penal por delito de perjurio, tipificado en el artículo 318 de nuestro Código Penal. Lo anterior implica que el estudiante se vea forzado a realizar su mayor esfuerzo para que no sólo incluya información veraz en la Licencia de Publicación, sino que también realice diligentemente la gestión de subir el documento correcto en la plataforma digital Kerwá.

Capítulo 1: Introducción

1.1. Introducción

Durante los últimos 30 años, el desarrollo de investigaciones sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la educación primaria y secundaria han originado una visión profesionalizante de la labor de los docentes de secundaria, así como al surgimiento de una disciplina científica que estudia los aspectos involucrados con la transformación de los saberes matemáticos formales en objetos de enseñanza, y los procesos cognitivos, sociales, y culturales vinculados a ellos.

Ya desde los años 90, este saber en torno a la matemática y su enseñanza ha evolucionado a partir de los avances en investigación educativa, perfilándose como una disciplina autónoma configurada a partir de las características de la matemática como ciencia exacta, y de teorías psicológicas, sociológicas, antropológicas y pedagógicas que fundamentan los procesos educativos, pero que posee un objeto de conocimiento propio, distinto al de las matemáticas y al de la pedagogía general, denominado por los expertos con el nombre de matemática escolar (Rico, 1995)

De la mano de esta evolución, han surgido términos como Matemática Educativa, Educación Matemática, Didáctica de la Matemática, Enseñanza de la Matemática, Matemática Escolar, entre otros, que en ocasiones se utilizan como sinónimos, si bien, aunque relacionados, guardan diferencias conceptuales. Seguidamente se hará una breve caracterización de estos términos, con el fin de dar una mayor claridad al resto de este documento.

1.1.1. Clarificación de conceptos.

En primer lugar, se entiende por *matemática escolar* el conjunto de contenidos matemáticos que se seleccionan y transforman en objeto de enseñanza institucionalizada en los diferentes niveles de la escolaridad obligatoria, primaria o secundaria (Rico, 1995).

Por otro lado, Rico explica que el término *educación matemática*, puede referirse a tres cuestiones distintas. Primero, se llama educación matemática al “conjunto de conocimientos, artes, destrezas, lenguajes, convenciones, actitudes y valores, centrados en las matemáticas y que se transmiten por medio del sistema escolar” (2012, pág. 43), es decir, al conjunto de saberes de tipo conceptual, procedimental y actitudinal, en torno a las matemáticas, que se construyen y transmiten mediante los procesos escolares de socialización.

Segundo, educación matemática se refiere, en un sentido más amplio, a la

actividad social que tiene lugar en unas instituciones determinadas y se lleva a cabo por unos profesionales cualificados. En este caso se entiende la educación matemática como la totalidad de acciones y condiciones que hacen posible la enseñanza de las matemáticas, incluida la cualificación profesional de profesores. Abarca, pues, el conjunto de conocimientos, procesos y condiciones que posibilitan las interacciones entre profesores y alumnos y que hacen viable la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (2012, pág. 43)

Desde esta acepción, la educación matemática extiende sus fronteras, para abarcar no solamente los procesos de enseñanza y aprendizaje que se desarrollan en las aulas escolares en torno a los objetos matemáticos, sino también los procesos de formación de los profesionales dedicados a esta labor.

La tercera acepción, proveniente del inglés *Mathematical Education*, y para la que más frecuentemente se utiliza en español el término *Didáctica de la Matemática*, se refiere a la educación matemática como disciplina científica que, como explica Rico (2012, pág. 44), citando a Rico, Sierra, & Castro:

se ocupa de indagar metódica y sistemáticamente los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas así como los planes para la cualificación profesional de los educadores matemáticos. [...] tiene como objeto delimitar y estudiar los fenómenos que se presentan durante los procesos de organización, comunicación, transmisión, construcción y valoración del conocimiento matemático (Rico, Sierra, & Castro, 2000, pp. 353-354)

Es decir, la *Didáctica de la Matemática* es la disciplina científica que se encarga de problematizar, investigar y teorizar sobre los procesos institucionalizados de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares y la formación de los profesionales que ejercen dicha labor.

En resumen, se usará en este documento el término *Educación Matemática* (en mayúscula) para referirse a los procesos sociales y antropológicos vinculados a la enseñanza y aprendizaje de la *matemática escolar*, así como a la formación profesional de docentes de matemáticas, mientras que *Didáctica de la Matemática* hará referencia a la ciencia de la Educación Matemática.

Con este carácter de ciencia, la Didáctica de la Matemática se constituye alrededor de una comunidad diversa de personas que son sujeto de tales actividades, a la que se hará referencia con el término de comunidad de *educadores matemáticos*, es decir, aquella comunidad “socialmente formada por aquel amplio grupo de personas que, de algún modo, trabajan y están en conexión

con la educación matemática” (Rico, 2012, pág. 44), que incluye, pero no se limita a investigadores y profesores de matemáticas en los diferentes niveles del sistema educativo. De este modo, los docentes de matemáticas forman parte de la comunidad de educadores matemáticos, pero no todos los educadores matemáticos se dedican a la docencia. Rico afirma que “La profesión de profesor de matemáticas encuentra sus raíces y se desarrolla en la comunidad de educadores matemáticos” (2012, pág. 45).

1.1.2. El problema y su importancia

Habiendo hecho la aclaración anterior, cabe mencionar que la Didáctica de la Matemática, históricamente, surge a raíz de la problematización inicial sobre qué matemática, esto es, qué contenidos matemáticos, debe enseñarse en las escuelas y colegios, lo cual sugiere, a la vez, responder a la pregunta de ¿qué conocimientos matemáticos debe poseer un profesor de matemáticas.

Actualmente, hay consenso de que los contenidos de la matemática escolar se seleccionan bajo el criterio de su utilidad para la formación del futuro ciudadano, en tanto que le permita desenvolverse en sociedad (Rico, 1995). Así, más relevante que la cantidad de matemáticas que se enseñen, es el que estas permitan al estudiante desarrollar destrezas para la vida adulta.

De esta forma, el debate inicial sobre cuáles deben ser los contenidos matemáticos por enseñar queda superado, dando lugar a interrogantes que generan nuevas líneas de investigación. Una de ellas es la formación de docentes, tema que se ha abordado desde diferentes aristas (Rico, 2004; Badillo, 2015; Cordero, 2016). Desde la perspectiva anterior, la función del docente de matemáticas no debe limitarse a la transmisión de conceptos y procedimientos de la matemática formal, por lo que su formación va más allá de una sólida formación matemática, requiriendo también conocimientos pedagógicos sólidos (Ball, Thames, & Phelps, 2008).

Al respecto, los investigadores en educación concluyen que saber disciplinar y saber pedagógico por separado no son suficientes para abordar exitosamente la práctica educativa. Cada disciplina escolar conlleva la necesidad de desarrollar saberes didácticos específicos, que nacen de la naturaleza misma de la disciplina que se pretende enseñar (Rico, 2004).

Es decir, el docente debe realizar una lectura y reconstrucción del contenido de su disciplina desde un lente pedagógico. Por tanto, existe un tipo de saber que integra lo disciplinar y lo pedagógico en una entidad completamente nueva, un “conocimiento profundo y articulado” (Francis-Salazar,

2012) que recibe el nombre de Conocimiento Pedagógico del Contenido, o Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC), que es definido por Schulman (Scheiner, Montes, Godino, Carrillo, & Pino-Fan, 2019, pág. 156) como un conocimiento que trasciende el saber propiamente disciplinar para adentrarse en la dimensión del conocimiento de la disciplina para su enseñanza. El modelo de Conocimiento Especializado del Docente de Matemáticas (MTSK), cuyo origen se enmarca en la necesidad de especificar las grandes dimensiones de conocimiento sugeridas por Shulman para el colectivo del profesorado en matemáticas, permite caracterizar (Muñoz-Catalán, y otros, 2015) y operacionalizar (Montes, Carrillo, Contreras, Liñán-García, & Barrera-Castarnado, 2019) los saberes del docente de matemáticas, sea en ejercicio, o como en el caso que nos ocupa, en formación.

Por otro lado, múltiples estudios manifiestan la necesidad de abordar el Conocimiento Didáctico del Contenido no solo desde un enfoque teórico, si no, sobre todo, desde uno práctico, que permita a los docentes, tanto en ejercicio como en formación inicial, un análisis y reflexión de sus prácticas, en aras de llevar al aula aquello que apunta la teoría (Flores, Escudero, & Aguilar, 2013; Rojas, Flores, & Carrilo, 2015; Vasco-Mora, Climent, Escudero-Ávila, Montes, & Ribeiro, 2016; Flores-Medrano, y otros, 2016).

Por lo anterior, se considera que el análisis de las prácticas del profesor en el aula es un dispositivo de formación inicial y continua orientado a promover la competencia reflexiva docente, aspecto fundamental en los programas de formación del profesorado de matemáticas, dado que el aula es el lugar donde se concretan los aspectos teóricos estudiados durante su formación. El análisis de sus prácticas permite al docente analizar, teorizar y socializar sobre sus experiencias de enseñanza. Sobre el particular, Serres asegura:

Para [...] analizar las prácticas de los docentes un PFD [Programa de Formación Docente] debe organizar actividades que permitan [...] reflexionar sobre su experiencia, discutirla con sus colegas, explicar su quehacer, este proceso comienza con la contextualización de su trabajo en una escuela particular y unos estudiantes determinados, y a partir de allí el docente va generando sus conocimientos acerca de cómo aprenden sus estudiantes, de las aproximaciones al conocimiento matemático, de la didáctica necesaria para lograr los aprendizajes, de las adaptaciones necesarias al currículo (2007, pág. 151).

Lo anterior sugiere la necesidad de contar en los programas de formación de docentes con mecanismos prácticos que permitan a los futuros profesores insertarse en entornos de enseñanza reales, y reflexionar sobre sus propias prácticas y las de sus colegas. Este debe ser un aspecto

fundamental en la formación inicial (Llinares S. , 2009), que supone los primeros acercamientos de los futuros docentes a la realidad del aula, su futuro campo laboral.

El Estudio de Clase, un modelo de carácter práctico para la formación de docentes e investigación en Enseñanza de la Matemática nacido en Japón, y difundido internacionalmente (Isoda & Olfos, 2009), se perfila como una herramienta que podría brindar las pautas metodológicas para integrar en los programas de formación inicial de docentes la reflexión de sus prácticas profesionales a partir de referentes teóricos sobre el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático (CDCM).

Esta investigación estudia la formación de futuros docentes de matemáticas en la carrera de Bachillerato y Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica, con la finalidad de proponer una modificación curricular, que fortalezca el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático en dos cursos clave de la carrera: Metodología en Enseñanza de la Matemática y Experiencia Docente en Matemática, usando el Estudio de Clase como herramienta metodológica para estructurar este proceso formativo, partiendo de la inmersión de los estudiantes en instituciones educativas y contextos de aula reales.

El diseño metodológico empleado para la investigación, partiendo de un enfoque cualitativo, es la Investigación-Acción, en el cual, para las diferentes etapas, se aplicó un cuestionario de diagnóstico a estudiantes de cuarto año o superior sobre la percepción de los aprendizajes adquiridos en los cursos a intervenir, un grupo focal a docentes de secundaria supervisores de experiencia docente, análisis documental, tanto de fuentes bibliográficas como de los programas de los cursos y otra documentación de la carrera; con estos insumos se diseñó y aplicó un pilotaje de Estudio de Clase y un cuestionario de percepción de los estudiantes sobre el mismo; y finalmente, se dio la validación de los programas propuestos, por parte de docentes universitarios, que laboran en la carrera de Enseñanza de la Matemática.

El documento se organiza en seis capítulos. En el presente capítulo se presenta la justificación de la problemática que se desea abordar y sus antecedentes, para concluir planteando el problema de investigación y sus objetivos.

El segundo capítulo, Marco Teórico, presenta los referentes conceptuales que respaldan la propuesta, organizados en cuatro secciones. La primera sección describe la concepción de currículo, el modelo y enfoque curricular que asume la investigación; la segunda sección brinda algunos elementos teóricos del Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático que respaldan la

necesidad de un perfil profesional basado en un modelo de formación específico que oriente los programas de formación inicial; la tercera sección caracteriza los componentes del modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas como un referente teórico apropiado para la construcción de un perfil académico profesional para el futuro docente de matemáticas de la Carrera de Bachillerato y Licenciatura de Enseñanza de la Matemática de la UCR. Finalmente, la sección cuatro describe la metodología japonesa del Estudio de Clase como metodología para integrar el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático a la formación de los futuros docentes de matemática desde contextos prácticos.

El tercer capítulo, Marco Metodológico, caracteriza la metodología de investigación seguida en el presente trabajo, iniciando por el tipo de investigación, el enfoque y diseño de la investigación, las fuentes de información, el proceso de selección de participantes, las técnicas y procedimientos de recolección de información, la validación de la propuesta, organización y análisis de la información, y finalmente, se describe el alcance y las limitaciones del trabajo, en relación con el diseño escogido.

En el cuarto capítulo, Presentación y análisis de resultados, se muestran los hallazgos más relevantes obtenidos a partir de los datos recolectados en las diferentes etapas de la investigación, y un análisis de estos, en aras de sintetizar aquellos aspectos más relevantes para la elaboración de la propuesta programática para los dos cursos.

En los capítulos cinco y seis se presentan, respectivamente, una síntesis de las principales conclusiones y recomendaciones emanadas de la investigación, y la versión final de la propuesta de los programas de ambos cursos. Finalmente, se presentan las referencias bibliográficas consultadas en la investigación, y los anexos de esta.

1.2. Justificación del problema

1.2.1. ¿Por qué Didáctica de la Matemática?

La evolución de la Didáctica de la Matemática como disciplina científica ha generado un cambio de paradigma en torno a cómo se concibe la labor de los profesores de matemáticas, superando la visión técnica tradicional, en la que el profesor de aula es visto como un técnico cuya labor se reduce a concretar las recomendaciones del “experto” en Educación Matemática, entendido exclusivamente como el investigador o académico.

Los paradigmas actuales proponen, por el contrario, una visión profesionalizante del docente, en la que, tanto profesores de aula como académicos investigadores forman parte de la *comunidad de*

educadores matemáticos que, en una suerte de simbiosis, aportan conocimientos que, partiendo de la reflexión de las experiencias de aula, posibilitan una sistematización de saberes conceptuales, procedimentales y actitudinales, que permiten la generación de teoría que, para cerrar el ciclo, se valide -o refute-, y enriquezca mediante su concreción en las aulas, y enriquezcan la práctica profesional docente.

Esta concepción dicotómica, pero complementaria, entre docentes de matemática e investigadores, práctica y teoría, escuela y academia, pone en evidencia la complejidad de las nuevas demandas que, desde la disciplina, y desde el entramado sociocultural actual, enmarcan los procesos de generación, transmisión y evaluación de la matemática escolar y, por ende, la labor del profesor, a la vez que implica nuevas expectativas hacia las personas que aprenden matemáticas y para qué se aprende matemáticas.

Esto, a su vez, involucra la necesidad de generar investigaciones en torno a la Didáctica de la Matemática, con el fin de comprender más claramente el fenómeno tan complejo que estudia. Así, se han desarrollado investigaciones desde diversos frentes, entre los cuales se pueden mencionar, el estudio de los objetos matemáticos, su fenomenología y epistemología; los tipos de pensamiento matemático y las formas en que se puede promover este pensamiento; los métodos recursos y estrategias para la enseñanza, basadas en la naturaleza del conocimiento matemático escolar, y, desde luego, los procesos de formación de profesores de matemáticas, así como los conocimientos que un docente debe poseer para enseñar de forma pertinente.

En este sentido, el avance en la Didáctica de la Matemática ha arrojado una serie de consideraciones sobre la naturaleza de las matemáticas escolares y su papel en los currículos de primaria y secundaria. Sobre este, Rico destaca (1995, págs. 7-9):

1. Las matemáticas escolares no deben ser una disciplina estática y rígida que enfatiza en el dominio de hechos y destrezas mediante la repetición de tareas rutinarias. Tal visión empobrece la comprensión de los objetos matemáticos como entes conectados entre sí, y limita la capacidad de los aprendientes de generar significados, su creatividad, invención y capacidad de experimentación, formulación y verificación de conjeturas.
2. El estudiante no es un “recipiente vacío”, va construyendo gradualmente su propio conocimiento a través de la integración de nuevos conceptos a sus esquemas mentales.

3. El aprendizaje de las matemáticas no es un proceso determinista e individual, sino interactivo, en el que intervienen diversos agentes: estudiantes, docentes, padres de familia, compañeros y amigos, y la sociedad como un todo.
4. El conocimiento matemático no se construye de manera rápida, ni en su versión “acabada”, al contrario, se construye lentamente, y se va enriqueciendo y ampliando su alcance, significados y conexiones.
5. Es necesario considerar las diferentes perspectivas sobre el conocimiento matemático escolar, entre estas: (a) abarca una serie de competencias formales, (b) es conocimiento tecnológico, pues brinda al estudiante capacidades y destrezas en su entorno, (c) promueve el conocimiento reflexivo y la toma de decisiones.

Todas estas características se engloban en la noción de “competencia matemática” o “alfabetización matemática”, que se define como “la capacidad de un individuo para identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, hacer juicios fundados y usar e implicarse con las matemáticas en aquellos momentos que presenten necesidades para su vida individual como ciudadano” (Rico, 2007, pág. 49)

Esta visión ha permeado los programas escolares de matemática a lo largo y ancho del globo (Rico, 1995), implicando un cambio en los propósitos de formación: la matemática escolar no debe reducirse a transmitir la versión formal y acabada de las matemáticas, ni a preparar el camino para la formación de futuros profesionales que se desenvuelvan en un campo afín ellas.

En las aulas de primaria y secundaria se forman futuros ciudadanos que se desenvolverán en diversos campos, no necesariamente vinculados a una carrera profesional, ni a un oficio que involucre directamente la matemática formal.

Por tanto, el centro de interés de la matemática en los programas de formación obligatoria se desplaza del manejo de contenidos y algoritmos a su utilidad en la formación del futuro ciudadano en, al menos, tres sentidos (Rico, 1995), que llamaremos acá fin práctico, utilitario y formativo:

- a. Fin práctico: el estudio de las matemáticas promueve el desarrollo de capacidades de razonamiento lógico, simbolización, abstracción, rigor y precisión, permitiendo “lograr mentes bien formadas, con una adecuada capacidad de razonamiento y organización” (pág. 9). De esta forma, la habilidad matemática permite generar criterio para el análisis y la toma de decisiones.

- b. Fin utilitario: las matemáticas están presentes en toda forma de expresión creada por el ser humano, permitiendo codificar y representar el entorno natural y social. Al emplear modelos matemáticos para describir un fenómeno se infieren propiedades que, además permiten predecir su comportamiento futuro, constituyéndose un instrumento de trabajo para otras disciplinas (págs. 9-10). Entonces, las matemáticas se tornan en una herramienta para modelar y comprender el entorno.
- c. Fin formativo: de la mano del lenguaje natural, la matemática, a la vez que requiere un desarrollo continuo y progresivo, “permite apreciar el desarrollo alcanzado por el alumno”, perceptible a través de las capacidades de expresión verbal y de razonamiento (pág. 9).

Costa Rica no ha sido ajena a la tendencia internacional, pues en el 2012 el Consejo Superior de Educación aprobó los planes de estudio de Matemática vigentes (Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, 2012), que, además de integrar verticalmente los contenidos de primero (primero a tercero de primaria), segundo (cuarto a sexto de primaria) y tercer ciclo de la Educación General Básica (sétimo a noveno de secundaria) y cuarto ciclo de Educación Diversificada (bachillerato), organizándolos en cinco grandes áreas temáticas (págs. 49-55), contiene dentro de sus fundamentos la noción de competencia matemática (pág. 14), y prioriza la Resolución de Problemas en contextos reales (págs. 28-30) como estrategia metodológica para promover procesos de pensamiento matemático (págs. 24-26)

Esta situación ha supuesto un reto para los profesores en ejercicio, formados mayormente desde el viejo paradigma tradicional (Mena, y otros, 2019, pág. 112), y para las universidades formadoras de docentes, pues implica la necesidad de actualizar sus planes de formación, para responder a la nueva realidad (pág. 117) . Sobre estos temas se ampliará en el apartado de antecedentes.

Así las cosas, este cambio de paradigma implica nuevas demandas sociales sobre los docentes de matemáticas, pues ya no se conciben como poseedores del conocimiento matemático formal que deben depositar en sus estudiantes, si no como formadores de ciudadanos. Cabe entonces preguntar ¿cuál es el rol del profesor de matemáticas de enseñanza obligatoria en la formación de los futuros ciudadanos?, ¿qué debe saber un docente de matemáticas, para cumplir correctamente con la responsabilidad que la sociedad le demanda?

Estas cuestiones llevan a poner la mirada en los procesos de formación del profesorado, y, por tanto, en la necesidad de clarificar elementos para la definición de un perfil académico profesional deseable.

1.2.2. ¿Por qué la formación inicial de docentes matemática de educación secundaria?

En este nuevo escenario, el tema de la formación del profesorado se ha convertido en una línea de investigación prioritaria para la Didáctica de la Matemática. Al respecto, Rico menciona:

El educador matemático emerge como un profesional crítico y reflexivo, cuyas necesidades de formación inicial y permanente se han incrementado con la incorporación de nuevas disciplinas y la importancia cada vez mayor asignada al campo de la práctica. Esta formación debe tener rango académico suficiente y debe ubicarse en los departamentos y centros universitarios. Pero la comunidad de educadores matemáticos no debe esperar que las soluciones le vengan dadas: debe adelantarse a reflexionar sobre sus propias carencias y limitaciones y plantear sus propias necesidades de formación con la extensión y profundidad necesarias. La reflexión, crítica y discusión sobre estas necesidades deben dar paso a programas de formación adecuados que proporcionen las bases suficientes para el desempeño de esa compleja tarea a la que denominamos educación matemática (Rico, 1995, pág. 23).

Se delimita la investigación a la formación inicial del profesorado de secundaria, pues, por un lado, diversos autores plantean la necesidad de superar la desconexión que suele existir entre los planes de formación docente y la realidad escolar (Blanco, 1999; Rico, 2004; Zeichner, 2010) e incorporar los resultados de las nuevas tendencias didácticas producto de las investigaciones en Didáctica de la Matemática a dichos planes de formación (Badillo, 2015; Bosch & Gascón, 2009; Nortes Checa & Nortes Martínez-Artero, 2011; Sáenz, 2007), y por otro, porque en Costa Rica los planes de estudio de maestros de educación primaria promueven una formación general para las cuatro asignaturas básicas del currículo (matemáticas, español, ciencias y estudios sociales) y no una formación especializada en matemáticas.

Para la presente investigación, revisten de importancia dos aspectos de los planes de formación inicial, que buscan responder a dos preguntas claves: ¿qué saberes debe poseer un docente de matemáticas? Y ¿de qué manera se articulan esos saberes en el proceso formativo? La cita de la página anterior brinda algunos elementos sobre esta discusión, pueden destacarse:

- a. Tener un fundamento teórico sólido, apoyado en la multidisciplinariedad (Cordero, 2016), que respalde las características deseables del futuro docente de matemáticas, las cuales deben ir más allá de saberes conceptuales, incluyendo también los de índole procedimental y actitudinal.
- b. Integrar elementos de la Matemática y del Conocimiento Didáctico del Contenido (Fonseca, 2009), además de saberes didácticos y pedagógicos generales, desde una perspectiva que trascienda la visión técnica de lo disciplinar y pedagógico, para lograr una profesionalización de la labor docente.

- c. Fortalecer las experiencias prácticas de los docentes en formación, posibilitando espacios de interacción con sus pares, estudiantes de diversos niveles y contextos escolares, y otros actores del proceso educativo obligatorio, como campo para reflexionar sobre sus prácticas docentes y la relación entre teoría y práctica (Badillo, 2015).
- d. Fomentar una actitud crítica y activa ante las problemáticas escolares y sociales, así como los propios de su profesión, lo que supone promover procesos de formación continua (Badillo, 2015) y desarrollar habilidades investigativas, tanto individualmente como en equipos.

Los primeros dos elementos se relacionan con el primer interrogante, mientras que los últimos dos se vinculan con la segunda pregunta, ambas de vital importancia en el contexto nacional, dados los resultados en cuanto al aprovechamiento de las clases y las metodologías empleadas por los docentes de matemáticas obtenidos por los últimos informes del Estado de la Educación (Barrantes, y otros, 2016; Mena, y otros, 2019) que evidencian carencias en la mediación pedagógica de los docentes, en parte, probablemente, por una formación inicial deficiente, que no responde a las demandas actuales y que genera bajos rendimientos en los estudiantes (Programa Estado Nación, 2017; Programa Estado Nación, 2019).

1.2.3. ¿Por qué el MTSK y el Estudio de Clase?

Las dos cuestiones discutidas en la sección anterior constituyen los pilares que sostienen la presente investigación. Puesto que, como se ha dicho, los resultados de investigación sobre la formación del profesorado de matemáticas sostienen la presencia de un conocimiento didáctico específico relativo a la disciplina que debe estudiarse en los programas de formación, a la vez que afirman que dicho conocimiento debe promoverse desde entornos prácticos, es necesario fundamentar la propuesta curricular desde ambos focos.

Así, el modelo MTSK, brinda un referente teórico robusto para responder a la pregunta de cuáles son los saberes que debe poseer un docente de matemáticas, tanto desde la componente disciplinar como desde la didáctica específica de la matemática, no limitándose a aspectos conceptuales, si no que involucra cuestiones procedimentales y actitudinales. Además, brinda pautas para analizar y reflexionar sobre las prácticas y tareas de los futuros docentes en su proceso de formación (Montes, Carrillo, Contreras, Liñán-García, & Barrera-Castarnado, 2019). Lo cual es útil en dos sentidos: permite a los docentes en formación reflexionar sobre sus prácticas, y a las instancias universitarias encargadas de organizar los planes de estudio, establecer criterios para la definición

de un perfil académico profesional específico y determinar indicadores para los procesos de evaluación de los cursos del plan de estudios.

Por otro lado, el Estudio de Clase, centrado en la observación y reflexión de las prácticas de aula por parte de grupos de profesores y otros actores institucionales (Isoda & Olfos, 2009), y organizado en cuatro etapas bien definidas (Lewis, Perry, & Hurd, 2009; Lewis, 2016), se conforma en una metodología apropiada para promover la integración de los aspectos teóricos de la formación de los futuros docentes a partir del análisis de entornos prácticos enmarcados en la planificación, ejecución, reflexión y mejora de clases en aula reales. Estos dos componentes se desarrollarán en el capítulo del Marco Teórico.

1.2.4. ¿Por qué los cursos de Metodología en Enseñanza de la Matemática y Experiencia Docente en Matemática de la Universidad de Costa Rica?

La UCR tiene a su encargo la formación de docentes de secundaria desde su apertura en 1940, recayendo tal responsabilidad por más de diez años en las antiguas Escuelas de Letras, Filosofía y Ciencias. Entonces, los planes de formación eran de carácter marcadamente academicista, predominando este elemento sobre el pedagógico, en una relación 80%-20%, respectivamente (Corrales, Durán, & Carabaguíaz, 1991, p. 3).

En 1957, a raíz de la reforma universitaria, nacen dos nuevas facultades, la de Ciencias y Letras, que se encargó de la formación de los docentes de segunda enseñanza en torno a las disciplinas específicas, y la de Educación, que asumió su formación en el área pedagógica, diseñándose nuevos planes de estudio de Profesorado de Segunda Enseñanza, donde el 18% de los cursos correspondían a formación en cultura general, el 56,5% a formación en el área específica y el restante 25,5% a la formación pedagógica (Corrales, Durán, & Carabaguíaz, 1991, p. 3).

En el periodo entre 1957 y 1973 los planes de estudio se mantuvieron prácticamente invariables, estando la formación pedagógica conformada por cursos de fundamentación pedagógica, filosofía y psicología de la educación, un curso de enseñanza media, metodología general específica, y la práctica docente. Un aspecto importante de los planes en este periodo es el carácter marcadamente técnico que se le imprime a la formación de los docentes (Corrales, Durán, & Carabaguíaz, 1991, p. 3).

Con la aprobación de un nuevo Estatuto Orgánico, en 1974 se eliminan las carreras de Profesorado en Enseñanza Media y se crean las actuales carreras de Bachillerato en Enseñanza. La distribución de las asignaturas en la malla curricular varió ligeramente de la anterior, quedando un 18% a los

Estudios Generales, 50% en formación en el área específica y 32% en formación pedagógica, distribución que se mantuvo hasta el año de 1991 (Corrales, Durán, & Carabaguíaz, 1991, p. 3).

Estos planes de estudio entran en vigor en 1977, e incorporan a la formación pedagógica cursos de Comunicación, de Procesos de Enseñanza-Aprendizaje, Taller de Tecnología Educativa y Ayudas Audiovisuales, Principios de Investigación Educativa y Análisis Estadístico, Evaluación y Medición Educativas y Principios de Currículum, así como materias optativas en algunas carreras específicas (Corrales, Durán, & Carabaguíaz, 1991, pág. 3). Es destacable el interés por dotar a la carrera de una identidad profesional, superando el aspecto técnico e incorporando elementos investigativos, necesarios en la formación de los futuros docentes para generar cambios en la realidad de aula.

En 1991 se propone una modificación del plan de estudios de siete carreras de bachillerato en Enseñanza, entre ellas Enseñanza de la Matemática. Esta modificación consiste en plantear una salida lateral al título de Bachillerato, con la intención de que se satisfaga el aumento en la demanda nacional proyectada de docentes capacitados (de un 43% en 1989 y hasta 1996, a un 77,5% en 2002) para ejercer en la secundaria en todo el país (Corrales, Durán, & Carabaguíaz, 1991, p. 2).

Esta propuesta define objetivos específicos para la formación de los docentes de secundaria que cursen las carreras de Bachillerato en Enseñanza, así como una caracterización del perfil profesional general, enfatizando en cuatro aspectos: fundamentos educativos, investigación, didáctica general y específica, actitudes (Corrales, Durán, & Carabaguíaz, 1991, págs. 6-7).

Dichos planes se mantuvieron prácticamente intactos hasta inicios del 2000. En la década de 2000-2009, se realizaron cambios en algunos cursos de matemática por parte de la Escuela de Matemáticas, argumentando, entre otras razones: la necesidad de que los estudiantes que cursan el plan de estudios se familiaricen con los contenidos que impartirán en secundaria antes de profundizar en aspectos más formales de la matemática, y el nivel de dificultad y de abstracción de algunos cursos, lo que provocaba deserción y repitencia (Arias, Mora, Murillo, & Salazar, 2011, págs. 6-8). En este periodo también se revisaron y modificaron algunos requisitos de los cursos de Formación Docente, ya que, según Duarte, citado por Arias, Mora, Murillo y Salazar “algunos estudiantes matriculaban cursos avanzados del área de pedagogía, con apenas uno o dos cursos de matemática aprobados” (2011, pág. 6)

Por otro lado, los cursos de pedagogía de la malla curricular durante los primeros dos años de plan de formación pertenecen al denominado tronco común del núcleo pedagógico. Es decir, cursos

como Introducción a la Pedagogía, Fundamentos de Didáctica, Principios de currículum, Taller de materiales didácticos y Principios de evaluación y medición educativa se comparten con las demás carreras de Enseñanza secundaria (Universidad de Costa Rica, 2020), esto con el doble objetivo de promover una visión global y general de los aspectos pedagógicos, y promover un acercamiento con estudiantes de otras disciplinas, en el entendido de que el trabajo interdisciplinario es parte fundamental de la labor de los futuros docentes.

A pesar de lo anterior, en los últimos años se ha discutido, por parte del Departamento de Secundaria de la Escuela de Formación Docente, la necesidad de organizar los cursos del núcleo pedagógico de modo que se establezcan grupos específicos para carreras afines (idiomas, ciencias exactas y naturales, ciencias sociales, artes) para que, sin perder la visión que brinda un acercamiento interdisciplinario al saber pedagógico general, se comiencen a vislumbrar las condiciones que las particularidades de la naturaleza del saber disciplinar suponen en la práctica pedagógica desde los primeros cursos del plan de formación.

Es hasta el tercer año, una vez que el docente en formación ha avanzado y profundizado en el estudio del área disciplinar, que se inician los cursos de didáctica y pedagogía específicas para la enseñanza de la matemática, donde se busca ahondar en los resultados teóricos y prácticos de la Didáctica de la Matemática como disciplina científica y sus implicaciones en la práctica profesional. Esto considerando que, para hacer una reflexión sobre los resultados en investigación en Didáctica de la Matemática, debe partirse de una formación Matemática amplia, sólida y profunda. Específicamente, este proceso se inicia en los cursos de Metodología en Enseñanza de la Matemática y Experiencia Docente en Matemática (Universidad de Costa Rica, 2020).

Por tanto, se ha decidido estudiar las características, condiciones y principios pedagógicos de los cursos de los dos cursos mencionados, y con base en esto, proponer una modificación curricular de ambos, pues sus características particulares hacen que sean de especial importancia en el plan de estudios de la carrera de Bachillerato en Enseñanza de la Matemática de la UCR, aspecto que se detallará a continuación.

El curso de Metodología en Enseñanza de la Matemática es el primer curso de pedagogía en la malla curricular que es específico para quienes cursan la carrera de Enseñanza de la Matemáticas, siendo que los anteriores cursos de pedagogía pertenecen al llamado tronco común del núcleo pedagógico, que enfatizan en aspectos de pedagogía y didáctica general, y se comparten con estudiantes de

Enseñanza Secundaria de otras disciplinas, tales como Castellano y Literatura, Ciencias Naturales, Estudios Sociales, Inglés, Francés, Música y Psicología.

Dentro de los propósitos del curso, que se imparte el primer ciclo lectivo de cada año, están, primero, el brindar un primer acercamiento a la Didáctica específica de la Matemática, que sirva como referente teórico y metodológico para el diseño, ejecución y análisis de situaciones y tareas de enseñanza y aprendizaje, y segundo, el acercamiento gradual de los futuros docentes con profesores de matemática en ejercicio, y la inmersión en instituciones de enseñanza secundaria, con miras a su próxima práctica profesional supervisada. En este proceso el profesor en formación, mediante la interacción con el docente en ejercicio y uno de sus grupos a cargo, se va familiarizando con la dinámica de trabajo en la institución, las normas institucionales y nacionales que delimitan su accionar, y las tareas cotidianas de un profesor, como planificación de clases, diseño de materiales didácticos e instrumentos evaluación.

Por otro lado, el curso de Experiencia Docente en Matemática, que se imparte el segundo ciclo lectivo de cada año, corresponde a la práctica profesional supervisada. En él, los futuros docentes, llamados **Estudiantes Practicantes**, (Reglamento de Práctica Profesional Docente [Departamento de Educación Secundaria, Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica], 2022, 20 de julio) pero a quienes nos referiremos en este documento como *profesores practicantes*, asumen, durante un trimestre completo, la responsabilidad de impartir las lecciones a un grupo de una institución secundaria (idealmente, con el que han venido trabajando desde el curso de Metodología en Enseñanza de la Matemática). Así, según el Reglamento de Práctica Docente, se presenta la figura del Docente Supervisor de Experiencia y el Docente Cooperador, cuyas funciones son, respectivamente (Reglamento de Práctica Profesional Docente [Departamento de Educación Secundaria, Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica], 2022, 20 de julio):

Profesor supervisor o profesora supervisora de experiencia docente: profesional, nombrado por la Escuela de Formación Docente de la Facultad de Educación para guiar al estudiante en el proceso de práctica profesional en docencia. Este profesional puede laborar en la misma institución donde supervisa la experiencia docente facilitando sus propios grupos. También, puede desplazarse a otra institución educativa donde se cuenta con el apoyo del profesor cooperador o profesora cooperadora (Art. 5).

Profesor cooperador o profesora cooperadora: docente que labora en una institución educativa pública y diurna del Tercer Ciclo y Educación Diversificada, quien facilita al practicante el grupo

estudiantil pero no tiene la responsabilidad de supervisar la experiencia docente, ni de emitir calificaciones (Art. 5).

Sin embargo, en un diagnóstico realizado en 2019 como insumo para la presente investigación, cuyos resultados se detallarán en el Capítulo 4: Presentación y análisis de resultados, se determinó que los estudiantes que han aprobado ambos cursos, consideran tener algunas falencias en relación al conocimiento de los temas matemáticos del currículo escolar, y sobre todo, carencias importantes en relación a aspectos del conocimiento didáctico necesario para enseñar los contenidos matemáticos en secundaria, entre los cuales pueden mencionarse: poco dominio de teorías de enseñanza vinculadas a contenidos específicos, escaso conocimiento sobre de recursos y materiales didácticos pertinentes para la enseñanza de contenidos concretos, pocas habilidades prácticas para planificar, ejecutar, y evaluar sus clases, poca comprensión de la forma en la que sus estudiantes aprenden y razonan, entre otros; lo cual genera que, se mantengan y refuercen estrategias y métodos de enseñanza tradicionales, centrados en la transmisión de contenidos, y no en desarrollar en el estudiante la competencia matemática.

Estas características hacen pertinente que, como parte de las actividades formativas y sumativas de los cursos, se implementen espacios y mecanismos para reflexionar sobre la presencia de los elementos teóricos aportados por la Didáctica de la Matemática en entornos prácticos, así como socializar las experiencias y aprendizajes que se adquieren durante el desarrollo de ambos cursos, usando la teoría para respaldar las decisiones tomadas por los futuros docentes en el contexto del aula secundaria.

1.3. Antecedentes del problema

En esta sección se abordarán algunos resultados relevantes sobre la formación de profesores de Matemáticas tanto en el ámbito nacional como internacional, dada la importancia que esta línea de investigación tiene en la actualidad para la Matemática Educativa.

1.3.1. La formación del Educador Matemático: entre la tecnificación y la profesionalización

Como se mencionó en la sección anterior, una de las líneas de investigación más amplia en la Educación Matemática corresponde a la formación del profesorado. En parte, esto se debe a que diversos estudios indican que las posibles carencias en la formación del profesorado de matemáticas repercuten negativamente en los niveles de desempeño del estudiantado (Hernández-Suárez, Prada-Núñez, & Gamboa-Suárez, 2017):

Esta deficiencia en su formación, sin duda, repercute en el desarrollo de su práctica profesional, limitando sus estrategias de enseñanza y de comunicación de los contenidos desarrollados y afectando, en consecuencia, la calidad del aprendizaje por parte de los estudiantes. (pág. 297)

La discusión pone sobre la mesa la idea de que la formación del profesorado, particularmente su formación inicial, es una de las variables que inciden con mayor peso en el rendimiento del estudiantado. El interés de la comunidad de especialistas en Educación Matemática por el tema ha sido creciente en los últimos años, llegando a generar proyectos curriculares, modelos teóricos y propuestas metodológicas que tienen implicaciones en la formación inicial del profesorado.

Uno de los más difundidos es el programa PISA (Programme for International Students Assessment, en español: Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes), de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE u OECD, por sus siglas en inglés), cuya columna vertebral es la noción de competencia matemática (Rico, 2007). PISA evalúa a estudiantes de secundaria de 15 años en las asignaturas de ciencias, matemáticas y lengua, buscando “contribuir al desarrollo de los países miembros de la OCDE y generar indicadores del capital en educación para una sociedad. Tal capital lo constituyen los conocimientos, destrezas, competencias y otros rasgos individuales de sus ciudadanos, que son relevantes para el bienestar personal, social y económico” (Rico, 2006, pág. 275). En adelante se hablará específicamente de las pruebas PISA en matemáticas.

Si bien la OCDE sostiene que su modelo evaluativo no impone ningún modelo curricular específico, este “sí se enmarca en una estructura curricular precisa [...] El estudio matemático de PISA se sustenta sobre un marco curricular, toma posición y da respuesta a los interrogantes básicos de cualquier plan de formación: ¿por qué enseñar matemáticas?, ¿qué matemáticas enseñar y ¿cómo enseñar matemáticas?” (Rico, 2006, pág. 278).

Las respuestas dadas por el enfoque OCDE-PISA a estas interrogantes se constituyen en un modelo funcional de la educación en general, y del currículo de matemáticas en específico, en tanto que conceptualizan los procesos educativos como el medio y la herramienta para garantizar a los futuros ciudadanos el acceso a una sociedad económicamente desarrollada.

Por otro lado, la estructura curricular subyacente bajo el modelo OCDE-PISA, contempla cuatro elementos fundamentales de cualquier plan de formación, que están estrechamente relacionados entre sí: objetivos, contenidos, evaluación y metodologías. Estos elementos interactúan entre sí en los procesos de formación de los escolares, de modo que el desarrollo de contenidos se convierte

en un modo de organizar el currículo y alcanzar las competencias. La OCDE-PISA define siete competencias matemáticas específicas y cuatro áreas de contenidos en torno a ellas (Rico, Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas, 2006). Sobre estos elementos y sus repercusiones para la formación del profesorado se profundizará en el marco teórico.

Aunque PISA evalúa el rendimiento estudiantil en términos de la adquisición de competencias matemáticas, y no la calidad de la mediación pedagógica, diversas investigaciones establecen una relación entre ambas variables. Melgarejo afirma, en relación con los altos desempeños obtenidos por estudiantes finlandeses, que “la hipótesis central, verificada, es que la «formación del profesorado de educación primaria y secundaria» (que incluye la selección previa a la universidad, la formación teórica universitaria y la formación en prácticas) es la variable crítica para explicar el excelente rendimiento de los alumnos” (2006, pág. 237).

Por tanto, es importante hacer notar que la forma como PISA concibe la interacción entre estos elementos a nivel de la escolaridad obligatoria supone ciertas condiciones sobre el currículo escolar, y a la larga, sobre la formación de los profesores, en cuyos hombros recae la tarea de preparar a los estudiantes para ser exitosos en las evaluaciones que se aplican periódicamente como indicador de rendimiento escolar del sistema educativo de los países.

Por otro lado, los resultados de los informes de la OCDE-PISA han generado debate en el ámbito internacional por diversas razones. Entre ellas, se le acusa de monopolizar la evaluación de los procesos educativos, reduciéndolos a aspectos cuantificables y estandarizados; también se le achaca el reducir la educación a su aspecto utilitarista, y de pretender una supuesta estandarización de los procesos evaluativos sin reparos del contexto cultural, social, económico y político de los países participantes, dejando de lado consideraciones sobre el aspecto humanístico e integral de la educación; y finalmente, el impacto e influencia que han tenido en las definiciones de políticas educativas de los estados miembros (Bottani, 2006; Nortes Checa & Nortes Martínez-Artero, 2011).

Otros autores proponen la noción de competencia desde una diferente perspectiva, enfatizando en la idea de competencia profesional. Linares menciona que ser competente en el uso de la matemática implica, para el alumno, aprender a usar el lenguaje oral y simbólico, así como las representaciones de los objetos matemáticos, como mecanismos útiles en prácticas de comunicación, para construir significados y resolver situaciones (2009, págs. 96-97). Por extensión, se define la competencia profesional del docente de matemática:

Ser competente en la enseñanza de las matemáticas significa ser competente [...] en «conocer y saber usar el conocimiento» en las situaciones de enseñanza en las que es pertinente. Desde esta perspectiva, llegar a ser maestro en las situaciones de la enseñanza de las matemáticas significa aprender a desarrollar estas competencias (conocimiento y su uso) (2009, pág. 95)

Esta perspectiva, que enfatiza en los procesos comunicativos, implica concebir la matemática primordialmente como producto de una práctica social, en el cual los significados son atribuidos colectivamente, y la enseñanza de la matemática se estructura respecto a tres “sistemas de actividad”: organizar contenido matemático para su enseñanza, analizar e interpretar las producciones de los alumnos y gestionar el contenido matemático en el aula (Llinares S. , 2009, págs. 97-98).

Desde este enfoque, se hace hincapié en que el centro de todo plan de formación de docentes de matemática debe ser promover en ellos los saberes (competencias) necesarios para planificar, interpretar y gestionar situaciones de aprendizaje en entornos escolares, con estudiantes y contextos concretos, y a este propósito se debe inclinar la Didáctica de la Matemática. Es decir, las competencias profesionales que se busca promover están al servicio de las necesidades concretas de los docentes, y no estos subordinados a aquellas.

Así, los planes de formación inicial deben responder de manera concreta a dos grandes preguntas: cuáles son las competencias docentes (concebidas como conocimiento específico y saber usarlo) necesarias para ser profesor de matemáticas y cómo se desarrollan dichas competencias. Esto sin olvidar que existen competencias profesionales transversales (Llinares S. , 2009, pág. 99), es decir, saberes que atañen no solamente a los docentes de matemáticas, si no a los docentes en general, e incluso a otros funcionarios escolares administrativos y administrativo-docentes.

Otras perspectivas, buscando enriquecer los proyectos de formación centrados en modelos competenciales (especialmente desde la perspectiva de la OCDE-PISA), por considerar que limitan a un carácter utilitario y técnico a la profesión del docente de matemáticas (Bottani, 2006) pretenden integrar elementos antropológicos y sociológicos a los planes de formación de los futuros profesores, con el fin de brindar un contrapunto que les permita no solamente conocer y aplicar los criterios de evaluación competencial y las metodologías que de estos derivan, si no también asumirlos desde una perspectiva profesional holística, que contemple una visión más humanista, crítica y consciente de los entornos sociales (Cordero, 2016), económicos y culturales (Flores W.) de los escolares.

Estas perspectivas, además de pretender una profesionalización de la labor docente, buscan sacar al profesor de matemáticas de la inmediatez de cuatro paredes. Siendo conscientes de las relaciones de poder que se establecen en el aula, del rol excluyente que las matemáticas históricamente han tenido en los currículos escolares, y del potencial del profesor como agente cambio social, plantean modelos de formación inicial que, integrando conocimientos (saber), habilidades (saber hacer) y valores y actitudes (saber ser), propongan una formación inicial del profesorado que le permita abordar, en comunidades de práctica (Flores W. , 2018), la enseñanza de la matemática desde y por una perspectiva crítica que le permita promover en el aula la equidad social y superar la exclusión de grupos históricamente desfavorecidos.

Sin embargo, en todas estas perspectivas, en principio distintas, resalta la necesidad de incluir en los procesos formativos un componente de conocimiento pedagógico y didáctico especializado en torno al conocimiento matemático, que reúna y articule los dos polos de la labor docente: el disciplinar y el pedagógico en torno a las didácticas específicas y los saberes asociados a ellas (Bolívar, 2005; Llinares S. , 2009).

Este componente se asume en esta investigación desde el concepto de Conocimiento Didáctico del Contenido, el cual, diversas investigaciones en Didáctica de las Matemáticas consideran como un elemento crucial del saber docente en ejercicio (Ní Shúilleabháin A. , 2014), que se constituye en un elemento potenciador de las habilidades de enseñanza del profesor, el entendimiento de los contenidos disciplinares desde un lente pedagógico, la comprensión de los estándares y demandas curriculares (Lewis, Perry, & Hurd, 2009; Lewis, 2016), las formas en que el estudiantado interactúa con el contenido matemático (Olfos, Estrella, & Morales, 2015), la planificación de proceso instruccionales (Ní Shúilleabháin A. , 2015, pág. 2739) y tareas centradas en el aprendizaje (Ní Shúilleabháin A. , 2014), entre otros elementos.

1.3.2. Formación de profesores de Matemáticas en Costa Rica

Costa Rica participó en las pruebas PISA por primera vez en 2010, siendo la prueba de matemáticas la de menor desempeño (Montero, Rojas, Zamora, & Rodino, 2012, pág. 5), situación que se ha repetido en posteriores ediciones de dicha prueba (Montero, Rojas, & Zamora, 2014). Si bien, los resultados en matemática ubican a Costa Rica como el quinto país en Latinoamérica con el mejor rendimiento, sí están por debajo del promedio general de los países miembros de la OCDE (Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, 2015, p. 1).

Este hecho, aunado a la hipótesis mencionada en la sección anterior, que vincula el buen desempeño estudiantil con una adecuada mediación pedagógica, producto, a su vez, de una apropiada formación inicial de los docentes (Alfaro, Alpízar, Morales, Ramírez, & Salas, 2013), ha puesto en el centro del debate nacional sobre educación el tema de la formación de los profesores de Matemáticas.

En marzo de 2010 se realiza en el país la primera Prueba para docentes de matemática de Educación Secundaria con el objetivo de

Determinar el dominio de los conocimientos matemáticos definidos en el programa de estudio vigente de la Educación Diversificada del y la docente de la enseñanza de la Matemática en la educación secundaria de Costa Rica, con el propósito de brindarle al Ministerio de Educación Pública información para la toma de decisiones en el mejoramiento continuo de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática. (Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, 2010, pág. 4).

La prueba, estructurada en dos partes: la primera, un cuestionario con 60 ítems de conocimientos matemáticos de nivel de bachillerato o inferior; y la segunda, un cuestionario de 39 preguntas sobre factores asociados, se aplicó a 1733 docentes en ejercicio (57,8% varones y 42,2% mujeres), tanto interinos (52,46% de la muestra) como en propiedad (47,54% de la muestra), la mayoría ubicados en los grupos etarios de 21 a 30 años (46,06%) y 31 a 40 años (33,95%), mayormente pertenecientes a las categorías profesionales MT4 (bachillerato en Enseñanza de la Matemática: 42,5%) y MT5 (Licenciatura en enseñanza de la Matemática: 31,6%), pertenecientes a 23 direcciones regionales, 46 sedes y 100 aulas (Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, 2010, págs. 13-17).

La prueba de conocimiento matemático, elaborada para medir procesos, organiza los ítems en 3 niveles de desempeño, según se detalla en la Tabla 1.

Tabla 1.
Niveles de desempeño de la prueba para docentes de matemáticas de secundaria

Nivel de desempeño	Descripción
I (bajo)	Se refiere al conocimiento de hechos y procedimientos matemáticos relaciones básicas entre ellos, y. Los hechos se refieren a los teoremas, definiciones, convenciones y demás objetos que categorizan el conocimiento matemático. Los procedimientos constituyen algoritmos, secuencias de acciones para realizar una tarea.
II (intermedio)	Se refiere al establecimiento de conexiones entre hechos, procedimientos y hechos y procedimientos matemáticos para juzgar la validez de enunciados, métodos y procedimientos matemáticos. Se refiere, además, a la representación de ideas y la capacidad para crear representaciones equivalentes.
III (alto)	La resolución de problemas requiere de un amplio conocimiento de hechos y procedimientos matemáticos. Así como la aplicación de pensamiento lógico y sistemático, el razonamiento intuitivo e inductivo. Los problemas se refieren a situaciones de la vida cotidiana o a situaciones internas de la Matemática.

Fuente: elaboración propia con base en información de (Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, 2010, págs. 21-24)

Uno de los resultados más alarmantes es que solamente un 51,82% de los docentes se ubican en el nivel III, logrando dominar los procesos involucrados en los tres niveles de dificultad, mientras que un 28,5% no supera el nivel I. Lo anterior es aún más preocupante si se tiene en cuenta que el 74,1% de los docentes corresponde a categorías profesionales altas (bachillerato o licenciatura, como mínimo) y el 80,1% se ubica en grupo de edad de 21 a 40 años, siendo un amplio grupo de profesores jóvenes y con niveles altos de titulación los que componen la muestra. Así, hay un porcentaje alto de docentes de matemática en ejercicio, que no dominan a cabalidad los conocimientos y procesos matemáticos mínimos que deberían enseñarse en secundaria a nivel de bachillerato. Considerando que diversos estudios apuntan a que la profundidad del conocimiento matemático en los programas de formación de las universidades estatales es mayor que en el caso de las privadas (Alfaro, Alpízar, Morales, Ramírez, & Salas, 2013), parece ser que el talón de Aquiles de la cuestión es la poca profundización en torno al Conocimiento Didáctico Específico del docente de matemáticas.

En este sentido, la prueba no evaluó aspectos relativos dicho conocimiento. Sin embargo, si se parte del hecho de que el Conocimiento Didáctico del Contenido va estrechamente ligado al conocimiento disciplinar (Fonseca, 2009; Francis-Salazar, 2012; Pinto & González, 2008), no es de extrañar que investigaciones posteriores identificaran carencias en estos saberes.

Los últimos dos informes del Estado de la Educación costarricense (Programa Estado Nación, 2017; Programa Estado Nación, 2019) han arrojado, de manera recurrente, la existencia de vacíos en la mediación pedagógica de los docentes de matemática en ejercicio y su repercusión en el nivel de desempeño logrado por los estudiantes. En ellos se evidencia, entre otros aspectos, la predominancia de actividades de mediación centradas en el docente, que promueven procesos educativos verticales y tradicionales centrados en la instrucción y no en el aprendizaje, por tanto,

con poco involucramiento del estudiantado en actividades cognitivas (Zúñiga, y otros, 2017) así como la escasa estimulación de los procesos matemáticos de orden superior (Mena, y otros, 2019).

Además, algunos de dichos estudios sugieren que un factor ligado al mejor desempeño estudiantil es la formación de los profesores en universidades públicas (Zúñiga, y otros, 2017), por lo que se torna vital fortalecer los procesos de formación en dichas universidades, aun cuando la tasa de profesionales graduados de ellas sea considerablemente menor que la de universidades privadas (Alfaro, Alpízar, Morales, Ramírez, & Salas, 2013).

Actualmente, la formación de docentes de matemática de secundaria en el país presenta un panorama complejo, pues además de las cuatro universidades estatales que ofrecen carreras en esta línea: UNA, UNED, ITCR y UCR, existen al menos siete universidades privadas con planes de formación para docentes de matemática, generando una gran variabilidad en los programas de formación (Alfaro, Alpízar, Morales, Ramírez, & Salas, 2013, pág. 141) tanto a nivel de oferta curricular, como en lo referente a los fundamentos, enfoques y modelos formativos de las diferentes carreras (en algunos casos poco claros o inexistentes) (Programa Estado Nación, 2008), lo cual dificulta el establecimiento de un perfil académico profesional deseable por parte del Ministerio de Educación Pública.

Además, muchas de estas carreras, incluyendo la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la UCR, no se encuentran acreditadas, por lo que, en tales casos, hay pocos o nulos mecanismos formales, tanto internos como externos, de supervisión y regulación (Alfaro, Alpízar, Morales, Ramírez, & Salas, 2013, pág. 141) orientados a garantizar estándares de calidad mínimos y la mejora constante de los procesos formativos.

En el caso de los planes de estudio de las carreras de Enseñanza de la Matemática de las cuatro universidades públicas, Alfaro, Alpízar, Morales, Ramírez y Salas señalan tres características comunes a todos ellos, a saber: la integración gradual del futuro docente en la realidad de aula, a través de actividades como micro clases, observaciones de aula, entrevistas, entre otros, desde los primeros cursos de pedagogía, sean estos generales o específicos de la disciplina; la poca especificidad hacia la Matemática Educativa como disciplina científica a lo largo de la carrera, en parte debido a la desconexión entre el componente pedagógico y el disciplinar; y finalmente, la poca distinción o especificidad en los perfiles de salida de los distintos grados académicos (Alfaro, Alpízar, Morales, Ramírez, & Salas, 2013, pág. 147).

A partir de 2021, Costa Rica pasa a ser oficialmente miembro de la OCDE (Ministerio de Comunicación de Costa Rica, 2021) con lo cual es probable que aumente la exigencia hacia los profesores en relación con los desempeños estudiantiles las pruebas PISA, por lo que se vuelve incuestionable la necesidad de incluir dentro de los planes de formación del profesorado de matemáticas costarricenses saberes conceptuales y procedimentales relativos al modelo de competencias desde la perspectiva de la OCDE-PISA, pues es uno de los ejes orientadores de los Programas de Matemáticas vigentes (Ruiz & Barrantes, 2014).

Pero no debe ser ese el único referente en la formación: es necesaria la incorporación de los últimos resultados internacionales en investigación en didáctica de la Matemática, especialmente del Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático en los modelos y procesos formativos, promoviendo una formación profesional con un perfil que permita un docente investigador, autorreflexivo, crítico tanto de las propias prácticas como de los fundamentos y metodologías propuestas en los programas oficiales de matemática escolar, así como de su capacidad y compromiso como agente transformador de la realidad social del estudiantado (Flores, Escudero, & Aguilar, 2013; Montes, Carrillo, Contreras, Liñán-García, & Barrera-Castarnado, 2019).

1.4. Planteamiento del problema de investigación

¿Cómo promover el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático en estudiantes de la carrera de Bachillerato en Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica desde las experiencias de formación suscitadas en los cursos *FD0531: Metodología en Enseñanza de la Matemática* y *FD0541: Experiencia Docente en Matemática*?

1.5. Objetivos

1.5.1. Objetivo general

Diseñar una modificación curricular en los programas de los cursos *FD0531: Metodología en Enseñanza de la Matemática* y *FD0541: Experiencia Docente en Matemática* que promueva Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático en estudiantes de la carrera de Bachillerato en Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica desde las experiencias de formación suscitadas en ambos cursos.

1.5.2. Objetivos específicos

1. Determinar los saberes disciplinares y didácticos que debe adquirir un estudiante de carrera de Bachillerato en Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica.

2. Incorporar en los componentes curriculares de los programas de los cursos mencionados, desde un paradigma y enfoque curricular sociocrítico, elementos que fortalezcan el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemática por parte de los estudiantes.
3. Elaborar una propuesta de programa para los dos cursos mencionados, mediante la incorporación de la metodología japonesa de Estudio de Clase, que fortalezca el Conocimiento Especializado del Profesorado de Matemática en formación en la Carrera Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica.
4. Validar la propuesta de reestructuración de los cursos mencionados.

Capítulo 2: Marco Teórico

En este capítulo se abordan, en primer lugar, algunos aspectos teóricos sobre Currículo y Didáctica de la Matemática necesarios para posicionar el enfoque y perspectiva sobre la que se cimienta el diseño curricular sobre el que se enfoca esta investigación.

Posteriormente, se desarrollan dos aspectos centrales para respaldar teóricamente la modificación curricular de los cursos a intervenir. El primero es un modelo teórico que caracteriza y organiza los saberes que debe poseer un docente de matemática en torno a dos dimensiones: el saber disciplinar (propriadamente matemático) y el conocimiento pedagógico del contenido matemático, denominado modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas, (MTSK, por sus siglas en inglés), este modelo servirá como marco para caracterizar los distintos saberes del futuro docente de matemáticas, y en consecuencia, definir categorías de análisis el marco metodológico. El segundo es un modelo práctico de formación profesional docente e investigación de aula, nacido en Japón, denominado Estudio de Clase, el cual brindará pautas para el diseño de actividades de mediación y evaluación en los dos cursos a intervenir, con la idea de promover la reflexión in situ en torno a las prácticas pedagógicas y el saber disciplinar y didáctico de los docentes en formación.

2.1. Aspectos de la teoría curricular

Se considerarán en esta primera sección algunos aspectos de la teoría curricular relevantes para el desarrollo de la presente propuesta, a saber, la concepción de currículo, el enfoque curricular y tipo de currículo desde el que se desarrolla la propuesta.

2.1.1. Concepción de currículo

El término currículo es un término polisémico, es decir, admite variedad de significados, orientados desde distintas perspectivas teóricas y prácticas. Sin embargo, según Magendzo, citado por Caicedo y Calderón “el proceso de desarrollar curriculum, es decir diseñar y planificar el curriculum para su puesta en acción requiere en primer término comprender lo que el currículo es y hace” (2016, pág. 58).

De esta forma, cualquier propuesta curricular, sea a nivel macro, meso o micro, requiere un posicionamiento teórico claro sobre estos dos aspectos: ¿qué es y qué hace el currículo?, aspecto que dilucidaremos en el siguiente apartado.

Caicedo y Calderón realizan una clasificación de las diversas acepciones encontradas en la bibliografía especializada del tema, basándose en los dos aspectos descritos anteriormente y en

torno a tres categorías, a saber: centrados en la organización del saber, centrados en la organización de las experiencias de aprendizaje y centrados en la complementariedad del saber y la acción. Cualquiera de estas concepciones que se asuma, afirman los autores, citando a Magendzo y Donoso (1992) refleja una visión intrínseca de ser humano, de sociedad, y de valores, que hace que el currículo gire alrededor de un propósito educativo con un fin de formación específico (Caicedo & Calderón, 2016, págs. 58-64). Estos criterios pueden resumirse en la Tabla 2.

Tabla 2.
Síntesis de concepciones del currículo.

	¿Qué es el currículo?	¿Qué hace el currículo?
Centrado en la organización del saber	Plan de formación, programas, documentos, proyectos-propuestas y metas de aprendizaje.	Su finalidad es la enseñanza, el aprendizaje o la instrucción.
Centrado en la organización de la acción	Conjunto de experiencias formativas, acción, actividades, intervención, instrumento de control social y oportunidades de aprendizaje.	Su propósito es lograr la eficacia en el aprendizaje de fines preestablecidos, mediante diversos mecanismos de intervención o control social encaminados hacia el logro o el éxito.
Centrado en la organización de la complementariedad de saber y acción	Conjunto de planes y acciones de formación, relaciones entre un conjunto de dimensiones como contextos, objetivos, contenidos, metodologías y evaluación.	Su fin gira alrededor de la formación integral, es decir, la construcción de una identidad personal, una cultural local, regional o nacional.

Fuente: elaboración propia con base en (Caicedo & Calderón, 2016, págs. 58-64)

Con base en dicho análisis, los autores caracterizan al currículo como un sistema o tejido conformado por dos subsistemas 1. Lo que es y 2. Lo que hace. El subsistema *qué*, entendido como el conjunto de dimensiones estructuradas y operacionalizadas (objetivos, contenidos, metodologías y evaluación) moviéndose en múltiples relaciones, los cuales confluyen en el subsistema *para qué*, el cual busca formar a las personas en el pensamiento complejo, la autonomía y la integralidad.

Considerando que, en cualquier proyecto de formación, la concreción del currículo es el *cómo* que busca integrar el *qué* y el *para qué*, se partirá de la acepción anterior de currículo, no sin antes notar que es una acepción genérica, y que, en el caso que nos ocupa (el plan de formación de futuros docentes de matemáticas) el “vaso aún está medio vacío”, pues no hemos respondido con claridad las dos preguntas iniciales ¿qué es el currículo desde la particularidad de la Matemática Educativa? Y ¿cuál es su finalidad, desde la perspectiva de esta disciplina? Las respuestas a estas preguntas nos llevarán a la selección de un enfoque curricular pertinente. Pero antes, es necesario retomar algunos aspectos generales de la teoría curricular, los cuales se detallan en la siguiente sección.

2.1.2. Enfoque curricular, perspectiva curricular y tipo de currículo

Caicedo y Calderón distinguen entre enfoques curriculares y perspectivas teóricas del currículo. Estos autores, citando a Schiro (1981), mencionado en Magendzo y Donoso (1992), consideran los enfoques curriculares como “concepciones desde el terreno de las ideologías que tienen los diseñadores de los currículos” (Caicedo & Calderón, 2016, pág. 64), siendo un referente filosófico sobre la forma de entender los elementos del currículo.

Con respecto a los enfoques curriculares, dichos autores mencionan que (2016, pág. 64), según Magendzo y Donoso

La concepción curricular asumirá un punto de vista sobre el conocimiento: sobre su origen, veracidad, autoridad, naturaleza, etc. (posición epistemológica). De la misma manera se pronunciará sobre la relación que la educación establece con la sociedad (posición social), tomará posición sobre el aprendizaje y el rol que al respecto le cabe al maestro y al alumno (posición psicopedagógica). Hará consideraciones sustantivas sobre los valores, la libertad, la experiencia, la cultura, el pasado, el presente, el futuro, etc. (posición axiológica).

Se destacan, según Schiro, citado por Caicedo y Calderón (2016, págs. 64-66) cuatro enfoques curriculares: eficiencia social, académico, centrado en el estudiante y de reconstrucción social.

Por otro lado, las perspectivas teóricas, si bien relacionadas con los enfoques curriculares, pues son referentes que “dependen de las creencias y supuestos sobre la educación que tienen las personas que elaboran los currículos; dentro de ese panorama son comunes preguntas como: ¿cuál es la concepción de ser humano que se quiere formar?, ¿qué clase de contenidos son más importantes?, ¿qué tipo de experiencias educativas, técnicas y métodos van a ser utilizados?” (Caicedo & Calderón, 2016, pág. 72), son un marco teórico de referencia que respalda el enfoque desde el cual se estructuran, organizan y operacionalizan los componentes del currículo.

Los mismos autores, mencionando a Tamayo (2003), identifican seis perspectivas teóricas: tradicional, académica, experiencial, tecnológica, interpretativo-cultural y sociocrítica (Caicedo & Calderón, 2016, págs. 72-74).

Por tanto, la adopción de uno u otro enfoque tiene implicaciones no solamente en la forma de percibir los componentes curriculares del plan de formación, sino también en el modo de actuar sobre los mismos (Caicedo & Calderón, 2016, pág. 67), determinando, en la práctica, el tipo de currículo que se llega a concretar y ejecutar. Los mismos autores identifican tres tipos de currículo: el técnico, el práctico y el emancipatorio (págs. 69-71). En la Tabla 3 se resume la relación entre enfoques, perspectivas y tipos de currículo, según los autores mencionados.

Tabla 3.
Enfoques y perspectivas curriculares y tipos de currículo.

Enfoque	Perspectiva teórica	Postulados				Tipo de currículo
		Epistemológico	Social	Psicopedagógico	Axiológico	
Eficiencia Social Académico	Tecnológica	Saberes técnicos: habilidades y destrezas	Sociedad es un "cliente" que demanda cierto tipo de individuo	Desarrolla el modelo instructivo para formar ciudadanos eficaces	Valora la eficacia del individuo en su comunidad	Técnico
	Tradicional	Saber acumulado-cultura sistematizada	Sociedad busca preservarse a través de la aculturación de los individuos	Docente transmite y estudiante recibe pasivamente la cultura sistematizada	Prioriza la transmisión de la cultura	
	Academicista	Saber disciplinar organizado en asignaturas	Sociedad busca formar individuos cultos	Docente usa la instrucción para transmitir información, estudiante receptivo	Valora el desarrollo mental y el entrenamiento de la inteligencia	
Centrada en el estudiante	Experiencial	Saberes se construyen individualmente a partir de la experiencia	Sociedad al servicio del ser humano	Enseñanza interactiva e individualizada basada en los intereses de un alumno activo	Prioriza la formación integral del individuo	Práctico
	Interpretativo-cultural	Incluye los valores, que permiten reconceptualizar y recrear la cultura	Promueve la autonomía cultural de individuos y grupos	Docente reflexivo-investigador estudiante crítico y autónomo	Prioriza el pensamiento autónomo de la persona en relación con su entorno cultural	
Reconstrucción social	Socio-crítica	Saberes socialmente significativos, valores solidarios, compartidos y liberadores	Sociedad es un ente vivo que se reconstruye constantemente mediante las prácticas e interacciones de sus individuos	Docente reflexivo y crítico, agente de cambio social, forma estudiantes capaces de incidir en su entorno	Equilibra los intereses individuales y sociales a través de la emancipación	Emancipatorio

Fuente: elaboración propia con base en (Caicedo & Calderón, 2016, págs. 64-74)

El presente trabajo asume un enfoque y una perspectiva sociocríticas, por tanto, se proyecta un tipo de currículo emancipatorio, donde el fin de formación de los futuros docentes contemple, pero no se limite, al conocimiento e implementación eficaz de los programas oficiales de matemática y su metodología y estándares internacionales subyacentes (Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, 2012; Rico, Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas, 2006; Rico, 2007), si no que asuma el currículo de Enseñanza obligatoria como un insumo necesario para desempeñar su labor de una forma reflexiva, crítica y activa, consciente de las necesidades individuales y colectivas emanadas de las condiciones sociales del contexto (institución y

comunidad) donde desempeñará su labor y visualizándose como agente de cambio y transformador de cultura , integrando a su función, además de la docencia, la investigación y la acción social. En la siguiente sección se analizarán, desde la Didáctica de la Matemática, las razones para dicha escogencia.

2.2. Currículo y didáctica de la matemática

En relación con la noción de currículo, Rico menciona que, desde la perspectiva de la Didáctica de la Matemática, el currículo de la Educación Obligatoria, “es un plan de formación, que se propone la difícil tarea de dar respuestas concretas a las siguientes cuestiones generales: ¿qué es, en qué consiste el conocimiento? ¿qué es el aprendizaje? ¿qué es la enseñanza? ¿qué es, en qué consiste el conocimiento útil?” (p. 20). Un plan de formación profesional para docentes de matemáticas, al igual que un programa de educación Primaria o Secundaria Obligatoria, debe responder a estas cuatro interrogantes.

Estas cuatro cuestiones, menciona Rico, tienen carácter ontológico, y pueden equipararse a los postulados epistemológico, psicopedagógico, axiológico y social definidos por Caicedo y Calderón (2016) y resumidos en la Tabla 3. De hecho, Rico menciona que tales interrogantes permiten establecer cuatro dimensiones para organizar los niveles de reflexión curricular: la dimensión cultural-conceptual, la dimensión cognitiva o de desarrollo, la dimensión ética y la dimensión social (p. 21), que pueden verse en la Figura 1.

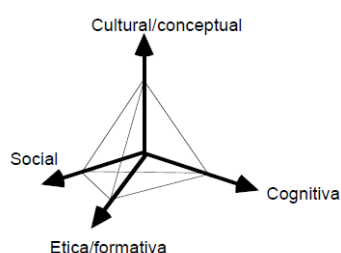


Figura 1. Dimensiones del currículo

Fuente: (Rico, 1998, p. 22)

Estas cuatro dimensiones admiten diferentes niveles de análisis. Desde el nivel teleológico o de las finalidades del currículo, cada vértice desprende un fin, respectivamente: cultural, formativo, político y social. Desde el nivel de las disciplinas académicas que fundamentan el currículo, se tienen la epistemología e historia de la matemática, las teorías de aprendizaje, la pedagogía, y la sociología. Desde el nivel de administración escolar, se tienen los componentes de este: conocimiento, alumno, docente y aula. Finalmente, desde el nivel de planificación para los docentes, se tienen los

componentes curriculares conocidos: contenidos, objetivos, metodología y evaluación, respectivamente (Rico, 1998, p. 24). Esto se resume en la Figura 2.

Componentes por nivel	Cultural/conceptual	Cognitiva o de Desarrollo	Ética o formativa	Social
Niveles				
Planificación para los profesores	Contenidos	Objetivos	Metodología	Evaluación
Sistema educativo	Conocimiento	Alumno	Profesor	Aula
Disciplinas académicas	Epistemología e historia de la matemática	Teorías del aprendizaje	Pedagogía	Sociología
Teleológico o de finalidades	Fines culturales	Fines formativos	Fines políticos	Fines sociales

Figura 2. Niveles y dimensiones en el estudio del currículo
Fuente: adaptado de Rico (1998, p. 24)

La figura anterior permite visualizar la complejidad del proceso de diseño e implementación curricular, dados los múltiples elementos a considerar que surgen al cruzar las dimensiones con los niveles de análisis. No se busca aquí ser exhaustivo respecto a dichos elementos, si no tomar algunos de ellos como punto de partida para una primera aproximación que responda a las preguntas planteadas en la sección anterior, que permitan justificar las decisiones curriculares tomadas.

2.2.1. ¿Cómo se concibe el conocimiento del profesor? Dimensión epistemológica

Como se explicó en el Capítulo 1: **Introducción**, el objeto de estudio de la Didáctica de la Matemática es la matemática escolar, que es un objeto distinto a la matemática. Rico menciona que, para la Didáctica de la Matemática, el conocimiento debe considerarse como actividad social, que a partir de los intereses del educando organiza un conjunto de prácticas sociales y culturales útiles (1995, pág. 5).

Así, el conocimiento del docente debe incluir conocimiento *de* la matemática escolar, profundizando en conocimiento *sobre* la matemática escolar, que, dadas sus características, considera el conocimiento de la Matemática como ciencia, sus formas de producción, verificación y validación del saber (epistemología e historia de la matemática – conocimiento disciplinar) y teorías psicológicas y sociales sobre la forma de aprender matemáticas y formas de enseñanza–conocimiento pedagógico.

Hasta este punto, los modelos tradicionales de formación de profesionales en Enseñanza y de profesores de Matemática en particular, han asumido que tales saberes son exclusivos de los investigadores en Didáctica de la Matemática, quienes ven los procesos escolares “desde afuera” (o

desde “arriba”), generando una visión del profesorado en formación (y en ejercicio) análoga a la del estudiante de enseñanza obligatoria: un recipiente en el que depositar los saberes “eruditos”: recetas elaboradas por expertos, que deben replicarse en el aula.

Respecto de los saberes docentes, Tardif afirma, en concordancia con la postura de Rico sobre la naturaleza preeminentemente social de los saberes matemáticos escolares (1995, pág. 5), que hay otro tipo de saber, propio de la profesión docente, que, surgiendo desde las prácticas sociales propias de su labor, integra todos los elementos descritos anteriormente en una entidad totalmente nueva (2014, pág. 26).

Es decir, el saber docente se compone de saberes disciplinarios, curriculares, profesionales (dentro de los que se incluyen los de las ciencias de la educación y la pedagogía) y *experienciales*; siendo que el saber *social* y *experiencial* se encuentran devaluados en relación con los otros, a pesar de que para el profesorado constituyen los fundamentos de su práctica y de su competencia profesional (2014, pág. 26), por lo que es de suma importancia evidenciar la existencia de tales saberes, e idealmente, socializarlos desde las primeras etapas de la formación profesional, y otorgarles una preponderancia similar a los otros saberes de los profesores. El autor concluye que

los saberes experienciales surgen como núcleo vital del saber docente, núcleo a partir del cual los profesores tratan de transformar sus relaciones de carácter exterior con los saberes en relaciones de carácter interior con su propia práctica. En este sentido, los saberes experienciales no son saberes como los demás; están formados, en cambio, por todos los demás, pero traducidos, “pulidos” y sometidos a las certezas construidas en la práctica y en la experiencia (Tardif, 2014, pág. 41).

Ese conocimiento social-experiencial, de naturaleza teórico-práctica, muchas veces subjetivo, pero objetivable, que le permite al profesorado de matemáticas integrar y operacionalizar en el aula sus otros saberes se identifica en este trabajo con el Conocimiento Didáctico del Contenido matemático (Ball, Thames, & Phelps, 2008; Fonseca, 2009; Francis-Salazar, 2012; Pinto & González, 2008).

Desde esta perspectiva, la persona docente es, además de transmisora, poseedora, generadora, y transformadora de conocimientos, y como sujeto epistémico, tiene con el conocimiento una posición activa y dinámica, que debe contemplarse activa y conscientemente en los procesos de formación inicial del profesorado de matemática.

2.2.2. ¿Qué es conocimiento útil para el docente? Dimensión social

Del mismo modo en que la noción escolar de competencia matemática propuesta por PISA se ha difundido como marco de referencia para determinar la utilidad de los saberes matemáticos y el éxito de los currículos escolares (Rico, 2007), el concepto de competencia profesional ha demostrado utilidad para orientar los procesos de diseño, implementación y evaluación de planes de formación profesional en diferentes áreas, incluyendo la docencia (Llinares S. , 2009).

Muchos programas de formación se desarrollan alrededor de perfiles estructurados por competencias, entendiendo que “la definición del perfil académico-profesional está íntimamente ligada con la identificación de competencias y destrezas, así como con las metodologías utilizadas para el desarrollo de estas en un programa de estudio” (Morales, Fonseca, & García, 2014, p. 91).

Sin embargo, voces detractoras de tales modelos hincapié en la visión técnica y utilitarista que pueden desencadenar en los procesos formativos (Bottani, 2006; Rodríguez, 2010), visión que podría ser suficiente y hasta deseable en otros oficios, pero que en el caso de la formación de educadores matemáticos resulta peligrosamente simplista.

Si bien en este trabajo se contempla la perspectiva de las competencias profesionales y escolares como un saber útil para el docente de matemáticas en formación, y posiblemente necesario, dadas las tendencias internacionales que permean los programas escolares de matemáticas (Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, 2012), consideramos que, por sí solo, un modelo basado en competencias profesionales no es suficiente para caracterizar apropiadamente la compleja labor de un docente de matemáticas. De acuerdo con Rodríguez:

No se trata de definir mecánicamente, a través de un listado de competencias el perfil del docente; es desentrañar qué elementos cognitivos, actitudinales y de destrezas favorecen la resolución de los problemas de la enseñanza de la Matemática desde el profesor de todos los niveles de desempeño, que esté abierto a los cambios y considere la Matemática como una estructura cambiante que interviene directamente en los problemas de la sociedad. (2010, pág. 16)

Existen otros conocimientos útiles y necesarios para el profesor de Matemáticas en su campo laboral, que no se limitan a la mediación pedagógica eficaz, y que no se pueden reducir a conductas o hechos observables, menos aún medibles. Hablamos, entre otros, de saberes que le permitan determinar críticamente la pertinencia pedagógica, didáctica, cultural, social, económica y política de su gestión en la institución educativa, dentro y fuera del aula; promover en el estudiantado actitudes críticas y diversas formas de acercarse al saber matemático escolar; conocimientos éticos

para plantearse y responderse interrogantes sobre lo que es deseable y valioso en el proceso formativo (Rodríguez, 2010, pág. 16), más allá del “saber hacer con las matemáticas en contexto” que se desprende de la noción de alfabetización matemática, que le permitan orientar su conducta profesional y sus interacciones con sus pares, estudiantes, y demás miembros de la comunidad educativa; saberes en el campo de la investigación en Didáctica específica de la Matemática, así como habilidades investigativas, entre otras.

2.2.3. ¿Qué es el aprendizaje? ¿Qué es la enseñanza? Dimensión psicopedagógica

A partir del consenso en la comunidad de investigadores en Educación Matemática, el aprendizaje y por tanto la enseñanza de la Matemática a nivel escolar se asocian a la idea de promover en el estudiante la alfabetización matemática, o competencia matemática (Rico, 2007), concepto que fue descrito en el capítulo 1 y ampliado en la sección: *¿Cómo se concibe el conocimiento del profesor? Dimensión epistemológica.*

Con respecto al aprendizaje de las matemáticas, el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas, en inglés NCTM¹ lo concibe como “un proceso activo en el que cada estudiante construye su propio conocimiento matemático a partir de experiencias personales, aunado con una retroalimentación por parte de sus compañeros y de los docentes, así como de otros adultos y de ellos mismos” (2015, pág. 9)

Este organismo identifica en los procesos de aprendizaje de la matemática, cinco aspectos que, interrelacionándose entre sí, conforman la destreza matemática (pág. 7), que en este contexto se toma como sinónimo de competencia matemática, o alfabetización matemática. Estos aspectos son:

- a. Comprensión conceptual: este aspecto, entendido como “el entendimiento y vinculación de conceptos, operaciones y relaciones” (pág. 7) constituye el fundamento, a la vez que se torna necesario para desarrollar la destreza en los procedimientos.
- b. Destreza procedimental: esta se entiende como la “utilización significativa y flexible de procedimientos para resolver problemas” (pág. 7).
- c. Capacidad estratégica: se concibe como “la habilidad para formular, representar y resolver problemas matemáticos” (pág. 7).

¹ National Council of Teacher of Mathematics. Organización estadounidense que estudia los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática en el país

- d. Razonamiento adaptativo: se entiende como “la capacidad para pensar lógicamente y para justificar el propio razonamiento” (pág. 7).

Estos últimos dos aspectos se desarrollan con la necesidad de promover en el estudiantado formas matemáticas de pensamiento, consideradas como la base para la resolución de problemas matemáticos susceptibles de presentarse en la vida real, en las propias matemáticas y en otras disciplinas, y llamadas por diversos autores como *procesos matemáticos*, *hábitos de razonamiento* o *prácticas matemáticas*, identificando ocho de ellas, a saber (pág. 8):

1. Dar sentido a los problemas y perseverar en su solución.
 2. Razonar de manera abstracta y cuantitativa.
 3. Construir argumentos viables y criticar el razonamiento de otros.
 4. Hacer modelos con matemáticas.
 5. Utilizar estratégicamente las herramientas adecuadas.
 6. Cuidar la precisión.
 7. Buscar y utilizar estructuras.
 8. Buscar y expresar regularidades en el razonamiento iterativo.
- e. Disposición productiva: se define como “la tendencia a encontrar sentido en las matemáticas, a percibir las como útiles y valiosas, a creer que el esfuerzo continuo para aprender matemáticas es redituable y a concebirse uno mismo como aprendiz y productor de matemáticas” (pág. 8)

En consecuencia, un plan de formación inicial de docentes de Matemáticas debe vincular la enseñanza con la capacidad de los futuros profesores de diseñar, ejecutar y evaluar tareas de aprendizaje orientadas hacia la alfabetización matemática de los estudiantes. Es decir, se debe entender la enseñanza como un proceso, cuyo resultado final supone, primero, la habilidad de los discentes de valorar las matemáticas como un elemento cultural fundamental de las sociedades humanas, que favorece la adquisición de determinadas habilidades y procesos mentales, y segundo, usar la matemática eficaz y eficientemente en diversos contextos, tanto dentro como fuera del aula.

Al respecto, el NCTM menciona que (2015, pág. 7)

La enseñanza de las matemáticas es compleja. Exige que los docentes posean tanto un entendimiento profundo del conocimiento matemático que esperan enseñar (Ball, Thames y Phelps 2008) como una visión clara de la forma en que se desarrolla y progresa el aprendizaje matemático del estudiante a lo largo de los grados escolares (Daro, Mosher y Corcoran 2011; Sztajan et al. 2012). También demanda que los docentes sean expertos en la enseñanza de

manera que sean eficaces en el desarrollo del aprendizaje matemático de todos los estudiantes.

Investigaciones llevadas a cabo por esta organización, identifican una serie de ocho prácticas de enseñanza que permiten establecer un marco acorde con los principios de enseñanza descritos, y “representan un conjunto esencial de prácticas de alto impacto y de habilidades esenciales de enseñanza que se requieren para desarrollar un profundo aprendizaje de las matemáticas” (2015, pág. 9). Estas ocho prácticas se describen a continuación (pág. 13).

- a. Establecimiento de metas matemáticas enfocadas en el aprendizaje.
- b. Implementación de tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas.
- c. Uso y vinculación de las representaciones matemáticas.
- d. Favorecimiento del discurso matemático significativo.
- e. Planteamiento de preguntas deliberadas.
- f. Elaboración de la fluidez procedimental a partir de la comprensión conceptual.
- g. Favorecimiento del esfuerzo productivo en el aprendizaje de las matemáticas.
- h. Obtener y utilizar evidencias del pensamiento de los estudiantes.

En síntesis, la concepción de enseñanza de un programa de formación de docentes de matemática, vinculada a una concepción socio constructivista del aprendizaje, debe llevar a los futuros profesores a repensar los procesos de diseño, mediación pedagógica, y evaluación de los aprendizajes, centrando el proceso didáctico en el aprendizaje de los estudiantes a través de la interacción y la socialización de los saberes, y no en la instrucción, generando un rol más comprometido, participativo y activo en el estudiantado, a la vez que enfatice en el fortalecimiento de los procesos matemáticos, sin conformarse con la trasmisión de contenidos conceptuales y procedimentales.

2.2.4. ¿Para qué se enseña? Dimensión axiológica de la labor docente

En relación con la naturaleza de los fines del currículo escolar de matemáticas, puede verse que esta trasciende la mera transmisión del conocimiento matemático formal (fin cultural), adentrándose en la formación integral del individuo (fin formativo), formando ciudadanos eficientes y eficaces (fin político) pero que también sean capaces de incidir en su propia realidad (fin social). Por tanto, el futuro docente de matemáticas debe ir más allá de un mero técnico implementador de políticas curriculares y tendencias didácticas impuestas, y asumir los programas de formación escolar con

criticidad, para trascender la visión de un transmisor de conocimientos y convertirse en un agente de generación y reconstrucción de saberes individual, cultural y socialmente relevantes (Cordero, 2016).

La multiplicidad de aristas que, desde la investigación en Didáctica de las Matemáticas, intentan dar respuesta a las cuatro cuestiones elementales analizadas en esta sección, pone en evidencia la complejidad de la profesión del docente de matemáticas en la actualidad, y las múltiples demandas que, desde la academia, la sociedad, el mercado laboral y la escuela recaen sobre su persona. De ahí la necesidad de contar con un perfil académico profesional pertinente que empodere a los futuros profesionales en Enseñanza de la Matemática, organizado a partir de dos ejes: un modelo teórico pertinente, y una metodología que permita su implementación en los cursos que se desea intervenir.

2.3. Hacia un perfil académico profesional para el Profesor de Matemáticas

El mandato pedagógico de la UCR se desprende de su Estatuto Orgánico, que en su Capítulo uno establece que es una institución “dedicada a la enseñanza, la investigación, la acción social, el estudio, la meditación, la creación artística y la difusión del conocimiento” (Consejo Universitario de la Universidad de Costa Rica, 1974, p. 1) de donde se desprende la acción pedagógica como una de sus tareas fundamentales.

Por otro lado, esta acción pedagógica no solamente tiene como objetivo la transmisión de conocimientos disciplinares para la formación de profesionales en sus campos respectivos; busca, más bien, el promover que egresados y funcionarios sean agentes de cambio social del país, pues, según indica el artículo 3 del mismo documento (1974, p. 1):

Debe contribuir con las transformaciones que la sociedad necesita para el logro del bien común, mediante una política dirigida a la consecución de una justicia social, de equidad, del desarrollo integral, de la libertad plena y de la total independencia de nuestro pueblo.

De esta forma, el mandato institucional en el ámbito pedagógico supone un modelo que trasciende la visión de la formación tradicional, academicista y centrada en contenidos, para promover un perfil del profesional con fuerte influencia humanista, sociocrítico y socio-reconstruccionista. Lo cual también se evidencia en los principios orientadores del quehacer universitario, a saber (Estatuto Orgánico de la Universidad de Costa Rica, 1974, pp. 1-2):

- a. Derecho a la educación superior.

- b. Excelencia académica e igualdad de oportunidades.
- c. Libertad de cátedra.
- d. Respeto a la diversidad de etnias y culturas.
- e. Respeto a las personas y a la libre expresión.
- f. Compromiso con el medio ambiente.
- g. Acción universitaria planificada.
- h. Derecho a la resolución alternativa de conflictos.

En concordancia con los lineamientos de la Universidad y las directrices curriculares para el perfil de egreso, González-García (2017), propone una organización de los elementos de dicho perfil en tres grandes áreas: conocimientos, habilidades o destrezas y valores y actitudes, cada una de ellas organizada en subcategorías. La síntesis de cada área y sus respectivos elementos puede verse en la Tabla 4.

Tabla 4.
Propuesta de perfil de egreso profesional genérico de la UCR

Conocimientos	Habilidades/destrezas	Valores/actitudes
<p><i>Científico conceptual:</i> Ciencias básicas o sociales. Sustento científico teórico de la profesión. Técnicas, instrumentos y tecnologías específicas de la profesión. Relaciones interpersonales en el marco de la disciplina.</p>	<p><i>Ejercicio profesional:</i> Autoaprendizaje. Aprendizaje continuo. Diálogo. Trabajo colaborativo. Propositivo. Análisis de teoría y contexto. Manejo del tiempo. Construcción de conocimientos. Liderazgo. Sana relación con población que atiende.</p>	<p><i>Comportamiento:</i> Rigurosidad intelectual. Transparencia. Soberanía. Responsabilidad.</p>
<p><i>Humanidad-sociedad:</i> Historia de la humanidad. Cultura nacional y regional: artes, deporte, realidad nacional. Movimientos políticos.</p>	<p><i>Humanidad-sociedad:</i> Comunicación escrita y oral de sus conocimientos. Dominio de otro idioma y de su lengua materna.</p>	<p><i>Compromiso:</i> Con la paz. El planeta. Sus interacciones. Solidaridad. Justicia.</p>
<p><i>Pensamiento crítico:</i> Pensamiento crítico. Conceptos y metodologías de investigación. Conceptos y metodologías para desarrollar proyectos. Población atendida en el marco de la profesión.</p>	<p><i>Pensamiento crítico:</i> Determinación de problemas sociales en equidad y justicia social, mediante investigación. Participación en proyectos de transformación social. Cuestionamiento, preguntas reflexivas. Práctica reflexiva. Resolver situaciones en contexto. Evaluación de impacto. Inter, multi y transdisciplinariedad</p>	<p><i>Respeto:</i> Diversidad humana. Vida en democracia. Género. Inclusividad. Libertad. Equidad. Bioética.</p>
	<p><i>Salud:</i> Cuidado intrapersonal. Cuidado interpersonal.</p>	<p><i>Estética:</i> Disfrute del trabajo. <i>Creatividad e innovación.</i> <i>Autocuidado.</i></p>

Fuente: Adaptado de González-García (2017, pág. 25)

De esta propuesta, además considerar las características enumeradas por la autora, que son generales a los perfiles de todas las carreras universitarias de la institución, se tomarán las tres áreas

propuestas: conocimientos, habilidades o destrezas y valores y actitudes, para organizar algunas de las características específicas del perfil del docente de Matemáticas.

Ahora, si bien las tres áreas o dimensiones apuntadas, así como las características listadas en la Tabla 4 son deseables para cualquier profesional graduado de la Universidad de Costa Rica, es necesario definir una serie de características específicas, que no solamente respondan al perfil general de la Universidad, si no que permitan, por un lado, a los administrativos y docentes encargados del diseño, ejecución y valoración del plan formativo, definir un referente teórico-práctico para el análisis de los procesos de formación, y al docente graduado de la carrera de Enseñanza de la Matemática responder a las necesidades y estándares nacionales, regionales y de las instituciones donde labore.

Si bien la Universidad de Costa Rica ha tenido a su cargo la formación de docentes de segunda enseñanza desde sus inicios en 1940, con las antiguas carreras de Profesorado en Enseñanza Media, las cuales tuvieron algunos cambios en 1957 tras la creación de la actual Facultad de Educación, es en 1974, tras la aprobación de un nuevo Estatuto Orgánico aún vigente, que la Universidad de Costa Rica abre las actuales carreras de Enseñanza Secundaria, entre las cuales se encuentra Enseñanza de la Matemática, se plantean, como parte del perfil académico profesional de los docentes de secundaria (Corrales, Durán, & Carabaguíaz, 1991, p. 5), una serie de objetivos, que se resumen en la Tabla 5, organizados con base en las áreas propuestas por González-García.

Tabla 5.
Conocimientos deseables para los docentes de educación media, según los objetivos y fundamentos de las carreras de Enseñanza Secundaria

Conocimientos	Habilidades y destrezas	Valores y actitudes
Generales		
Conocer y analizar los fundamentos históricos, filosóficos, sociales y psicológicos que han influido en la educación costarricense. Conocer los principios de la teoría pedagógica. Analizar y explicar los principios de la teoría curricular en su labor docente.	Desarrollar destrezas para la observación sistemática de los acontecimientos del aula. Aprovechar sus conocimientos en técnicas de investigación para analizar la realidad educativa. Analizar actitudes y comportamientos propios del adolescente. Seleccionar métodos, técnicas y recursos didácticos y aplicarlos con eficacia en la enseñanza de la disciplina específica. Realizar un planeamiento cuidadoso de la actividad profesional. Aplicar los principios de la evaluación educativa en su labor docente.	Desempeñar su tarea educativa con honestidad y en forma responsable. Apreciar y lograr su superación académica y profesional. Demostrar actitudes positivas con respecto a la profesión docente. Tener capacidad en la toma de decisiones.

Fuente: Elaboración propia, a partir de información de Corrales, Durán y Carabaguíaz (1991, pp. 5-7)

Tabla 6 (Cont.)
Conocimientos deseables para los docentes de educación media, según los objetivos y fundamentos de las carreras de Enseñanza Secundaria

Investigativos		
Distinguir y aplicar correctamente métodos y técnicas de investigación educativa.	Realizar de modo apropiado la investigación bibliográfica. Realizar investigación en el aula, como centro de observación y experimentación constante. Aprovechar las diferentes posibilidades que ofrece su labor educativa como fuentes importantes de información. Aprovechar los resultados de su investigación para mejorar su propio ejercicio docente.	
Didácticos		
Conocer los principios fundamentales de las teorías de aprendizaje y enseñanza. Distinguir las técnicas, métodos y modelos didácticos correspondientes a las tendencias pedagógicas y didácticas más relevantes.	Impartir su enseñanza de acuerdo con los principios de aprendizaje que mejor se adapten a las características de cada grupo de estudiantes. Seleccionar y aplica las técnicas y estrategias didácticas que mejor se adecuen a los objetivos propuestos, contenidos, características de los estudiantes, y al modelo didáctico elegido. Utilizar con propiedad ayudas didácticas diversas, de acuerdo con los objetivos, contenidos, características de los estudiantes, y técnicas elegidas. Planear adecuadamente el proceso de enseñanza y aprendizaje en relación con sus componentes fundamentales, objetivos, contenidos, actividades, técnicas y modelos didácticos. Elaborar y aplica con eficacia instrumentos de evaluación, para aprovechar sus resultados en el planeamiento del trabajo posterior, para rectificar el proceso o para valorar el rendimiento del alumnado.	
Sociales		
Identificar factores históricos, culturales, económicos, sociales, políticos y otros que determinan la dinámica social en que realiza su labor docente. Identificar su papel, compromiso y ámbito de acción, en el contexto de la institución de enseñanza media y del marco legal y de organización en que su labor se inserta.	Participar en el desarrollo profesional del gremio.	Ser objetivo en el trato y comportamiento con sus alumnos y colegas. Asumir compromiso en la solución de problemas estudiantiles, institucionales y comunales.

Fuente: Elaboración propia, a partir de información de Corrales, Durán y Carabaguíaz (1991, pp. 5-7)

Estos objetivos constituyen un acercamiento a la cuestión del perfil académico profesional del docente de matemáticas, ya que definen una serie de conocimientos específicos deseables para los docentes de Educación Secundaria, si bien no son tan específicos para considerar las particularidades de la disciplina.

Por otro lado, en relación con los conocimientos que se esperan de un profesor de matemáticas de secundaria, se publica en 2021 en el contexto del proyecto Marco Nacional de Cualificaciones para las Carreras de Educación en Costa Rica (MNC-CE-CR) un documento con los resultados de aprendizaje esperados para una persona graduada de las carreras de Enseñanza de la Matemática en el país, documento que a su vez, brinda diferentes modelos teóricos-analíticos que pueden facilitar la definición de algunos saberes deseables en el proceso formativo de dichos docentes (MNC-CE-CR, 2021).

Dicho Marco organiza los saberes del docente en torno a cinco descriptores, a saber (2021):

- a. *Saberes disciplinarios y profesionales*: se refiere al “Dominio teórico epistemológico, axiológico, metodológico y técnico del campo disciplinar, así como los conocimientos de otras disciplinas requeridos para el trabajo multidisciplinar e interdisciplinar” (pág. 19)
- b. *Aplicación de conocimientos, análisis de información y resolución de problemas e innovación*: Hace referencia a la “Capacidad para abordar situaciones o tareas particulares, plantear soluciones a problemas en distintos contextos y complejidades y proponer innovaciones con base en análisis de información. Es la puesta en práctica de los conocimientos y habilidades adquiridos.” (pág. 19)
- c. *Autonomía, responsabilidad personal, profesional, social y toma de decisiones*: es la “Habilidad para tomar decisiones en los ámbitos personal, laboral, social, y sobre su propio aprendizaje, tomando en cuenta su impacto en los seres humanos y el ambiente, en el marco de los valores, la ética y el derecho en contextos multiculturales.”
- d. *Comunicación*: se define como la “Habilidad para estructurar argumentos y mensajes adecuados a diversos públicos, en varios lenguajes y formatos, transmitiéndolos con claridad, rigurosidad y precisión haciendo uso de tecnologías disponibles.” (pág. 19)
- e. *Interacción profesional, cultural y social*: se refiere a la “Habilidad para relacionarse y colaborar en grupos profesionales, disciplinares, multidisciplinarios e interdisciplinares, con base en las dinámicas de las tradiciones culturales, organizacionales, sociales, políticas y religiosas mediante relaciones empáticas y de respeto mutuo. Capacidad para liderar equipos de trabajo para el logro de objetivos en contextos diversos.” (pág. 19)

En este punto, cabe aclarar que, si bien es criterio del autor que la definición del perfil académico-profesional para la carrera de bachillerato y licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la UCR, no debe limitarse a satisfacer los lineamientos del Marco Nacional de Cualificaciones, pues la naturaleza de ambos es distinta, siendo de carácter más operacional el segundo, sí debe tomarse

dicho marco como un referente, pues, es innegable que el Ministerio de Educación Pública se constituye en el principal y mayor empleador de los estudiantes graduados. Por tanto, se sugiere que se consideren los saberes que el MNC-CE-CR como un estándar mínimo al que deben aspirar los futuros docentes de Matemáticas.

Para efectos de la presente investigación, se considerarán de especial interés los elementos relativos a los descriptores “saberes disciplinares y profesionales” y “aplicación de conocimientos, análisis de información e innovación”, esto por cuanto los otros descriptores son de índole más general, y atañen igualmente a las carreras de Educación Secundaria en cualquier disciplina. A continuación, se muestran, en las siguientes páginas, la Tabla 7 y Tabla 8, donde se describen los componentes de dichos descriptores, para los niveles de bachillerato y licenciatura.

Tabla 7.

Resultados de aprendizaje esperado para los descriptores de "Saberes Disciplinarios y Profesionales" y "Aplicación de conocimientos, resolución de problemas e innovación" para el grado de Bachillerato en Enseñanza de la Matemática, según el MNC-CE-CR

Descriptor: Saberes disciplinarios y profesionales
Resultados de aprendizaje esperados
<p>Domina definiciones, propiedades, teoremas, algoritmos, lenguaje matemático formal y otros resultados propios de: lógica matemática, teoría de conjuntos, números reales y complejos, teoría de números, álgebra elemental, álgebra lineal, matemática discreta y estructuras algebraicas para aplicarlos en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática.</p> <p>Demuestra conocimiento aplicado de conceptos, definiciones, propiedades, teoremas, representaciones, lenguaje matemático formal y otros resultados propios de: teoría de funciones, cálculo diferencial e integral en una variable y ecuaciones diferenciales, para aplicarlos en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática.</p> <p>Domina los conceptos, definiciones, axiomas, postulados, propiedades, teoremas, algoritmos, representaciones, lenguaje matemático formal y otros resultados propios de: geometría euclídea en dos y tres dimensiones, trigonometría, geometría analítica en dos y tres dimensiones, para aplicarlos en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática.</p> <p>Analiza las propiedades de los objetos geométricos aplicadas en la elaboración de construcciones geométricas con regla y compás, y otros recursos, así como transformaciones isométricas y homotecias de figuras en el plano euclidiano para aplicarlos en la resolución de ejercicios y problemas en el entorno educativo.</p> <p>Evidencia dominio de conceptos, definiciones, procedimientos, propiedades, teoremas, representaciones, lenguaje matemático formal, usos, aplicaciones y otros resultados propios de: la estadística descriptiva, el cálculo de probabilidades discretas y de variables aleatorias discretas, así como técnicas de recolección, representación y análisis de datos cuantitativos para el proceso de enseñanza y aprendizaje y su aplicación en situaciones reales.</p> <p>Domina definiciones, procedimientos, propiedades, teoremas, representaciones, lenguaje matemático formal, usos, aplicaciones y otros resultados propios de: la distribución normal, el teorema del límite central y de técnicas de inferencia estadística para el proceso de enseñanza y aprendizaje y su aplicación en situaciones reales.</p> <p>Analiza el desarrollo histórico de los diferentes conceptos de la matemática para la generación de situaciones de aprendizaje que permitan la visualización de la matemática como una actividad humana y una creación colectiva ligada a contextos históricos y culturales particulares.</p> <p>Demuestra conocimientos de diversos procesos cognitivos de la disciplina como la argumentación, justificación, demostración, razonamiento, planeamiento, comunicación, conexión, representación y resolución de problemas para el desarrollo de un pensamiento geométrico, algebraico y estadístico y de un proceso de enseñanza y aprendizaje innovador, integral y de calidad.</p> <p>Demuestra conocimiento del uso de diversos recursos, tanto tecnológicos como de otro tipo, para el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática innovadores, integrales y de calidad.</p> <p>Demuestra conocimiento de los tópicos actualizados de la enseñanza y aprendizaje de la matemática en la educación secundaria para la contextualización de su quehacer profesional en diferentes entornos educativos con una visión inclusiva, igualitaria y de derechos humanos.</p> <p>Demuestra conocimiento de diferentes enfoques epistemológicos sobre la matemática y la educación matemática y su relación con el contexto sociocultural para la mejora de su desempeño docente.</p> <p>Domina los fundamentos de la didáctica, el currículo y la evaluación de los aprendizajes de la disciplina en concordancia con el nivel educativo y el contexto en el que se desempeña, para el mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje.</p> <p>Demuestra conocimiento del planeamiento didáctico, recursos (materiales, digitales, otros) tomando en consideración una mediación pedagógica y una evaluación innovadora para el aprendizaje de conceptos matemáticos, la formación de valores democráticos y el desarrollo del pensamiento crítico en su desempeño profesional.</p> <p>Domina los apoyos educativos necesarios según el Diseño Universal de Aprendizaje que requiere la población estudiantil para el fortalecimiento de la reflexión crítica, la toma de decisiones, la investigación y el trabajo colaborativo en espacios de aprendizaje inclusivos y equitativos.</p> <p>Demuestra conocimientos de la cultura y valores humanísticos desde las nuevas tendencias de la disciplina para el enriquecimiento del proceso de enseñanza y de aprendizaje en contextos económicos, políticos y sociales diversos, equitativos y sostenibles.</p> <p>Domina diferentes enfoques de la investigación educativa para reflexionar y transformar su praxis pedagógica.</p> <p>Domina el desarrollo teórico de la didáctica de la matemática y su aporte para la enseñanza y aprendizaje de la aritmética, conjuntos numéricos, álgebra, estadística, probabilidad, geometría y principios de análisis para el ejercicio de la docencia contemplados en el currículo de educación secundaria tomando en cuenta los derechos humanos y el Diseño Universal para el Aprendizaje (DUA).</p> <p>Demuestra conocimiento de los conceptos, principios, fundamentos pedagógicos, sociológicos, filosóficos, antropológicos y las teorías sobre el desarrollo cognitivo, biológico, emocional y social del ser humano y la neurociencia para la planificación del proceso de enseñanza y aprendizaje que propicie una formación integral en la población estudiantil a la que atiende, así como una actitud positiva hacia las matemáticas contemplando las condiciones del contexto sociocultural.</p> <p>Demuestra conocimiento de tópicos de diferentes disciplinas o áreas del conocimiento en el planteamiento de problemas para fortalecer el proceso de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en el entorno educativo en que se desempeña.</p>

Fuente: (MNC-CE-CR, págs. 53-58)

Tabla 7 (Cont).

Resultados de aprendizaje esperado para los descriptores de "Saberes Disciplinarios y Profesionales" y "Aplicación de conocimientos, resolución de problemas e innovación" para el grado de Bachillerato en Enseñanza de la Matemática, según el MNC-CE-CR

Descriptor: Aplicación de conocimientos, resolución de problemas e innovación
Resultados de aprendizaje esperados
<p>Aplica las definiciones, propiedades, teoremas, algoritmos, lenguaje matemático formal y otros resultados propios de: lógica matemática, la teoría de conjuntos, números reales y complejos, teoría de números, álgebra elemental, álgebra lineal, matemática discreta, estructuras algebraicas en los procesos de enseñanza de la matemática para el fortalecimiento del aprendizaje del estudiantado desde un enfoque de derechos humanos.</p> <p>Aplica los conceptos, definiciones, propiedades, teoremas, representaciones, lenguaje matemático formal y otros resultados propios de: teoría de funciones, cálculo diferencial e integral en una variable, ecuaciones diferenciales, en los procesos de enseñanza de la matemática para el fortalecimiento del aprendizaje del estudiantado desde un enfoque de derechos humanos.</p> <p>Aplica los conceptos, definiciones, axiomas, postulados, propiedades, teoremas, algoritmos, representaciones, lenguaje matemático formal y otros resultados propios de: geometría euclídea en dos y tres dimensiones, trigonometría, geometría analítica en dos y tres dimensiones en los procesos de enseñanza de la matemática, para el fortalecimiento del aprendizaje del estudiantado desde un enfoque de derechos humanos.</p> <p>Aplica las propiedades de los objetos geométricos en la elaboración de construcciones geométricas con regla y compás, y otros recursos, así como transformaciones isométricas y homotecias de figuras en el plano euclidiano para la resolución de ejercicios y problemas en el entorno educativo.</p> <p>Aplica en los procesos de enseñanza y aprendizaje conceptos, definiciones, procedimientos, propiedades, teoremas, representaciones, lenguaje matemático formal y otros resultados propios de: la estadística descriptiva, el cálculo de probabilidades discretas y de variables aleatorias discretas, así como técnicas de recolección, representación y análisis de datos cuantitativos para su implementación en situaciones reales.</p> <p>Aplica en los procesos de enseñanza y aprendizaje definiciones, procedimientos, propiedades, teoremas, representaciones, lenguaje matemático formal, usos, aplicaciones y otros resultados propios de: la distribución normal, el teorema del límite central y técnicas de inferencia estadística para su implementación en situaciones reales.</p> <p>Aplica conocimiento de las áreas de la matemática en relación con otras disciplinas para el establecimiento de conexiones, el planteamiento de problemas y representaciones variadas que favorezcan el desarrollo de aprendizajes significativos.</p> <p>Aplica en situaciones de aprendizaje el desarrollo histórico de los diferentes conceptos de la matemática para su visualización como una actividad humana y una creación colectiva ligada a contextos históricos y culturales particulares.</p> <p>Aplica procesos cognitivos de la disciplina como la argumentación, justificación, demostración, razonamiento, planeamiento, comunicación, conexión, representación y resolución de problemas en el desarrollo de un pensamiento geométrico, algebraico y estadístico para el fortalecimiento de un proceso de enseñanza y aprendizaje innovador, integral y de calidad.</p> <p>Aplica medios y recursos tecnológicos y de otro tipo para el desarrollo de procesos de enseñanza y aprendizaje innovadores, integrales y de calidad. Implementa prácticas educativas innovadoras y basadas en evidencia empírica que consideren la política educativa y curricular vigentes y las tendencias actuales de la disciplina para que su quehacer profesional contribuya a la formación integral del estudiantado desde un enfoque de derechos humanos.</p> <p>Planifica el proceso educativo, incluyendo actividades curriculares y extracurriculares de manera disciplinar, multidisciplinar e interdisciplinar para el logro de los aprendizajes, de acuerdo con el contexto socioeducativo donde desarrolla su quehacer profesional.</p> <p>Utiliza medios digitales y herramientas tecnológicas en la solución de problemas y en la producción de recursos didácticos para una mediación pedagógica innovadora que contribuya con aprendizaje de conocimientos matemáticos.</p> <p>Implementa procesos de evaluación de los aprendizajes que respondan a la realidad educativa y a las tendencias disciplinares para la toma de decisiones y la mejora del proceso de enseñanza y de aprendizaje.</p> <p>Aplica los fundamentos de la didáctica, el currículum y la evaluación de los aprendizajes de la disciplina en concordancia con el nivel educativo y el contexto en el que se desempeña para el mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.</p> <p>Aplica los conocimientos teórico-prácticos de las didácticas específicas de la matemática en los diferentes tópicos disciplinares para el diseño y ejecución de un proceso pertinente de mediación pedagógica.</p> <p>Toma decisiones fundamentadas y argumentadas a partir de procesos de investigación para el desarrollo de prácticas educativas innovadoras.</p> <p>Aplica conceptos, fundamentos y principios de las diferentes teorías del aprendizaje, de la neurociencia, del desarrollo cognitivo, afectivo, social y moral, la pedagogía y la andragogía, para el desarrollo integral de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática.</p> <p>Implementa decisiones que contribuyan al desarrollo del estudiantado al que atiende, tomando en cuenta sus intereses, motivaciones, necesidades, características y talentos específicos para una mediación pedagógica que considere la equidad, la inclusión, la interculturalidad, la igualdad de género y el enfoque de derechos humanos.</p> <p>Ejecuta prácticas educativas asertivas, desde su ámbito profesional, que propicien una actitud positiva hacia la matemática para promover la percepción del estudiantado sobre su capacidad para aprender esta disciplina.</p> <p>Aplica los apoyos educativos necesarios en diferentes contextos socioculturales, según el Diseño Universal de Aprendizaje que requiere la población estudiantil para el fortalecimiento de la reflexión crítica, la toma de decisiones, la investigación y el trabajo colaborativo en espacios de aprendizaje inclusivos y equitativos.</p> <p>Aplica conocimientos de la cultura y valores humanísticos desde las nuevas tendencias de la disciplina para el enriquecimiento del proceso de enseñanza y de aprendizaje en contextos económicos, políticos y sociales diversos y sostenibles.</p>

Fuente: (MNC-CE-CR, págs. 53-58)

Tabla 8.
Resultados de aprendizaje esperado para los descriptores de "Saberes Disciplinarios y Profesionales" y "Aplicación de conocimientos, resolución de problemas innovación" para el grado de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, según el MNC-CE-CR

Descriptor: Saberes disciplinarios y profesionales
Resultados de aprendizaje esperados
<p>Domina tópicos relacionados con análisis funcional, topología, variable compleja o geometría no euclidiana, cálculo diferencial e integral en varias variables, métodos numéricos, entre otras áreas de la matemática avanzada para aplicarlos en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática.</p> <p>Domina las demostraciones de teoremas, lemas, corolarios y otros resultados propios de: análisis real, análisis funcional, topología, variable compleja y geometría no euclidiana, cálculo diferencial e integral en varias variables, métodos numéricos, así como de otros resultados propios de la matemática para su aplicación en procesos innovadores de enseñanza y aprendizaje de la disciplina.</p> <p>Domina procesos investigativos innovadores relacionados con la implementación de teorías de aprendizaje, aplicación de estrategias metodológicas, así como la solución de diversas situaciones en la enseñanza de la matemática para el fortalecimiento de su quehacer profesional en el contexto social y educativo.</p> <p>Domina diseños didácticos innovadores relacionados con su área disciplinar y otras áreas del saber que tomen en cuenta la estructura conceptual del objeto matemático a aprender, su fenomenología, los sistemas de representación involucrados, los errores y obstáculos epistemológicos para la asociación de conceptos, procedimientos, materiales y recursos pertinentes acordes con la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.</p> <p>Muestra conocimiento en el desarrollo de proyectos innovadores en el campo de la matemática utilizando la investigación, la tecnología, el respeto al ambiente, a los valores humanos, la igualdad y la diversidad para el mejoramiento de las prácticas educativas de acuerdo con los avances propios de la disciplina.</p> <p>Domina conocimientos teórico-prácticos y tendencias innovadoras de la didáctica, el currículo y la evaluación de los aprendizajes de cada área de la matemática y tomando en cuenta los niveles educativos para la elaboración de propuestas que beneficien su quehacer profesional en el ámbito de la enseñanza de la matemática.</p> <p>Domina el uso de recursos tecnológicos, así como software específico para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en el desarrollo de proyectos innovadores, que contribuyan con el mejoramiento de las prácticas educativas de acuerdo con los avances propios de la disciplina.</p>
Descriptor: Aplicación de conocimientos, resolución de problemas e innovación
Resultados de aprendizaje esperados
<p>Aplica metodologías innovadoras y contextualizadas en la implementación de tópicos relacionados con análisis funcional, topología, variable compleja o geometría no euclidiana, cálculo diferencial e integral en varias variables, métodos numéricos, entre otras áreas de la matemática avanzada para el logro de aprendizajes esperados en la realidad educativa en la que se desempeña.</p> <p>Realiza demostraciones de teoremas, lemas, corolarios y otros resultados propios de: análisis real, análisis funcional, topología, variable compleja y geometría no euclidiana, cálculo diferencial e integral en varias variables, métodos numéricos, así como de otros resultados propios de la matemática para la implementación de procesos innovadores de enseñanza y aprendizaje de la disciplina.</p> <p>Implementa diseños didácticos innovadores relacionados con su área disciplinar y otras áreas del saber que tomen en cuenta la estructura conceptual del objeto matemático a aprender, su fenomenología, los sistemas de representación involucrados, los errores y obstáculos epistemológicos para la asociación de conceptos, procedimientos, materiales y recursos pertinentes acordes con la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.</p> <p>Desarrolla proyectos educativos de calidad, innovadores, multidisciplinarios, interdisciplinarios a nivel institucional, interinstitucional, regional, nacional e internacional para el logro de una educación inclusiva, intercultural, acorde con el enfoque de derechos humanos y el desarrollo sostenible.</p> <p>Aplica tendencias innovadoras de la didáctica, el currículo y la evaluación de los aprendizajes de cada área de la matemática y tomando en cuenta los niveles educativos para la elaboración de propuestas que beneficien su desempeño profesional.</p> <p>Diseña procesos de autocapacitación y capacitación mutua en las áreas de su disciplina para la actualización profesional tomando en cuenta tendencias educativas innovadoras.</p> <p>Desarrolla investigaciones educativas innovadoras que involucren a diferentes actores sociales en el ámbito multidisciplinario e interdisciplinario para la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la disciplina en contextos diversos.</p> <p>Promueve la toma de decisiones fundamentadas en conocimientos actualizados de su quehacer profesional y las características de la comunidad educativa, para la atención de problemáticas relacionadas con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.</p>

Fuente: (MNC-CE-CR, págs. 62-64)

Es importante mencionar, que en el MNC-CE-CR se brinda un recorrido histórico sobre diferentes modelos teórico-analíticos que han servido, entre otras cosas, para organizar la formación inicial de docentes de matemáticas tanto en secundaria como en primaria (2021, págs. 39-47). Así, se mencionan el modelo de Shulman (pág. 40), quien fue el primero en hablar (1986) de un tipo de saber específico del quehacer docente, que emerge de su propia práctica; el modelo de Grossman

(1990), quien plantea su “modelo de conocimiento del profesor”, afinando algunas de las categorías descritas por Shulman (págs. 40-41); el modelo TPACK, propuesto por Misha y Koelher (2006) que “se sustenta en la posición de que en el «corazón de la buena enseñanza con la tecnología hay tres componentes nucleares: contenido, pedagogía y tecnología, además de las relaciones entre ellos mismos y entre todos ellos»” (pág. 42); el modelo MKT (*Mathematical Knowledge for Teaching*), planteado por Ball, Thames, & Phelps, 2008, (pág. 40), que es el primero en organizar los conocimientos profesionales del docente en dominios y subdominios; el modelo CDM (*Conocimiento Didáctico Matemático*) (2015), que recoge elementos de diversos modelos previos organizándolos en tres dimensiones: matemática, didáctica y meta-didáctico-matemática (págs. 44-45); y finalmente en MTSK (*Mathematics Teacher Specialized Knowledge*) (2013), que constituye un refinamiento de las categorías del MKT (págs. 46-47) y, como se ha mencionado, constituye un referente teórico fundamental para el rediseño de los cursos que se plantea en la presente investigación, tema que se desarrollará en la siguiente sección.

2.4. El Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas como modelo teórico para caracterizar un perfil académico profesional

El Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (en inglés Mathematics Teacher Specalised Knowledge: MTSK) es un modelo teórico que caracteriza los saberes específicos del profesor de Matemáticas. Parte del supuesto de Shulman, citado por Flores-Medrano, et al. (2016), de que, para la enseñanza de una disciplina o asignatura específica “el profesor necesita un conocimiento específico” (2016, pág. 208), que nace y se modela a partir de la especificidad misma de la disciplina y de sus métodos de aprendizaje.

Shulman (1987, pág. 8, citado por Ball, Thames y Phelps, 2008, pág.2) llama a este conocimiento el Conocimiento Pedagógico del Contenido (en inglés Pedagogical Content Knowledge, abreviado PCK) y lo define, según los mismos autores, como “esa amalgama especial de contenido y pedagogía que es únicamente competencia de los profesores, su propia y especial forma de entendimiento profesional” (pág. 2)

Basándose en esta idea, y trabajando en el caso particular de los profesores de matemática, Ball refina el concepto general de Conocimiento Pedagógico del Contenido acuñado por Shulman, delimitando este saber específicamente a la labor de enseñanza y construye un modelo teórico organizado alrededor del concepto de Conocimiento Matemático para la Enseñanza, en inglés Mathematical Knowledge for Teaching, MKT (Ball, Thames, & Phelps, 2008) que se estructura en

dos dominios (Conocimiento de la signatura y Conocimiento Pedagógico del Contenido) y seis subdominios (Conocimiento Común del Contenido -CCK -, Conocimiento Especializado del Contenido-SCK-, Conocimiento del Horizonte Matemático, Conocimiento del Contenido y los Estudiantes -KCS -, Conocimiento del Contenido y la Enseñanza -KCT-, y Conocimiento del Currículo), según se muestra en la Figura 3.

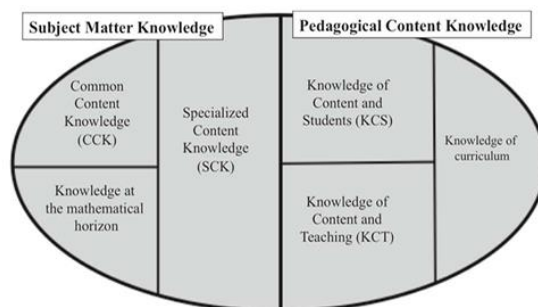


Figura 3. Modelo de Ball del Conocimiento Matemático para la Enseñanza

Fuente: (Ball D. L., et al., 2009)

El MTSK afina aún más y redefine varios de los elementos del modelo de Ball, procurando brindar definiciones más precisas de los dominios y delimitar mejor las fronteras entre estos, sin ahondar en aquellos conocimientos que son compartidos por docentes de otras disciplinas (2016, pág. 209), ya que pretende ahondar en los aspectos que distinguen la enseñanza de la matemática de la de otras asignaturas.

Así, el MTSK considera dos grandes dominios de conocimiento: el Conocimiento Matemático (MK), que incluye aquellos aspectos relacionados con las matemáticas como disciplina: conceptuales, estructurales, sobre sus métodos y prácticas, entre otros; y el Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK), compuesto por aspectos relativos a la matemática en tanto que objeto de enseñanza-aprendizaje, estructurando las dos vertientes que componen el saber del docente de matemáticas. Estos dos dominios se estructuran y adquieren significado alrededor de las creencias docentes sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, y se organizan, a la vez, en tres subdominios, como puede apreciarse en la Figura 4. Estos dominios se detallan en los siguientes apartados.

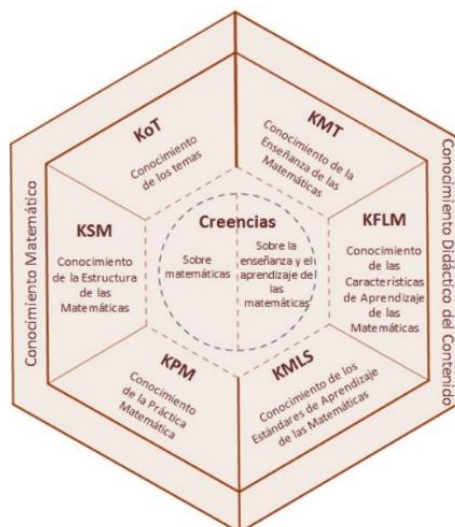


Figura 4. Dominios y subdominios del MTSK

Fuente: (Flores-Medrano, y otros, 2016, pág. 209)

2.4.1. Conocimiento Matemático

Según el modelo, el Conocimiento Matemático está conformado por los subdominios de Conocimiento de los Temas Matemáticos (KoT), Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM) y Conocimiento de las Prácticas Matemáticas (KPM), los cuales se describen a continuación.

En primer lugar, el **Conocimiento de los Temas Matemáticos** se refiere específicamente al conocimiento de los contenidos u objetos matemáticos, así como de aquellos contenidos de esta que son objeto de trasposición para su enseñanza; es decir,

describe qué y cómo conoce el profesor [...] los temas que va a enseñar; supone conocer de manera fundamentada los contenidos matemáticos (conceptos, procedimientos, hechos, reglas, teoremas, etc.) y sus significados. Integra el contenido que queremos que aprenda el alumno, con un nivel de profundización sustancialmente mayor (Flores-Medrano, y otros, 2016, págs. 210-211).

Por “temas”, se refiere a las grandes unidades de conocimientos matemáticos en que se organizan las matemáticas escolares (Flores-Medrano, y otros, 2016, pág. 211), por ejemplo, en los programas costarricenses se distinguen: medidas, números, relaciones y álgebra, geometría, estadística y probabilidad (Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, 2012). También puede referirse a los contenidos matemáticos que se estudian en los cursos para formación de docentes de matemática, que, según los objetivos del plan, pueden abarcar más áreas y contenidos que las matemáticas escolares.

Este dominio implica un conocimiento de las matemáticas que el estudiante en edad escolar debe aprender, pero a un nivel más profundo y fundamentado, incluyendo definiciones, características, propiedades explícitas o inferidas, relaciones intra-conceptuales (Flores-Medrano, y otros, 2016, pág. 211), incluye también conocimiento sobre los modelos y registros de representación, la fenomenología y aplicaciones, notación y lenguaje (Vasco-Mora, Climent, Escudero-Ávila, Montes, & Ribeiro, 2016, pág. 225), así como significados y ejemplos asociados al uso de los conceptos matemáticos a enseñar. En resumen, se concreta en la matemática que debe saber el futuro profesional de la docencia en matemática (Rojas, Flores, & Carrilo, 2015).

Algunas investigaciones han identificado diversas categorías de “temas matemáticos” en este subdominio, entre ellas, consideramos relevantes (Liñán, Contreras, & Barrera, 2016):

- a. **Fenomenología:** se refiere a los conceptos, procesos y procedimientos relacionados a un mismo tema, es decir, el conjunto de situaciones en las que se puede ubicar el tema, sus usos y aplicaciones dentro de la misma matemática.
- b. **Definiciones:** hace referencia al conjunto de características que hacen formalmente definible a un objeto determinado, y las formas alternativas en que se puede definir.
- c. **Procedimientos:** son los algoritmos convencionales y alternativos para resolver situaciones específicas en relación con un objeto matemático, y las condiciones necesarias y suficientes para aplicarlos.
- d. **Propiedades:** son las propiedades relativas a un tema, axiomas, teorema y sus demostraciones formales.
- e. **Registros de representación:** son las diferentes formas en que se puede representar un concepto, proceso o procedimiento (numéricas, gráficas, verbales, analíticas, entre otras) incluyendo aspectos de modelización a partir de problemas, notación y vocabulario propio del tema.
- f. **Espacios de ejemplos:** consiste en el conjunto de ejemplos de los que se dispone, y las relaciones entre ellos, en relación con un concepto o procedimiento concreto.

Segundo, el **Conocimiento de la Estructura Matemática** tiene que ver con el establecimiento de relaciones transversales, tanto verticales como horizontales, entre las diferentes áreas del conocimiento matemático, es decir “la red de relaciones de contenidos matemáticos, lo que supone de hecho su conocimiento de la estructura del edificio matemático” (Flores-Medrano, y otros, 2016, pág. 211). Este conocimiento conlleva la visión de la matemática como conjunto (Rojas, Flores, & Carrilo, 2015, pág. 148), y la facultad de ver los contenidos matemáticos elementales desde una

perspectiva formal y más avanzada de su forma de enseñanza, y viceversa: la capacidad de abordar las matemáticas avanzadas desde una visión elemental (Vasco-Mora, Climent, Escudero-Ávila, Montes, & Ribeiro, 2016, págs. 225-226), En resumen, cómo y con qué nivel de profundidad se conectan entre sí los distintos temas.

Se han identificado diferentes categorías relativas al conocimiento de la estructura matemática, consideramos relevantes las siguientes (Montes & Climent, 2016):

- a. **Conexiones de complejización:** Se producen cuando un profesor reflexiona o usa un concepto desde una perspectiva más avanzada que la que corresponde al contexto escolar en que se encuentra.
- b. **Conexiones de simplificación:** Se producen cuando un profesor reflexiona o usa un concepto desde una perspectiva más simple que la que corresponde al contexto escolar en que se encuentra.
- c. **Conexiones auxiliares:** Se dan cuando el docente se vale de un concepto o tema diferente al tratado, que sin ser el foco de la actividad matemática añade un elemento adicional que aporta elementos que la apoyan.
- d. **Conexiones de contenidos transversales:** Van ligadas a la naturaleza de algunos conceptos, que aparecen al tratar diferentes temas a lo largo de toda la matemática escolar. Por ejemplo, las nociones de igualdad, equivalencia y proporcionalidad.

Finalmente, el **Conocimiento de las Prácticas Matemáticas** implica conocer las formas en que se genera y valida el conocimiento matemático, por ejemplo, conocer las reglas para generar definiciones matemáticas, cómo se razona y argumenta, para ejecutar demostraciones, pruebas y comprobaciones, y la diferencia entre ellas, el uso de ejemplos y contraejemplos, el dominio de heurísticas para resolver problemas, razonamiento inductivo y deductivo. Es importante aclarar que este dominio se refiere al conocimiento de tales prácticas en sí mismas, y no a su uso con objetos matemáticos concretos (Flores-Medrano, y otros, 2016, pág. 212). En esencia, se refiere a los modos de hacer matemáticas (Rojas, Flores, & Carrilo, 2015).

Se han identificado algunas categorías correspondientes a este subdominio, dentro de las cuales se consideran (Flores-Medrano E. , 2016):

- a. **Demostrar:** no se refiere a reproducir demostraciones dadas, si no a conocer y emplear los procesos de argumentación, justificación y validación de resultados.
- b. **Definir:** no se refiere a reproducir definiciones dadas en libros de texto si no a la capacidad de conocer y utilizar de manera adecuada la terminología referente a determinado contenido,

respetando principios como la jerarquía de conceptos, no circularidad, no ambigüedad, equivalencia, elegancia, minimalidad, entre otros.

- c. **Ejemplificar:** más que el hecho de contar con una “batería de ejemplos” consiste en elaborar y emplear de forma didáctica ejemplos y contraejemplos pertinentes al contenido matemático estudiado, para ilustrar, por ejemplo, una propiedad, o refutar una conjetura incorrecta.
- d. **Usar heurísticas:** consiste en conocer y usar diferentes estrategias, técnicas y métodos para resolver problemas, que implican el uso de recursos, el diseño de orientaciones, el planteamiento de metas y la toma de decisiones.

2.4.2. Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático

La segunda dimensión del conocimiento especializado del docente de matemáticas se organiza respecto a su Conocimiento Didáctico (o pedagógico, por su traducción literal del inglés) del Contenido matemático, y se estructura en tres subdominios: Conocimiento sobre la Enseñanza (KMT), Conocimiento sobre el Aprendizaje (KFLM), y el Conocimiento sobre los Estándares de Aprendizaje en Matemáticas (KMLS).

El **Conocimiento sobre la Enseñanza** se refiere al saber del docente sobre las diferentes formas de presentar el contenido, los ejemplos y contraejemplos adecuados, intención y metas de aprendizaje, así como los recursos y materiales didácticos, y el potencial de cada una de ellas para desarrollar una instrucción efectiva. Este conocimiento puede ser fundamentado en teorías educativas y resultados de investigación matemática conocidas por el docente, o en las experiencias producto de la reflexión de sus vivencias empíricas y cotidianas, e inclusive, incluir elementos de ambas fuentes (Flores-Medrano, y otros, 2016, págs. 213-214).

Las categorías que se han identificado en este subdominio son las siguientes (Escudero-Ávila, Contreras, & Vasco, 2016):

- a. **Teorías de enseñanza asociadas a determinados contenidos:** se refiere al conocimiento de elementos teóricos derivados directamente de estudios específicos en Didáctica de la Matemática y de la reflexión de la actividad matemática en el aula para la enseñanza eficaz de los distintos contenidos y áreas de la matemática.
- b. **Características matemáticas de los recursos para enseñar determinados contenidos:** se refiere al conocimiento de recursos y materiales pertinentes, físicos o virtuales, usados para la enseñanza de contenidos específicos.

- c. **Estrategias, técnicas y tareas para la enseñanza de determinados contenidos:** se refiere conocer la potencialidad de ciertas secuencias de actividades, tareas, estrategias o técnicas didácticas para cada contenido específico, así como sus limitaciones y obstáculos.

El **Conocimiento sobre las Características del Aprendizaje** implica el saber del docente sobre cuáles son las formas de razonamiento frecuente del alumno ante determinados contenidos, incluyendo dificultades y errores más comunes, aspectos más o menos comprensibles o atractivos, y puede verse igualmente fundamentada en resultados de investigación o en aprendizajes empíricos (Flores-Medrano, y otros, 2016, pág. 213). También conlleva un conocimiento más específico sobre las formas de aprender inherentes a distintos contenidos específicos (Vasco-Mora, Climent, Escudero-Ávila, Montes, & Ribeiro, 2016, pág. 226); por ejemplo: cómo se aprende álgebra o cómo se aprende geometría.

En este subdominio se han identificado las siguientes categorías (Escudero-Ávila, Climent, & Vasco, 2016):

- a. **Formas de interacción con el contenido matemático:** se refiere a prever y utilizar en la mediación los procesos y estrategias empleadas por los estudiantes para trabajar determinado contenido, tanto los habituales como los atípicos, significación, uso del lenguaje, entre otros.
- b. **Fortalezas y dificultades asociadas al contenido matemático:** consiste en conocer los errores, obstáculos y dificultades relacionadas a los procesos de aprendizaje de temas específicos.
- c. **Intereses y expectativas de los estudiantes en torno al contenido matemático:** se refiere a conocer las expectativas e intereses de los estudiantes respecto a las matemáticas y las concepciones respecto a la facilidad o dificultad de los distintos temas.

El **Conocimiento sobre los Estándares de Aprendizaje** es un saber que considera más específicamente aspectos curriculares (Vasco-Mora, Climent, Escudero-Ávila, Montes, & Ribeiro, 2016, pág. 226), organización de contenidos, aprendizajes esperados, formas y mecanismos evaluativos, criterios para la promoción, es decir

sobre lo que está estipulado que aprenda un estudiante y el nivel de profundidad y manejo con el que se espera que lo aprenda en un determinado momento escolar, así como secuenciaciones del contenido y las razones que lo sustentan (Flores-Medrano, y otros, 2016, pág. 214)

Este conocimiento se ve respaldado por los lineamientos propios de cada sistema educativo, que en sus programas de estudio establecen los contenidos por cubrir en cada ciclo educativo, su nivel de

profundidad y enfoque; o bien, por estándares definidos por instituciones internacionales. Un ejemplo de esto son los principios educativos y los estándares de proceso y contenido establecidos en los Estados Unidos por el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (National Council of Teachers of Mathematics, 2015), o los procesos matemáticos establecidos en el Programa de Matemáticas costarricense (Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, 2012).

Respecto a este subdominio, se han identificado las siguientes categorías (Escudero-Domínguez & Carrillo, 2016):

- a. **Contenidos que se requiere enseñar:** se refiere al conocimiento de los contenidos matemáticos que se deben enseñar en cada grado escolar, según los programas oficiales.
- b. **Desarrollo conceptual y procedimental:** Se refiere al nivel de profundización conceptual y procedimental esperado para cada tema en un nivel específico.
- c. **Secuenciación:** Se refiere al orden y secuencia de los diversos temas dentro de uno o varios ciclos escolares.
- d. **Orientaciones metodológicas y evaluativas:** Implica conocer los lineamientos curriculares relacionados a la metodología y evaluación del conocimiento matemático.

Finalmente, en este modelo son importantes las concepciones y creencias del docente sobre la disciplina matemática y la matemática escolar, pues tales creencias permean y organizan el paradigma filosófico del docente en relación con su labor, las expectativas propias y de sus alumnos en torno al aprendizaje y la enseñanza de su asignatura, por lo que enmarcan todo el MTSK particular de cada profesor, y a través de él permiten explicar las prácticas del profesorado (Flores-Medrano, y otros, 2016, pág. 214).

Es el criterio del autor, que en la medida que los dominios y subdominios del modelo MTSK se incorporen de forma explícita en la definición de un perfil académico profesional y se operacionalicen en los procesos de formación inicial de futuros docentes de matemáticas, se potenciará la adquisición de los saberes necesarios para desempeñarse satisfactoriamente en su labor pedagógica.

Por otro lado, esta incorporación tiene que darse contemplando no solamente la dimensión teórica del modelo, si no desde escenarios de aula reales, que permitan al futuro docente reflexionar sobre la presencia de tales dimensiones en sus prácticas profesionales. Aquí, la metodología de Estudio de Clase sobresale como una herramienta apropiada para lograr este cometido.

2.5. El estudio de Clase Japonés como metodología para promover el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático desde las prácticas de aula

El término Estudio de Clase es la traducción del japonés *Jugyō Kenkyū* (授業研究), significando, literalmente, *Jugyou clase ejecutada en vivo*, y *Kenkyuu, investigación o estudio*. Según Fernández, Cannon y Chokshi (2003), citados por Lenski y Caskey (2009), en Japón el término hace referencia a un “proceso comprensivo y bien articulado para examinar las prácticas” (pág. 50), siendo la forma en la que los docentes japoneses han estudiado su práctica durante décadas.

El concepto se ha empleado en occidente para definir de forma genérica los procesos cíclicos de análisis de lecciones, usualmente de matemáticas, en los cuales diversos docentes estudian contenidos curriculares, materiales y recursos de enseñanza, planean en conjunto una clase, la ejecutan y observan para recolectar datos, luego de lo cual discuten y reflexionan, para extraer implicaciones y aprendizajes orientados a la mejora de las prácticas educativas, constituyéndose en uno de los enfoques para el desarrollo profesional de más rápido crecimiento en Estados Unidos (Lenski & Caskey, 2009) y otras latitudes, incluyendo varios países de Norte y Latinoamérica (Isoda & Olfos, 2009; Lewis, Perry, & Hurd, 2009) .

Aunque se realizan Estudios de Clase a diferentes niveles: institucional, de distrito (el análogo en Costa Rica a los Circuitos Escolares), en instituciones-laboratorio asociadas a centros de investigación universitarios, y desarrollados por asociaciones profesionales, y cada uno tiene diferentes propósitos (Lewis, 2016, pág. 571), puede decirse, en general, que la metodología de estudio de clases busca generar espacios de acción y reflexión sobre las prácticas de enseñanza y aprendizaje, y en última instancia, potenciar el aprendizaje de los estudiantes sobre los contenidos curriculares (Isoda & Olfos, 2009) y de los docentes sobre sus propias prácticas profesionales (Lenski & Caskey, 2009; Lewis, 2016; Ní Shúilleabháin A. , 2014; Ní Shúilleabháin A. , 2015).

Lewis, Perry y Hurd (2009, pág. 287) proponen un modelo para estructurar el proceso de conducción de un Estudio de Clase en cuatro etapas, a saber: investigación, planificación, desarrollo de la clase y reflexión.

En la etapa de investigación, estos mismos autores mencionan que se analizan las características de partida del grupo, así como las metas de aprendizaje y desarrollo que se plantean para los estudiantes a corto y largo plazo, se estudia el área del contenido a cubrir, considerando aspectos

como conceptos y procedimientos, lineamientos curriculares, estándares y trayectorias de aprendizaje, entre otros (2009, pág. 287).

En la etapa de planificación, según estos autores, se seleccionan los materiales y recursos a emplear, y se organiza el proceso de instrucción, considerando las metas de aprendizaje fijadas para los estudiantes, se trata de anticipar el pensamiento y accionar de los estudiantes, identificando posibles errores o carencias y conectando el contenido de la clase con las metas a largo plazo. Y a partir de estos elementos se diseña la primera “versión” de la clase (pág. 287).

En este punto, es fundamental recalcar que el proceso se centra en la acción del estudiante, pues se hace énfasis en las posibles maneras en que este buscará resolver el problema o situación planteada en la clase, previendo posibles rutas de avance del estudiante, y diseñando rutas de acción docente en consecuencia.

Durante el desarrollo de la clase el docente conduce su lección ante uno o varios grupos de estudiantes, mientras que los demás miembros del equipo de trabajo observan la lección y recolectan información pertinente sobre el trabajo del docente y de los alumnos, según los criterios establecidos previamente (pág. 287).

En la etapa de reflexión se comentan y discuten los datos recopilados en un grupo focal posterior al desarrollo de la clase, considerando posibles mejoras para el rediseño de la clase, con la intención de ampliar el conocimiento y la comprensión del contenido y de los estudiantes. Se sintetizan los principales aportes, y, de ser necesario, se reinicia el ciclo (pág. 287). En la Figura 5 se presentan, de forma resumida, las etapas del Estudio de Clase, así como sus principales niveles de impacto en los procesos educativos, según Lewis (2016, pág. 572).

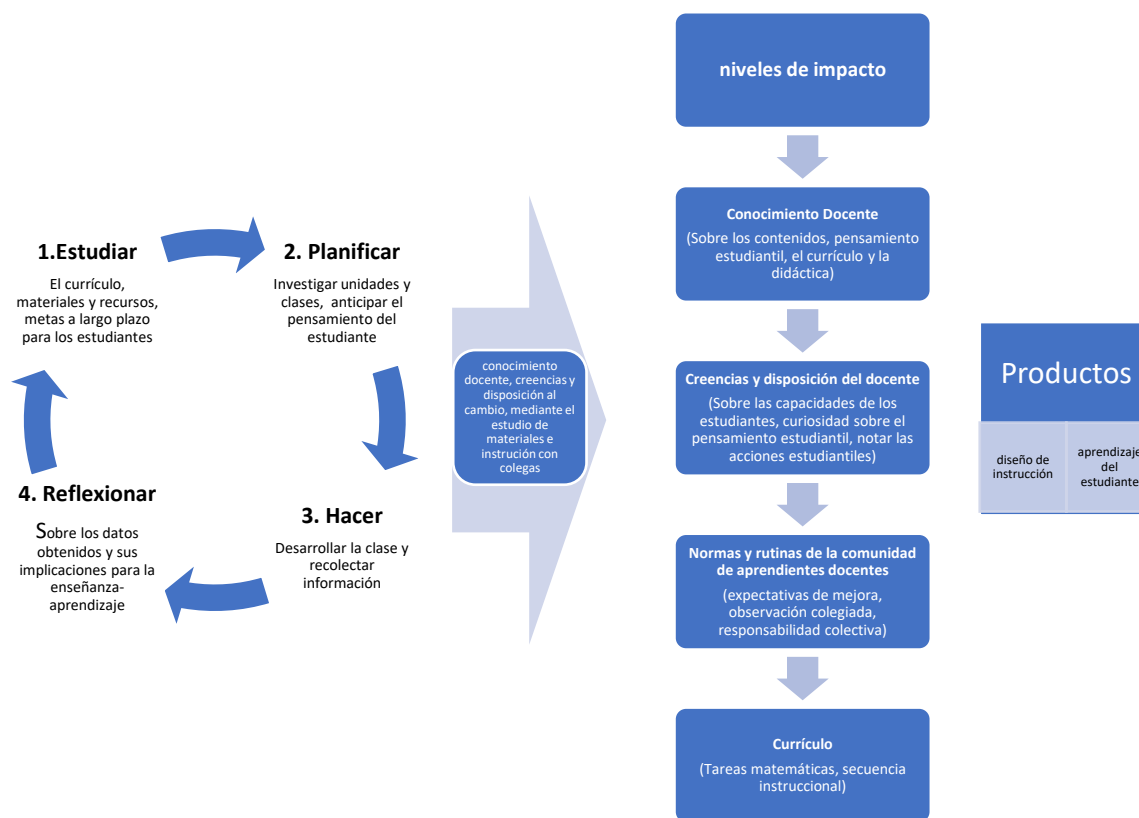


Figura 5. Esquema de las etapas del Estudio de Clase, sus niveles de impacto y productos

Fuente: Adaptado de Lewis (2016, pág. 572)

Por otro lado, se desarrollan diversos tipos de Estudio de Clase, según la cobertura y los actores involucrados, de los cuales, los más usuales son (Lewis, 2016, págs. 573-574):

- a. *Estudios de Clase de nivel institucional*: es el más básico y extendido de los tipos de Estudio de Clase, involucrando a todos los docentes de determinada institución, asignatura o nivel, así como administrativos. Usualmente se fija el propósito a partir de las metas institucionales en relación con el aprendizaje de un determinado tema, o bien, a propósitos institucionales transversales y de carácter más general. Se planifican lecciones modelo para el logro de los objetivos, las cuales se ejecutan (usualmente por un docente a la vez, de modo que todos se van rotando), se observan para recopilar información y se analizan los resultados con el fin de proponer alternativas de mejora, tantas veces como se considere necesario, hasta lograr una clase “modelo”. En ocasiones, también se modifican las actividades y clases propuestas por los libros de texto, para hacerlas más pertinentes a las metas institucionales, o promover objetivos de aprendizaje de mayor alcance que los propuestos en el libro.

- b. *Estudios de Clase a nivel de distrito*: Estos programas buscan ahondar en el conocimiento disciplinar y didáctico de los profesores en torno a temáticas o áreas específicas, y se ofrecen a los profesores del distrito escolar, quienes pueden, libremente, participar en una serie de Estudios de Clase alrededor de diferentes temáticas, donde, además de los docentes del distrito escolar, se involucran asesores, supervisores y otras autoridades. En Japón, se desarrollan dos veces al año, usualmente en periodos donde los educadores disponen de sus horas laborales para actividades fuera del aula (por ejemplo, los periodos de pruebas al finalizar el semestre, donde los estudiantes se retiran a sus casas luego de aplicar las pruebas). Las principales bondades de este tipo de Estudio de Clase son, primero, que permiten profundizar en el manejo conceptual, procedimental y didáctico de diferentes contenidos curriculares, aprendizajes que pueden replicarse posteriormente a nivel institucional, adaptándolos a sus objetivos; y segundo, que promueven la socialización de saberes entre docentes noveles y expertos, aportando los primeros nuevas perspectivas para el abordaje de los temas, y los segundos conocimientos sistematizados a través de los años.
- c. *Estudios de Clase en escuelas laboratorio adscritas a universidades*: en cada prefectura de Japón (equivalentes a nuestras provincias) existen al menos una institución escolar adscrita a una universidad estatal. Estas escuelas (primarias, secundarias, o ambas) suelen tener como director a un docente de la universidad a la que están adscritas, y tienen como propósito, además de la enseñanza primaria y secundaria, ser un puente entre la teoría generada en las universidades a partir de las investigaciones en didáctica específica y la realidad de las aulas, fomentando de este modo las prácticas de enseñanza innovadoras. En esta línea, los Estudios de Clase aquí desarrollados, son parte de investigaciones más amplias, que buscan difundir los resultados a toda la prefectura, y en ocasiones a nivel nacional mediante el desarrollo de Estudios de Clase públicos, donde, una vez depurada la clase modelo, se replica públicamente mediante diversos medios (en auditorios, transmisión en vivo de la clase, entre otros) a docentes de secundaria, investigadores universitarios y docentes en formación.
- d. *Estudios de Clase patrocinados por asociaciones profesionales*: diversas instituciones y organizaciones profesionales vinculadas a la enseñanza de las matemáticas y la formación continua de docentes, desarrollan Estudios de Clase, según sus intereses, que pueden implicar el desarrollo profesional, la profundización en aspectos conceptuales, la mejora de las prácticas de aula, divulgación de políticas y estándares curriculares, innovación en evaluación o mediación pedagógica, entre otros. Por su naturaleza, los involucrados en este tipo de Estudios de Clase suelen ser docentes que participan de manera voluntaria, según sus intereses.

Además, pueden identificarse distintas funciones para el Estudio de Clase, las cuales se pueden presentar en uno o varios de los tipos descritos anteriormente. Lewis menciona las siguientes (2016, pág. 574):

- a. Brindar oportunidades para aprender sobre innovaciones curriculares e instruccionales en la práctica. Esto es, posibilitar experiencias de innovación y formación continua a docentes experimentados en ejercicio, permitiendo experimentar y contextualizar dichas innovaciones a su realidad de aula e institucional.
- b. Brindar realimentación a los desarrolladores de innovaciones curriculares e instruccionales. Es decir, brinda información a asesores, supervisores, y otras instancias, sobre la forma en la que se operacionaliza el currículo, para nutrir y realimentar los procesos formativos.
- c. Crea una demanda de innovaciones curriculares e instruccionales entre los docentes en ejercicio. En otras palabras, las experiencias adquiridas por los docentes durante el Estudio de Clase, por un lado, les permiten problematizar la enseñanza y sistematizar sus experiencias para generar teoría. A la vez, brindan insumos a los investigadores para identificar nuevas líneas de investigación y campos de aplicación de la teoría generada.
- d. Propiciar espacios para el diseño e implementación curricular. Especialmente en los Estudios de Clase en instituciones laboratorio adscritas a universidades, la investigación basada en Estudios de Clase permite a los investigadores, planificadores y diseñadores del currículo acercarse a al conocimiento didáctico empírico emanado de las prácticas de los docentes y de la realidad de aula, a la vez que posibilita a estos últimos aprender sobre los procesos de diseño curricular, robusteciendo tanto las propuestas curriculares como su implementación.

Capítulo 3: Marco Metodológico

En este capítulo se describe la metodología seguida durante el desarrollo de la presente investigación, iniciando por la caracterización del paradigma, enfoque y tipo de investigación, describiendo el objeto de estudio. Posteriormente, se describe el diseño de investigación, que corresponde a una Investigación-Acción de tipo crítico-emancipatoria (Becerra & Moya, 2010, pág. 142), seguido de la caracterización de las fuentes de información y el proceso de selección de participantes, así como las técnicas e instrumentos de recolección y análisis de la información. Finalmente, se describe el proceso seguido para validar los programas elaborados, mencionando el alcance y las limitaciones de la investigación, a partir de su diseño.

3.1. Paradigma y enfoque de investigación

La presente investigación se rige por un paradigma socio crítico, el cual, en el ámbito de la investigación, se distingue, según Acosta (1990, p. 17), por que

Intenta explicar las relaciones sociales como expresión histórica, las formas en las que las estructuras de dominación controlan la práctica de los profesores y la transformación de la práctica a través de procesos de reflexión crítica sobre la relación entre la práctica y el potencial para la emancipación humana.

Según el mismo autor, quien cita a Giroux y Penna (1979), el paradigma crítico (así lo denomina el autor) parte de la concepción de la escuela, y en el caso particular que nos ocupa, del currículum como “agente de control ideológico, cuya función consiste en reproducir y mantener las creencias, valores y normas dominantes de la sociedad” (p. 24).

Partiendo de este supuesto, la investigación crítica busca problematizar sobre las ideologías o prácticas que subyacen los asuntos educativos; pretende así ser emancipadora, generando procesos de construcción colaborativa que originen nuevos saberes que, más allá que explicar los fenómenos que estudia, reeduce a los individuos involucrados, aumentando y potenciando sus recursos para una práctica profesional liberadora (Acosta, 1990, pp. 24-25). Por tanto, las características que definen una investigación desde un enfoque crítico se describen a continuación.

3.1.1. Objeto de estudio

Siguiendo las ideas de Acosta, el objeto de estudio en una investigación del paradigma sociocrítico (1990, p. 24)

Viene dado por el conjunto de prácticas sociales que construyen los sujetos implicados. La enseñanza, en cuanto práctica social, está cargada de representaciones y apreciaciones por parte de sus agentes, de acciones encaminadas al logro de ciertas intenciones y aspiraciones, de relaciones sociales, y de intercambio con las condiciones socioculturales.

En el caso de la presente investigación, es de interés promover la reflexión de los docentes de matemática en formación alrededor de sus prácticas docentes. Más específicamente, cómo su concepción y comprensión sobre los diferentes contenidos matemáticos del currículo escolar, sobre cuestiones prácticas vinculadas a las formas de enseñarlos, de aprenderlos y sobre los estándares curriculares que delimitan su labor (principios evaluadores, delimitación y secuenciación de contenidos) repercuten en las prácticas de aula y viceversa.

En consecuencia, se identifica como objeto de estudio, el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático en los Estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica, el cual, a la luz de la teoría que enmarca el presente trabajo, no es externo a los sujetos, si no que se construye y valida de manera activa por estos, a través de las interacciones cotidianas entre colegas, estudiantes y contenidos en la realidad inmediata de la institución educativa, y se delimita por el valor que, de manera colectiva, se otorgue a dichas prácticas.

3.1.2. Supuestos del enfoque crítico de investigación

Según Acosta, todo proyecto investigativo que parta de un paradigma crítico asume una serie de supuestos (1990, p. 25), que se pueden verificar en la presente investigación.

3.1.2.1. Visión global y dialéctica de la realidad educativa

La educación es una práctica socialmente comprometida que busca el cuestionamiento y la legitimación de metas en el contexto social, histórico y político en el que se desenvuelve (Acosta, 1990, p. 25). En este sentido, la presente investigación busca responder a una necesidad social, histórica y política particular en relación con la formación de profesores de matemática, marcada por las dificultades y carencias indicadas en la sección de antecedentes del problema descritos en el capítulo 1.

3.1.2.2. Visión democrática del conocimiento y de los procesos implicados en su elaboración

La investigación desde un paradigma crítico propone que “la tarea investigadora es una empresa participativa, en la que tanto el investigador como los sujetos investigados comparten

responsabilidades en todas las decisiones investigadoras” (Acosta, 1990, p. 25). Así, para la construcción de la propuesta curricular, se procurará la participación de distintos actores involucrados en el proceso de formación de los estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, a saber: estudiantes, profesores de la carrera, y docentes supervisores de práctica docente.

3.1.2.3. La teoría no se impone sobre los datos

Según Acosta, en una investigación de paradigma crítico “teoría y realidad están a mantener una tensión dialéctica” (1990, p. 25). Es decir, no se busca que la teoría delimite perfectamente los resultados obtenidos en la práctica, ni que los datos de campo se ajusten de manera exacta a la teoría. De esta forma, el MTSK busca ser un referente para sistematizar y analizar los diferentes tipos de conocimiento profesional que se pretenden identificar y promover en la práctica.

3.1.2.4. La investigación se articula, genera y organiza en y desde la práctica

Acosta afirma que “Si la práctica constituye la génesis de la investigación, los intereses de los sujetos, sus preocupaciones y problemas, su clarificación e iluminación por parte de los sujetos y su capacitación para comprenderla, controlarla y cambiarla son los objetivos prioritarios de la misma” (1990, p. 25). En este sentido, la inquietud de la que nace la presente investigación es la de brindar a los estudiantes de la carrera, junto con el involucramiento de aquellos vinculados a su proceso formación (docentes y profesores supervisores), herramientas para la reflexión sobre sus prácticas profesionales en aras de mejorar su mediación pedagógica y responder de manera eficaz y eficiente a las nuevas demandas de sus futuros empleadores, y de la sociedad en general. Es aquí donde el Estudio de Clase juega un rol fundamental como herramienta de reflexión de su práctica pedagógica en entornos de aula reales.

3.1.2.5. Está comprometida con la acción y transformación de la realidad

Al respecto, Acosta menciona que “La investigación tiene un interés eminentemente emancipador pues se orienta hacia la acción, resolución crítica de problemas, a la capacitación de los sujetos para su propia emancipación” (1990, p. 25). Es del interés de la presente investigación generar un insumo para la transformación del plan de formación de profesores de matemáticas en la carrera de bachillerato y licenciatura en enseñanza de la matemática de la UCR, así como de las prácticas de formación docente en la misma, de modo que los graduados de la carrera, además de cumplir con un perfil académico-profesional que responda a las necesidades y demandas de los empleadores, generen un impacto positivo en la formación de los futuros ciudadanos.

En síntesis, los principios ontológicos, epistemológicos y metodológicos del paradigma socio crítico se resumen en la Tabla 9.

Tabla 9. Características del paradigma socio crítico en relación con la presente investigación

Aspecto	Descripción	Relación con la propuesta de investigación
Ontología	¿en qué consiste la realidad? La realidad se construye de forma intersubjetiva, socialmente a través de la experiencia.	La realidad sobre la que se pretende actuar es el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático de los estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, a partir de su proceso formativo, las interacciones con pares, estudiantes y docentes experimentados.
Las interacciones con Epistemología	¿cómo se relacionan sujeto y objeto en la investigación? El conocimiento es un proceso constructivo de acción crítica sobre la realidad, promoviendo la incorporación de valores e intereses del investigador.	El Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático se construye subjetivamente por los sujetos -docentes en formación- a partir de la reflexión de sus experiencias prácticas. El investigador, como docente involucrado en los procesos de formación de los estudiantes de la carrera, es un componente activo en la construcción de dicho conocimiento.
Metodología	¿cómo se procede para generar conocimiento? El investigador forma parte de un colectivo participativo, donde la acción transformadora juega un rol principal en la praxis investigativa, promoviendo la simplificación de instrumentos para favorecer procesos de participación.	La generación del Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático de los estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática es responsabilidad conjunta de varios actores: los docentes de la Facultad, los profesores supervisores y colaboradores de experiencia docente, y los mismos estudiantes, de modo que la metodología debe incorporar las perspectivas y aportes de los tres grupos de actores, a través de experiencias que promuevan en el docente en formación la reflexión y socialización de los aprendizajes adquiridos en el campo, dando significado tanto a los saberes disciplinares como pedagógicos y a las prácticas vinculadas. Se proponen observaciones de clase, recolección y análisis de productos de los estudiantes y docentes experimentados, entrevistas, grupos focales, talleres, conversatorios, elaboración, implementación y validación de recursos y materiales, entre otros.

Fuente: Adaptado de Sosa (2003, p. 31)

Desde esta perspectiva, se propone un diseño basado en la Investigación-Acción, aspecto que se detallará en la siguiente sección.

3.2. Tipo de investigación

La presente investigación, por su naturaleza, se caracteriza como investigación descriptiva. Con respecto a este tipo de investigación, Bernal (2010) menciona que

La investigación descriptiva es uno de los tipos o procedimientos investigativos más populares y utilizados por los principiantes en la actividad investigativa. Los trabajos de grado, en los pregrados y en muchas de las maestrías, son estudios de carácter eminentemente descriptivo. En tales estudios se muestran, narran, reseñan o identifican hechos, situaciones, rasgos, características de

un objeto de estudio, o se diseñan productos, modelos, prototipos, guías, etcétera, pero no se dan explicaciones o razones de las situaciones, los hechos, los fenómenos, etcétera (pág. 113).

Por otro lado, Hernández, Fernández y Baptista afirman, respecto a las investigaciones de tipo descriptivo (Hernández, Fernández, & Baptista, 2010)

Los estudios descriptivos buscan especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis. Es decir, únicamente pretenden medir o recoger información de manera independiente o conjunta sobre los conceptos o las variables a las que se refieren, esto es, su objetivo no es indicar cómo se relacionan éstas (pág. 80).

Dentro de las características destacadas por los autores anteriores que se identifican en esta investigación, pueden mencionarse las siguientes:

- a. Se buscan identificar los elementos que caracterizan el Conocimiento Didáctico del contenido Matemático de los estudiantes de la carrera de Bachillerato y licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica, caracterizándolo a la luz de los referentes teóricos seleccionados, pero no se busca establecer ningún tipo de correlación o explicación entre estos elementos y otras variables o categorías.
- b. A partir de la caracterización realizada, se pretende diseñar un producto de investigación, el cual lo constituyen los programas de estudio de los dos cursos seleccionados del plan de formación: Metodología en Enseñanza de la Matemática y Experiencia Docente en Matemática.

En relación con el valor de las investigaciones descriptivas, Hernández, Fernández y Baptista, afirman que “son útiles para mostrar con precisión los ángulos o dimensiones de un fenómeno, suceso, comunidad, contexto o situación” (pág. 80), lo cual coincide con lo que pretenden los dos primeros objetivos específicos de la investigación, sistematizando estos resultados en una propuesta que permita llevarlos a la práctica, lo que se desprende de los objetivos tercero y cuarto.

3.3. Diseño de investigación

Partiendo de las características anteriores, el diseño de la presente investigación se rige por la Investigación-Acción (IA), cuya finalidad es “resolver problemas cotidianos e inmediatos y mejorar prácticas concretas” cuyo “propósito fundamental se centra en aportar información que guíe la toma de decisiones para programas, procesos y reformas estructurales” (Salgado, 2007, pág. 73).

El mismo autor menciona que la Investigación-Acción se fundamenta en tres pilares, a saber (2007, pág. 73):

- a. Las personas involucradas en una problemática son quienes están mejor capacitadas para abordarla.
- b. La conducta de estas personas se ve influida por el entorno natural en que se desenvuelven.

- c. La metodología cualitativa es la mejor para el estudio de los entornos naturalistas.

Al respecto de los procesos de formación de docentes, se considera que la Investigación Acción constituye un diseño apropiado, pues de acuerdo con Gómez “es un método eficaz para construir saber pedagógico por parte del docente” (2004, p. 46).

Se ha seleccionado la Investigación-Acción como diseño de este trabajo, dada la necesidad de la vinculación entre teoría y práctica expuesta en el Capítulo 1, para trascender la concepción del docente en como objeto de investigación hacia una perspectiva que lo involucre como sujeto investigador; pues, según (Latorre, 2004, págs. 14-15) es necesario reformular la distinción entre conocimiento científico (de carácter teórico, formulado por “la academia” y valioso para la ciencia educativa) y conocimiento educativo (de índole práctico, útil para responder a situaciones problemáticas concretas del aula, generado por los docentes), que brinda al primero un estatus privilegiado sobre el segundo.

Según el mismo autor, es necesario un posicionamiento “sobre la enseñanza como práctica investigadora y del profesorado como investigador de su práctica docente, así como sobre las nuevas imágenes que en las últimas décadas han surgido de la investigación como modelo de indagación y de formación del profesorado” (pág. 7). Este posicionamiento, sin menospreciar el conocimiento científico, debe rescatar y revalorizar el conocimiento educativo del docente, pues es un componente “básico para la práctica educativa de la que debida y a la que retorna [... y...] clave para una enseñanza de calidad, apostando por un profesorado capaz de cambiar y transformar su práctica ” (pág. 15), de manera que ambos tipos de conocimiento se valoren y promuevan desde los procesos formativos.

Más específicamente, el diseño de esta investigación se basa en un modelo del Investigación-Acción crítica-emancipadora, en la que, según Becerra y Moya, el propósito es “reflexión sobre la práctica con especial atención en la crítica de la misma” (2010, pág. 142), proceso que, presumiblemente, implicará una mayor comprensión de las prácticas de aula.

Los mismos autores enfatizan que este tipo de investigación “resulta de especial significado para nuestra concepción de investigación-acción y su implementación en la formación del profesorado, lo cual involucra también la formación permanente de los docentes miembros del grupo de investigación al cual pertenecemos” (pág. 141); aspectos que buscan fortalecerse dentro de la presente investigación, al involucrar en el proceso de diseño, tanto al investigador,

como a los profesores de la facultad formadores de docentes de matemática en formación; a los docentes de secundaria, supervisores de la práctica docente y a los mismos estudiantes de la carrera, docentes de matemática en formación.

Becerra y Moya distinguen cuatro características de la Investigación-Acción crítica-emancipadora, las cuales mencionamos a continuación, en relación con las características del presente trabajo (2010, págs. 142-144):

- a. Visión dialéctica de la racionalidad: “el “objeto” lo constituyen las prácticas educativas y el entendimiento de estas. Por tanto, existe una estrecha relación entre el sujeto y el objeto de la investigación” (pág. 142). Esto se evidencia al definir como objeto de investigación el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático, rescatando su componente práctico.
- b. Desarrollo de las categorías interpretativas del enseñante: “Implica mejorar los entendimientos que los practicantes se forman acerca de sus propias prácticas” (pág. 143). En el caso de la presente investigación, el foco está puesto, precisamente, en diseñar dos programas de cursos que promuevan, desde la práctica, la reflexión de los futuros profesores de matemáticas sobre sus prácticas profesionales desde el concepto de Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático.
- c. Crítica ideológica: Según la Investigación-acción la ideología constituye “el medio a través del cual una sociedad muestra las relaciones que la caracterizan, esta se crea y mantiene mediante los procesos de comunicación, trabajo y toma de decisiones” (pág. 143), por lo tanto, la reflexión de la práctica debe promover una sana crítica a las ideologías dominantes puestas las últimas determinan las prácticas de enseñanza hegemónicas. En el caso de la presente investigación, esta crítica se evidencia en la revalorización de los conocimientos didácticos prácticos del docente como elemento fundamental de su proceso formativo, contemplando la necesidad de reflexionar y teorizar sobre ellos, para incluirlos, al mismo nivel de los saberes teóricos, como un potencial agente de mejora de sus prácticas pedagógicas.
- d. Pasa de la organización de la ilustración a la organización de la acción: En relación con la revalorización de las prácticas docentes, colocándolas al mismo nivel del conocimiento teórico-académico, la Investigación acción busca “ enfatizar la superación de la separación institucionalizada entre el saber y la acción” (pág. 144). Así, la presente Investigación se busca promover la integración de la teoría y la práctica, en un proceso en que “los participantes revisan sus propias prácticas y la creación de teorías provenientes de la reflexión y acción sobre esas mismas prácticas está en manos de esos mismos participantes” (pág. 144)

A partir del proceso de una investigación-acción emancipadora propuesto por Becerra y Moya, se plantea el presente trabajo en ocho etapas, las cuales se describen a continuación, y se resumen gráficamente en la Figura 6.

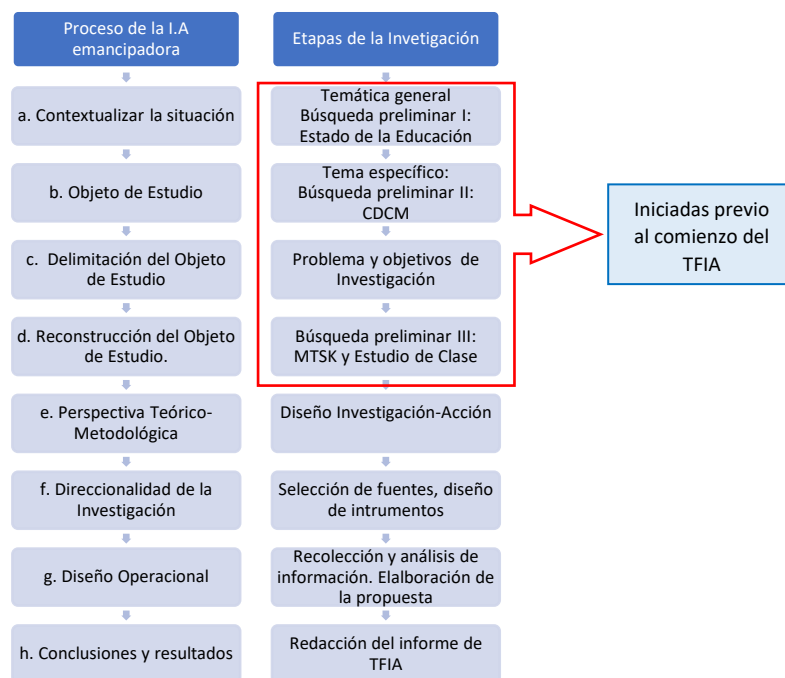


Figura 6. Proceso de la Investigación-Acción crítica

Fuente: Adaptado de Becerra y Moya (2010, págs. 147-148)

Las primeras cuatro etapas del proceso, según las definen Becerra y Moya (Becerra & Moya, 2010), se comenzaron a perfilar previo al inicio formal de la propuesta de Trabajo Final de Investigación Aplicada, con aportes brindados por trabajos, asignaciones y proyectos de los cursos de la maestría; si bien, es importante mencionar que, en la práctica, el proceso no ha sido lineal, y conforme se avanza en etapas posteriores de la investigación, ha sido necesario, en múltiples ocasiones, volver a etapas previas para realizar ajustes. Seguidamente se describen brevemente dichas etapas, en relación con los procesos implicados para el caso particular de la presente investigación.

a. Contextualizar la situación

Lanz, citado por Becerra y Moya (2010), menciona que “en este punto el acercamiento entre los participantes mediante conversaciones abiertas, la realización de exposiciones sobre los puntos críticos que afectan al grupo o a la praxis instaurada y propicia igualmente la indagación sobre los principales problemas que se confrontan” (pág. 147). Desde un inicio, se tenía la noción de que la temática de investigación girara en torno al plan de formación de los estudiantes de la carrera de

bachillerato y licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica. Esto por dos motivos principales.

El primero, los resultados de los últimos informes del Estado de la Educación costarricense, como se mencionó en el Capítulo 1, son reiterativos en afirmar que existen carencias en la formación inicial de estos profesionales, especialmente en lo referente a su Conocimiento Didáctico, vinculado a los procesos de mediación en el aula (Barrantes, y otros, 2016; Mena, y otros, 2019; Programa Estado Nación, 2017; Programa Estado Nación, 2019; Zúñiga, y otros, 2017).

El segundo, se deseaba que la propuesta surgida del TFIA brindara un insumo para los procesos de actualización de las carreras de Enseñanza Secundaria, que se vienen desarrollando a lo interno del Departamento de Secundaria de la Escuela de Formación Docente desde hace algunos años.

Con el propósito de una primera delimitación del tema, además de las fuentes mencionadas, se realizó un cuestionario de diagnóstico a los estudiantes de la carrera que estuvieran cursando como mínimo el sexto ciclo del plan de estudios. Dicho cuestionario abarcaba aspectos generales sobre la percepción del estudiantado sobre la formación general recibida hasta el momento en la carrera, contemplando elementos tanto de la formación matemática como didáctica.

Uno de los resultados principales de dicho cuestionario arrojó que, al igual que sucede en el ámbito general, según los resultados de los informes del Estado de la Educación, en los estudiantes que cursan la carrera de Enseñanza de la Matemática, persiste la concepción de una necesidad de profundizar y fortalecer aspectos didácticos y metodológicos específicos para enseñar matemática, especialmente enfocando en sus implicaciones prácticas. Otros resultados relevantes de este diagnóstico se amplían en el Capítulo 4.

b. Objeto de Estudio

En esta etapa “se procede a determinar con mayor precisión qué es lo que se quiere investigar” (pág. 147). Con base en los resultados descritos anteriormente, se realiza una primera clarificación del objeto de estudio, pasando de ser el “Conocimiento de los estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica” a ser el “Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático de los estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica”. A la vez, se esboza un primer objetivo general para la investigación.

c. Delimitación del Objeto de Estudio

En esta etapa “Se responde en este momento preguntas como: Qué, Quién, Dónde y Cuándo, tratando de precisar lo que ha de ser el problema de investigación” (pág. 147) Con el propósito

de delimitar más el objeto de estudio, y por ende el proceso de investigación, se decide enfocarse en los cursos de Metodología en Enseñanza de la Matemática y Experiencia Docente en Matemática, pues, como se explicó en el Capítulo 1, el curso de Metodología es el primer curso del plan de estudios donde se abordan contenidos relativos a la didáctica específica de la matemática, y los estudiantes tienen un periodo de inmersión prologado en aulas de secundaria, mediante procesos de visita a instituciones educativas y observación de clases a grupos específicos por un periodo de un ciclo completo; mientras que el curso de Experiencia Docente supone para los futuros docentes en formación, asumir procesos de planificación de lecciones, diseño e implementación de experiencias de aprendizaje usualmente en los mismos grupos que fueron observados durante el curso de Metodología.

Así las cosas, se definen, con estos criterios, el problema específico de la investigación, y los objetivos, generales y específicos que orientaron el proceso investigativo, estos en una versión preliminar a la forma en la que fueron descritos en el Capítulo 1.

d. Reconstrucción del Objeto de Estudio

En la cuarta etapa “se privilegia aquí los elementos de síntesis y se combina, por una parte, la ubicación de algunos aspectos internos del objeto y, por otra, la medición del conocimiento” (pág. 147). A partir de los insumos anteriores, y la retroalimentación brindada por las personas docentes de la Maestría en diversos cursos, así como reuniones con el comité asesor, conformados por una docente directora y dos lectores, llevaron al refinamiento del problema y los objetivos de la investigación, hasta tomar finalmente la forma con la que se muestran en el Capítulo 1.

Paralelo a esto, fue necesario seleccionar un marco teórico que permitiera caracterizar el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático de los estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la UCR, tanto desde una perspectiva teórico-conceptual, como operacional, y considerando una metodología que permitiera su implementación y análisis en salones de clase reales.

Con este propósito, se fundamentó la investigación en dos pilares teóricos que respondieran a ambas necesidades, respectivamente: el modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas, MTSK, y la metodología de Estudio de Clase Japonés; referentes ampliamente descritos en el Capítulo 2.

Ambos referentes contribuyen a la conceptualización de los “saberes” o conocimientos que se desean promover o potenciar mediante el diseño curricular que culmina esta investigación, a la vez

que plantean sugerencias metodológicas para su abordaje desde las aulas de secundaria y su reflexión y análisis durante el desarrollo de los cursos de Metodología y Experiencia Docente.

e. Perspectiva teórico-metodológica

En esta etapa “se examina y discute la perspectiva teórico-filosófica bajo la cual se hace la investigación” (pág. 148). Habiendo definido el Objeto de Estudio, el problema y objetivos de la investigación, y seleccionado un marco teórico apropiado, el siguiente paso lo constituyó clarificar la perspectiva de la investigación desde lo teórico-metodológico, esto para orientar el diseño y el trabajo de campo, así como la forma en que se analizaría posteriormente la información recolectada. Así, se definió la investigación desde el paradigma sociocrítico, con un diseño basado en la Investigación-Acción, como se describió en las secciones 3.2 y 3.1.

f. Direccionalidad de la investigación

En esta etapa, según Becerra y Moya (2010) debe definirse el cambio propuesto: “A partir del análisis y reflexión de la praxis colectiva, se formula los objetivos cognoscitivos e, igualmente, se establece algunas de las estrategias de articulación” (pág. 148).

Para efectos de la presente investigación, en esta etapa se clarifican las fuentes y sujetos de información; contemplando entre ellas las humanas, que involucran a los estudiantes y docentes de la carrera y docentes de secundaria que laboran como supervisores de Experiencia Docente; así como documentales, principalmente comunicados, actas y resoluciones del departamento de secundaria, así como los programas de los cursos.

En esta línea, se seleccionan los principales instrumentos y técnicas de recolección de información, a saber: análisis documental, grupo focal y cuestionarios. La descripción de este punto se ampliará en la sección 3.6.

g. Diseño operacional

Según Becerra y Moya (2010) “la definición de las técnicas e instrumentos de recolección de datos que toman en cuenta las características del objeto de estudio, así como las formas de presentación de esa información, caracterizan esta etapa. Todo lo anterior converge en el análisis e interpretación de los datos, que comprende la clasificación de la información por unidades temáticas, la categorización de esa información y, por último, la elaboración teórica bajo un enfoque explicativo-comprensivo” (pág. 148). Así, se construyen y validan los instrumentos de recolección de información, especialmente la guía de preguntas para el grupo focal con docentes supervisores, los cuestionarios para los estudiantes, los consentimientos informados a los

participantes, y las matrices de análisis de los programas de cursos. En la Figura 7 se aprecia un diagrama del proceso seguido para desarrollar la presente investigación.

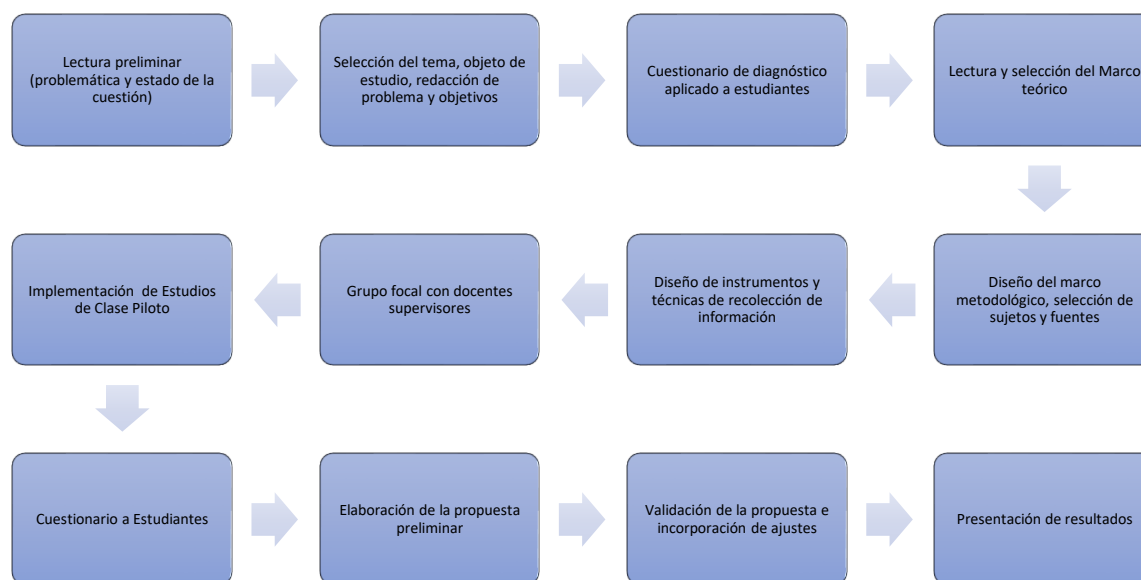


Figura 7. Esquema del proceso seguido para la investigación

Fuente: Elaboración propia

h. Conclusiones y resultados

En esta última etapa “se presenta los resultados evaluando la estrategia de intervención utilizada” (pág. 148). En el caso de la presente investigación, corresponde a la elaboración de la versión definitiva del informe de investigación, así como la presentación de los resultados en la correspondiente defensa pública.

3.4. Fuentes de información

En esta sección se detallarán las distintas fuentes de información empleadas para el desarrollo de la investigación, considerando que se definieron cuatro unidades de análisis, tres de ellas corresponden a sujetos de interés, involucrados con el desarrollo de los cursos a intervenir: estudiantes de la carrera, profesores del departamento de Educación Secundaria que imparten cursos de carrera, y profesores de secundaria, supervisores de Experiencia Docente; y la cuarta, la constituyen fuentes documentales del Departamento de Secundaria relacionadas con la Carrera.

3.4.1. Sujetos de interés

Las personas participantes en la investigación se clasifican en tres grupos, a saber: estudiantes que, del primer ciclo de 2019 al segundo ciclo de 2020, estén cursando como mínimo el sexto ciclo lectivo según el plan de estudios; profesores del departamento de secundaria que entre el I ciclo lectivo de 2020 y el II ciclo lectivo de 2021 hayan impartido cursos específicos de la carrera; y profesores de secundaria que hayan sido supervisores del curso de Experiencia Docente entre el 2019 y 2021. Seguidamente se detallará el papel de cada uno de ellos en la investigación.

a. Estudiantes de la carrera (docentes de matemática en formación)

Se contó con la participación de 51 estudiantes de la carrera de Bachillerato en Enseñanza de la Matemática, de quienes se pretendía, en primer lugar, diagnosticar la percepción sobre los conocimientos adquiridos durante su proceso de formación, así como la pertinencia de los componentes curriculares de los cursos de Metodología en Enseñanza de la Matemática y Experiencia Docente en Matemática; y en segundo lugar, que conocieran de manera general las características y proceso de un Estudio de Clase, para valorar sus oportunidades y limitaciones como herramienta de formación y desarrollo de habilidades prácticas in situ; por lo cual, se seleccionó una muestra de estudiantes que hubieran aprobado estos cursos en el periodo 2018-2020. Dadas estas condiciones, los estudiantes participantes se ubican entre el sexto y octavo ciclo del plan de formación, con un rango de edades de 20 a 23 años.

Partiendo del diseño de la investigación, que se amplía en las secciones 3.5 y 3.6, estos estudiantes se organizaron en dos grupos. Para el primer cuestionario, cuya función fue diagnosticar las concepciones en cuanto a las fortalezas y debilidades de la formación adquirida en los cursos de Metodología y Experiencia Docente, se consideraron 38 estudiantes que hubieran aprobado los cursos en cuestión, como mínimo el año anterior al inicio de la investigación, de modo que estuvieran familiarizados con la metodología, contenidos y evaluación de ambos cursos.

Para el segundo cuestionario, aplicado una vez puesta en práctica la primera versión del Estudio de Clase, con el fin de valorar la percepción estudiantil sobre el proceso y los aprendizajes generados, se contó con el grupo dev23 estudiantes que aprobaron Metodología y Experiencia docente en el año 2020, año en que se aplicó el piloto de Estudio de Clase de manera virtual, aprovechando las posibilidades generadas en el contexto de la pandemia, que permitió grabar las clases virtuales desarrolladas de forma sincrónica para su posterior análisis.

b. Docentes de secundaria supervisores de Experiencia Docente.

El segundo grupo de interés para el desarrollo de la presente investigación lo conforman los docentes de secundaria que colaboran facilitando los grupos de secundaria para realizar observaciones de aula en el curso de Metodología en Enseñanza de la Matemática y además son supervisores de práctica profesional en el curso de Experiencia Docente.

En el caso de este grupo, es de interés conocer, desde su experiencia práctica como docentes de aula secundaria, su percepción sobre los conocimientos que debe poseer un docente en formación, especialmente aquellos que deben promoverse en los cursos de Metodología y Experiencia Docente, de modo que sean un referente para la selección de contenidos, y organización de actividades de mediación y evaluación para ambos cursos.

En este sentido, los requisitos establecidos por el Reglamento de Práctica Docente (2022, 20 de julio) son: tener un grado mínimo de licenciatura en Enseñanza de la Matemática, de preferencia obtenido en universidad pública, y una experiencia mínima de 5 años trabajando como docente de Matemática en institución de educación secundaria. Además, para participar en la investigación se consideró deseable que los participantes tuvieran un mínimo de dos años de experiencia como supervisores de Experiencia docente con la Universidad de Costa Rica.

c. Profesores del Departamento de Educación Secundaria de la UCR.

Finalmente, un tercer grupo de interés lo constituye el grupo de profesores del Departamento de Educación Secundaria de la Facultad de Educación de la Universidad de Costa Rica que imparte cursos propios de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, específicamente, aquellos profesores que han impartido, por un mínimo de dos años, alguno de los cursos del plan de estudios con sigla FD (Formación docente) del sexto semestre o superior.

Específicamente, se considera importante el aporte que estos docentes puedan brindar para el diseño curricular de ambos cursos, en relación con aspectos teóricos específicos de la Didáctica de la Matemática que orienten al alcance de los saberes propuestos.

Se decidió trabajar con los tres grupos, con el propósito de facilitar el posterior proceso de triangulación de la información obtenida en los diferentes instrumentos.

3.4.2. Fuentes documentales

Además de los sujetos anteriores, se considera de relevancia la búsqueda y análisis de fuentes documentales, pues “pueden ayudar a entender el fenómeno central de estudio [...]. Le sirven al investigador para conocer los antecedentes de un ambiente, las experiencias, vivencias o situaciones y su funcionamiento cotidiano” (Hernández, Fernández, & Baptista, 2010, pág. 433).

En el caso de la presente investigación, se consideraron documentos relacionados a la situación de los docentes de matemática en el país, y de forma específica, a la situación de la carrera de Enseñanza de la Matemática en la Universidad de Costa Rica; dentro de las cuales se destacan los siguientes:

- a. Capítulos de los Informes del Estado de la Educación Costarricense y las investigaciones de base que sirvieron para redactarlos.
- b. Informes, resoluciones y actas de Universidad, donde se consignent aspectos relevantes sobre la evolución de la carrera, sus necesidades, cambios en el plan de estudios, entre otros.
- c. Programas de los dos cursos que se pretende actualizar.

En el caso de las dos primeras fuentes, se utilizaron principalmente como diagnóstico, ya que sirvieron para delimitar el tema, objeto de estudio y problema de la investigación, así como para determinar algunos elementos referentes al estado de la cuestión. Por otro lado, también brindaron información contextual sobre algunos de los elementos a considerar para la modificación de los programas de estudio de los cursos por intervenir.

En el caso de los programas de los dos cursos, se analizaron con el propósito de determinar en sus componentes curriculares aciertos y desaciertos, en relación con la información extraída de los otros documentos, así como de la información proporcionada por los sujetos participantes y los referentes teóricos.

3.5. Selección de participantes

Con respecto a la selección de la muestra en una investigación de tipo cualitativo, Hernández, Fernández y Baptista señalan que, en el caso de las investigaciones cualitativas “el tamaño de muestra no es importante desde una perspectiva probabilística, pues el interés del investigador no es generalizar los resultados de su estudio a una población más amplia. Lo que se busca en la

indagación cualitativa es profundidad. Nos conciernen casos [...] que nos ayuden a entender el fenómeno de estudio y a responder a las preguntas de investigación” (2010, pág. 394)

Estos mismos autores realizan diferentes clasificaciones de los tipos de muestra en una investigación de corte cualitativo (págs. 396-401), las que se pueden apreciar en la Figura 8. Dado que la selección de participantes se realizó en diversos momentos, según las necesidades surgidas, y considerando diferentes criterios a partir de los objetivos, la selección de los participantes corresponde a diferentes clasificaciones, a saber: muestra variada, muestra de voluntarios y muestra de expertos.

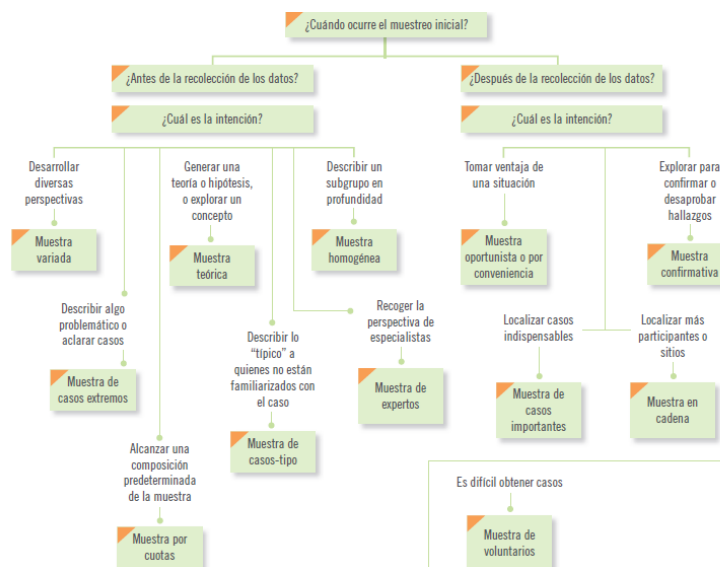


Figura 8. Tipos de muestreo en la investigación cualitativa

Fuente: Hernández, Fernández y Baptista (2010, pág. 401)

3.5.1. Muestra variada

Este tipo de muestras, según Miles y Huberman (1994), Creswell (2009) y Henderson (2009), citados por Hernández, Fernández y Baptista, “son utilizadas cuando se busca mostrar distintas perspectivas y representar la complejidad del fenómeno estudiado, o bien, documentar diversidad para localizar diferencias y coincidencias, patrones y particularidades” (2010, pág. 397).

Dados los objetivos y características de la presente investigación, al considerar importante la percepción los distintos actores del proceso de formación, se contempló la participación tanto de estudiantes de la carrera, como de profesores de matemática en ejercicio que además sean supervisores de Experiencia Docente y de los docentes del departamento de Educación Secundaria que imparten cursos de la carrera, según se describió en la sección 3.4.1.

3.5.2. Muestra de voluntarios

Respecto a la muestra de voluntarios, Hernández, Fernández y Baptista afirman que “en estos casos, la elección de los participantes depende de circunstancias muy variadas. A esta clase de muestra también se le puede llamar autoseleccionada, ya que las personas se proponen como participantes en el estudio o responden activamente a una invitación” (2010, pág. 396). En nuestro caso, la muestra de voluntarios se consideró al seleccionar a los estudiantes de la carrera que participaron tanto en el cuestionario de diagnóstico (38 voluntarios) como en el de valoración de la experiencia de implementación de Estudio de Clase en el curso de Experiencia Docente (23 voluntarios). En ambos casos, se envió al correo electrónico de los estudiantes que cumplían con las características descritas en la sección 3.4.1, una invitación con un vínculo para participar en los cuestionarios, siendo que los estudiantes decidían voluntariamente si participar o no en la investigación.

3.5.3. Muestra de expertos

Sobre la muestra de expertos, Hernández, Fernández y Baptista mencionan que “en ciertos estudios es necesaria la opinión de individuos expertos en un tema. Estas muestras son frecuentes en estudios cualitativos y exploratorios para generar hipótesis más precisas o la materia prima del diseño de cuestionarios” (2010, pág. 397), entre otros aspectos.

En nuestro caso, la muestra de expertos se contempló al seleccionar a los docentes de secundaria y supervisores del curso de Experiencia Docente que participaron en el grupo focal, dadas las características necesarias, de que tuvieran experiencia impartiendo clases en centros de educación secundaria públicos o privados y tuvieran una vinculación con los cursos de Metodología y Experiencia Docente en Matemática; estando conformada la muestra por los docentes que laboraron como supervisores en el año 2020 (7 profesores).

Por otro lado, también se utilizó el muestreo de expertos para la validación de los programas de estudio diseñados como producto final de esta investigación, en la que se contemplaron los criterios de los profesores del Departamento de Educación Secundaria que imparten cursos de didáctica específicos de la carrera en la Sede Rodrigo Facio, en la Sede de Occidente y en la Sede del Atlántico (4 docentes en total). En la Tabla 11 se resumen las características de las diferentes muestras utilizadas en la investigación.

*Tabla 10.
Distribución de participantes que conforman las muestras de investigación,
según instrumentos aplicados.*

Instrumento aplicado	Sujetos de interés	Tamaño de la muestra
Cuestionario diagnóstico	Estudiantes de la Carrera.	38
Grupo focal	Docentes de secundaria supervisores de Experiencia Docente.	7
Cuestionario percepción Estudio de Clase	Estudiantes de la Carrera.	23
	Docentes de la Carrera de Enseñanza de la Matemáticas en la Sede Rodrigo Facio	2
Cuestionario de validación de la propuesta de programas (3 sesiones)	Docentes de la Carrera de Enseñanza de la Matemáticas en la Sede de Occidente	1
	Docentes de la Carrera de Enseñanza de la Matemáticas en la Sede del Atlántico	1

Fuente: Elaboración propia

3.6. Técnicas y procedimientos de recolección y análisis de información

Como se mencionó en la sección anterior, el proceso de muestreo, y del mismo modo el de recolección y análisis de la información en una investigación de corte cualitativo no es lineal, si no que, por el contrario, son procesos cíclicos que muchas veces van de la mano, volviendo sobre los pasos y reajustando las características de los sujetos y fuentes, los instrumentos de recolección y análisis de información, así como las categorías de análisis de la información recabada. Al respecto, Hernández, Fernández y Baptista mencionan que

Las etapas constituyen más bien acciones que efectuamos para cumplir con los objetivos de la investigación y responder a las preguntas del estudio y se yuxtaponen, además son iterativas o recurrentes. No hay momentos en el proceso donde podamos decir: aquí terminó esta etapa y ahora sigue tal etapa. Al ingresar al campo o ambiente, por el simple hecho de observar lo que ocurre en él, estamos recolectando y analizando datos, y durante esta labor, la muestra puede ir ajustándose. Muestreo, recolección y análisis resultan actividades casi paralelas. (2010, pág. 408)

Además, los mismos autores mencionan, sobre el tipo de datos que se buscan recolectar, que

Al tratarse de seres humanos los datos que interesan son conceptos, percepciones, imágenes mentales, creencias, emociones, interacciones, pensamientos, experiencias, procesos y vivencias manifestadas en el lenguaje de los participantes, ya sea de manera individual, grupal o colectiva. Se recolectan con la finalidad de analizarlos y comprenderlos, y así responder a las preguntas de investigación y generar conocimiento (2010, pág. 409).

Lo anterior es consistente con los propósitos de caracterizar los saberes que debe adquirir el futuro docente en su proceso formativo, y plantear una propuesta que permita su adquisición en entornos prácticos, si bien respaldada por referentes teóricos pertinentes.

Teniendo esta idea en mente, junto con el proceso de investigación seguido en nuestro caso y resumido en la Figura 7, se describen en los siguientes apartados las técnicas e instrumentos de recolección de información y las categorías de análisis definidas.

3.6.1. Técnicas e instrumentos de recolección de información

Al tratarse de una investigación cualitativa y con un diseño de Investigación-Acción, se prioriza la recolección de datos mediante instrumentos no estandarizados, y su análisis desde la perspectiva de los actores involucrados en el proceso formativo de los futuros docentes, según se detallaron los participantes en la sección 3.4.1. al respecto de la recolección de datos, Hernández, Fernández y Baptista mencionan que el investigador

No sólo analiza, sino que es el medio de obtención de la información. [...] En la indagación cualitativa, los instrumentos no son estandarizados, en ella se trabaja con múltiples fuentes de datos, que pueden ser entrevistas, observaciones directas, documentos, material audiovisual, etc. [...] Además recolecta datos de diferentes tipos: lenguaje escrito, verbal y no verbal, conductas observables e imágenes. [Por tanto ...] los investigadores deben construir formas inclusivas para descubrir las visiones múltiples de los participantes y adoptar papeles más personales e interactivos con ellos. El *investigador* debe ante todo respetar a los participantes [...]. Debe ser una persona sensible y abierta. (2010, págs. 409-410).

Es importante destacar que lo anterior no implica necesariamente la recolección de datos solamente de tipo cualitativo, al contrario, los mismos autores afirman que “es conveniente tener varias fuentes de información y métodos para recolectar los datos. En la indagación cualitativa poseemos una mayor riqueza, amplitud y profundidad en los datos, si éstos provienen de diferentes actores del proceso, de distintas fuentes y al utilizar una mayor variedad de formas de recolección de los datos” (2010, pág. 439).

Dada la naturaleza de los datos de interés para la investigación, se usaron diversos instrumentos y técnicas, algunos de tipo cualitativo, como grupos focales y las guías de preguntas asociadas a estos, y matrices para el análisis de documentos; y otros de tipo cuantitativo, principalmente cuestionarios, aplicados a los estudiantes de la carrera. Sobre este tema.

Si bien estos últimos se usaron por la ventaja que implican al recoger y procesar mayores cantidades de información en poco tiempo, en el análisis de los datos prima el criterio cualitativo y de interpretación por encima del estadístico, y los resultados de estos instrumentos se cotejarán con las percepciones e interpretaciones de los diferentes actores.

a. Cuestionario de diagnóstico a estudiantes avanzados de carrera

Como primer instrumento, se realizó un cuestionario a 38 estudiantes avanzados de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, que hubieran aprobado como mínimo el sexto ciclo según el plan de estudios vigente al año 2019; es decir, que al año 2019 hubieran cursado los cursos de Metodología en Enseñanza de la Matemática y Experiencia Docente en Matemática, además de todos los cursos anteriores del plan.

Este cuestionario tuvo como propósito determinar la concepción de los estudiantes sobre los conocimientos adquiridos hasta el momento en su proceso de formación. Así, el cuestionario está estructurado en cuatro partes: conocimiento general, conocimiento matemático, conocimiento pedagógico del contenido y datos generales del informante.

La primera, conocimiento general, valora las categorías contempladas en el plan académico profesional genérico de la Universidad de Costa Rica, a saber: conocimientos, habilidades y destrezas, y valores y actitudes, y pretende recabar información sobre los conocimientos generales que un profesor de matemática debe poseer para desempeñar adecuadamente su labor profesional. Para cada una de las tres categorías mencionadas se contemplan una serie de enunciados (3, 14 y 3, respectivamente) con una escala de valoración de 1 a 3, que el estudiante debe seleccionar, siendo 1: totalmente en desacuerdo, 2: parcialmente de acuerdo, y 3: totalmente de acuerdo.

La segunda parte, conocimiento matemático, se subdivide en tres categorías: conocimiento de los temas matemáticos, conocimiento de la estructura matemática, y conocimiento de la práctica matemática, según se definen en el modelo MTSK descrito en la sección 2.4. Similarmente a la primera parte, para cada una de las tres categorías se contemplan enunciados (6, 6 y 7, respectivamente) con una escala de valoración de 1 a 3, que el estudiante debe seleccionar según su criterio.

La tercera parte, conocimiento pedagógico del contenido, también se divide en tres subcategorías: conocimiento de las características de enseñanza de las matemáticas, conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas y conocimiento de los estándares de aprendizaje, según las define el modelo MTSK en la sección 2.4. Del mismo modo, para cada categoría se contemplan enunciados (7, 5 y 7, respectivamente) con una escala de valoración de 1 a 3.

Es importante mencionar, antes de continuar, que si bien los enunciados de las secciones 2 y 3 se organizaron según los dominios y subdominios del modelo MTSK, los mismos hacen referencia a saberes generales, extraídos de diversos documentos de la carrera donde se caracterizan los saberes que los estudiantes adquieran durante su proceso de formación, por lo que no era necesario que los estudiantes participantes en el estudio conocieran el modelo MTSK y sus componentes, para poder contestar el cuestionario.

Finalmente, la cuarta parte hace referencia a información general de la persona informante, a saber: edad, sexo, ciclo donde se ubican la mayoría de los cursos que llevan a la hora de contestar el cuestionario, si labora o no, y en caso positivo, institución donde labora.

La validación de este cuestionario se realizó mediante criterio experto, contando con la asesoría de la profesora que impartió el curso de Investigación cuantitativa durante la Maestría, quien además de ejercer como docente de la Escuela de Estadística de la Universidad de Costa Rica, labora en el Instituto Nacional de Estadística y Censos. El cuestionario completo en formato de texto pdf puede escanearse mediante el código QR brindado en el Anexo 1. **Cuestionario Diagnóstico: Formación de docentes en la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica (UCR): percepción de estudiantes avanzados de la carrera.**

b. Grupo focal a docentes de secundaria supervisores de Experiencia Docente

A raíz de los resultados obtenidos en el primer cuestionario, se decidió incluir, como parte de las actividades de mediación y evaluación de los cursos de Metodología y Experiencia docente durante el año 2020, y aprovechando el contexto de la pandemia, en el que las clases en secundaria se impartieron de forma remota, dos experiencias de Estudio de Clase.

En la primera, desarrollado en el curso de Metodología, los estudiantes participaron como observadores durante varias de las clases impartidas por los docentes titulares de los grupos asignados, quienes serían sus profesores supervisores de Experiencia Docente, observando aspectos relativos al Conocimiento Didáctico sobre la Enseñanza de las Matemáticas (Escudero-Ávila, Contreras, & Vasco, 2016) como metodología empleada, estrategias de mediación y evaluación utilizadas, uso de pruebas y ejemplos, conexiones, y fundamentación teórica (si la hubiere) de las tareas propuestas, entre otros elementos; al conocimiento Didáctico sobre el Aprendizaje de las Matemáticas (Escudero-Ávila, Climent, & Vasco, 2016), como dificultades y errores típicos, formas de representación empleados, entre otros; y al Conocimiento sobre los Estándares de Aprendizaje

(Escudero-Domínguez & Carrillo, 2016) ; entre ellos, el uso de la metodología de Resolución de Problemas, el fomento de la competencia matemática mediante la promoción de procesos matemáticos y ejes disciplinares, entre otros. Luego cada observación, los docentes en formación inicial se reunían con su profesor supervisor, para conversar sobre lo observado, cuáles fueron los propósitos de la clase y brindar la realimentación pertinente, profundizando sobre los aspectos anteriormente descritos. Cabe mencionar que, al trabajar de manera virtual, las sesiones quedaron grabadas, lo que permitió tanto a docentes en formación como a profesores supervisores, acceder a ellas y observarlas las veces que se considerara necesario para su análisis.

En la segunda experiencia de Estudio de Clase, desarrollada en el curso de Experiencia Docente, los docentes en formación asumen activamente el diseño y ejecución de planes de lección, por lo que se invierten los roles, y ahora, como profesor practicante desarrolla su clase, la cual es observada e igualmente grabada, al impartirse en modalidad virtual, por su docente supervisor (el profesor titular del grupo donde realiza su práctica) y al menos un compañero profesor practicante. Los observadores se encargan de recopilar información sobre el desempeño del practicante en ejercicio, en relación con los aspectos descritos en el párrafo anterior, y posterior al desarrollo de la clase, se da un proceso de realimentación.

Así, al final del curso de Experiencia docente (diciembre de 2020) se desarrolla un grupo focal, y se diseña como instrumento una guía de preguntas, empleado con el fin de determinar las percepciones del grupo de docentes supervisores de Experiencia Docente en relación con El Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático (Francis-Salazar, 2012; Muñoz-Catalán, y otros, 2015) que han adquirido y deben adquirir los docentes de matemática en formación durante su paso por ambos cursos, así como sobre la pertinencia, posibilidades o limitaciones de la metodología de Estudio de Clase durante el proceso formativo.

Sobre los grupos focales como técnica de recolección de información, Hernández, Fernández y Baptista comentan que “algunos autores los consideran como una especie de entrevistas grupales, las cuales consisten en reuniones de grupos pequeños o medianos (tres a 10 personas), en las cuales los participantes conversan en torno a uno o varios temas en un ambiente relajado e informal” (2010, pág. 425)

En esta investigación, se aplicó un grupo focal en diciembre de 2020 a los 7 docentes que fueron, durante ese año, profesores de secundaria en ejercicio, y a la vez, facilitadores de grupos en el curso de Metodología en Enseñanza de la Matemática para realizar observaciones y supervisores de

práctica profesional en el curso de Experiencia Docente en Matemática, todos ellos con el grado mínimo de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática y con una experiencia laboral mínima de cinco años.

La guía de preguntas para el grupo focal se organiza en tres secciones:

1. *Conocimiento docente en general*: la discusión en esta sección se orientó de manera general, a os cuestiones: comentar, desde su proceso en las aulas con los docentes en formación, cuáles conocimientos profesionales relativos a la labor específicos del docente de matemáticas (de índole conceptual procedimental o actitudinal) identificaban que los estudiantes habían adquirido durante el desarrollo de los dos cursos de Metodología y Experiencia docente; y cuáles conocimientos consideraban que debían adquirirse, pero que no se hubieran propiciado.
2. *Curso Metodología en Enseñanza de la Matemática*: en esta sección se ahondó sobre dos cuestiones específicas del curso, desde la perspectiva de los profesores supervisores: qué contenidos o temáticas específicas deberían cubrirse y qué estrategias de mediación y evaluación deberían emplearse en el curso, considerando que es un curso planeado para la inmersión de los futuros docentes en la realidad del aula.
3. *Curso Experiencia Docente en Matemática*: similarmente, se consultó a los participantes qué contenidos o temáticas específicas deberían cubrirse y qué estrategias de mediación y evaluación deberían emplearse en el curso, contemplando el hecho de que el curso busca un involucramiento más activo de los futuros docentes en los procesos de planificación, ejecución y gestión de aula, tanto desde lo pedagógico y didáctico, como desde lo administrativo inherente a su labor.

En el Anexo 2. **Guía de preguntas para el grupo focal con docentes de secundaria supervisores de Experiencia Docente en Matemática** puede observarse la guía completa de preguntas elaborada para el grupo focal.

c. Cuestionario de percepción de la implementación del Estudio de Clase en curso de Experiencia Docente.

Paralelamente al grupo focal con docentes supervisores, se realizó un cuestionario a los 23 estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, que hubieran cursado los cursos de Metodología en Enseñanza de la Matemática y Experiencia Docente en Matemática el año 2020, además de todos los cursos anteriores del plan.

Este cuestionario tuvo como propósito determinar la percepción de los estudiantes sobre los saberes relativos al Conocimiento disciplinar y al Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático adquiridos durante su proceso en los cursos de Metodología y Experiencia Docente.

El cuestionario está estructurado en cinco partes: Consentimiento Informado, Conocimiento de las Matemáticas, Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático, aspectos relativos al curso de Metodología en Enseñanza de la Matemática y Aspectos relativos al curso de Experiencia Docente en Matemática.

La primera parte, busca recopilar información general de los estudiantes, así como servir de consentimiento informado, siendo la declaración de que a los participantes se les brindó la información referente al propósito, alcance e implicaciones de la investigación.

La segunda parte busca recabar información sobre los aprendizajes adquiridos en los dos cursos, en relación con el Conocimiento Matemático y sus tres subdominios (Muñoz-Catalán, y otros, 2015): Conocimiento de los temas (KoT), Conocimiento de las Prácticas (KPM) y Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM), para cada uno de los cuales se formuló una lista de indicadores y una escala Likert (ausente – bajo – intermedio – alto) para indicar el nivel de adquisición de dichos indicadores, desde la perspectiva de los estudiantes.

Similarmente, la tercera parte pretende recolectar, mediante una lista de indicadores y una escala Likert, información de los aprendizajes adquiridos por los estudiantes durante los cursos, en relación con el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y sus tres subdominios (Muñoz-Catalán, y otros, 2015): Conocimiento sobre la Enseñanza (KMT), Conocimiento sobre el Aprendizaje (KFLM), y el Conocimiento sobre los Estándares de Aprendizaje en Matemáticas (KMLS)

La cuarta parte intenta recolectar información sobre los componentes curriculares del curso de Metodología en Enseñanza de la Matemática (descripción del curso, objetivos generales y específicos, contenidos, metodología, evaluación y bibliografía empleada). Para ello, primero se plantea una pregunta cerrada, con una escala Likert donde la persona estudiante debe seleccionar el nivel de pertinencia (bajo – intermedio – alto) de cada uno de los componentes mencionados, y una pregunta de respuesta abierta donde se le solicita detallar cualquier sugerencia o propuesta. Indicando el componente a la que va dirigida, e indicando lo más específicamente posible la sugerencia planteada, esto con el fin de evitar respuestas vagas o ambiguas.

Del mismo modo, la quinta parte incluye una escala Likert sobre la pertinencia de los componentes curriculares del curso de Experiencia Docente y una pregunta abierta para colocar sugerencias de mejora respecto a ellos.

La validación de este cuestionario se realizó mediante pilotaje, aplicándolo previamente a seis estudiantes que hubieran aprobado con antelación ambos cursos, y tuvieran conocimientos básicos de los dominios y subdominios del MTSK, solicitándoles, además de contestar el cuestionario, tomar nota sobre aspectos de redacción y claridad de los ítems, para brindar realimentación al investigador. El cuestionario completo en formato de texto pdf puede escanearse mediante el código QR brindado en el Anexo 4. **Cuestionario de percepción sobre los cursos de metodología y experiencia docente en Matemática**

d. Matrices de análisis de documentos y programas de los cursos a intervenir

Con el fin de clasificar, organizar y sistematizar la información brindada por las fuentes documentales, se elaboraron dos matrices. La primera de ellas, usada para los referentes teóricos, principalmente artículos y publicaciones sobre el MTSK y el Estudio de Clase Japonés; así como investigaciones sobre la formación inicial de profesores de matemática en el ámbito nacional e internacional. Ella consta de cuatro columnas: referencia de la fuente, donde se colocó la referencia en formato APA quinta edición; Resumen síntesis, donde se incluyeron para cada fuente, las ideas principales del documento; la columna de ideas/citas relevantes, donde se incluyeron las citas textuales o parafraseadas que pudieran ser de utilidad al trabajo; y comentarios, donde se realizaban notas del autor. Dicha matriz puede observarse en la Tabla 11.

*Tabla 11.
Matriz empleada para el análisis de fuentes bibliográficas*

Referencia	Resumen/síntesis	Ideas/citas relevantes	Comentarios

Fuente: Elaboración propia

La segunda matriz empleada tuvo el propósito de organizar la información de los componentes curriculares de los programas de estudio a intervenir, por lo que se emplearon dos: una para el curso

de Metodología en Enseñanza de la Matemática, y otra para el curso de Experiencia Docente en Matemática. Esta matriz consta de un encabezado donde se indican las características del curso (sigla, nombre, creditaje y horas semanales) y posteriormente cuatro columnas: en la primera se mencionan los componentes curriculares por analizar (descripción del curso, objetivo general, objetivos específicos, contenidos, metodología y evaluación); en la segunda se detallan los elementos teóricos identificados que se pueden vincular con dichos componentes, tanto desde la perspectiva del MTSK como del Estudio de Clase Japonés; en la tercera columna se describen brevemente las relaciones de cada componente con los datos recopilados en el trabajo de campo; y en la última, comentarios u observaciones del autor. Dicha matriz se muestra en la Tabla 12.

*Tabla 12.
Matriz para el análisis de programas de cursos a intervenir*

Sigla	Nombre del curso	Creditaje	Horas
Componente	Elementos teóricos identificados	Vínculo con datos recopilados	Observaciones o comentarios
Descripción			
Objetivos generales			
Objetivos específicos			
Contenidos			
Metodología			
Evaluación			

Fuente: Elaboración propia

Con el propósito de brindar una síntesis entre los objetivos de la investigación, las fuentes de información seleccionadas, y las técnicas e instrumentos de recolección de información utilizado que se describieron en las secciones anteriores, se muestra la Tabla 13.

*Tabla 13.
Relación entre objetivos, fuentes y técnicas e instrumentos de la investigación*

Objetivo	Fuentes de información	Técnicas o Instrumentos
Determinar los saberes disciplinares y didácticos que debe adquirir un estudiante de carrera de Bachillerato en Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica.	Estudiantes de sexto ciclo o superior, que hayan aprobado los cursos de Metodología y Experiencia docente. Docentes de secundaria que han sido supervisores del curso de Experiencia docente. Documentos con referentes contextuales y teóricos.	Cuestionario diagnóstico. Grupo focal/guía de preguntas para el grupo focal. Matriz de análisis de fuentes bibliográficas.
Incorporar en los componentes curriculares de los programas de los cursos mencionados elementos que fortalezcan el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemática por parte de los estudiantes.	Estudiantes que estén cursando los cursos de Metodología y Experiencia docente Programas de los cursos a intervenir.	Cuestionario de percepción.
Elaborar una propuesta de programa para los dos cursos mencionados, mediante la incorporación de la metodología japonesa de Estudio de Clase, que fortalezca el Conocimiento Especializado del Profesorado de Matemática en formación en la	Plantillas de los programas de los cursos a intervenir.	Matriz de análisis de programas de cursos.

Carrera Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica.		
Validar la propuesta de reestructuración de los cursos mencionados	Profesores del Departamento de Educación Secundaria de la Sede Rodrigo Facio, de la Sede de Occidente y de la Sede del Atlántico que imparten cursos de la carrera.	Cuestionario para validación de la propuesta.

Fuente: Elaboración propia

Una vez recopilada la información relativa a los objetivos 1 a 3, se procedió a resumirla y sistematizarla. Con el propósito de tener un referente más claro para iniciar el diseño preliminar de la propuesta de ambos cursos. Posterior a dicho diseño, se pasó a la etapa de validación, la cual se realizó mediante el criterio y recomendación de expertos, como se mencionó en la sección 3.5. En la siguiente sección se describe el proceso de triangulación seguido para analizar los datos de las diferentes fuentes de información empleadas para el logro de los primeros tres objetivos.

3.6.2. Categorías de análisis

En este apartado se dará una breve descripción de las categorías elaboradas para el análisis de los datos emanados de los cuestionarios, el grupo focal y las matrices de análisis de documentos.

Se definieron dos grupos de categorías de análisis, la primera en relación con el marco teórico, a partir del modelo MTSK, según se definen en la sección 2.4, y la segunda en relación con los componentes curriculares de los programas de los cursos a intervenir; ambas sirvieron, por un lado, para agrupar los resultados recopilados mediante los diferentes instrumentos y técnicas de campo, y por otro, para facilitar el cruce de información, y su análisis mediante la triangulación. En la Tabla 14 se mencionan dichas categorías.

*Tabla 14.
Categorías de Análisis empleadas en la investigación*

Referente	Categorías
MTSK	Conocimiento de las Matemáticas: Conocimiento de los temas matemáticos (KoT) Conocimiento de las prácticas matemáticas (KPM) Conocimiento de la estructura matemática (KSM) Conocimiento Didáctico del Contenido: Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT) Conocimiento de las características de aprendizaje (KFLM) Conocimiento de los estándares de Aprendizaje (KMLS)
Componentes curriculares	Descripción Objetivos Contenidos Metodología Evaluación

Fuente: elaboración propia

3.7. Organización, triangulación y análisis de la información

En primera instancia, se recolectaron, resumieron y sistematizaron los resultados individuales de cada instrumento. En el caso de los cuestionarios se usaron herramientas de estadística descriptiva, como gráficos y tablas, para resumir la información, considerando que algunos apartados incluían preguntas relativas específicamente a los dominios del MTSK y otras referentes a los cursos a intervenir y sus diferentes componentes.

En el caso de la transcripción del grupo focal, se analizó cualitativamente el texto con el propósito de identificar frases, afirmaciones u otros aspectos que indicaran, por un lado, la presencia de aspectos que pudieran vincularse con los dominios y subdominios del MTSK, y por otro, cuestiones relativas a los componentes curriculares de los cursos.

Una segunda etapa fue el análisis de los programas de los cursos de Metodología y Experiencia Docente, realizando una lectura de sus diferentes componentes, con el fin de reconocer vínculos entre ellos y los dominios y subdominios del MTSK, de modo que pudieran cruzarse las categorías, identificando puntos que permitieran la operacionalización de los referentes teóricos desde la metodología de Estudio de Clase.

Una vez finalizada esta etapa, se contrastaron entre sí los resultados del trabajo de campo, es decir, cuestionarios, grupo focal y análisis de programas, con el fin de identificar coincidencias que posibilitaran plantear los ajustes de manera pertinente y viable, tanto desde la teoría como desde la práctica.

Mediante este proceso de análisis cíclico se busca realizar el análisis exhaustivo de los datos recogidos en los diferentes instrumentos, y su observación desde los diversos puntos de vista de los miembros involucrados (referentes teóricos, estudiantes, docentes supervisores, y el investigador mismo) para alcanzar la etapa de “saturación” de resultados, es decir, llegar al punto donde “ya no encontramos información novedosa”, concluyendo así el análisis (Hernández, Fernández, & Baptista, 2010, pág. 441).

3.8. Validación de la propuesta

Una vez finalizada la etapa de organización, sistematización y análisis de los datos recopilados de las diferentes fuentes, se realiza el diseño de la propuesta de programas para los cursos de Metodología y Experiencia Docente. Esta primera propuesta se somete a la validación mediante el criterio de expertos, quienes, como se explicó en la sección 3.5.3, para nuestro caso, son los

docentes del Departamento de Educación Secundaria que imparten los cursos de la carrera de Enseñanza de la Matemática.

La validación se realiza enviando por correo electrónico a los especialistas la propuesta de ambos programas, junto con un enlace a un formulario en línea, en el cual realizan sus correcciones, observaciones y sugerencias, que son archivadas en el formulario y analizadas por el investigador, para valorar su pertinencia a la luz de los datos recopilados y el marco teórico que respalda la investigación, y realizar los ajustes necesarios. La versión final de los programas de los cursos intervenidos se presenta en el Capítulo 5: Propuesta Curricular.

3.9. Alcance y limitaciones

Como se mencionó en la sección 3.2, la investigación es de carácter descriptivo, lo cual determina su alcance, el cual es, precisamente, describir una alternativa de propuesta para la reestructuración de los cursos de Metodología en Enseñanza de la Matemática y Experiencia Docente en Matemática, fundamentada en un referente teórico y un modelo metodológico que posibiliten la reflexión en torno a los saberes didácticos del docente de matemática en formación a partir de la inmersión y el análisis de prácticas profesionales en aulas reales.

Dentro de los principales logros de la presente investigación, pueden resumirse:

- 1) Sondeo de las principales necesidades formativas de los estudiantes que cursan la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, tanto desde la perspectiva de los mismos estudiantes, como de docentes en ejercicio vinculados a la carrera como docentes supervisores de Práctica Docente.
- 2) Identificación de un referente teórico que sirva como base a la actualización del perfil académico profesional del graduado de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica.
- 3) Selección y aplicación de un modelo de inmersión de los futuros docentes de matemática en las aulas de secundaria a partir de una metodología probada en distintos países, incluyendo varios de Latinoamérica, que ha demostrado reiteradamente impactar positivamente en el conocimiento de los profesores sobre sus prácticas docentes, la calidad de estas y los resultados de aprendizaje del estudiantado de secundaria.
- 4) Involucramiento de los docentes de sedes regionales en la validación de la propuesta de los programas de los dos cursos mencionados.

Por otro lado, las principales limitaciones de la investigación fueron:

- 1) El contexto de la Pandemia mundial por Covid-19 y la recarga laboral que implicó para los docentes de secundaria dificultó realizar presencialmente las reuniones para los grupos focales, y aunque se lograron realizar y grabar ágilmente mediante la plataforma zoom, esto implicó una menor cantidad de participantes.
- 2) Debido a la situación descrita, las clases ejecutadas por los estudiantes practicantes en los colegios tuvieron que impartirse de forma virtual. Esto, si bien posibilitó su grabación para posterior análisis, no permitió que la interacción que se da en un aula real, donde conviven todos los estudiantes juntos, con el profesor del curso y el profesor practicante, pudiera darse de la misma forma.
- 3) La cantidad de profesores que participaron en la validación de los programas de los cursos fue menor de lo esperada, lo cual limitó las posibilidades de realimentación que habrían generado una propuesta aún más pertinente.

Capítulo 4: Presentación y análisis de resultados

4.1. Presentación de resultados

En este capítulo se presentan y discuten los hallazgos más relevantes de la investigación, organizados en cinco secciones, cada una correspondiente a uno de los instrumentos de recolección de datos empleados en las diferentes etapas.

Se inicia con los resultados del cuestionario de diagnóstico, que se aplicó a los estudiantes que aprobaron los cursos de Metodología y Experiencia Docente entre el 2018 y 2019, y cuyos datos se resumen mediante gráficos estadísticos, dada la naturaleza del instrumento. Segundo, se presentan los principales hallazgos del análisis realizado a los programas de ambos cursos, donde se contrastan los diferentes componentes curriculares, en contraposición con los referentes teóricos que permiten identificar categorías de análisis. En un tercer punto se presentan, igualmente resumidos en gráficos estadísticos, los resultados del cuestionario de percepción aplicado a los estudiantes que participaron en el Estudio de Clase piloto desarrollado en 2020. Posteriormente, se presentan los hallazgos del grupo focal aplicado a docentes supervisores a finales del 2020, donde se analiza su percepción sobre los diferentes componentes curriculares de los cursos, y sobre la pertinencia del Estudio de Clase como herramienta de reflexión sobre los saberes relativos a la mediación pedagógica desde la práctica. Finalmente, se describen los resultados de la validación de la propuesta por parte de los expertos.

En todos los casos, dado el diseño de la investigación y la naturaleza del objeto de estudio, se buscó ahondar en aspectos cualitativos de los datos, que llevaran a una posible interpretación desde las concepciones de los distintos actores, a la luz del marco teórico, y con el propósito de incorporar en los nuevos programas las mejoras y ajustes pertinentes a las necesidades señaladas, así como potenciar en la nueva propuesta curricular aquellos elementos que se identificaran como apropiados.

4.1.1. Cuestionario de diagnóstico

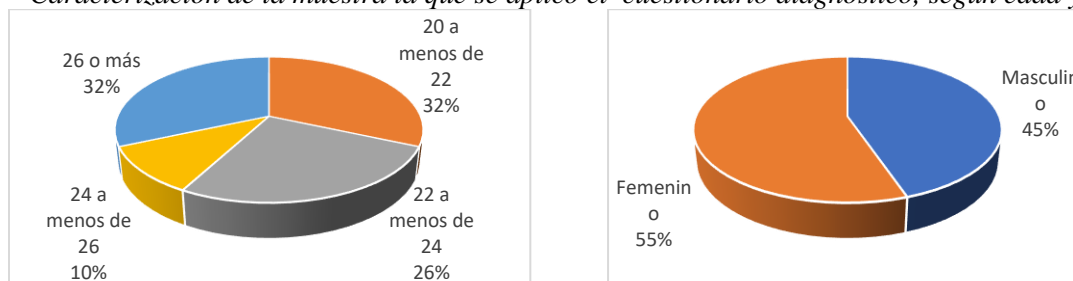
Como se mencionó en el Capítulo 3, el cuestionario de diagnóstico consta de tres secciones, la primera refiere al Conocimiento general, la segunda al Conocimiento Matemático y la tercera al Conocimiento Didáctico. Además de una sección de información general que busca caracterizar a los integrantes de la muestra. Los resultados de cada sección se detallan a continuación.

4.1.1.1. Caracterización de la muestra

En el Gráfico 1 se muestra la distribución de la muestra según edad y sexo, siendo los grupos etarios predominantes de 20 a menos de 22 años (32,00%), de 22 a menos de 24 años (26%) y de 26 años o más (32%), mientras que, en cuanto a sexo, la muestra se compone de un 55% de mujeres y 45% de varones. Por otro lado, el ciclo lectivo en que se ubican los participantes del diagnóstico se describe en el

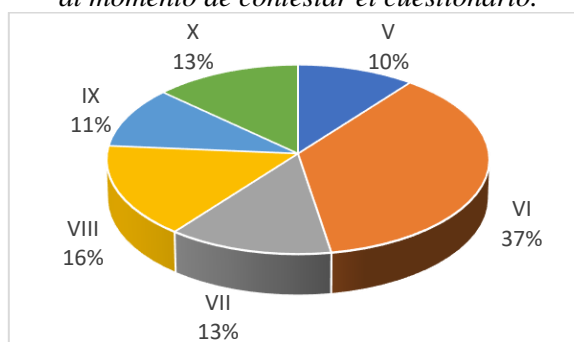
Gráfico 2, siendo el grupo más grande conformado por estudiantes de sexto semestre (37,00%) y el más pequeño, conformado por estudiantes de noveno semestre (11,00%).

*Gráfico 1.
Caracterización de la muestra la que se aplicó el cuestionario diagnóstico, según edad y sexo.*



Fuente: Elaboración propia.

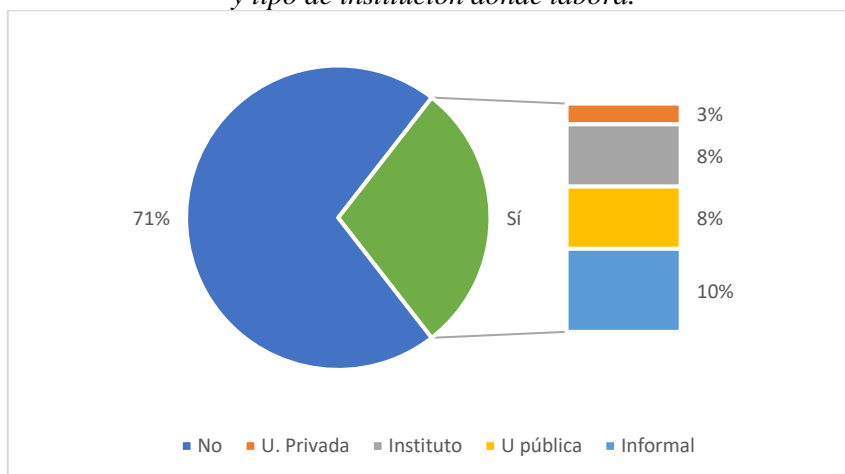
*Gráfico 2.
Caracterización de la muestra la que se aplicó el cuestionario diagnóstico, según ciclo lectivo donde se ubican la mayoría de los cursos matriculados al momento de contestar el cuestionario.*



Fuente: Elaboración propia.

Con respecto a la situación laboral de los encuestados, según el Gráfico 3, solo el 29% de los estudiantes participantes labora, siendo que un 10% se dedica a la enseñanza informal (tutorías o clases particulares), 11% se dedica a la docencia en universidades públicas (8%) o privadas (3%) y 8% a la docencia en institutos de educación no formal.

Gráfico 3.
Caracterización de la muestra la que se aplicó el cuestionario diagnóstico, según situación laboral y tipo de institución donde labora.



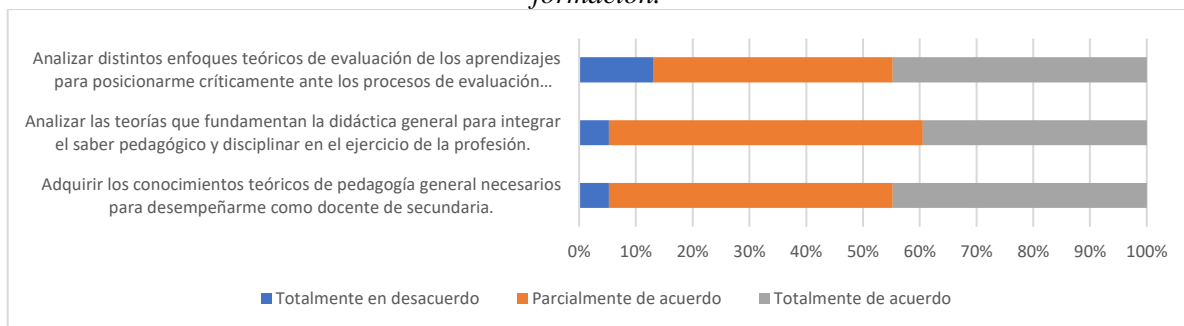
Fuente: Elaboración propia.

4.1.1.2. Conocimiento general

La sección de conocimiento general pretendía indagar la percepción de la formación de los futuros docentes de matemáticas a lo largo de la carrera, en relación con las tres dimensiones del perfil académico general de la UCR: conceptual (conocimientos o contenidos), procedimental (habilidades) y actitudinal (valores y actitudes).

Con respecto a la primera dimensión, conocimiento conceptual, de los 38 estudiantes que, la mayoría están total o parcialmente de acuerdo con que la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática les ha proporcionado los conocimientos teóricos en evaluación, pedagogía general y, didáctica general que permitan integrar el saber disciplinar y el pedagógico en el ejercicio de su profesión como docentes de secundaria (Gráfico 4).

Gráfico 4.
Percepción de los estudiantes avanzados de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática en relación con los conocimientos conceptuales generales adquiridos durante su formación.



Fuente: Elaboración propia.

Sin embargo, debe destacarse que un porcentaje ligeramente mayor (aproximadamente un 13,16%) está en desacuerdo con que estos conocimientos hayan sido satisfactorios en el caso de los conocimientos teóricos sobre la evaluación de los aprendizajes, en comparación con los conocimientos pedagógicos y didácticos (5,26%).

Se especula que esto puede deberse, entre otras razones, a que, a la fecha, el curso de evaluación de los aprendizajes es genérico y se comparte con estudiantes de todas las carreras de Educación Secundaria, por lo que, si bien está actualizado en relación con los lineamientos técnicos generales del MEP, no contempla las particularidades del programa de matemáticas del MEP, como la noción de competencia matemática, los tres niveles de dificultad para los ítems, la evaluación de procesos matemáticos, o la evaluación desde la Resolución de Problemas, entre otros.

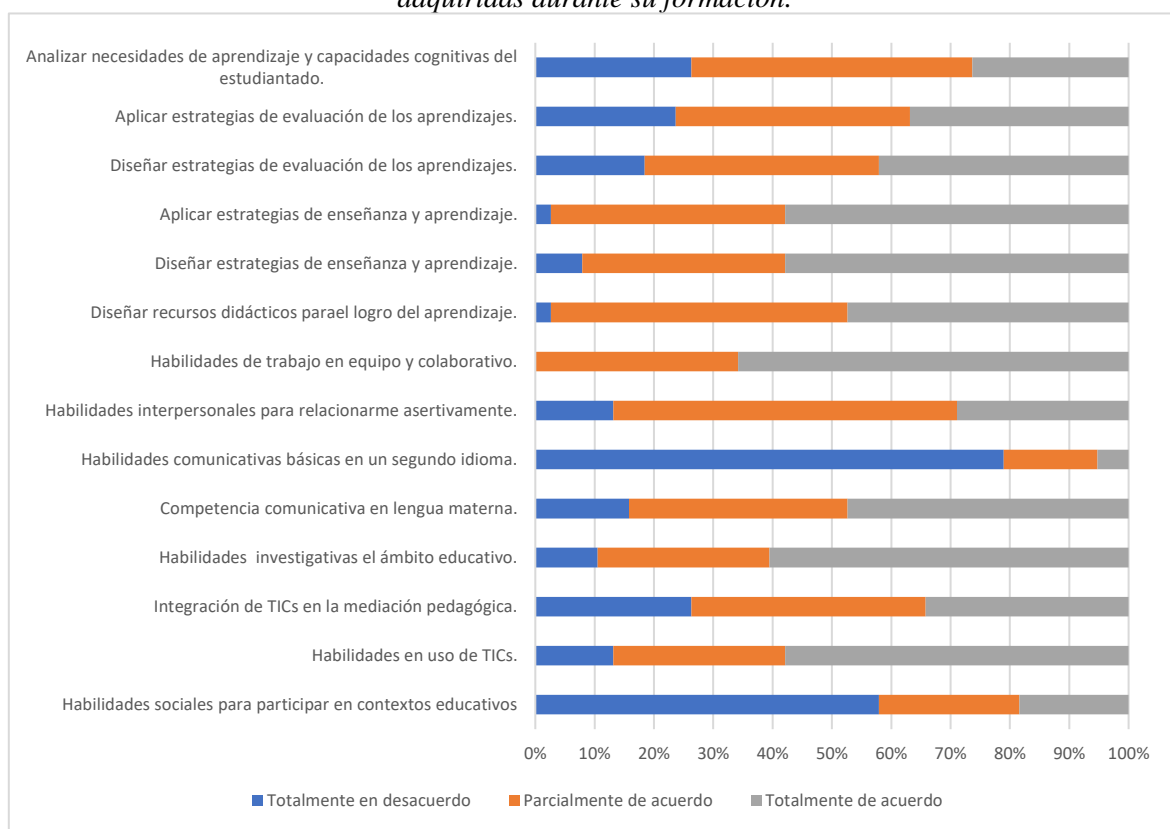
Con relación a la dimensión procedimental, de las 14 habilidades planteadas, que se resumen en el Gráfico 5, se tiene que en 9 de ellas hay un porcentaje mayor al 80% de los estudiantes que están total o parcialmente de acuerdo en que se adquirieron adecuadamente y son pertinentes. Llama especialmente la atención el caso de las habilidades de trabajo en equipo y colaborativo donde ningún estudiante manifiesta estar en total desacuerdo. Se conjetura que el hecho de que los cursos de los primeros dos años del núcleo pedagógico se lleven de forma compartida con estudiantes de otras carreras de Educación Secundaria permite reforzar esta habilidad.

Por otro lado, existen cinco habilidades en las cuales más del 20% de los estudiantes afirman estar en total desacuerdo con su adquisición durante la carrera, estas son: analizar necesidades de aprendizaje y capacidades cognitivas particulares de los estudiantes (26,32%), aplicar estrategias pertinentes de evaluación de los aprendizajes (23,68%), habilidades comunicativas básicas en un segundo idioma (78,95%), integración de las TICs en la mediación pedagógica (26,32%) y habilidades sociales para interactuar con los diferentes miembros de la comunidad educativa en diversos entornos y actividades (57,89).

De lo anterior se desprende la necesidad de fortalecer, sea mediante contenidos específicos en determinados cursos, o de manera transversal, las siguientes destrezas profesionales: la inclusividad en los procesos de mediación y evaluación de los aprendizajes, así como la pertinencia pedagógica y didáctica de las actividades y recursos de mediación y evaluación seleccionados, contemplando no solo las necesidades particulares de los alumnos, si no la especificidad de los contenidos matemáticos; el fortalecimiento de destrezas de comunicación básicas en un segundo idioma, lo que, por otro lado, permitiría un acercamiento más actualizado a los resultados de investigación en

didácticas específicas que se publican en idiomas distintos al español; y las habilidades blandas relacionadas con la labor docente, pero no directamente vinculadas con el saber matemático, como lo son habilidades comunicativas, uso pertinente y oportuno de recursos digitales.

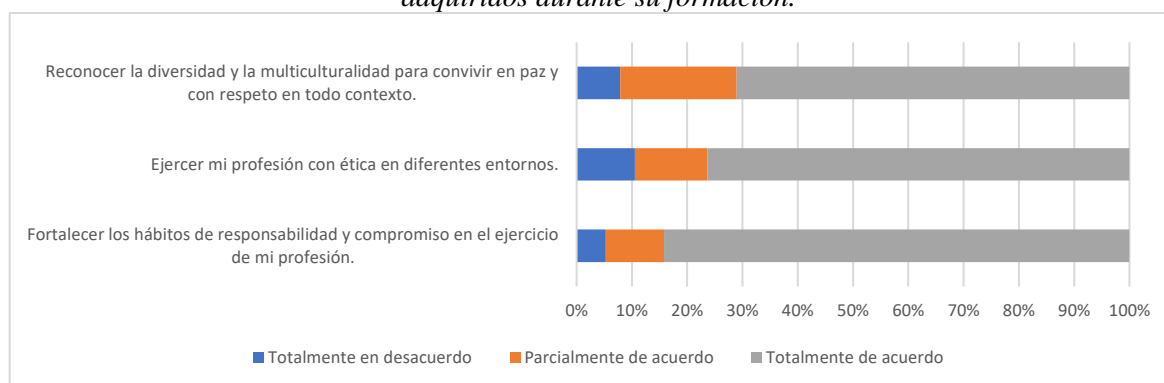
*Gráfico 5.
Percepción de los estudiantes avanzados de la carrera de Bachillerato y Licenciatura
en Enseñanza de la Matemática en relación con las habilidades generales
adquiridas durante su formación.*



Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, en relación con la dimensión actitudinal, hay cierto nivel de consenso en que la formación adquirida permite apropiarse de valores como el reconocimiento de la diversidad en el aula como aspecto valioso y potenciador de los aprendizajes, el ejercicio ético de la profesión y la responsabilidad social del docente con el estudiantado, la institución y la comunidad; pues, según el Gráfico 6, al menos el 90% de los estudiantes están total o parcialmente de acuerdo con que dichos componentes son parte esencial de su proceso formativo. Una vez más, podría conjeturarse que la convivencia e interacción con estudiantes y docentes de diversas carreras de Educación Secundaria durante varios de los cursos del núcleo pedagógico, constituye una fortaleza que permite potenciar la vivencia de estos valores y su proyección al futuro campo laboral.

Gráfico 6.
Percepción de los estudiantes avanzados de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática en relación con los saberes actitudinales adquiridos durante su formación.



Fuente: Elaboración propia.

En resumen, se desprende de los gráficos 4, 5 y 6 que, desde la percepción de los estudiantes, es necesario fortalecer algunos elementos de la dimensión procedimental durante el proceso de formación de los futuros docentes de Matemática; con especial relevancia, varios vinculados a aspectos prácticos del quehacer de aula: evaluación específica de saberes matemáticos, contemplando la particularidad de los objetos matemáticos y que a la vez sea pertinente a la diversidad del aula y las necesidades específicas del estudiantado; el uso apropiado y pertinente de medios y recursos digitales y habilidades sociales y comunicativas.

Si bien estos aspectos son de índole general, algunos de ellos se vinculan con los dominios y subdominios del MTSK, particularmente, con el Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK), como se ahondará en los siguientes apartados.

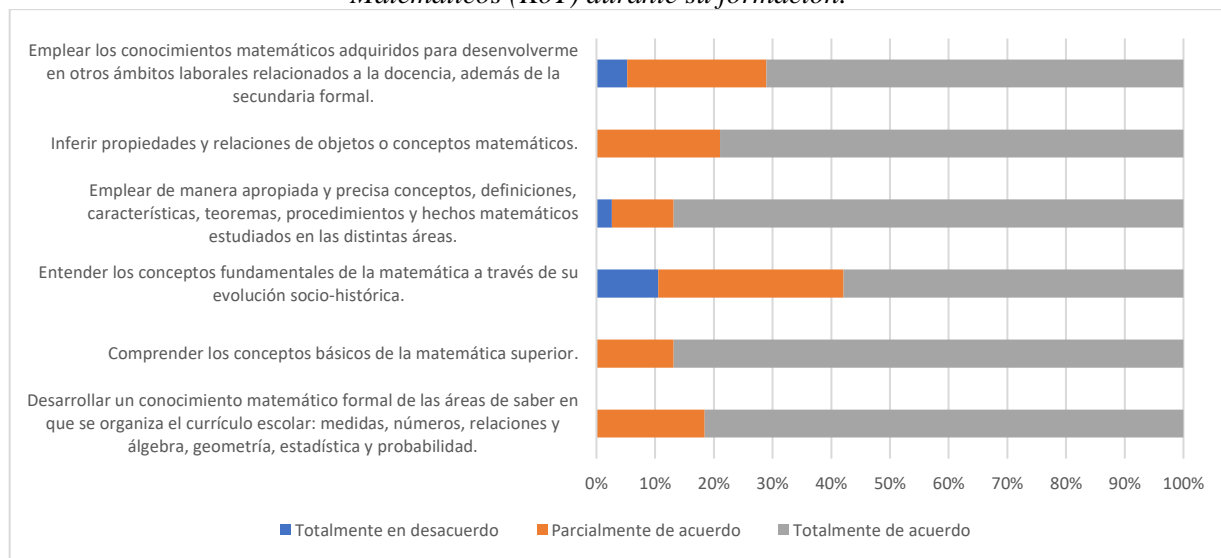
4.1.1.3. Conocimiento matemático

En este apartado se describirá la percepción del estudiantado sobre la adquisición del conocimiento disciplinar (Conocimiento de la Matemática, MK) durante los primeros tres años de su formación, contemplando los tres subdominios del MTSK descritos en el marco teórico: Conocimiento de los Temas (KoT), Conocimiento de la Estructura (KSM) Conocimiento de las Prácticas (KPM).

Con relación al Conocimiento de los Temas Matemáticos, según se observa en el Gráfico 7, existe consenso en que hay un alto nivel de adquisición de las destrezas o habilidades vinculadas a este subdominio. Sin embargo, debe destacarse que aproximadamente un 10,52% de los estudiantes están totalmente en desacuerdo con que se promueva, desde los cursos de Matemática o de Formación Docente, una comprensión de los conceptos matemáticos desde su génesis y evolución

histórica, mientras que un 32,10% está parcialmente de acuerdo. Esto sugiere mayores vacíos en torno a la epistemología de los objetos matemáticos que se estudian, sus diversas interpretaciones, representaciones y aplicaciones en distintos momentos históricos, en relación con los otros aspectos mencionados.

*Gráfico 7.
Percepción de los estudiantes avanzados de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática en relación con los saberes relativos al subdominio Conocimiento de los temas Matemáticos (KoT) durante su formación.*



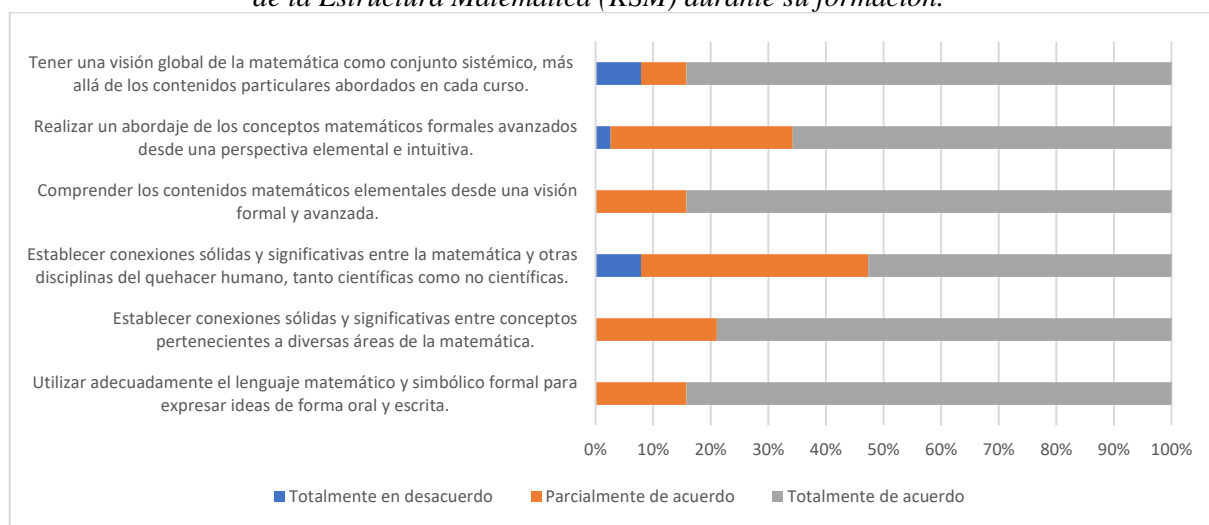
Fuente: Elaboración propia.

Esto, a su vez, puede tener implicaciones en la mediación pedagógica que el futuro docente desarrolle en el aula de secundaria. Cabe destacar que, tradicionalmente, este aspecto se ha abordado en los cursos de matemáticas, al estudiar formalmente cada contenido, siendo reforzado posteriormente en los cursos pedagógicos, siendo deseable la incorporación y fortalecimiento del componente epistemológico no solamente en los cursos de pedagogía o didáctica específica (a partir del tercer año), si no desde los primeros cursos de matemáticas de la carrera.

En relación con el subdominio de Conocimiento de la Estructura (KSM), de los seis indicadores propuestos, en tres de ellos los estudiantes indican que están total o parcialmente de acuerdo en que se adquieren durante su formación universitaria. Sin embargo, como se aprecia en el Gráfico 8, algunos estudiantes (7,89%) consideran que no se fomenta la capacidad de visualizar la matemática como una disciplina sistémica e integrada, y el mismo porcentaje considera que tampoco se fomenta el establecimiento de conexiones entre la matemática y otras áreas del quehacer humano, tanto científicas como técnicas y cotidianas, lo cual genera una visión segmentada y aislada de los

contenidos en los diferentes cursos, promoviendo una concepción desarticulada y totalmente abstracta de la matemática como disciplina. Finalmente, un estudiante (2,63%) manifiesta total desacuerdo con que en la carrera se promueva un abordaje de los contenidos matemáticos avanzados desde una perspectiva elemental, primando la aproximación formal y teórica, antes que la comprensión de las ideas, lo cual limita la habilidad del futuro docente de establecer conexiones de complejización y simplificación, restringiendo la posibilidad de establecer vínculos entre los objetos de las matemáticas formales y los de la matemática escolar.

Gráfico 8.
Percepción de los estudiantes avanzados de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática en relación con los saberes relativos al subdominio Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM) durante su formación.

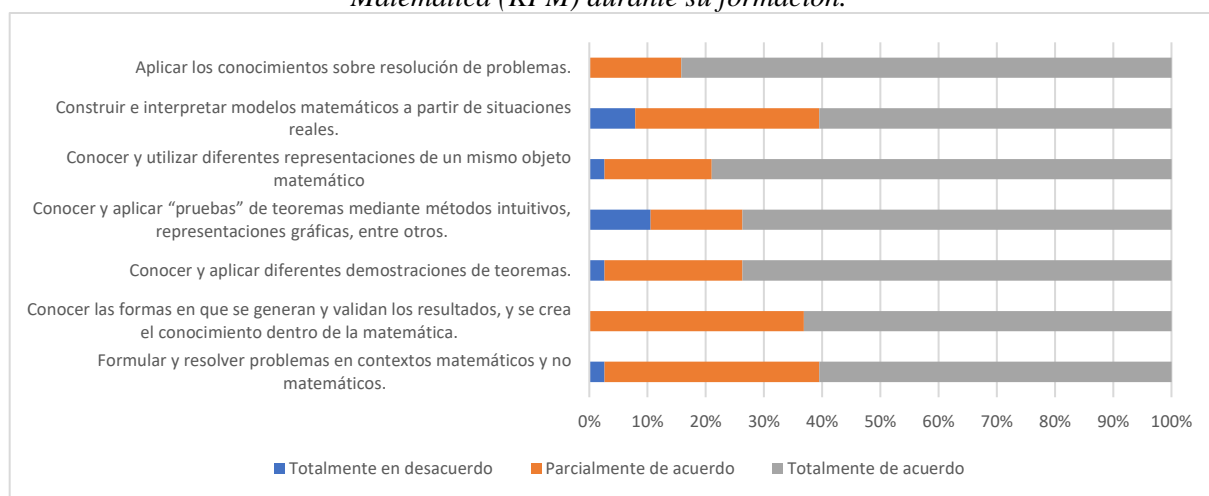


Fuente: Elaboración propia.

Por otro lado, en relación con el subdominio Conocimiento de las Prácticas Matemáticas (KPM), de los siete indicadores propuestos, que se muestran en el Gráfico 9, en dos de ellos (aplicar los conocimientos adquiridos para la resolución de problemas y conocer las formas en que se genera y valida el conocimiento matemático) ningún estudiante manifestó desacuerdo en que se fomentaran durante la carrera. Por el contrario, 7,89% de los estudiantes están en desacuerdo con que la carrera promueva la modelización a partir de situaciones reales extraídas, por ejemplo, de contextos científicos, técnicos, sociales, entre otros; 2,63% consideran que no se promueve el uso de diversas representaciones de los objetos matemáticos, el conocimiento de diferentes métodos formales de demostración y prueba de teoremas, y la formulación y resolución de problemas matemáticos en diversos contextos; y 10,52% considera que no se promueve el conocimiento y uso de “pruebas” informales o intuitivas de teoremas y otros resultados matemáticos.

Gráfico 9.

Percepción de los estudiantes avanzados de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática en relación con los saberes relativos al subdominio Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM) durante su formación.



Fuente: Elaboración propia.

Si bien estos porcentajes de desacuerdo son relativamente bajos (alrededor de un 10% o menos), sugieren carencias en la adquisición del conocimiento matemático usualmente vinculado a los cursos de matemáticas. Carencias que, sin embargo, tienen repercusiones importantes en la forma en la que los futuros docentes conciben la matemática, y, por ende, en las decisiones pedagógicas y didácticas que tomen al diseñar, ejecutar y evaluar sus lecciones.

Por tanto, se sugiere, una vez más, incluir estos aspectos en la formación, inicialmente contemplándolos explícitamente en los cursos de matemáticas, donde se abordan contenidos matemáticos específicos de las diversas áreas, pero fortaleciéndose y profundizando su reflexión en los cursos de pedagogía y didáctica específica, a cargo de la Escuela de Formación Docente. Se evidencia así, la necesidad de fortalecer las oportunidades de trabajo conjunto

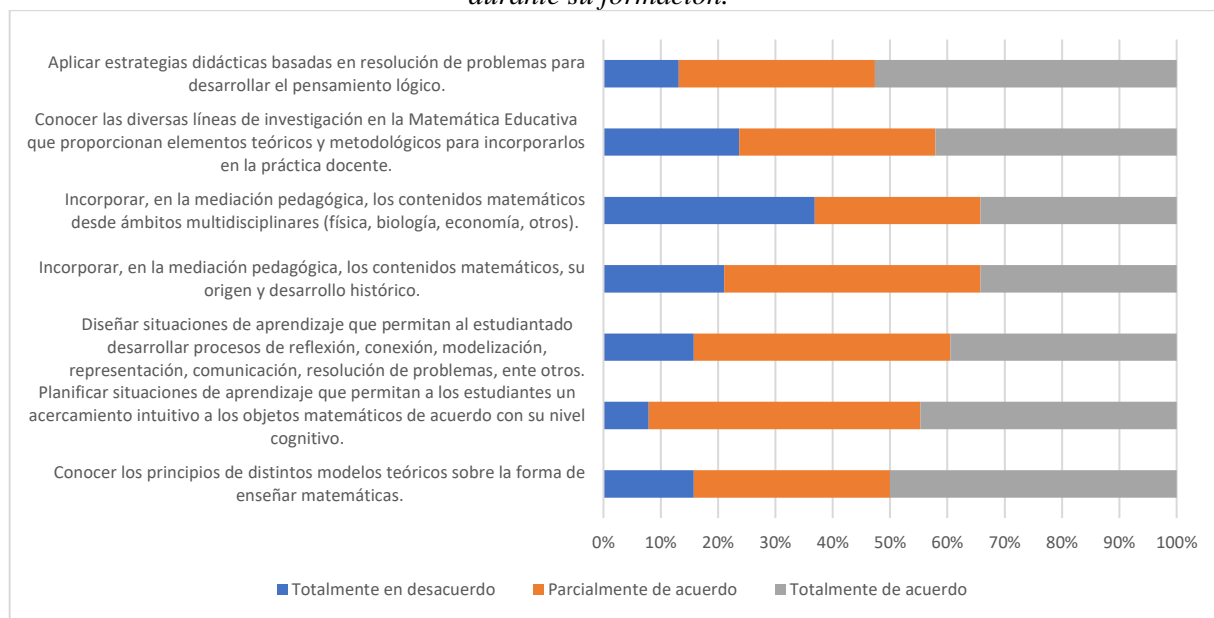
4.1.1.4. Conocimiento Didáctico del Contenido

En relación con el dominio Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK), usualmente más vinculado a los cursos de pedagogía y didáctica, se contemplaron de igual forma los tres subdominios del MTSK: Conocimiento de la Enseñanza (KMT), vinculado al quehacer propiamente docente; Conocimiento del Aprendizaje (KFLM), relacionado con el quehacer del estudiantado; y Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje (KMLS), ligado a aspectos curriculares nacionales e internacionales. En términos generales, el cuestionario arrojó porcentajes mayores de desacuerdo

en cuanto a la adquisición de estos conocimientos durante su proceso formativo. A continuación, se describen y analizan los principales resultados.

Con relación al Conocimiento sobre la Enseñanza de la Matemática, como se aprecia en el Gráfico 10, los elementos que los estudiantes mayormente consideran que no se han logrado durante su formación inicial son incorporar a la mediación los conocimientos matemáticos desde una perspectiva multidisciplinaria (36,84%); conocer líneas de investigación en Didáctica de la Matemática que respalden teórica y metodológicamente las decisiones de aula (23,68%); incorporar en la mediación el origen y desarrollo histórico de los contenidos matemáticos como elemento de significación (21,05%); diseñar tareas de aprendizaje que promuevan la competencia matemática y conocer principios de modelos teóricos específicos sobre la enseñanza de las distintas áreas de la matemática (ambos con 15,79%).

Gráfico 10.
Percepción de los estudiantes avanzados de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática en relación con los saberes relativos al subdominio Conocimiento de la Enseñanza de la Matemática (KMT) durante su formación.



Fuente: Elaboración propia.

En menor medida, los estudiantes están en total desacuerdo con que la carrera promueva la aplicación de estrategias didácticas basadas en Resolución de Problemas (13,16%); y planificar y ejecutar lecciones que permitan un acercamiento intuitivo a los objetos e ideas matemáticas fundamentales (7,89%). Nótese que, posiblemente, las dificultades para realizar una mediación

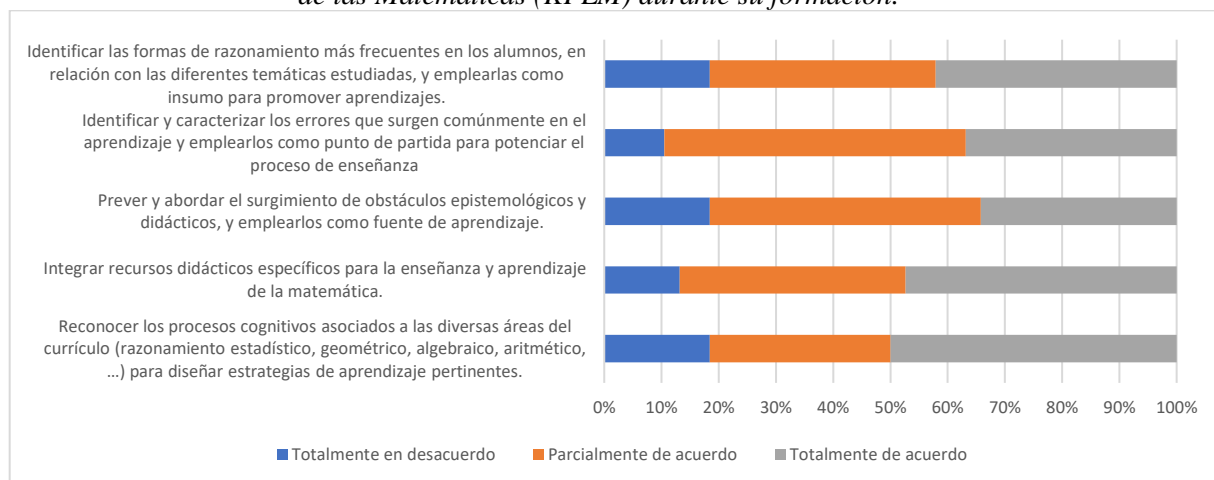
pedagógica pertinente partiendo de lo intuitivo, lo histórico-epistemológico y lo multi e interdisciplinar tienen su raíz en la forma en que tradicionalmente se enseñan y aprenden las matemáticas en la universidad. Si estos aspectos no se tratan explícitamente en los cursos disciplinares, difícil es hacer una reflexión didáctica de ellos en los cursos de formación pedagógica.

Otros de los aspectos apuntados, sin embargo, sí deben fortalecerse de manera específica en los cursos pedagógicos, una vez adquirido el conocimiento disciplinar base, tal es el caso del estudio de teorías didácticas específicas de cada área de la matemática escolar y de los estándares curriculares nacionales e internacionales sobre la Enseñanza de la Matemática.

En el subdominio de Conocimiento del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM), de los aspectos que se muestran en el Gráfico 11, en los que hay mayor desacuerdo sobre su adquisición son: la comprensión de las formas de razonamiento frecuentes de los alumnos en relación con los contenidos curriculares y su uso en la instrucción, la comprensión y uso de los obstáculos epistemológicos y didácticos en el aprendizaje, y reconocer y usar los procesos cognitivos asociados a las áreas matemáticas del currículo para diseñar estrategias de aprendizaje (todos con un 18,42%). En menor medida, se reconoce la falta de integración de recursos específicos para la enseñanza de la matemática (13,16%) y la reflexión sobre los errores del estudiante (10,53%).

Gráfico 11.

Percepción de los estudiantes avanzados de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática en relación con los saberes relativos al subdominio Conocimiento del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM) durante su formación.



Fuente: Elaboración propia.

Una vez más, se puede inferir, en concordancia con lo que mencionan diversas investigaciones, que las dificultades manifiestas en aspectos pedagógicos de este subdominio, están relacionadas con

carencias del conocimiento disciplinar (Varas, Lacourly, López, & Giaconi, 2013, p. 171), por lo que, para su apropiada reflexión desde el lente didáctico, es importante su temprana incorporación y tratamiento en cursos de matemáticas desde lo histórico y epistemológico propio de cada contenido (Scheiner, Montes, Godino, Carrillo, & Pino-Fan, 2019, pág. 156), e inclusive, en los cursos iniciales de didáctica; de modo que al llegar a los cursos de Metodología y Experiencia Docente, el futuro profesor tenga un acervo que le permita comprender estos aspectos como parte inherente del conocimiento matemático, y un componente pedagógico necesario en los procesos de su enseñanza y aprendizaje (Escudero-Ávila, Contreras, & Vasco, 2016; Escudero-Ávila, Climent, & Vasco, 2016; Escudero-Domínguez & Carrillo, 2016). Así, en los cursos en cuestión, la reflexión de dichos temas giraría en torno a su incorporación en las tareas de aprendizaje diseñadas en los planes de lección, y la forma de llevarlos al aula.

Sobre el último subdominio, el Conocimiento de los Estándares en Matemática (KMLS), que se muestra en el Gráfico 12, los docentes en formación consideran que la mayor carencia se encuentra en el conocimiento de los criterios y estándares internacionales de desempeño propios de la matemática escolar (28,95%), seguido de los lineamientos curriculares nacionales para promover procesos matemáticos (competencias matemáticas específicas) (18,42%), para evaluar aprendizajes en matemática (15,79%) y el uso de modelos de pruebas estandarizadas para evaluar la competencia matemática (13,16%). En menor medida, se percibe la ausencia de formación en cuanto a estándares de contenido, y modelos de planeamiento y estructura de la lección (ambos con 10,52%), y los lineamientos curriculares en torno a los ejes disciplinares establecidos en el programa: uso de la historia de la matemática, resolución de problemas, contextualización, resolución de problemas y actitudes y creencias en torno a la matemática y su enseñanza-aprendizaje (7,89%).

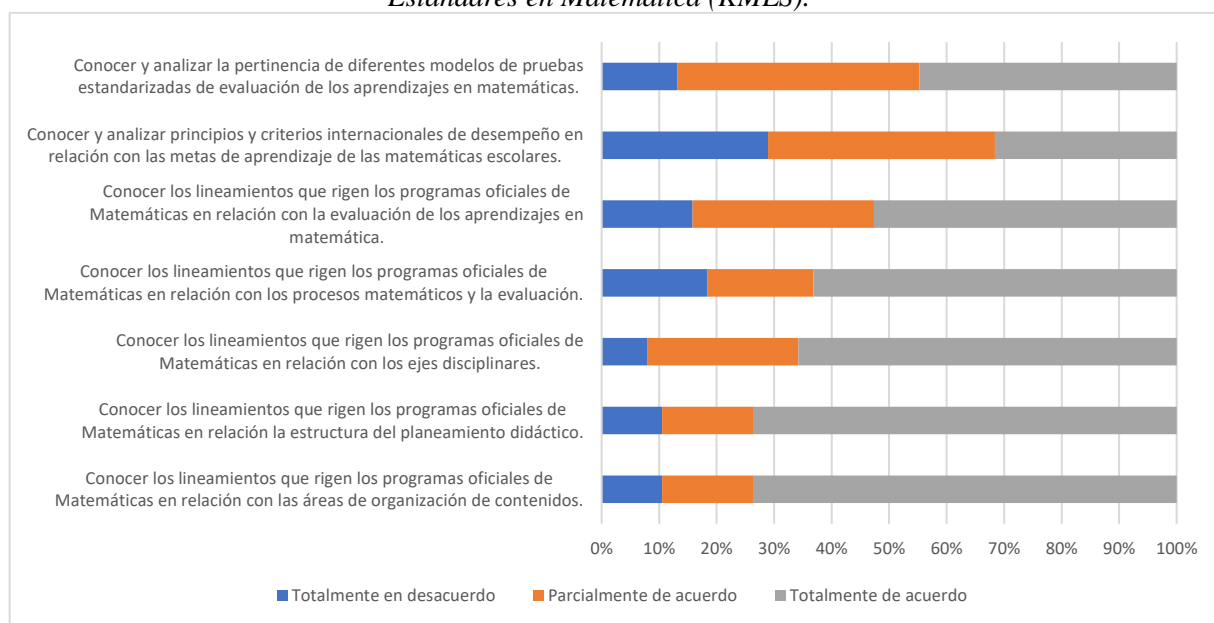
Dado que todos estos aspectos son relativos al currículo y la didáctica de la matemática escolar en el nivel de secundaria, se sugiere, antes de concretarlos en el aula, lo que se pretende lograr en los cursos de Metodología en Enseñanza de la Matemática y Experiencia Docente en Matemática, su abordaje desde un punto de vista introductorio y teórico, aspecto que podría desarrollarse en el curso de Fundamentos de Currículo.

Todos estos elementos, al estar relacionados de forma más concreta y explícita con las prácticas de planificación, gestión y evaluación de la enseñanza, se visualizan como un componente medular de

los cursos que abarca esta investigación, que buscan integrar en el aula desde una perspectiva práctica los conocimientos adquiridos en los cursos anteriores.

Gráfico 12.

Percepción de los estudiantes avanzados de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática en relación con los saberes relativos al subdominio Conocimiento de los Estándares en Matemática (KMLS).



Fuente: Elaboración propia.

Llegados a este punto, es importante recalcar que muchas de las carencias identificadas por los estudiantes en torno a la adquisición del Conocimiento Didáctico del Contenido, se relacionan estrechamente con la forma en que, durante su formación inicial, aprenden las matemáticas, y más podría afirmarse que esas carencias en la adquisición del Conocimiento Matemático repercuten en la forma en que se aborda su Conocimiento Didáctico.

Sin embargo, al no reflexionar sobre estos aspectos en los cursos de matemática formal, estas carencias pasan desapercibidas para el estudiantado en los cursos de matemáticas, y se develan al abordar la dimensión pedagógica del saber matemático a partir del tercer año de la carrera.

En ese sentido, si bien el propósito de la presente investigación es fortalecer el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático (PCK) en los cursos de Metodología y Experiencia Docente en Matemáticas, debe hacerse la acotación de que, para lograr en los docentes en formación una reflexión profunda sobre dicho conocimiento, es necesario repensar la forma en que se imparten los cursos de matemáticas y los cursos comunes del núcleo pedagógico, para incorporar en los primeros, elementos históricos, epistemológicos y contextuales específicos de la disciplina

matemática, y en los segundos, aspectos didácticos y curriculares específicos de la Matemática Educativa, sin perder la riqueza que brinda la interacción con estudiantes y docentes de otras disciplinas.

4.1.2. Programas de los cursos y referentes teóricos

a. Curso: Metodología en Enseñanza de la Matemática

Un primer elemento por destacar es la **descripción del curso**, en la cual se indica que el curso “Pretende ofrecer las herramientas necesarias para que los futuros docentes logren desenvolverse en su labor diaria: en el planeamiento, ejecución y evaluación de la acción pedagógica en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática”. Pueden apuntarse dos cuestiones relevantes al respecto. La primera, que en la descripción no se alude de manera específica a cuestiones relativas a la didáctica de la matemática, permaneciendo en cuestiones de índole general. Segunda, esta descripción enfatiza en centrar el desarrollo del curso en aspectos más bien técnicos de la labor de cualquier que, hipotéticamente, se debieron haber cubierto en los cursos de Fundamentos de Didáctica, Principios de Currículum y Evaluación y Medición Educativas, resultando, hasta cierto punto, redundantes, y limitando el estudio que podría hacerse de aspectos específicos de la didáctica de la matemática en un curso que, se supone, busca la inmersión del futuro docente en las instituciones de educación secundaria preparación para la Práctica Profesional.

En relación con los **objetivos**, se contabilizan 9 objetivos generales, y 15 específicos, lo cual es poco realista para un curso cuya duración se proyecta para dieciséis semanas, y refleja lo sobrecargado que está en términos de propósitos, y la consecuente cantidad de contenidos que deben cubrirse para abarcar todos los objetivos, en detrimento del nivel de profundidad.

En esta misma línea, muchos de los objetivos redundan en aspectos que, se supone, se deben cubrir en el curso de Fundamentos de Didáctica, entre ellos: *Valorar el planeamiento didáctico como medio que permite organizar y guiar los procesos de enseñanza y aprendizaje, Planificar propuestas didácticas y Determinar los criterios para generar un buen planeamiento y su valoración*; Principios de currículum, por ejemplo: *Identificar criterios que guíen el planeamiento y valoración de estrategias didácticas para la enseñanza de la Matemática y Analizar los programas de Matemática de la enseñanza media para identificar especialmente: las áreas de la Matemática que se desarrollan, conexiones de conceptos, diversas representaciones de un mismo concepto y conceptos previos necesarios e Identificar expectativas ministeriales en relación con la enseñanza de la*

Matemática. A partir de las observaciones hechas por las personas que colaboraron como fuentes de información, se sugiere conservar aquellos objetivos vinculados a los procesos de aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes de secundaria.

De esta forma, otros de los objetivos, que además guardan relación con el Conocimiento de las Formas de Aprendizaje de la Matemática, podrían priorizarse y reformularse, de modo que se orienten específicamente al análisis de los procesos de aprendizaje desde entornos prácticos, enfatizando en aspectos específicos de la didáctica de la matemática, entre ellos: *Planear unidades temáticas específicas de acuerdo con el contexto, con base en el desarrollo y valoración de estrategias didácticas, Fortalecer la construcción del referente teórico-conceptual con que los estudiantes interpretan el trabajo docente en la educación matemática con el fin de que dispongan de criterios que contribuyan al análisis y reflexión de su papel como educadores, Analizar distintas concepciones que tienen los estudiantes [¿de secundaria?] acerca de qué es la Matemática, por qué y para qué se enseña, cómo se aprende y cómo se enseña, y Valorar los errores más frecuentes en la construcción de conceptos matemáticos y su uso como herramienta de aprendizaje.*

Finalmente, algunos de los objetivos, más orientados en la reflexión del futuro docente sobre sus prácticas de enseñanza, se podrían trasladar al curso de Experiencia Docente, entre ellos: *Favorecer el desarrollo de actitudes de indagación, autorreflexión y de análisis del quehacer docente en el campo de la educación matemática, Reconocer teorías y tendencias recientes [¿en didáctica de la matemática?] que permitan identificar criterios para el diseño de estrategias didácticas e Identificar materiales y los recursos didácticos apropiados al contenido y al contexto.*

De la misma forma, en relación con los **contenidos**, se considera importante que los temas número 2: *Programas de Estudio oficiales en Matemáticas*, número 3: *Planeamiento didáctico, diseños de ambientes de aprendizaje y mediación pedagógica*, y número 4: *Evaluación de los aprendizajes en la clase de Matemática*, se aborden teóricamente en los cursos de Principios de Currículum, Fundamentos de Didáctica, y Principios de Medición y Evaluación Educativa, respectivamente, de modo que en el curso de Metodología se puedan retomar, profundizar e integrar, a partir de un enfoque práctico y desde el lente del proceso de aprendizaje del estudiante de secundaria, pudiendo conformar una sola unidad, o bien abordarse transversalmente a lo largo del curso.

En relación con la **metodología** y la **evaluación** del curso, se identifican varias actividades de mediación, varios de los cuales enfatizan en aspectos teóricos, y 5 componentes de evaluación sumativos, algunos de ellos desglosados en tareas menores y enfocados igualmente en cuestiones

teóricas. Se sugiere, en la línea de los resultados arrojados por los cuestionarios y el grupo focal, reducir la cantidad de componentes sumativos y eliminar algunos centrados en la teoría (por ejemplo, informes y comprobaciones de lectura), o modificarlos por tareas y actividades que impliquen un vínculo de dichas teorías con las prácticas de enseñanza-aprendizaje y mayor involucramiento del futuro docente en el aula, como entrevistas, observaciones, entre otros.

En **otros aspectos**, dada la importancia que tiene este curso en la preparación para la práctica docente, y el tipo de tareas propuestas, que implican inversión de tiempo y recursos en visitar instituciones educativas de forma sostenida durante todo el ciclo lectivo fuera del horario del curso, se sugiere aumentar el creditaje del curso, convertirlo en un curso teórico-práctico, de modo que quede explícita su naturaleza, y convertirlo formalmente en un curso de asistencia obligatoria, por ejemplo, un seminario.

b. **Curso: Experiencia Docente en Matemática**

De igual manera que con el curso de Metodología en Enseñanza de la Matemática, el primer elemento es la **descripción del curso**, la cual, similarmente, se refiere a aspectos genéricos de la labor de cualquier docente, sin llegar a especificaciones sobre el propósito o intención del curso en relación con las habilidades o conocimientos que se desean promover.

Por otro lado, en cuanto a los **objetivos**, se contabilizan seis objetivos generales y catorce objetivos específicos, resultando, nuevamente, poco realista para un curso de dieciséis semanas. Leyendo más detenidamente los objetivos generales, notamos que les falta concreción respecto a aspectos específicos de la didáctica de la matemática en el desarrollo de conocimientos, habilidades y valores propios del docente, para desempeñar de manera efectiva su labor de aula, por lo que se sugiere reformularlos.

Respecto a los objetivos específicos, nos encontramos que algunos de ellos reiteran aspectos similares a los mencionados en los objetivos del curso de Metodología, por ejemplo: *Fundamentar la práctica profesional con base en las teorías, programas vigentes y corrientes filosóficas de la Enseñanza de la Matemática y Aplicar distintos métodos, técnicas, recursos didácticos y materiales para la enseñanza, que demuestren creatividad e innovación.*

Por otro lado, algunos objetivos específicos, en realidad corresponden a actividades o tareas, en las que no se especifica su propósito concreto desde un punto de vista didáctico, así, pueden mencionarse: *Analizar los libros de textos disponibles en las bibliotecas y en el mercado para el*

desarrollo de los diversos temas que deben desarrollarse en la práctica docente y Confeccionar diferentes instrumentos que permitan evaluar eficientemente los objetivos propuestos en los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Finalmente, algunos objetivos se pueden vincular, al reformularlos, de manera directa con la construcción del conocimiento didáctico relativo a la enseñanza por parte del futuro docente, entre ellos podemos mencionar: *Analizar las diferentes tendencias [¿didácticas?] de la Enseñanza de la Matemática y Desarrollar destrezas que le permitan desenvolverse con propiedad en el aula, para desempeñar su rol de guía en las actividades educativas de sus estudiantes;* mientras que otras se relacionan más con aspectos propiamente cognitivos del estudiante, por ejemplo: *Adecuar el planeamiento de la labor docente a las características, necesidades e intereses de las y los estudiantes tomando muy en cuenta: su valor matemático, cómo aprenden, sus conocimientos previos y las dificultades conceptuales y Propiciar el trabajo interdisciplinario, como potenciador de experiencias de aprendizaje significativas para el estudiantado.* Con respecto a los primeros, se sugiere reformularlos y mantenerlos en el curso, de modo que propicien la reflexión del Conocimiento para la Enseñanza de la Matemática; mientras que se considera conveniente que los segundos se eliminen, o se trasladen al curso de Metodología, para evitar repeticiones de objetivos y contenidos.

Los **contenidos**, al igual que los objetivos generales, son muy escuetos, carecen de profundidad y especificidad, tal vez, queriendo abarcar muchos aspectos a la vez.

Las actividades de mediación descritas en la **metodología**, al igual que las actividades de **evaluación** sumativa, si bien la mayoría de las actividades se enfocan en aspectos prácticos, algunas, como informes y resúmenes de lecturas se valoran como poco pertinentes, pues siguen enfatizando en elementos teóricos, más que en su reflexión desde la realidad del aula. Por otro lado, se sugiere reducir la cantidad de componentes sumativos, en aras de integrar las diferentes actividades e instrumentos del seminario y la práctica, de manera que ambas se realimenten mutuamente, en vez de duplicar tareas que, entre sí, se muestran desconectadas.

En otros aspectos, dada la dualidad de actividades que implica la asistencia al seminario (4 horas presenciales más las horas fuera de horario) y la cantidad de tiempo que implica asistir a las instituciones educativas a asumir de lleno la enseñanza de un grupo de secundaria (aproximadamente 4 horas presenciales a la semana más el tiempo de planificación y revisión, que actualmente no se contabilizan en los horarios de los estudiantes ni en la carga del curso) se sugiere

reformular la modalidad del curso, de modo que sea contemplado como curso doble con nota ponderada, formado por un curso de teoría (el seminario) y un curso de laboratorio (la práctica supervisada), del mismo modo que funcionan, por ejemplo, los cursos de química y biología general con sus respectivos laboratorios. Esto, a su vez, implicaría un aumento en el creditaje del curso y en su cantidad de horas asignadas, para hacerlo más acorde a la realidad que se presenta en la práctica.

4.1.3. Cuestionario de percepción

Habiendo identificado las necesidades de formación percibidas por estudiantes avanzados de la carrera, durante el año 2020, aprovechando las ventajas de la virtualidad, se incluyeron en los cursos de Metodología y Experiencia Docente algunas actividades y contenidos relativos al Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático (PCK) por parte de los profesores, al MTSK como marco para analizar dicho conocimiento y al Estudio de Clase como herramienta de formación y reflexión en torno a dicho conocimiento, desarrollando, como parte del proyecto de investigación de ambos cursos, un Estudio de Clase a partir del análisis de las clases en modalidad virtual grabadas en video.

Una vez finalizado el curso, se aplicó, paralelamente, un cuestionario a los 23 estudiantes sobre su percepción en cuanto a la profundización del Conocimiento Matemático y el Conocimiento Didáctico y un grupo focal a los docentes supervisores, sobre los mismos temas. Seguidamente se muestran los resultados del cuestionario, y en la sección 4.1.4 los del grupo focal.

Dentro del cuestionario se utilizaron como indicadores las categorías formales de cada uno de los tres subdominios correspondientes al Conocimiento Matemático (MK) y al Conocimiento Didáctico (PCK), dado que estos se trataron en el curso de manera explícita por medio de un taller.

a. Conocimiento Matemático

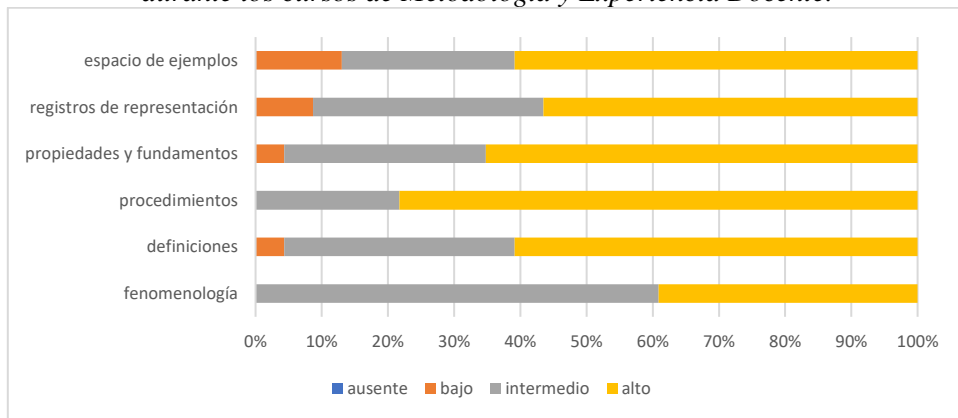
En cuanto al Conocimiento de los Temas (KoT), prácticamente la totalidad de docentes en formación considera que se logró adquirir en un nivel intermedio o alto, lo cual se resume en el Gráfico 13. Solamente en las categorías espacio de ejemplos (13,04%), registros de representación (8,70%), propiedades y fundamentos, y definiciones (ambos con 4,35%), se indicó un bajo nivel de logro, por parte de pocos estudiantes.

Esto puede verse como una profundización en el entendimiento de los temas matemáticos, particularmente cuando, en el cuestionario diagnóstico, según el Gráfico 7, algunas de las carencias identificadas se vinculan al uso matemáticamente apropiado y pertinente de conceptos,

definiciones, características, ejemplos y fenomenología de los objetos matemáticos en el aula de secundaria.

Gráfico 13.

Percepción de los estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática sobre el nivel de adquisición del Conocimiento de los Temas Matemáticos (KoT) durante los cursos de Metodología y Experiencia Docente.

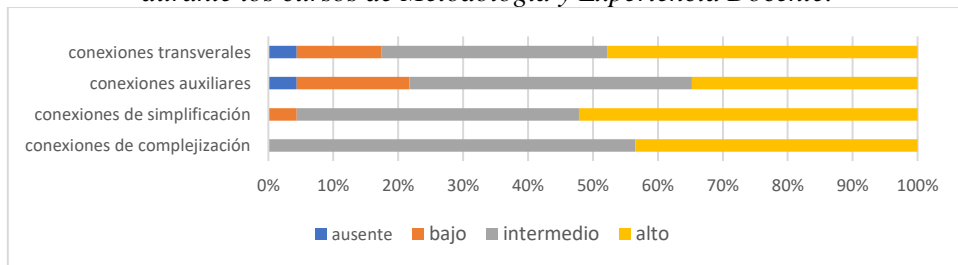


Fuente: Elaboración propia.

Sobre el Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM), el Gráfico 14 muestra que solo una persona (4,35%) considera que la reflexión en torno a las conexiones transversales y las conexiones auxiliares estuvo ausente en los cursos. Por el contrario, todos los encuestados afirman que se adquirieron conocimientos en un nivel alto o intermedio sobre las conexiones de complejización; todos, excepto uno, mencionan que a lo largo de ambos cursos se produjeron aprendizajes en torno a las conexiones de simplificación. Esto sugiere que se lograron subsanar algunas de las carencias detectadas en el diagnóstico en torno al KMS, que precisamente, se vinculaban con el establecimiento de conexiones entre contenidos matemáticos de diversas áreas y niveles escolares, matemáticas escolares y matemáticas formales, y la matemática y otras disciplinas, como se apuntaba en el Gráfico 8.

Gráfico 14.

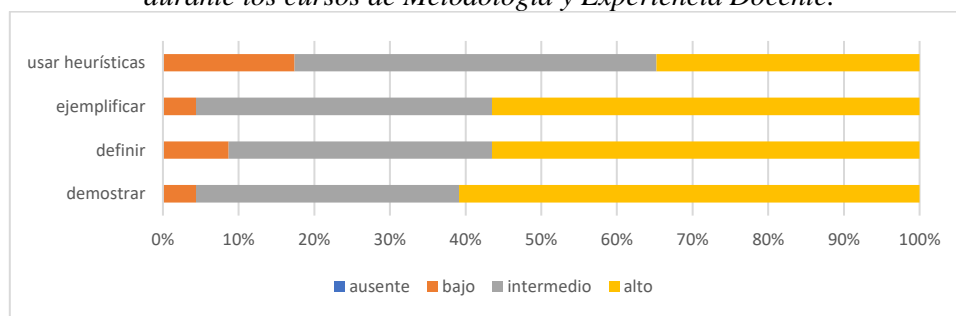
Percepción de los estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática sobre el nivel de adquisición del Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM) durante los cursos de Metodología y Experiencia Docente.



Fuente: Elaboración propia.

Al igual que con el Conocimiento de los Temas, el Gráfico 15 muestra que, una vez concluidos los cursos de Metodología y Experiencia Docente, la totalidad de los estudiantes consideran que se ha fortalecido en alguna medida su Conocimiento de las Prácticas Matemáticas (KPM), reforzando destrezas como proponer ejemplos y contraejemplos oportunos, definir formal e intuitivamente conceptos y realizar demostraciones de diversa índole, aspectos destacados como debilidades en el diagnóstico, según se presentó en el Gráfico 9.

*Gráfico 15.
Percepción de los estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática sobre el nivel de adquisición del Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM) durante los cursos de Metodología y Experiencia Docente.*



Fuente: Elaboración propia.

Hasta este punto, puede afirmarse que, en consonancia con lo que concluyen diversas investigaciones, se observa que el uso de un marco de referencia para analizar el saber disciplinar y didáctico del docente de matemáticas en formación, en nuestro caso, el MTSK, permite identificar en la práctica de manera más clara ciertos elementos concretos de su conocimiento matemático y potenciar los procesos de reflexión en torno a ellos (Muñoz-Catalán & Montes, 2015, p. 92). A la vez, el Estudio de Clase como mecanismo de reflexión de las prácticas profesionales docentes permite fortalecer y ampliar la comprensión en torno a los objetos matemáticos, así como sus implicaciones pedagógicas (Ní Shúilleabháin A. , 2015; Lewis, Perry, & Hurd, 2009).

b. Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK)

En cuanto a la adquisición o ampliación del conocimiento didáctico de los docentes en formación, se consideraron, de igual forma, los tres subdominios del MTSK: Conocimiento para la Enseñanza (KMT), Conocimiento sobre el Aprendizaje (KFLM) y Conocimiento sobre los Estándares (KMLS), así como sus categorías, como indicadores del logro en dichos saberes durante los cursos de Metodología y Experiencia Docente.

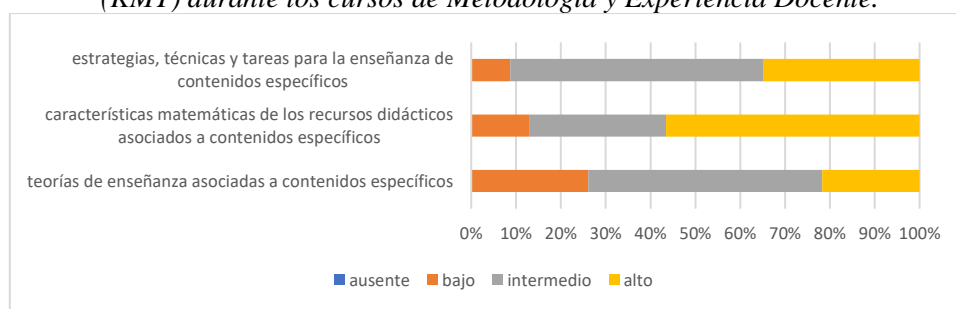
En el Gráfico 16 se muestra que la mayoría de los estudiantes perciben que se adquirió un conocimiento alto o intermedio de las estrategias, técnicas y tareas para la enseñanza de los diferentes contenidos (91,30%); de las características y criterios de selección de los diferentes criterios y recursos didácticos asociados a contenidos específicos (86,96%) y en menor medida, de la comprensión de teorías didácticas asociadas a contenidos específicos, donde un 26,09% considera que el nivel de logro fue bajo.

Sin embargo, dado que el propósito de los cursos de Metodología y Experiencia Docente es la inmersión de aula, se considera pertinente un fortalecimiento de las didácticas de áreas específicas desde sus implicaciones concretas en el aula de secundaria, especialmente aquellos aspectos vinculados a los tipos de razonamiento matemático (estocástico, variacional, algebraico, numérico y geométrico); ampliando el estudio de marcos teóricos específicos en cursos posteriores.

En otra línea de ideas, en contraste con el Gráfico 10, donde queda en evidencia que un grupo importante de estudiantes consideran que las habilidades promovidas en ambos cursos en torno a la planificación, selección de materiales y ejecución de clases desde aspectos didácticos específicos de la disciplina es un elemento ausente, puede inferirse una mejora cualitativa en la calidad y tipo de los aprendizajes promovidos en torno al Conocimiento de la Enseñanza, luego de la implementación del Estudio de Clase.

Gráfico 16.

Percepción de los estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática sobre el nivel de adquisición del Conocimiento de la Enseñanza de la Matemática (KMT) durante los cursos de Metodología y Experiencia Docente.



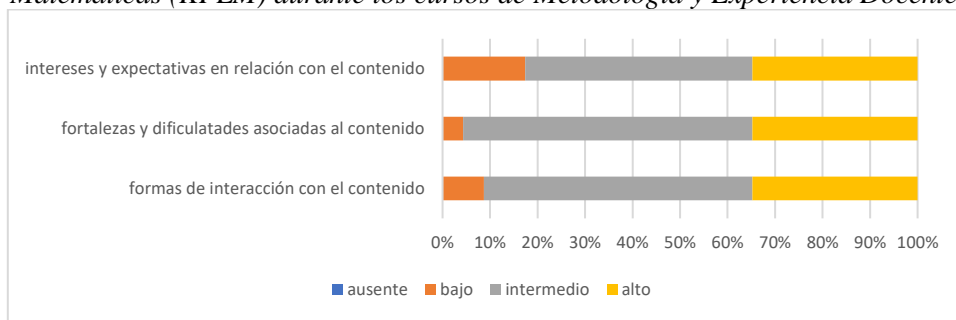
Fuente: Elaboración propia.

En relación con el Conocimiento del Aprendizaje (KFLM), la totalidad de estudiantes consideran que se dio un nivel intermedio a alto de apropiación de dichos saberes, especialmente en cuanto a las fortalezas, dificultades y errores típicos asociados a contenidos específicos (91,30%) y las formas de interacción del estudiante de secundaria con los objetos matemáticos (83,96%), y en menor medida, se logró una comprensión sobre los intereses y expectativas estudiantiles en relación con los tópicos

de la matemática escolar, donde un 17,39% indica percibir un bajo nivel de logro; si bien, en ningún caso se percibió que estos elementos estuvieran totalmente ausentes. Estos aspectos se ilustran en el Gráfico 17.

Gráfico 17.

Percepción de los estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática sobre el nivel de adquisición del Conocimiento de las formas de aprendizaje en Matemáticas (KFLM) durante los cursos de Metodología y Experiencia Docente.



Fuente: Elaboración propia.

En contraste con los datos del diagnóstico mostrados en el Gráfico 11, se infiere una mejora importante en la comprensión del futuro docente de matemática de aspectos tan trascendentales como el pensamiento estudiantil, la previsión del surgimiento de errores y obstáculos epistemológicos y su uso didáctico, la identificación de diversos tipos de pensamiento matemático vinculados, pero no limitados a las áreas del currículo, entre otros.

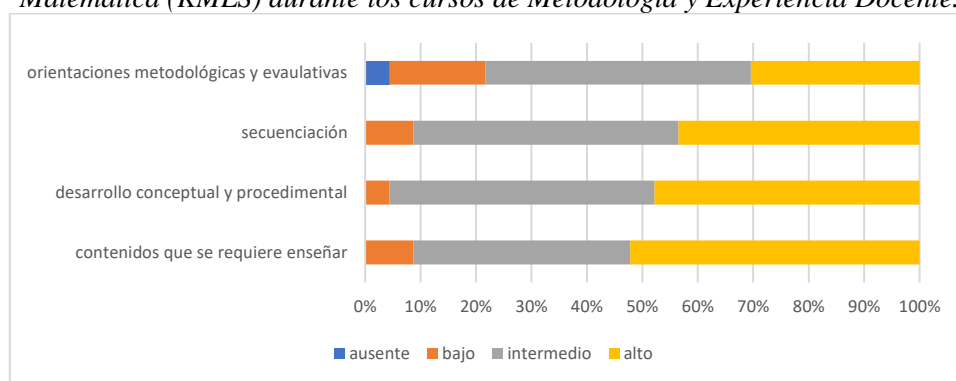
Finalmente, en relación con el Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje (KMLS), aspecto vinculado a los lineamientos curriculares nacionales e internacionales en Enseñanza de la Matemática, resumidos en el Gráfico 18, gran cantidad de los estudiantes encuestados afirman que se logró adquirir conocimiento a un nivel intermedio a alto sobre el grado de desarrollo conceptual y procedimental esperado de los estudiantes de secundaria en diferentes etapas escolares (95,65%), sobre la secuenciación de tareas y el orden de los contenidos durante el desarrollo de las clases (91,30% en ambos casos), y sobre las orientaciones metodológicas del currículo en cuanto a la planificación y ejecución de las clases y evaluación de aprendizajes en matemáticas (78,26%).

Sin embargo, en este último indicador, 17,39% afirmó que el nivel de adquisición fue bajo, y un estudiante (4,35%) indicó que no se alcanzó del todo. Si bien es importante reforzar la práctica de este aspecto en ambos cursos, se sugiere iniciar con el estudio de los lineamientos curriculares específicos de matemáticas en cursos previos del núcleo pedagógico, tales como Fundamentos de Didáctica, Principios de Currículum, o Evaluación, que en la actualidad son cursos compartidos con

los estudiantes de otras carreras de Enseñanza Secundaria, lo que genera que el abordaje de aspectos didácticos, curriculares y evaluativos se quede en aspectos generales y técnicos, sin ahondar en la especificidad que cada disciplina requiere.

Gráfico 18.

Percepción de los estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática sobre el nivel de adquisición del Conocimiento de Estándares de Aprendizaje en Matemática (KMLS) durante los cursos de Metodología y Experiencia Docente.



Fuente: Elaboración propia.

Así, sin perder de vista el fundamento común de los temas didácticos, curriculares y evaluativos desde lo técnico, que hace necesario que el programa y los contenidos macro de los cursos mencionados deban ser los mismos, se sugiere la apertura de grupos específicos para cada carrera, de modo que, luego de un acercamiento a aspectos generales, se profundice en las particulares que supone la naturaleza de la disciplina en cada especialidad; pues abordar desde cero estos contenidos en los cursos de Metodología y Experiencia Docente implica una recarga de contenidos, en detrimento, posiblemente, de la calidad de los aprendizajes adquiridos más allá de los lineamientos técnicos.

En las últimas dos preguntas del cuestionario se consultó a los estudiantes de la carrera su criterio sobre la pertinencia de los componentes curriculares de ambos cursos, a saber: descripción, objetivo general y específicos, contenidos, metodología, evaluación y bibliografía recomendada, obteniendo los resultados que se muestran en el Gráfico 19 y el Gráfico 20.

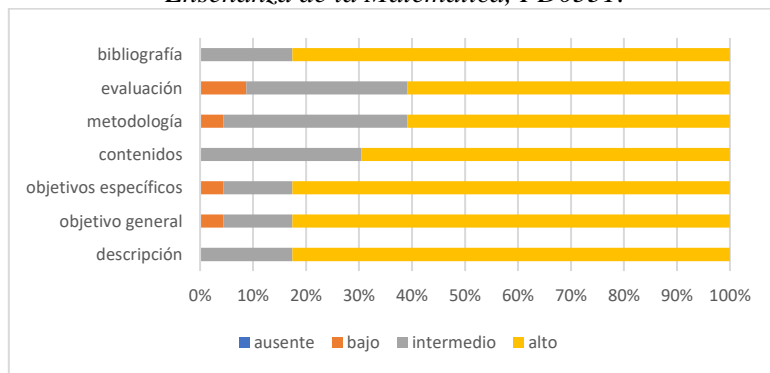
En el caso del curso de Metodología en Enseñanza de la Matemática, FD0531, el 82,61% de los estudiantes consideran que la descripción del curso, objetivo general y específicos y la bibliografía son altamente pertinentes, mientras que solo un 19,39% valora estos componentes como medianamente o poco pertinentes. Esta situación cambia al tratarse de los contenidos del curso, la

metodología y las actividades e instrumentos de evaluación, donde un 30,43%, 39,13% y 39,13% las perciben como medianamente o poco pertinentes.

Similar situación sucede con el curso de Experiencia Docente, FD0541, donde, una vez más, el 82,61% considera que la descripción, el objetivo general y los específicos son altamente pertinentes, y el 73,91% tiene el mismo criterio respecto a la bibliografía sugerida. En cambio, al hablar de contenidos, evaluación y metodología empleada, más estudiantes (30,43%, 39,13 y 39,13, respectivamente) los perciben como medianamente o poco pertinentes.

Gráfico 19.

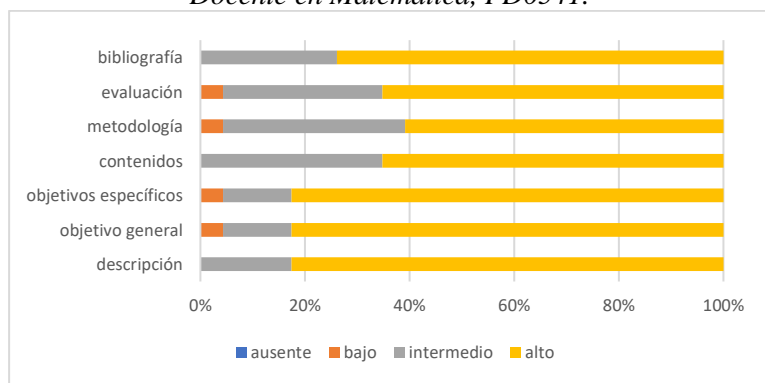
Percepción de los estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática sobre la pertinencia de los componentes curriculares del curso Metodología en Enseñanza de la Matemática, FD0531.



Fuente: Elaboración propia.

Gráfico 20.

Percepción de los estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática sobre la pertinencia de los componentes curriculares del curso Experiencia Docente en Matemática, FD0541.



Fuente: Elaboración propia.

Estos resultados sugieren, sin duda, que uno de los ajustes más importantes que debe realizarse a los dos cursos, son los contenidos abordados, la metodología y actividades de mediación empleadas, y las actividades e instrumentos de evaluación utilizados.

Sobre los ajustes que deben realizarse, debe ampliarse la información disponible al respecto, para lo cual se les consultó a los estudiantes, a través de dos preguntas abiertas al final del cuestionario, qué sugerencias darían para mejorar los diferentes componentes curriculares en cada uno de los dos cursos analizados. En el caso de los estudiantes, los resultados más relevantes se resumen en la Tabla 15 y Tabla 16.

Tabla 15.
Principales observaciones y sugerencias realizadas por los estudiantes a los componentes curriculares del curso Metodología en Enseñanza de la Matemática

Componente	Observaciones o sugerencias realizadas			
Objetivos	Clarificar que el énfasis se dé en aspectos prácticos, y no en el estudio de la teoría en sí misma.			
Contenidos	Disminuir la cantidad de contenidos.	Incluir teorías didácticas específicas.		Enfatizar en aspectos prácticos, de modo que la teoría esté al servicio de la realidad de aula, y no al contrario.
Metodología	Enfocar el estudio de los temas hacia aspectos más prácticos, relacionados con la labor de aula.	Invitar docentes de secundaria en ejercicio para compartir sus experiencias.	Promover un mayor acercamiento e inmersión a la realidad de los colegios, por ejemplo, desarrollando micro clases.	Incluir actividades que permitan el trabajo interactivo y la socialización experiencias de los futuros practicantes.
Evaluación	Usar evaluaciones específicas para evitar ambigüedades. Realizar evaluaciones más amenas y prácticas, y no tan "académicas"-teóricas.	Procurar que las tareas no demanden más tiempo del necesario.	Enfocarla en la elaboración de evidencias relacionadas con la futura práctica docente, propiciando inmersión en espacios de aula reales.	Trabajos de índole más práctico, que permitan contextualizar los temas estudiados a la realidad de la secundaria.

Fuente: Elaboración propia.

De la tabla anterior, uno de los elementos más destacables en relación con el curso de Metodología en Enseñanza de la Matemática es que si bien, por un lado, se sugiere el estudio de Teorías Didácticas específicas para las diferentes áreas del currículo escolar, por otro se propone una disminución en la cantidad de contenidos del curso.

Esta percepción del profesorado en formación puede deberse a que, en la actualidad, muchos de los contenidos y las actividades que se desarrollan en el curso tienen que ver con retomar y subsanar vacíos que se presentan en los cursos anteriores del núcleo pedagógico, particularmente Fundamentos de Didáctica, Principios de Currículo, y Medición o Evaluación, ya que, como se mencionó antes, en dichos cursos se abordan mayormente aspectos técnicos del planeamiento, teoría curricular y evaluación, sin ahondar en los criterios pedagógicos y didácticos que devienen de la especificidad de cada disciplina. Por tanto, al invertir tiempo y recursos del curso de Metodología

en paliar esas carencias, se sacrifica la profundidad de la reflexión en torno a cuestiones didácticas relativas a la mediación del docente en el aula de las matemáticas.

Por otro lado, es muy relevante que la necesidad de un mayor acercamiento a las instituciones educativas para observar las clases, conversar con docentes en ejercicio, planificar, ejecutar y evaluar propuestas de clases; así como ampliar los espacios de socialización entre futuros docentes en formación respecto a sus experiencias durante el curso, se perciban, como un aspecto articulador de los diferentes componentes curriculares.

Otros elementos relevantes son reducir la extensión de las evaluaciones, y orientarlas a la reflexión de las prácticas de aula, y los procesos de enseñanza-aprendizaje, más que a cuestiones académicas o teóricas. Algunos de estos temas también fueron apuntados para el curso de Experiencia Docente, como se ve en la Tabla 16, por ejemplo, la reducción de contenidos, enfocándose en aspectos prácticos y no desarrollar tanta teoría; así como promover una evaluación que permita la reflexión en torno a cuestiones prácticas.

Tabla 16.
Principales observaciones y sugerencias realizadas por los estudiantes a los componentes curriculares del curso Experiencia Docente en Matemática.

Componente	Observaciones o sugerencias realizadas			
Objetivos	Clarificar que el practicante es un docente en formación, y no un asistente, y que, dentro de los propósitos del curso, el supervisor debe orientar.			
Contenidos	Disminuir la cantidad de contenidos y enfocar en aspectos e implicaciones prácticas de estos.		Incluir temas de evaluación de los aprendizajes en matemática, y cuestiones administrativas relativas a los centros educativos.	
Metodología	Incluir experiencias donde se pueda socializar las experiencias vividas (conversatorio, sesiones de diálogo en clase, etc.)	Incluir actividades que permitan socializar las experiencias de los compañeros en los diferentes contextos institucionales, considerando diferentes temas y niveles.	Brindar espacios para el diseño de instrumentos y técnicas de evaluación de los aprendizajes en matemática, según los estándares y normativas vigentes.	Mayor acompañamiento de los docentes supervisores/facilitadores de grupo. El practicante no es el asistente del profesor a cargo del grupo, si no otro profesor, en proceso de formación.
Evaluación	Debe ser delimitada y específica.	Centrarse en aspectos prácticos.	Promover procesos de coevaluación y autoevaluación, desde las experiencias adquiridas en el aula.	
Bibliografía	Usar lecturas actualizadas, y en la medida de lo posible, más aptas al contexto (postpandemia/realidad latinoamericana/uso de TICs, entre otros)			

Fuente: Elaboración propia.

Hay acuerdo en cuanto a la necesidad de fortalecer el énfasis práctico que debe primar en los componentes curriculares de ambos cursos, permitiendo una mayor inmersión en las aulas, y consecuentemente una apropiación más profunda e integrada de los conocimientos disciplinares y matemáticos del futuro educador. En síntesis, el elemento orientador y articulador de los cursos de

Metodología y Experiencia Docente debe ser el fortalecimiento de los aspectos prácticos vinculados al Conocimiento Didáctico del Contenido (Francis-Salazar, 2012) por parte de los docentes de matemática en formación.

Con ese propósito, debe considerarse la posibilidad de trasladar algunos de los contenidos y objetivos que actualmente se abordan en estos dos cursos, relacionados a la planificación didáctica, estructura curricular y evaluación de los aprendizajes, a los cursos respectivos del núcleo pedagógico apuntados en párrafos anteriores, procurando, en tanto sea posible, la creación de grupos por disciplina, en donde la persona docente posea también la formación disciplinar, pedagógica, didáctica y técnica para abordar tales contenidos, en principio comunes, desde la especificidad que la disciplina requiere.

Finalmente, estos resultados debieron cotejarse con las observaciones realizadas por los docentes supervisores, para tener una visión más amplia de los alcances y limitaciones de los cursos en relación con la realidad del aula, y contar con otros puntos de vista que permitan enriquecer los cambios sugeridos por los estudiantes. Este aspecto se desarrollará en la siguiente sección.

4.1.4. Grupo focal

Los aspectos relevantes aportados por los docentes supervisores en el grupo focal se presentan organizándose en tres grandes apartados: conocimiento matemático, conocimiento didáctico específico y aspectos pedagógicos de índole general. Seguidamente se mencionan y analizan los principales hallazgos.

a. Conocimiento matemático

En general, hay consenso en el grupo de docentes supervisores sobre el nivel de profundidad del conocimiento matemático de los estudiantes al momento de desempeñarse en su práctica supervisada. Unánimemente concuerdan en que los futuros docentes en formación poseen un bagaje amplio y pertinente en cuanto a los conceptos y procedimientos necesarios para la Enseñanza Secundaria, apuntando, sobre todo, a las definiciones formales, propiedades de los objetos y algoritmos vinculados a temas matemáticos específicos. En este sentido, incluso afirman que su nivel de comprensión de los temas matemáticos es mucho más elevado del que necesitan para desempeñarse satisfactoriamente como profesores de secundaria. Los principales aportes pueden observarse en la Tabla 17.

Tabla 17.
Observaciones de los profesores supervisores respecto al conocimiento matemático de los estudiantes de Experiencia Docente en Matemática

Fortalezas	Aspectos por fortalecer	Subdominio vinculado
Conceptos y procedimientos vinculados a los contenidos enseñados.	Contextualización de los contenidos a diversas disciplinas científicas u otras áreas del quehacer humano (mejoró durante el proceso). Uso de diferentes y vínculos con otros conceptos más sencillos o complejos. Poca variedad en las formas de representación de los conceptos, así como en procedimientos y algoritmos, y las propiedades que los justifican.	Conocimiento de los temas (KoT) Conocimiento de la Estructura (KSM) Conocimiento de la Práctica (KPM)

Fuente: Elaboración propia.

Aun así, las observaciones sugieren la necesidad de reforzar determinados elementos de dicho saber matemático, específicamente:

- a) Contextualización de los diversos contenidos por enseñar a otras disciplinas científicas o áreas del quehacer humano, aplicabilidad de los temas, y formulación de ejemplos pertinentes.
- b) Empleo de diversas “definiciones” además de la definición formal del concepto matemático, para favorecer la comprensión de las nociones intuitivas antes de la memorización del concepto.
- c) Establecer conexiones entre los nuevos temas matemáticos por enseñar, y saberes matemáticos previos, así como entre los conceptos de diversas áreas temáticas dentro de la misma matemática, para enriquecer la significación de los conceptos nuevos a partir de situaciones más familiares al estudiantado.
- d) Promover y usar apropiadamente las diversas formas de representación de un objeto matemático (definición formal, noción intuitiva, representación algebraica, representación gráfica, representación tabular, diagramas, dibujos, entre otros).
- e) Ahondar, desde una perspectiva intuitiva y práctica, en las propiedades matemáticas que justifican el uso de ciertos procedimientos o algoritmos, para favorecer su comprensión antes de la mecanización.
- f) Promover el uso de diversos algoritmos, y no sólo los algoritmos estándar o clásicos.

Por tanto, la percepción de los docentes supervisores en cuanto al conocimiento disciplinar por parte de los estudiantes avanzados de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, parece alinearse con los datos recolectados mediante los dos cuestionarios; donde, si bien se identifica un robusto conocimiento de las matemáticas formales, este gira mayormente en torno a los temas, o KoT (conceptos, definiciones y procedimientos), manifestando debilidades en aspectos fenomenológicos de dichos temas, así como en cuestiones ligadas a la comprensión de la estructura (KSM) y la práctica matemática (KPM).

b. Conocimiento didáctico específico

En relación con el conocimiento didáctico específico del futuro profesor de matemáticas, el panorama es más complejo, pues los docentes supervisores identificaron en ellos más fortalezas puntuales, pero a la vez, más aspectos que deben fortalecerse. Estos aspectos, que pueden apreciarse en la Tabla 18, evidencian la separación entre la teoría didáctica y la práctica del aula.

Tabla 18.

Observaciones de los profesores supervisores respecto al conocimiento didáctico específico de los estudiantes de Experiencia Docente en Matemática

Fortalezas	Aspectos por fortalecer	Subdominio vinculado
<p>Uso de recursos didácticos pertinentes, específicamente tecnológicos.</p> <p>Conocimiento de teorías de enseñanza específicas a determinados contenidos matemáticos.</p> <p>Preocupación por la comprensión de parte de los aprendientes.</p> <p>Adaptarse a las necesidades y posibilidades de los estudiantes.</p> <p>Identificación de fortalezas, dificultades, errores y obstáculos asociados a contenidos específicos.</p>	<p>Planificación y ejecución de estrategias y técnicas de enseñanza específicas para cada contenido centradas en el aprendizaje del estudiantado.</p> <p>Aplicación de las teorías de enseñanza en la mediación, específicamente planear y mediar a través de Resolución de Problemas.</p> <p>Planteamiento de preguntas dirigidas.</p> <p>Selección y uso de recursos tecnológicos pertinentes para determinados contenidos específicos.</p> <p>Identificación de actitudes, expectativas y resultados del grupo.</p> <p>Reconocer las formas de interacción del estudiantado con el contenido e indicios de comprensión.</p> <p>Recolección y uso de evidencias de aprendizaje estudiantil en torno a las habilidades específicas, fortalezas y debilidades del estudiantado.</p> <p>Organización de la lección en 4 “momentos” y mediación apropiada para el aprendizaje de nuevos temas.</p>	<p>Conocimiento de la Enseñanza (KMT)</p>
<p>Estructura del plan (plantilla del MEP) en términos generales</p> <p>Nivel de profundización y desarrollo conceptual y procedimental esperado.</p>	<p>Técnicas e instrumentos de evaluación (diagnóstica, formativa y sumativa) pertinente para determinar el logro de adquisición de las habilidades y procesos o competencia matemática.</p> <p>Falta fomentar la evaluación de la competencia o destreza matemática (procesos matemáticos específicos) desde la dimensión formativa.</p>	<p>Conocimiento del Aprendizaje (KFLM)</p> <p>Conocimiento de los Estándares (KMLS)</p>

Fuente: Elaboración propia.

Dentro de las principales fortalezas vinculadas al Conocimiento de la Enseñanza de la Matemáticas (KMT), se mencionan el uso apropiado de recursos didácticos, especialmente en lo que se refiere a recursos tecnológicos, como aplicaciones didácticas en línea y software matemático; así como el conocimiento de teorías de enseñanza y modelos de clase específicas para la asignatura de matemáticas.

Sin embargo, respecto al primero, los docentes supervisores perciben un amplio conocimiento de herramientas y plataformas didácticas por parte de los profesores en formación, pero este conocimiento es genérico, por lo que no se reconoce un nivel apropiado de dominio en cuanto a la

pertinencia y uso apropiado de recursos para enseñar contenidos específicos considerando la naturaleza propia del contenido.

Por otro lado, se percibe que el conocimiento de teorías de enseñanza y modelos de clase específicos no se logra llevar a las aulas, pues, los supervisores afirman que hay carencias en los procesos de planificación, ejecución y evaluación de las clases; particularmente, mencionan aspectos como la distribución de tareas en relación con el tiempo disponible, la selección de problemas introductorios apropiados, y la aplicación de la metodología de Resolución de Problemas.

En el caso del conocimiento sobre las Características de Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM) por parte del estudiantado, los docentes supervisores mencionan como fortalezas de su formación, en primer lugar, el interés y preocupación por la comprensión de los temas por parte de los alumnos. Pero consideran una carencia el no identificar en el accionar y la producción estudiantil, sea esta oral o escrita, señales claras de una verdadera comprensión, o, por el contrario, de la presencia de dudas o vacíos.

Una segunda fortaleza formativa es el ser conscientes de las fortalezas, dificultades y errores típicos de los aprendientes en relación con los diferentes contenidos, e inclusive, el reconocimiento de algunos “casos tipo” de errores y dificultades frecuentes. Sin embargo, hay poca claridad sobre cómo usar esos conocimientos en la práctica para convertirlos en oportunidades de aprendizaje.

El tercer punto considerado una fortaleza es la adaptabilidad de las estrategias y técnicas de enseñanza empleadas por los docentes en formación, con el propósito de hacer más ameno y cercano el contenido a los estudiantes; mientras que la dificultad para generar evidencias del aprendizaje de los estudiantes y usarlas como orientadores del proceso de aprendizaje para guiar la selección pertinente de las estrategias y técnicas usadas, se percibe como una debilidad.

Finalmente, en relación con el Conocimiento de los Estándares Curriculares (KMLS), las dos mayores fortalezas identificadas por los supervisores son el conocimiento de los lineamientos para la elaboración del planeamiento didáctico, es decir, la estructura base de la plantilla y cómo debe llenarse; y el conocimiento sobre el nivel de profundización y desarrollo conceptual y procedimental esperado en los diferentes niveles escolares. Sin embargo, las debilidades ligadas a este punto tienen que ver, de nuevo, con la puesta en práctica de estos estándares, principalmente: una organización y ejecución de la clase eficiente bajo el modelo de cuatro momentos propuesto en los programas del MEP; la construcción y aplicación de instrumentos de evaluación centrados en los

procesos y competencias matemáticas más que en contenidos y algoritmos; y la promoción de la evaluación formativa específica como parte del proceso de aprendizaje de los diferentes temas del currículo.

En síntesis, los docentes supervisores de experiencia docente identifican como fortalezas de los futuros docentes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemáticas la formación disciplinar en torno a lo conceptual y procedimental ; así como la formación en didáctica general y lineamientos curriculares generales del MEP, y el conocimiento de teorías didácticas específicas. Sin embargo, consideran que el conocimiento disciplinar sobre la epistemología y fenomenología de los objetos matemáticos debe fortalecerse, así como los aspectos prácticos del saber didáctico en torno a la enseñanza, el aprendizaje y los estándares curriculares nacionales e internacionales específicos de la asignatura.

Por otro lado, luego de analizar las respuestas fue necesario incluir una tercera categoría que englobara aspectos pedagógicos, didácticos y evaluativos generales, que fueron reiterados por los docentes supervisores, para valorar la pertinencia de incluirlos en los cursos de metodología y Experiencia Docente, o fortalecerlos en cursos previos. Estos aspectos se analizan en el siguiente apartado.

c. Aspectos pedagógicos de índole general

Los aspectos de índole general, que los docentes supervisores consideran necesario fortalecer antes o durante los cursos de Metodología y Experiencia Docente, se resumen en la

Tabla 19, organizados en aspectos didácticos, curriculares, evaluativos y administrativos. Entre ellos se destacan: manejo del grupo, así como de situaciones imprevistas en clase y manejo de la voz; conocimiento de las políticas educativas y curriculares y de atención a la diversidad; manejo de legislación educativa, procesos y protocolos de actuación, atención a padres de familia y participación en reuniones de departamento; y uso del registro de calificaciones y diario de clase.

Tabla 19.
Observaciones de los profesores supervisores respecto aspectos didácticos, evaluativos o curriculares de índole general

Aspectos pedagógicos y didácticos	Aspectos curriculares	Aspectos evaluativos	Aspectos administrativos
Manejo del grupo. Manejo de situaciones imprevistas en el aula. Manejo de la voz.	Política educativa y política curricular. Lineamientos curriculares vigentes y cambios. Atención a la diversidad en el aula y apoyos curriculares.	Manejo del registro de calificaciones y diario de clase. Uso de instrumentos y técnicas de evaluación formativos, centrados en promover la competencia o los procesos matemáticos.	Atención a padres de familia. Legislación educativa, debidos procesos y protocolos de actuación. Participar en reunión de departamento.

Fuente: Elaboración propia.

Es importante mencionar que, si bien todos los aspectos citados en la Tabla 20 son sumamente importantes, tanto por tiempo como por objetivos, no es pertinentes incluir todos ellos como contenidos en dos cursos cuyo propósito es servir de “laboratorio” para que el futuro docente de matemáticas adquiera y reflexiones sobre sus habilidades de enseñanza, en función de lograr el aprendizaje de los estudiantes de secundaria.

Por el contrario, la mayoría de los aspectos apuntados se refieren a conocimientos que el futuro profesor debe adquirir antes de ahondar las implicaciones prácticas de la didáctica específica de la matemática y realizar su práctica profesional en el aula regular. Por lo que se sugiere incorporar los aspectos didácticos en el curso de Fundamentos de Didáctica, los aspectos curriculares en el curso de Principios de Currículum y los evaluativos en el curso de Principios de Evaluación y Medición Educativa, procurando que el grupo sea exclusivo de la persona docente que imparta cada uno de estos cursos sea especialista en Enseñanza de la Matemática y tenga experiencia en el aula de secundaria, además de los conocimientos didácticos, curriculares y evaluativos correspondientes. Además de lo apuntado en la Tabla 20, los docentes brindaron algunas recomendaciones generales para las actividades de mediación y evaluación de ambos cursos, entre ellas, el realizar observaciones de clase y entrevistas o grupos focales con los profesores, de preferencia, desde el curso de Metodología en Enseñanza de la matemática; desarrollar, en ambos cursos proyectos que impliquen una inmersión sostenida en las prácticas de aula, por ejemplo, iniciar con observaciones a los docentes, planear y ejecutar una micro clase con la realimentación del caso, observar el quehacer docente de otros compañeros en formación, tanto en la misma institución como en otras, entre otros.

4.1.5. Validación de la propuesta

Una vez sistematizados los datos recabados con el grupo focal y los cuestionarios, así como los emanados del análisis de los programas, se diseñó una primera versión de los programas de los cursos, considerando todos sus componentes: descripción, objetivos, contenidos, actividades e instrumentos de evaluación, cronograma y referencias bibliográficas.

Para la validación de dichos programas, se contó con el criterio de (N) personas docentes de la Universidad de Costa Rica que laboran en la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática: dos de ellos de la sede Rodrigo Facio, uno de la sede del Atlántico, que incluye los recintos de Paraíso, Turrialba y Guápiles, y uno de la sede de Occidente.

A dichos docentes se les hizo llegar, vía correo electrónico, un documento con una breve explicación del proceso seguido para la construcción de los programas, las características deseables del perfil del graduado de la carrera, surgidos de la sistematización de resultados de los diversos instrumentos, y el programa propuesto para los dos cursos, con la solicitud de leer el documento, y brindar cualquier comentario, sugerencia u observación que permitiera lograr los objetivos propuestos en el curso, en función de las características del perfil. Una vez recibidos los documentos con las observaciones, estas se analizaron para determinar su pertinencia, y realizar las modificaciones necesarias, culminando con la versión de los programas que se presenta en el capítulo 5.

4.2. Discusión y análisis

Con el fin de no sobrecargar los cursos que se desea actualizar, una alternativa que se considera viable es el centrar el curso de Metodología en Enseñanza de la Matemática, FD0532, en el análisis de los procesos de aprendizajes de los estudiantes de secundaria, y el de Experiencia Docente en reflexionar sobre los procesos de enseñanza y el conocimiento propio del docente de matemáticas en torno a la mediación pedagógica, considerando los conocimientos relativos a los estándares nacionales e internacionales de manera transversal en ambos cursos.

Capítulo 5: Propuesta Curricular

En este capítulo se presentan, en tres secciones, los productos de la investigación desarrollada: primero, algunos elementos orientadores para actualizar el perfil académico profesional del docente de matemáticas. En segundo lugar, se presentan las propuestas de programas de los cursos de Metodología en Enseñanza de las Matemáticas y Experiencia Docente en Matemáticas, sometidas a la validación de los expertos.

Con respecto al perfil académico profesional del docente de matemáticas, se buscó realizar una integración de los componentes del perfil académico profesional genérico de la UCR (conocimiento, habilidades y actitudes y valores) con los dos dominios del conocimiento específico del profesor de matemáticas según el modelo teórico MTSK (Conocimiento de las matemáticas y Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático).

Se mencionan así una serie de conocimientos deseables para el futuro profesor de matemáticas que orienten el diseño de los cursos que se desea intervenir, seleccionadas a partir del perfil actual, los resultados de las encuestas aplicadas a los profesores en formación, y los docentes de secundaria supervisores y facilitadores de grupos para realizar las prácticas profesionales. Si bien, es importante mencionar que no se pretende, en el presente trabajo, la construcción de un perfil detallado ni completo.

Es importante recordar que, para fines del presente trabajo, y en consonancia con el marco teórico que busca caracterizar la especificidad de los saberes del docente de matemática, se plantean solamente aquellos saberes propios del profesor de matemáticas, y no los que son generales a cualquier docente de secundaria, o a cualquier docente, ya definidas en el perfil genérico de las carreras de Enseñanza Secundaria de la UCR. Sin embargo, no por eso estas se consideran menos importantes.

Por otro lado, respecto al curso de Metodología en la Enseñanza de la Matemática, se propone, primero, centrar la reflexión de los contenidos teóricos en torno a los procesos de aprendizaje de los contenidos matemáticos por parte del estudiantado de secundaria, tanto individual (procesos mentales internos) como socialmente (interacciones entre pares). Es decir, se busca mantener la atención en el alumno, con el afán de promover la alfabetización matemática, o el desarrollo de la competencia matemática.

También se propone, siempre enfocándose en el alumno, la exploración de prácticas emergentes, típicas del diseño instruccional centrado en el aprendizaje, como el trabajo de campo, la exploración, la resolución de problemas reales en contextos matemáticos y no matemáticos y la interdisciplinariedad, considerando el conocimiento disciplinar y didáctico de los temas matemáticos de manera transversal.

De esta forma, se sugiere el cambio en el nombre del curso a Didáctica Específica de las Matemáticas, con el fin de enfatizar que se busca ahondar en aspectos didácticos relativos a la planeación, ejecución y evaluación de los aprendizajes, y no en aspectos técnico-administrativos, que se abordaron en cursos anteriores. También se propone organizar el curso bajo la modalidad de seminario, implicando la asistencia obligatoria al curso, además de la socialización de los aspectos teóricos abarcados, una metodología y evaluación que promueven el involucramiento de los docentes en formación en el aula regular desde el inicio del curso, por medio de entrevistas y observaciones a los docentes en ejercicio, recolección de evidencias del trabajo intelectual de los estudiantes, elaboración de materiales y recursos didácticos, y diseño y ejecución de una clase de matemáticas, entre otros, de modo que la asistencia al curso sea obligatoria, aumentando el creditaje del curso, de tres a cuatro créditos, lo que implica un aumento de 9 a 12 horas semanales, en el tiempo que el docente en formación debe dedicar al curso; esto con el fin de contemplar el tiempo necesario para las visitas a la institución educativa asignada

Con respecto la Experiencia Docente en Matemáticas, se propone cambiar su nombre a Experiencia Docente en Enseñanza de las Matemáticas, centrando la reflexión de los temas del curso en el conocimiento para la enseñanza de los contenidos matemáticos; es decir, en los procesos de reflexión y sistematización de la propia práctica por parte de los docentes en formación. Así, el referente teórico lo conforman diversas teorías didácticas de enseñanza para las áreas en que se divide el currículo escolar (numeración y cálculo, espacio y forma, álgebra y variabilidad, estadística y probabilidad), enfocando su análisis hacia las implicaciones prácticas que estas teorías puedan brindar al diseño y ejecución de tareas escolares.

En consonancia, la metodología y evaluación del curso buscan promover la inmersión del profesor en formación en el trabajo que conlleva la docencia, principalmente desde lo didáctico, lo pedagógico y lo curricular, pero también asumiendo las tareas administrativas típicas de un docente en ejercicio; y segundo, la reflexión de las experiencias de diseño y mediación pedagógica, así como

el intercambio de estas experiencias con sus pares y con los docentes en ejercicio (supervisores de práctica docente) y su interpretación a la luz de la teoría.

Por tanto, el docente en formación deberá, entre otras, realizar y ejecutar la planificación semanal de las clases, aspecto que será evaluado por la persona supervisora; llevar un diario de clase de cada intervención realizada al grupo; desarrollar mesas redondas para socializar con sus pares los conocimientos adquiridos en la práctica, y desarrollar, en equipos, un Estudio de Clases, sobre el conocimiento didáctico del contenido matemático adquirido en torno al proceso de enseñanza.

Finalmente, con el fin de flexibilizar el desarrollo de ambos cursos, se sugiere brindarlos en la modalidad de baja virtualidad, trabajando con un entorno en la plataforma institucional de Mediación Virtual en la cual, además del docente, los profesores en formación y la persona asistente, se incluyan, en calidad de profesores colaboradores del curso, a los docentes supervisores de práctica docente.

De esta forma, se priorizan objetivos y contenidos vinculados al Conocimiento Didáctico del profesor en torno a las formas de Aprendizaje de las Matemáticas por parte del estudiante de secundaria (para el caso de Didáctica Específica de las Matemáticas, FD0531), las formas y métodos de Enseñanza de la Matemática (en el caso de Experiencia Docente en Enseñanza de las Matemáticas, FD0541) y sobre los Estándares nacionales e internacionales en Didáctica de la Matemática y Matemática Educativa (transversal a ambos cursos); de modo que ambos cursos se conciben como un contínuum en el cual el docente en formación se adentra paulatinamente en las labores típicas del profesor de matemática de secundaria, socializando esos saberes con sus pares, iniciando este proceso en torno al aprendizaje de los estudiantes de secundaria, y culminándolo con la reflexión en torno a la construcción de su propio Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático.

5.1. Elementos orientadores para el perfil académico profesional del graduado de la Carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática.

Si bien, como se ha reiterado, el propósito de esta investigación no radica en establecer un perfil académico profesional para la persona graduada de Bachillerato y Licenciatura de la UCR, es necesario establecer ciertas características de salida deseables, que orienten la formación que se desea promover.

Estas características están determinadas, por un lado, por los dominios y subdominios brindados por el marco teórico; pero también deben responder a aspectos de índole más práctico, como el

cambiante contexto laboral, que enmarca muchas de las demandas y necesidades formativas evidenciadas en el grupo focal y los cuestionarios.

En esta sección se mencionan, en dos apartados, algunas de las características del mercado laboral que ocasionan necesidades de formación específicas para los docentes de matemáticas, así como un listado de dichas características.

5.1.1. Mercado laboral, prácticas emergentes y necesidades formativas

El mercado laboral de los docentes de matemáticas en el país se ha diversificado en los últimos años, y con este, las demandas formativas que la sociedad les exige. Particularmente, la realidad nacional e internacional, a raíz de la huelga del 2018 y de la pandemia mundial por COVID en el 2020-2021 (Poveda & Manning, 2021), ha generado la necesidad de contar con nuevas habilidades, vinculadas al Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático y a los procesos de enseñanza en entornos asincrónicos no presenciales, pero no limitándose a estos.

Entre estas necesidades, que atañen directa e indirectamente a las instituciones formadoras de docentes, pueden mencionarse (Poveda & Manning, 2021, pp. 62-64):

1. Desarrollo de investigaciones en torno al uso de materiales y recursos didácticos específicos y pertinentes para la enseñanza de las diversas áreas matemáticas del currículo nacional en los diferentes niveles del sistema educativo.
2. Preparación para el trabajo docente desde entornos de incertidumbre en diversos contextos, lo que implica una flexibilidad pedagógica con fundamentación didáctica mayor a la que posee actualmente, contemplando diferentes sistemas y modelos de enseñanza (presencial, bimodal, mixto, a distancia, entre otros).
3. Desarrollo de destrezas y criterios para la priorización curricular; lo cual requiere un conocimiento profundo no sólo del currículo, si no de la matemática misma, sus contenidos, prácticas y estructura, así como de aspectos epistemológicos y didácticos de los temas y áreas específicos; brindar espacios de formación continua para docentes de I y II ciclos, acordes a las situaciones reales del sistema educativo nacional.
4. Profundización en el conocimiento teórico y práctico de metodologías más activas y participativas, que promuevan la competencia matemática general, y el desarrollo de procesos o competencias matemáticas específicas, como la estructura de clase basada en Resolución de Problemas propuesta por el MEP.

5. Implementación de proyectos colaborativos entre docentes de matemáticas de la misma institución o interinstitucionales que permitan potenciar las destrezas del profesorado y el alcance de la instrucción.
6. Fomentar habilidades de autoformación permanente, a partir de la reflexión de su realidad escolar y sus prácticas de aula.

Así, si bien el principal mercado laboral del profesional en Enseñanza de la Matemática sigue siendo las instituciones públicas y privadas de enseñanza secundaria y abierta en modalidad presencial, se amplía a otros ámbitos, como los colegios a distancia, enseñanza virtual o bimodal; así como involucrarse en equipos interdisciplinarios de investigación orientados a la mejora de la enseñanza, la implementación del currículo, la formación continua de docentes de I y II ciclo, entre otros.

5.1.2. Características deseables del docente de matemáticas

Con la idea anterior en mente, seguidamente se resumen las características deseables para el graduado de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica, que se extraen de los resultados del grupo focal, los cuestionarios, y el análisis del perfil de salida y los programas vigentes de los cursos de metodología y experiencia docente. El listado se presenta organizando los conocimientos en tres categorías (conocimiento o contenido, habilidades y valores y actitudes), contemplando la tipología del perfil genérico de la Universidad; y a su vez, estas se dividen en conocimiento matemático y conocimiento didáctico del contenido, atendiendo a los dos subdominios del MTSK que sirven como referente teórico al presente trabajo.

Tabla 20.
Conocimientos deseables del graduado de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, desde la dimensión conceptual.

Conocimiento Disciplinar	Conocimiento Didáctico
Conocimientos matemáticos escolares: Numeración y cálculo. Espacio y forma. Álgebra. Funciones. Estadística y probabilidad. Conocimientos matemáticos superiores: Teoría de números. Geometría sintética y analítica. Álgebra lineal. Cálculo en una y varias variables. Ecuaciones diferenciales. Métodos numéricos. Variable compleja. Topología. Epistemología, historia y fenomenología de los objetos matemáticos.	Teorías didácticas y de enseñanza: De los conjuntos numéricos, los números y la aritmética. De la geometría plana y espacial. Del razonamiento algebraico. De las funciones y el pensamiento variacional. De la estadística y la probabilidad. Conocimiento sobre el aprendizaje: Tipos de pensamiento matemático. Errores y obstáculos en el aprendizaje de temas específicos. Conocimiento de los estándares curriculares sobre el aprendizaje: Secuenciación y profundidad de los contenidos. Nivel de desarrollo conceptual y procedimental esperado.

Fuente: elaboración propia

Tabla 21.
Conocimientos deseables del graduado de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, desde la dimensión procedimental.

Conocimiento Matemático	Conocimiento Didáctico del Contenido
Estructura de la matemática: Realizar conexiones de simplificación. Realizar conexiones de complejización. Realizar conexiones auxiliares e interdisciplinarias. Realizar conexiones transversales. Conocimiento de las prácticas matemáticas: Demostrar. Definir. Ejemplificar. Usar heurísticos.	Enseñanza de la matemática: Usar modelos para el diseño instruccional centrados en el aprendizaje. Usa estrategias, técnicas y tareas para la enseñanza de contenidos específicos. Usar medios y recursos, tanto físicos como digitales, pertinentes para la enseñanza de contenidos específicos. Aprendizaje de la matemática: Considerar las formas de interacción individual y social con los contenidos para el diseño de tareas de aprendizaje y evaluación. Contemplar las concepciones y expectativas de los estudiantes a la hora de diseñar tareas de aprendizaje. Estándares curriculares en matemática: Considerar estándares de procesos matemáticos o competencias específicas en el diseño y ejecución de tareas de aprendizaje, técnicas, e instrumentos de evaluación.

Fuente: elaboración propia.

Tabla 22.
Conocimientos deseables del graduado de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, desde la dimensión actitudinal.

Conocimiento Matemático	Conocimiento Didáctico del Contenido
<p>Temas: Visualiza las áreas de contenido del currículo y los contenidos de los diferentes niveles escolares de forma integradora. Concibe los objetos matemáticos no solamente desde su visión formal y abstracta, si no desde sus concepciones intuitivas, aplicadas, entre otros. Valora la evolución histórica de los objetos matemáticos en aras de dotarlos de sentido.</p> <p>Prácticas: Promueve las prácticas vinculadas al quehacer matemático (definir, ejemplificar y contra ejemplificar, formular hipótesis, demostrar, argumentar, refutar, etc) como herramientas en el proceso de aprendizaje. Aprecia la investigación en matemática pura y aplicada y sus resultados, como fuente de conocimiento que nutra su labor pedagógica.</p> <p>Estructura: Comprende la importancia de manejar diversas áreas de la matemática superior, para lograr una mayor comprensión sobre las áreas de la matemática escolar y los vínculos entre ellas. Reconoce la importancia de establecer relaciones ascendentes, descendentes, horizontales, transversales e interdisciplinarias entre objetos pertenecientes a diferentes áreas de la matemática o niveles educativos.</p>	<p>Enseñanza: Concibe al docente como facilitador de situaciones de reflexión y conflicto cognitivo, más que transmisor de saberes. Valora el uso de diferentes marcos teóricos específicos de didáctica en matemáticas, para la selección de actividades y tareas. Reconoce la importancia de conocer y usar diferentes modelos de clase, según las características del contenido y los estudiantes. Valora la importancia del manejo y selección de diversos materiales y recursos didácticos. Reconoce la importancia de la investigación de aula y su socialización como fuente de mejora de las prácticas profesionales propias y de otros.</p> <p>Aprendizaje: Visualiza el aprendizaje de la matemática como un proceso de construcción conjunta de saberes, donde los estudiantes constituyen comunidades prácticas y discursivas de aprendientes. Concibe el aprendizaje de los contenidos matemáticos como un proceso cíclico, donde la profundización, formalización y abstracción de los contenidos se va logrando de manera gradual y paulatina, a lo largo de los diferentes niveles y ciclos de la escolaridad. Considera la diversidad cultural, de género, estilos y formas de aprendizaje, entre otras, de los estudiantes como un elemento potenciador de los aprendizajes y flexibilizador del currículo.</p> <p>Estándares: Valora los estándares del currículo nacional, y los estándares internacionales en matemática escolar, para orientar la mediación. Comprende que los estándares curriculares de la matemática escolar deben usarse de manera flexible y crítica, considerando los contextos que enmarcan su quehacer docente.</p>

Fuente: elaboración propia.

5.2. Curso: Didáctica Específica de las Matemáticas

Dados las oportunidades de mejora identificadas mediante los datos recopilados, que se desarrollaron en la sección *Programas de los cursos y referentes teóricos*, del *Capítulo 4: Presentación y análisis de resultados*, se realizaron al programa del curso las siguientes modificaciones curriculares:

- a. Se cambió el nombre del curso de “Metodología en Enseñanza de las Matemáticas” por “Didáctica de las Matemáticas”, para enfatizar en los aspectos de planificación de actividades y evaluaciones relativos al aprendizaje y el desarrollo de competencias matemáticas, más que en cuestiones administrativas y técnicas, abordadas en cursos anteriores.
- b. Se cambió el tipo de curso, a un seminario, con el fin de que la asistencia sea obligatoria y se aumentó en un crédito el creditaje total del curso, para reflejar el tiempo que los docentes en formación deben dedicar a realizar visitas de campo y trabajos prácticos.
- c. Se redujo la cantidad de objetivos generales y específicos del curso, enfatizando en promover el conocimiento didáctico del futuro docente en torno a los estándares curriculares nacionales e internacionales sobre alfabetización matemática y las formas en que el estudiante de secundaria aprende e interactúa con las áreas matemáticas del currículo.
- d. Al proponerse como seminario, la mediación se orienta a la reflexión de los temas teóricos estudiados, desde una perspectiva práctica que implique contextualizar tales temas a situaciones de aula concretas, como talleres, elaboración de tareas de aprendizaje, conversatorios con docentes de secundaria expertos sobre temáticas varias, entre otros.
- e. La evaluación se orienta hacia la reflexión de cuestiones didácticas específicas de la matemática de índole práctica, para lo cual los futuros docentes deben visitar periódicamente una institución de educación secundaria y recolectar insumos del trabajo de aula, siendo la teoría didáctica el referente para analizar los datos recopilados, y no un fin en sí mismas. Más específicamente, el proyecto, pensado como una experiencia introductoria al Estudio de Clase, desde el foco del aprendizaje del estudiante, se desarrolla durante todo el ciclo lectivo.

Con estos elementos, se muestra a continuación el programa del curso, generado como producto de la presente Investigación.

5.2.1. Características del curso

<p><i>Nombre:</i> Didáctica específica de las Matemáticas</p> <p><i>Sigla:</i> FD-0531</p> <p><i>Créditos:</i> 4</p> <p><i>Horas de trabajo presencial (por semana):</i> 4</p> <p><i>Horas de trabajo extra-clase (por semana):</i> 8</p> <p><i>Nivel:</i> tercer año</p> <p><i>Tipo de curso:</i> propio</p> <p><i>Modalidad:</i> teórico con horas de práctica/bajo virtual</p>	<p><i>Correquisitos:</i> ninguno</p> <p><i>Requisitos:</i></p> <p>MA-0304 Álgebra y Análisis II</p> <p>MA-0307 Geometría y Álgebra Lineal</p> <p>Principios de Evaluación y Medición Educativa</p> <p>0 Taller de Materiales Didácticos y Medios Audiovisuales</p>
--	--

5.2.2. Descripción

El curso de Didáctica Específica de las Matemáticas, ofrecido bajo la modalidad de seminario, busca generar en los docentes de matemática en formación procesos reflexivos en torno a las prácticas de clase propias y de terceros (docentes en ejercicio y estudiantes), centrando la atención en los procesos de aprendizaje del estudiantado de secundaria y otras modalidades educativas. Para ello, se brindan la oportunidad de iniciar un proceso de inmersión en aulas regulares, que continuará profundizándose en el curso de Experiencia Docente en Enseñanza de la Matemática. También se brindan elementos teóricos emanados de las investigaciones en didáctica de la matemática para respaldar dicha reflexión.

5.2.3. Objetivos

Objetivo general:

Promover en los futuros docentes de matemáticas la adquisición del Conocimiento Didáctico vinculado a los diversos temas de la matemática escolar, a partir de la inmersión en aula reales, que les permitan reflexionar, desde un enfoque práctico, sobre los procesos de aprendizaje y los estándares nacionales e internacionales en torno a la Enseñanza de la Matemática.

Objetivos específicos:

Conocimiento:

1. Profundizar en el conocimiento de los temas matemáticos escolares estudiados en los cursos de matemáticas, desde una perspectiva epistemológica, contemplando aspectos históricos y contextuales.
2. Comprender algunos modelos teóricos emanados de la investigación en didáctica de la matemática que sirvan como marco para el diseño de situaciones de aprendizaje y la investigación del docente en el aula.
3. Conocer algunos aspectos teóricos relativos al desarrollo del pensamiento matemático y formas de aprender matemáticas, desde la perspectiva de las interacciones del estudiante con los objetos, el

trabajo cognitivo individual y las interacciones con sus pares, en relación con las áreas matemáticas del currículo costarricense.

4. Identificar los estándares curriculares internacionales y nacionales para su empleo el diseño de situaciones de aprendizaje y la planificación, ejecución y evaluación de dichas situaciones, para su aplicación en propuestas de lección centradas en el aprendizaje del estudiantado.
5. Transversalmente: Investigación de aula como herramienta para la mejora de los procesos de mediación centrados en el aprendizaje.

Habilidades:

1. Diseñar planes de lección y tareas de aprendizaje, considerando cuestiones epistemológicas, históricas y sociales relativas a la construcción y validación del conocimiento matemático.
2. Ejecutar tareas de aprendizaje basadas en modelos teóricos de instrucción centrados en el aprendizaje y en promover la competencia matemática.
3. Utilizar los conocimientos sobre la forma en que, tanto individual como socialmente se construye el conocimiento matemático, como herramienta para gestionar el diseño, aplicación y evaluación de los aprendizajes.
4. Diseñar técnicas e instrumentos de evaluación diagnóstica, formativa y sumativa, pertinentes a las demandas del currículo, las características psicosociales de los estudiantes y la naturaleza de los contenidos matemáticos.
5. Transversalmente: Desarrollar procesos de investigación de aula como herramienta para la mejora de los procesos de mediación centrados en el aprendizaje.

Actitudes y valores:

1. Reconocer el aporte de la epistemología y la historia de las matemáticas, y la interdisciplinariedad a la construcción de conocimiento matemático y en el diseño de tareas de aprendizaje significativas.
2. Apreciar la utilidad de los modelos de instrucción centrados en el aprendizaje, para el diseño de planes de lección cognitivamente enriquecedores.
3. Reconocer la relevancia de la diversidad de formas de pensamiento y estilos de aprendizaje, así como la presencia de errores y obstáculos asociados a los diferentes contenidos matemáticos, como herramientas detonadoras para las tareas de aprendizaje.
4. Asumir de forma crítica y objetiva, la presencia de estándares curriculares internacionales como elementos orientadores y delimitadores en los Programas de Estudio de Matemáticas en la educación secundaria.

5. Valorar la importancia, para el docente, de la investigación de aula para la comprensión de los procesos de aprendizaje del estudiante de secundaria.

5.2.4. Contenidos

1. Naturaleza de las matemáticas: epistemología, historia y fenomenología, mediante la reflexión de algunos objetos matemáticos presentes en el currículo oficial de la educación secundaria formal y otras modalidades y niveles educativos.
2. Referentes teóricos y metodológicos para el diseño, implementación y validación de tareas de aprendizaje, en matemáticas: Situaciones Didácticas, Clase Japonesa, metodología de Resolución de Problemas, entre otros.
3. Aspectos relativos al aprendizaje de las matemáticas: noción de competencia o alfabetización matemática; algunas competencias y procesos; errores, obstáculos y dificultades típicas de los diferentes temas matemáticos y su uso como herramienta didáctica.
4. Implicaciones de algunos estándares nacionales e internacionales de planificación, mediación y evaluación en el aprendizaje de las matemáticas: NCTM, TIMSS y PISA-OCDE. Directrices de planeamiento y evaluación en matemáticas según los Programas Oficiales del MEP.
5. Contenidos transversales: educación inclusiva, investigación, interculturalidad, habilidades de expresión oral y escrita, interdisciplinariedad.

5.2.5. Metodología

Dada la importancia que se asigna durante el curso, no solamente a la adquisición del conocimiento teórico relativo a la didáctica de las matemáticas, si no, ante todo, al Conocimiento Didáctico del futuro docente desde una perspectiva y contexto prácticos, el curso se plantea en la modalidad de seminario, siendo la asistencia obligatoria.

Las actividades de mediación en las sesiones presenciales implican el desarrollo de talleres en los que, por medio de diferentes técnicas (foros, conversatorios, charlas, mesas redondas, entre otros) se busque una vinculación entre la teoría y la realidad práctica del aula de secundaria.

En consonancia, se desarrollarán, durante todo el curso, actividades que impliquen visitas a centros educativos, donde, en colaboración con docentes de matemática en ejercicio, que facilitarán a cada profesor en formación un grupo a su cargo, se realizarán entrevistas, observaciones de aula, análisis de planeamientos e instrumentos de evaluación, recolección de evidencias del trabajo estudiantil,

y un Estudio de Clase, entre otros insumos, que se compartirán y socializarán durante las clases de seminario.

5.2.6. Evaluación

Componente	Descripción	Modalidad	Valor porcentual
Participación en los talleres y actividades del curso.	Durante las sesiones presenciales del curso, se realizarán actividades de socialización de los aprendizajes adquiridos, con el fin de compartir experiencias y vincular la teoría del curso con la realidad de aula.	Individual	10
Portafolio reflexivo de evidencias de aprendizaje.	Para cada tema estudiado, el estudiante deberá recabar evidencia (producciones de los estudiantes de secundaria, materiales y recursos elaborados por docentes de secundaria, instrumentos y técnicas de evaluación, elaboración de materiales y recursos, entre otros), que se incluirá, junto con una reflexión teórica por parte del estudiante, en un portafolio digital.	Individual	20
informes ejecutivos: observación de prácticas de aula.	Reporte de observación de prácticas de aula en una institución de educación secundaria. Se realizarán dos observaciones (15% cada uno): contenidos 1 y 2 en la primera observación; contenidos 3 y 4 en la segunda.	Grupal	30
Proyecto de Investigación: Estudio de Clase I.	Diseño, implementación y validación de una situación de aprendizaje (micro lección). Consta de tres informes de avance ² : estudio y planificación (5%), ejecución y observación (5%), presentación final de resultados (20%) y una exposición abierta (10%).	Grupal	40
Total			100

5.2.7. Cronograma de actividades

Semana	Contenido	Recursos	Actividades/evaluación
1	Introducción al curso.	Programa del curso.	Aprobación del programa y propuesta evaluativa.
2	Naturaleza de las matemáticas.	Aboites, V., & Aboites, G. (2008).	Taller: filosofía de la matemática. <i>Asignación de instituciones para las observaciones de aula y conformación de grupos de trabajo.</i> <i>Elaboración de evidencia 1 para el portafolio: glosario de concepciones y creencias sobre la matemática y su enseñanza.</i>
3	Naturaleza de las matemáticas.	Anacona, Maribel (2003).	Taller: historia de la matemática. <i>Elaboración de evidencia 2 para el portafolio: uso de la historia de las matemáticas como recurso didáctico.</i>
4	Naturaleza de las matemáticas.	Andonegui, M (2004) Rojas, Y. C., & Graus, M. E. G. (2016).	Taller: interdisciplinariedad. <i>Elaboración de evidencia 3 para el portafolio: diseño de experiencias interdisciplinarias.</i> 1 entrega portafolio mediante foro.
5	Trabajo en avance 1 de Estudio de Clase I (ECI).		Atención grupal. Entrega avance 1 ECI
6	Diseño, implementación y validación de tareas de aprendizaje.	Vidal, R. (2009). Panizza, M. (2003).	Taller: Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) y la clase basada en resolución de problemas. <i>Elaboración de evidencia 4 para el portafolio: planificación de lección según la TSD.</i> Entrega informe ejecutivo 1 sobre naturaleza de las matemáticas: observación de clase³.
7			Taller: Estudio de Clase.

² Para tener derecho a la calificación del proyecto final, el grupo debe haber entregado los primeros dos primeros informe de avance, de lo contrario, el informe final se calificará con un cero.

³ Se sugiere realizar la primera visita al colegio y la observación en semana 3 a 5.

	Diseño, implementación y validación de tareas de aprendizaje.	Godino, J. D., Batanero, C., Contreras, A., Estepa, A., Lacasta, E., & Wilhelmi, M. (2013) Lewis (2016)	<i>Diseño de actividades para la gira.</i> 2 entrega portafolio mediante foro.
8	Gira integradora: oportunidades para contextualizar dentro y fuera del aula.		<i>Elaboración de evidencia 5 para el portafolio.</i>
9	Formas de aprendizaje de los temas matemáticos.	Fehr, H. F. (2011). Alsina, À. (2010).	Taller: competencia y alfabetización matemática. <i>Elaboración de evidencia 6 para el portafolio: diseño de actividades de aprendizaje para promover la competencia matemática.</i>
10	Formas de aprendizaje de los temas matemáticos.	Barrantes, H, & Vega, Araya, J. A. (2010)	Taller: evaluación de competencias matemáticas en secundaria. <i>Elaboración de evidencia 7 para el portafolio: diseño de instrumentos para evaluar competencias matemáticas.</i>
11	Formas de aprendizaje de los temas matemáticos.	Del Puerto, S., Minnaard, C, & Seminara, S. (2006). Graus, M. E. G., & Pérez, J. J. F. (2017).	Taller: errores y obstáculos en el aprendizaje de la matemática. <i>Elaboración de evidencia 8 para el portafolio: uso del error como fuente de aprendizaje de diversos contenidos.</i> 3 entrega portafolio mediante foro.
12	Trabajo en avance 2 de Estudio de Clase I (ECI).		Atención grupal. Entrega avance 2 ECI
13	Estándares nacionales e internacionales en aprendizaje de matemáticas.	Caraballo, R. M., Rico, L., & Lupiáñez, J. L. (2013).	Taller: marco de referencia PISA-OCDE. <i>Elaboración de evidencia 9 para el portafolio: glosario de conceptos, tipos de pensamiento y competencias matemáticas.</i>
14	Estándares nacionales e internacionales en aprendizaje de matemáticas.	National Council of Teachers of Mathematics. (2015).	Taller: principios, estándares y prácticas eficaces centradas en el aprendizaje. <i>Elaboración de evidencia 10 para el portafolio: diseño de tareas de aprendizaje eficaces.</i> Entrega informe ejecutivo 2: formas de aprendizaje y lineamientos curriculares del Programa de Matemáticas. Observación de clase⁴.
15	Estándares nacionales e internacionales en aprendizaje de matemáticas.	Consejo Superior de Educación [CSE] (2017) Ministerio de Educación Pública de Costa Rica [MEP] (2016). Ministerio de Educación Pública [MEP]. (2012)	Taller: lineamientos para la planificación de clase. <i>Elaboración de evidencia 11 para el portafolio: diseño de plan de lección según los lineamientos de MEP.</i> 4 entrega portafolio mediante foro.
16	Trabajo en informe final de Estudio de Clase I.		Atención grupal.
	Semana de evaluaciones finales		Entrega informe final EC I y exposición abierta.

5.2.8. Bibliografía usada en el curso⁵

Aboites, V., & Aboites, G. (2008). Filosofía de la matemática en el nivel medio superior. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 11(1), 9-47.

<https://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v11n1/v11n1a2.pdf>

Alsina, À. (2010). La 'pirámide de la educación matemática': una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. © *Aula de innovación educativa*, 2010, núm. 189, p.12-16. <https://dugi-doc.udg.edu/bitstream/handle/10256/9481/PiramideEducacion.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

⁴ Se sugiere realizar la segunda visita al colegio y la observación en semana 11 a 13.

⁵ Las referencias mencionadas se obtuvieron de revistas académicas, a las cuales se tiene acceso a través de las bases de datos del SIBDI con su usuario de estudiante UCR, y revistas académicas de la universidad.

- Anaconda, Maribel (2003). La historia de las matemáticas en la Educación Matemática. *Revista EMA*, 8(1), pp. 30-46. http://funes.uniandes.edu.co/1516/1/94_Anaconda2003La_RevEMA.pdf
- Andonegui, M (2004). Interdisciplinariedad y educación matemática en las dos primeras etapas de la educación básica. *Educere*, 8(26),301-308. ISSN: 1316-4910. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=35602602>
- Barrantes, H, & Vega, Araya, J. A. (2010). Competencias matemáticas en la enseñanza media. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6922>
- Caraballo, R. M., Rico, L., & Lupiáñez, J. L. (2013). Cambios conceptuales en el marco teórico competencial de PISA: el caso de las matemáticas. *Profesorado, Revista de currículum y formación del profesorado*, 17(2), 225-241. <https://revistaseug.ugr.es/index.php/profesorado/article/view/19565/19051>
- Consejo Superior de Educación [CSE] (2017) Política Educativa: la persona – centro del proceso educativo y sujeto transformador de la sociedad. Disponible en <https://www.mep.go.cr/sites/default/files/page/adjuntos/politicaeducativa.pdf>
- Del Puerto, S., Minnaard, C. L., & Seminará, S. (2006). Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Iberoamericana de educación*, 38. <https://rieoei.org/historico/deloslectores/1285Puerto.pdf>
- Fehr, H. F. (2011). Hacia la alfabetización matemática. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6935/6621>
- Godino, J. D., Batanero, C., Contreras, A., Estepa, A., Lacasta, E., & Wilhelmi, M. (2013). La ingeniería didáctica como investigación basada en el diseño. *Versión ampliada en español de la comunicación presentada en el CERME*, 8. https://www.researchgate.net/profile/Carmen-Batanero/publication/282326030_La_ingenieria_didactica_como_investigacion_basada_en_el_diseño/links/5610d74d08ae0fc513f15a01/La-ingenieria-didactica-como-investigacion-basada-en-el-diseno.pdf
- Graus, M. E. G., & Pérez, J. J. F. (2017). Los errores en el aprendizaje de las matemáticas. Su importancia didáctica. *Didasc@lía: didáctica y educación* ISSN 2224-2643, 8(5), 227-246. <https://revistas.ult.edu.cu/index.php/didascalia/article/view/681/679>
- Lewis, C. (2016). How does lesson study improve mathematics instruction? *ZDM Mathematics Education*, 48, 571-580. doi:[10.1007/s11858-016-0792-x](https://doi.org/10.1007/s11858-016-0792-x)

- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica [MEP] (2016). Fundamentación Pedagógica de la transformación curricular 215. Bajo la visión de Educar para una nueva ciudadanía. Disponible en <https://www.mep.go.cr/sites/default/files/documentos/transf-curricular-v-academico-vf.pdf>
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica [MEP] (2012). Programas de Estudio de Matemáticas. Disponible en <https://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf>
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2014). *Principles to Actions: Executive Summary*. [https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/Principles to Actions/Principles%20to%20Actions%20Executive%20Summary%20\(Spanish\).pdf](https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/Principles_to_Actions/Principles%20to%20Actions%20Executive%20Summary%20(Spanish).pdf)
- National Council of Teachers of Mathematics. (2015). De los principios a la acción: Para garantizar el éxito matemático para todos. México: 3D.
- Panizza, M. (2003). II Conceptos básicos de la Teoría de Situaciones Didácticas. https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/33986206/Matematicas_teorico-with-cover-page-v2.pdf?Expires=1661034283&Signature=Rs7Pwpibj7GRRyPbpCmoQfl3KMx3U6lIDGzjr-JiZj0MLazgy8WILm-wAMsJtgyGDrSRo~pWL85gx2fnbfN1wpTLS~Nuj-Z85tFliGoPZkO~VKuvSDyKwEDc-QI44GudrccSF6K7AdWLB6olkmjMMyy0EV59bMZekg4Z9z4K7-BqO3ECtKT1JFcExRXSXHXq46cgMIUINWkQPAqgwVIAmd2pDbBlu5n93RMNh4B-9TQuO07fC1xW7g7PQrsKQgN~y-36wn~mbump9JB0-eeOgYEJQVJ5nLKsT9514azSQ8zeZorFbrWeZdj1m2w~pHAFogmP0gATHJI1e8VEalysA_&Key-Pair-Id=APKAJLOHF5GGSLRBV4ZA
- Rojas, Y. C., & Graus, M. E. G. (2016). Relaciones interdisciplinarias de las ciencias a partir de la matemática en la Educación Preuniversitaria. *Didasc@lia: Didáctica y Educación*, 7(5), 131-154. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6667086>
- Vidal, R. (2009). La Didáctica de las Matemáticas y la Teoría de Situaciones. https://repositorio.uahurtado.cl/bitstream/handle/11242/6553/pagina3_archivo+adjunto_cuaderno_1_1.pdf?sequence=1

5.3. Curso: Experiencia Docente en Enseñanza de las Matemáticas

Considerando los principales hallazgos de la investigación, se describen a continuación los principales cambios curriculares propuestos para el curso de Experiencia Docente en Matemática-FD0541:

- a. Con el fin de evitar la repetición de contenidos, y clarificando que el objeto del curso es el análisis de aspectos de la Didáctica de la Matemática de índole práctico, vinculados a la enseñanza y aplicables en las aulas de secundaria, se modifican los objetivos generales, manteniendo un único objetivo general que explicita la intención de reflexionar sobre cuestiones relativas a los procesos de mediación y la sistematización de experiencias del profesor en torno a ellas, en contraposición al curso anterior, en donde la reflexión se centra en los aprendientes.
- b. En la misma línea, se modifica el nombre del curso a Experiencia Docente en Enseñanza de la Matemática.
- c. Se aumenta el creditaje del curso de 6 a 7 créditos, para contemplar explícitamente dentro de las horas presenciales que deben dedicarse al curso, no solamente las 4 horas del seminario, si no también las 3 horas semanales (aproximadamente) que el docente practicante debe cumplir en la institución de secundaria al asumir la docencia del grupo durante todo el ciclo lectivo. En la distribución de horas actuales, aunque obligatorias, estas horas no se contemplan como parte de la jornada del curso.
- d. Se eliminan contenidos de índole administrativo que se han estudiado en cursos anteriores, particularmente, lineamientos de planeamiento didáctico, de elaboración de instrumentos de evaluación, y atención a la diversidad; si bien, sus implicaciones didácticas para el caso particular de las Matemáticas se trabajan de manera transversal en las diferentes actividades del curso.
- e. Las actividades de evaluación propuestas se modificaron, eliminando o sustituyendo aquellas de índole teórico, por otras que permitan una reflexión en torno al Conocimiento Pedagógico del docente en formación a partir las vivencias de su práctica docente. Así, el proyecto de Estudio de Clase se desarrolla a lo largo de todo el curso, esta vez, enfocado en los saberes adquiridos por el docente en formación, y no en el aprendizaje estudiantil, si bien, este se da, presumiblemente, como consecuencia del primero.

5.3.1. Características del curso

<p>Nombre: Experiencia Docente en Enseñanza de las Matemáticas</p> <p><i>Sigla: FD-0541</i></p> <p><i>Créditos: 7</i></p> <p><i>Horas (semanales):21</i></p> <p><i>Horas de trabajo presencial: 7, de las cuales: 4 de asistencia al seminario. 3 de docencia en secundaria (a convenir)</i></p> <p><i>Horas de trabajo extra-clase: 14</i></p> <p><i>Nivel: tercer año</i></p> <p><i>Tipo de curso: propio</i></p> <p><i>Modalidad: teórico-práctico / bajo virtual</i></p>	<p><i>Correquisitos: ninguno</i></p> <p><i>Requisitos: FD-0531 Didáctica Específica de la matemática.</i></p>
---	---

5.3.2. Descripción

El curso de Experiencia Docente en la Enseñanza de las Matemáticas, ofrecido en la modalidad de seminario, busca brindar a los docentes de matemáticas en formación espacios de experimentación en aulas reales, desde los cuales promover procesos reflexivos en torno a las prácticas pedagógicas, centrando la atención en los procesos de enseñanza (diseño, ejecución y evaluación de procesos instructivos). Para ello, se brindan la oportunidad de ahondar en el proceso de inmersión en aulas regulares, que se inició en el curso de Didáctica y Metodología en el Aprendizaje de las Matemáticas, asumiendo de lleno la gestión pedagógica y administrativa propias de un docente a cargo de un grupo de secundaria de educación formal, u otras modalidades educativas. También se brindan elementos teóricos emanados de las investigaciones en didáctica de la matemática para respaldar dicha reflexión.

5.3.3. Objetivos

Objetivo General:

Promover en los futuros docentes de matemáticas la adquisición del Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático, a partir de experiencias de inmersión en contextos de aula reales, que les permitan asumir las tareas típicas de un docente en ejercicio y reflexionar, desde un enfoque práctico, centrado en la reflexión de los procesos de mediación pedagógica y los estándares nacionales e internacionales en torno a la Enseñanza de la Matemática.

Objetivos específicos:**Conocimiento:**

1. Caracterizar, a partir de modelos teóricos y experiencias prácticas, el saber profesional del docente de matemáticas como un Conocimiento Específico vinculado a la especialidad de su disciplina y campo de acción.
2. Conocer las implicaciones de algunos resultados teóricos provenientes de las didácticas específicas de las áreas matemáticas del currículo escolar en el diseño, ejecución y evaluación de procesos de instrucción en diversos niveles de la educación formal y otras modalidades educativas.
3. Conocer algunas herramientas metodológicas para la reflexión y socialización sobre el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático, específicamente el conocimiento sobre la enseñanza del profesor de matemáticas en formación.

Habilidades:

1. Diseñar procesos de instrucción pertinentes, fundamentados en el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático, específicamente, en el Conocimiento sobre la Enseñanza de las distintas áreas Matemáticas en que se organizan los currículos escolares.
2. Ejecutar de manera oportuna y eficaz procesos de instrucción y evaluación pertinentes, fundamentados en el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático, específicamente, en el Conocimiento sobre la Enseñanza de las distintas áreas Matemáticas en que se organizan los currículos escolares.
3. Desarrollar espacios de reflexión sobre su propia práctica pedagógica, que les permitan integrar los conocimientos teóricos sobre la enseñanza de las diferentes áreas del currículo escolar con sus experiencias cotidianas de aula, involucrando a docentes en diferentes etapas formativas (docentes en formación, docentes en ejercicio, docentes universitarios, asesores regionales, entre otros)

Valores y actitudes:

1. Reconocer la relevancia de los modelos teóricos que caracterizan y sistematizan los saberes profesionales del docente de matemáticas, como herramienta para fundamentar y reflexionar sobre sus prácticas pedagógicas.
2. Asumir una actitud reflexiva, crítica, y de mejora continua, en relación con el Conocimiento Didáctico del futuro profesor de matemáticas en torno a los diversos contenidos de las matemáticas

escolares, especialmente en torno a su conocimiento sobre la enseñanza de las diferentes áreas del currículo, así como de otros niveles y modalidades educativas.

3. Valorar la importancia de socializar, con miembros de la comunidad de docentes de matemáticas, su Conocimiento Pedagógico sobre la enseñanza de las diferentes áreas del currículo escolar, así como de otros niveles y modalidades educativas.

5.3.4. Contenidos

1. ¿Qué debe saber un docente de Matemáticas? El conocimiento del profesor de matemáticas como conocimiento específico.
2. Herramientas formativas y de reflexión sobre la práctica profesional.
3. Conocimiento para la enseñanza del área de numeración y cálculo.
4. Conocimiento para la enseñanza del área de espacio y forma.
5. Conocimiento para la enseñanza del área de álgebra.
6. Conocimiento para la enseñanza del área de funciones.
7. Conocimiento para la enseñanza del área de estadística y probabilidad.
8. Contenidos transversales: educación inclusiva, investigación, interculturalidad, habilidades de expresión oral y escrita, interdisciplinariedad.

Metodología

En vista del enfoque centrado en las prácticas de enseñanza, y en el interés en la adquisición del Conocimiento Didáctico sobre las formas de Enseñanza de Contenidos Matemáticos vinculadas a tales prácticas, las actividades de mediación y evaluación del curso están pensadas para constituirse en un elemento integrador de las experiencias de gestión de aula con algunos elementos teóricos de la investigación en Didáctica de la Matemática.

De este modo, el curso está dividido en dos grandes componentes: la práctica docente supervisada y el seminario. El primero constituye el laboratorio donde los docentes en formación se enfrentarán, asumiendo la gestión y administración de un grupo de secundaria formal u otras modalidades educativas, a las tareas típicas de un profesor en ejercicio, generando experiencias para reflexionar, individual y colectivamente, sobre su labor. Por su lado, el seminario brindará el insumo teórico para orientar, respaldar y justificar las decisiones pedagógicas tomadas en la práctica.

Las actividades de la práctica supervisada incluyen planificación semanal de actividades y el diseño de recursos para la instrucción, la ejecución de dichos planes, y su supervisión y evaluación, tanto

formativa como sumativamente, por parte de los docentes en ejercicio responsables de los grupos asignados; así como una autoevaluación por parte del profesor en formación.

Las actividades del seminario incluyen experiencias de socialización sobre las prácticas de los docentes en formación en el aula, a la luz de las teorías estudiadas, mediante actividades como foros, conversatorios, mesas redondas, charlas, entre otras; así como la elaboración de una bitácora virtual y un proyecto de investigación estructurado según la metodología japonesa del Estudio de Clases.

5.3.5. Evaluación

Aspecto		Descripción	Modalidad	Valor porcentual
Práctica Docente Supervisada	Calificación de planes de lección	Semanal.	Individual	20%
	Calificación de intervenciones pedagógicas	Diario, al menos 14 sesiones distintas a lo largo del semestre.	Individual	25%
	Autoevaluación de ejecución de lección	Diario, una autoevaluación por cada intervención pedagógica.	Individual	5%
Seminario de Práctica Docente	Asistencia y participación	Asistencia y participación en las actividades desarrolladas (sincrónica o asincrónica) en el Seminario.	Individual	10%
	Bitácora virtual	Diario de clase donde se consigna información importante antes y después de cada sesión de clase (sea o no evaluada).	Individual	10%
	Proyecto de investigación	Estudio de Clase II (3 entregas: 5%, 5%, 15% y exposición 5%)	Grupal	30%

5.3.6. Cronograma de actividades

Semana	Contenido	Recursos	Actividades
1	Bienvenida y presentación.	Programa del curso. Reglamento experiencia docente.	Introducción al curso. Aprobación de la propuesta evaluativa.
2	El profesor de matemáticas y su conocimiento especializado desde el modelo MTSK.	Montes et al. (2019) Flores-Medrano et al (2013).	Taller a cargo del docente.
3	¿Qué debe saber un docente de Matemáticas?	Calvo <i>et al.</i> (2016, Caps 1 y 7)	Taller a cargo del docente.
	Estudio de clase como herramienta de formación inicial y continua del profesorado.	Cerbin y Kopp. (2006) Anfara, Lenski y Caskey (2009). Lewis, Perry y Hurd (2009), Olfos, Estrella y Morales (2015).	
4	Numeración y cálculo	Calvo <i>et al.</i> (2016, Cap 2).	Taller a cargo del docente.
5	Numeración y cálculo	Calvo <i>et al.</i> (2016, Cap 2).	Socialización de experiencias de Práctica Docente.

			<i>I corte para enviar al asistente las calificaciones de práctica docente supervisada.</i>
6	Trabajo en 1 Informe del Estudio de Clase II.		Atención por grupos. <i>Entrega I avance EC II.</i>
7	Espacio y forma	Calvo <i>et al.</i> (2016, Cap 3).	Taller a cargo del docente.
8	Espacio y forma	Calvo <i>et al.</i> (2016, Cap 3).	Socialización de experiencias de Práctica Docente.
9	Álgebra	Calvo <i>et al.</i> (2016, Cap 4).	Taller a cargo del docente.
10	Álgebra	Calvo <i>et al.</i> (2016, Cap 4).	Socialización de experiencias de Práctica Docente. <i>II corte para enviar al asistente las calificaciones de práctica docente supervisada.</i>
11	Trabajo en 2 Informe del Estudio de Clase II.		Atención por grupos. <i>Entrega I avance EC II.</i>
12	Funciones	Calvo <i>et al.</i> (2016, Cap 5).	Taller a cargo del docente.
13	Funciones	Calvo <i>et al.</i> (2016, Cap 5).	Socialización de experiencias de Práctica Docente.
14	Estadística y Probabilidad	Calvo <i>et al.</i> (2016, Cap 6).	Taller a cargo del docente. <i>III corte para enviar al asistente las calificaciones de práctica docente supervisada.</i>
15	Estadística y Probabilidad	Calvo <i>et al.</i> (2016, Cap 6).	Socialización de experiencias de Práctica Docente. <i>Cierra entrega de bitácoras</i>
16	Trabajo en Informe Final del Estudio de Clase II.		Atención por grupos.
	Semana de evaluación. Trabajo en Informe final de Estudio de Clase II		<i>Entrega del Informe final del EC II y exposición virtual abierta.</i>

5.3.7. Bibliografía sugerida

- Anfara Jr, V. A., Lenski, S. J., & Caskey, M. M. (2009). Using the lesson study approach to plan for student learning. *Middle School Journal*, 40(3), 50-57.
<https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00940771.2009.11495587?journalCode=umsj20>
- Calvo, C., Deulofeu, J., Jareño, J. y Morera, L. (2016). Aprender a enseñar matemáticas en la educación secundaria obligatoria. Madrid: Editorial Síntesis.
<https://bibliotecadigital.mineduc.cl/handle/20.500.12365/17768>
- Cerbin, W., & Kopp, B. (2006). Lesson study as a model for building pedagogical knowledge and improving teaching. *International journal of teaching and learning in higher education*, 18(3), 250-257.
<https://eric.ed.gov/?id=EJ1068058>
- Flores-Medrano, E., Escudero-Avila, D. I., & Aguilar, Á. (2013). Oportunidades que brindan algunos escenarios para mostrar evidencias del MTSK.
<http://funes.uniandes.edu.co/12043/1/Flores2014Oportunidades.pdf>
- Godino, J. (2010). Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina tecnocientífica. Universidad de Granada, España.
https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/31875351/perspectiva_ddm-with-cover-page-v2.pdf?Expires=1661118954&Signature=VHtSAm0XwMQNnBh-hPHkC~6PVhiiVJSFhYah-SPOpRhWbrlLGisQjeNitsiVZxJ~uVRyKiVU8v~MyfwjndV3Jv~sgwclKyZ3mhrcTSvGUgQ3IGlr~6Vdlv6VN6Nsrn3Qrzmnog6fJkp2hjGldGnNExsdQh8wMIXRuR8noMxCbuuE7pd1kCmCTXvdrzSEO1wOr1ogAb7D34LncIWafUYK6boZCHvKQxntNV9UvnrspSus-ly0Hd6OIJPtOIPoy4SKNnFist8siK2JUCFVX-

Jtz9VTscFxlVoo~mHZG8Esn3yz3bZEq5UWMd9CAInAtTgnCHp0q3v4BCguEw3EvkQ6g__&Key-Pair-Id=APKAJLOHF5GGSLRBV4ZA

- Lewis, C., Perry, R., & Hurd, J. (2009). Improving mathematics instruction through lesson study: a theoretical model and North American case. *Journal of Math Teacher Education*, 12, 285-304. doi:DOI 10.1007/s10857-009-9102-7
- Olfos, R., Estrella, S., & Morales, S. (2015). Estudio de clases para la articulación de conocimientos en formación inicial. <http://funes.uniandes.edu.co/10932/1/Olfos2015Estudio.pdf>
- Montes, M., Carrillo, J., Contreras, L. C., Liñán-García, M. D. M., & Barrera-Castarnado, V. J. (2019). Estructurando la formación inicial de profesores de matemáticas: Una propuesta desde el modelo MTSK. <https://www.torrossa.com/en/resources/an/4648573#page=157>
- Robayna, M. y Machin, M. (2003). Conocimiento matemático y enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria. Algunas reflexiones. *Educación Matemática*, edición especial, 151. <http://ftp.gwdg.de/pub/misc/EMIS/journals/BAMV/conten/vol10/socas-machin.pdf>

Capítulo 6: Conclusiones y recomendaciones

En esta sección se resumen las principales conclusiones de la investigación, así como algunas recomendaciones pertinentes, a diversas instancias involucradas en la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica.

6.1. Conclusiones

Las demandas de la sociedad hacia los profesores, especialmente hacia los docentes de matemáticas, hacen necesario que los futuros profesores tengan un nivel de conocimiento teórico, pero principalmente práctico, más amplio y específico sobre los contenidos de la disciplina que imparten y sobre la didáctica específica vinculada a ella. En particular, la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática debe ampliar, en el proceso de formación inicial de futuros profesores, los espacios para la adquisición, reflexión y socialización de dichos conocimientos.

Sin embargo, dichos conocimientos deben obedecer a un perfil académico profesional claramente definido, que responda, además de las necesidades que históricamente ha demandado la profesión del educador de matemáticas, a las nuevas exigencias sociales, y a los estándares y lineamientos didácticos, pedagógicos y curriculares definidos por referentes internacionales en el área; sin perder por eso la criticidad y el compromiso social con una educación integral que ha caracterizado hasta la fecha a los graduados de la carrera.

Este perfil, si bien se sustenta en un sólido tronco común con todas las otras carreras de Educación Secundaria, que buscan una afianzada formación general en pedagogía, didáctica y currículo enriquecida con el componente que brinda el trabajo inter y transdisciplinar, lo que constituye una de sus mayores fortalezas, debe, por otro lado, trascender los aspectos generales, e incorporar elementos específicos provenientes de la naturaleza de la matemática como disciplina, que permitan formar un profesor de matemáticas más competente al actual contexto social, y con criterio profesional más sólido para planificar, ejecutar y evaluar su práctica educativa.

El primer objetivo de esta investigación ha intentado brindar algunas pautas generales que puedan contribuir, como punto de partida, a un esbozo de los conocimientos que deben contemplarse en la actualización de dicho perfil, integrando a las tres dimensiones del Perfil Académico Profesional genérico de la Universidad de Costa Rica (conceptual, o de conocimiento; procedimental, o de habilidades; y actitudinal, o de valores y actitudes) el conocimiento pedagógico, didáctico, y

curricular común a todos los docentes de secundaria, y a la vez, enriquecerlo con algunos elementos para robustecer la comprensión del conocimiento disciplinar, y el conocimiento didáctico específico del docente de matemáticas, contemplando transversalmente las concepciones y creencias sobre la matemática y su enseñanza que se transmiten durante la formación.

Curricularmente, el mayor aporte de este trabajo consiste en plasmar en los programas de estudio de ambos cursos intervenidos, una integración entre el conocimiento didáctico teórico y su implementación en la práctica de aula; promoviendo una visión curricular más flexible, a la vez que crítica y reflexiva; que invita a los docentes en formación a tomar parte activa en los procesos de diseño de tareas centradas en el aprendizaje estudiantil y no solamente en la instrucción, desde los contextos específicos enmarcados por las aulas de secundaria; así como un mayor intercambio de experiencias con otros docentes en formación y docentes experimentados, que realmente y mejore las prácticas profesionales de todos los involucrados.

En este sentido, es necesario promover la actualización de otros cursos de la carrera, haciendo hincapié en que dicha actualización no debe limitarse a incluir en los diferentes cursos contenidos actualizados y acordes a los resultados en investigación en Didáctica de la Matemática, si no también repensar los objetivos mismos de los cursos, las actividades de mediación y la evaluación, de manera que el rediseño trastoque integralmente el modelo de formación vigente, así, de, las tres dimensiones apuntadas, es la procedimental la que requiere de un mayor fortalecimiento, según los resultados de este trabajo.

Además, esta investigación propone, por un lado, una estructura metodológica valiosa y útil para el análisis y eventual rediseño curricular de otros cursos de las carreras de Enseñanza Secundaria de la UCR; mientras que, por otro lado, constituye una herramienta valiosa para el proceso de reestructuración integral de la Carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, mismo que recién inicia, y también podría brindar insumos para los procesos análogos de las otras carreras de Enseñanza.

En otro sentido, el marco teórico denominado Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas, MTSK, ha demostrado ser útil a este propósito, pues, al presentar una manera de tipificar y organizar los conocimientos disciplinares y didácticos del profesor de matemáticas, además de establecer criterios para su identificación en entornos de aula, se constituye en una herramienta que permite sistematizar la reflexión en torno a estos conocimientos.

Por tanto, se considera que los dominios, subdominios y categorías del MTSK son una herramienta valiosa para orientar la actualización del perfil académico profesional de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática en la UCR, mediante la incorporación de algunos de sus componentes en los programas de los cursos.

Esta investigación ha tomado como base algunos de los componentes del MTSK para la reformulación de los objetivos, contenidos y actividades de mediación y evaluación de dos cursos específicos del plan de estudios: Metodología en Enseñanza de la Matemática y Experiencia Docente en Matemática, con el fin de potenciar el Conocimiento Didáctico del Contenido Matemático (PCK).

Esto se ha logrado promoviendo, en el primer curso, la reflexión sobre los procesos de aprendizaje de los estudiantes de secundaria (es decir, el Conocimiento sobre las Formas de Aprendizaje en Matemáticas vinculados a sus distintas áreas específicas, o KFLM); y en el segundo, el análisis de las propias prácticas de enseñanza enfocadas en los procesos de la persona estudiante (en otras palabras, el Conocimiento sobre la Enseñanza de las Matemáticas, o KMT), mientras que el estudio del Conocimiento de los Estándares Curriculares en Matemática (KMLS), tanto a nivel nacional como internacional, se considera tanto implícita como explícitamente de manera transversal en ambos cursos.

Por otro lado, el Estudio de Clase, nacido en Japón como una metodología de formación inicial y continua del profesorado, a partir de la reflexión y socialización de las prácticas de enseñanza entre pares docentes, se ha utilizado en esta investigación para modelar varias de las actividades de mediación y evaluación en ambos cursos. Esto por cuanto el Estudio de Clase favorece la observación de lecciones en contextos de aula reales, así como el intercambio de experiencias entre docentes en diferentes niveles de formación, partiendo de aquellos que cursan su plan de formación inicial, docentes noveles y profesores experimentados.

Los resultados obtenidos sugieren que a través de la aplicación de la metodología de Estudio de Clase para el estudio de los subdominios vinculados al Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK), los docentes en formación logran profundizar en cuanto a la cantidad y calidad de los conocimientos didácticos adquiridos, especialmente desde la dimensión procedimental, manifestando que se logran adquirir mayores y mejores destrezas para el diseño, mediación y evaluación de tareas de instrucción centradas en el aprendizaje de los estudiantes y en las características propias de los diversos contenidos matemáticos del currículo escolar.

Esta percepción es avalada por los docentes supervisores de la práctica profesional, quienes ven en las experiencias de Estudio de Clase una herramienta valiosa para, a través de la observación cruzada de prácticas de enseñanza, compartir conocimientos, resultando en una realimentación mutua que permite a los profesores en formación inicial aprender de los docentes en ejercicio, a la vez que permite a estos remozar sus prácticas pedagógicas mediante el acercamiento a nuevas teorías didácticas, resultados de investigación, materiales y recursos didácticos, entre otros.

Otro de los resultados relevantes de esta investigación es el hecho de que el uso del Estudio de Clase como metodología de acercamiento a las aulas y del MTSK como marco para la reflexión también permitieron a los futuros docentes enriquecer su comprensión disciplinar, profundizando su conocimiento sobre las matemáticas (MK), especialmente, en aspectos como el desarrollo histórico, y la fenomenología de los diferentes temas matemáticos (KoT); las estructuras matemáticas (KSM) que vinculan horizontal, vertical y transversalmente diferentes contenidos y áreas; y las prácticas matemáticas asociadas a diversas áreas y formas de pensamiento (KPM), así como la utilidad de este conocimiento para el desarrollo del criterio didáctico necesario en la mediación para el aprendizaje. Sobre este particular, se considera necesario iniciar el análisis de estos aspectos desde los primeros cursos de matemáticas, de modo que, posteriormente, al ahondar en cuestiones pedagógicas, el futuro profesor tenga un bagaje más amplio y una concepción más integral de los contenidos disciplinares, para potenciar su reflexión desde el lente didáctico.

En esta línea de ideas, si bien el Conocimiento Matemático (MK) no fue el centro de atención de la presente investigación, los resultados obtenidos sugieren la necesidad de reformular la forma en la que se imparten los cursos de matemática, así como el orden en que se imparten estos en relación con los cursos de didáctica; de modo que el proceso formativo inicie, en el primer año, con una formación matemática más profunda, no necesariamente en términos de cantidad de contenidos; si no de su reflexión desde los subdominios del MTSK: temas, prácticas y estructura, así como sus implicaciones generales para la enseñanza y el aprendizaje a nivel de secundaria; iniciando el estudio de cuestiones didácticas a partir del segundo año del plan de formación.

Finalmente, dadas las coincidencias entre los estudiantes y los docentes, se vuelve necesario mencionar las carencias identificadas en cuestiones relativas a la planificación didáctica, la evaluación de los aprendizajes, y el conocimiento de las políticas curriculares a nivel nacional y el currículo oficial de matemáticas, así como aspectos legales y administrativos vinculados al quehacer del profesor de matemáticas. Si bien, tanto docentes supervisores como estudiantes coinciden en

que estos conocimientos deben estudiarse en los cursos de Metodología y Experiencia Docente, del análisis realizado se infiere la importancia de abordarlos en cursos anteriores, específicamente en Fundamentos de Didáctica, Principios de Currículo y Medición y Evaluación Educativa, debido, principalmente, a que una de las razones de la saturación de los programas de Metodología y Experiencia Docente actualmente vigentes es, precisamente, que se intentan abarcar todos estos contenidos en uno o ambos cursos.

De lo anterior se concluye la necesidad de que los tres cursos del núcleo pedagógico anteriormente mencionados cuenten, como mínimo, con grupos específicos para cada carrera, y que los profesores que impartan dichos cursos sean igualmente seleccionados de modo que, además del conocimiento en didáctica, evaluación y currículo, tengan una formación base en matemáticas y experiencia laboral en instituciones de educación secundaria, para brindar al grupo un énfasis apropiado de los contenidos.

6.2. Recomendaciones

Seguidamente se brindan alguna serie de recomendaciones a instancias vinculadas con la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática en la Universidad de Costa Rica.

6.2.1. Al Departamento de Educación Secundaria de la Facultad de Educación de la Universidad de Costa Rica

- 1) Emplear los dominios, subdominios y categorías del MTSK como uno de los referentes teóricos para la fundamentación de los procesos de actualización del perfil académico profesional del graduado de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática.
- 2) Reestructurar los cursos del plan de estudios de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, de manera que los cursos del núcleo pedagógico se impartan a partir del segundo ciclo, o preferiblemente, del tercer ciclo, de modo que las personas estudiantes de nuevo ingreso tengan una mayor comprensión de los temas matemáticos antes de iniciar su reflexión desde el lente pedagógico.
- 3) Establecer, para los cursos del núcleo pedagógico previos a Metodología en Enseñanza de la Matemática y Experiencia Docente en Matemática (esto es Fundamentos de Didáctica, Principios de Currículum y Principios de Evaluación y Medición Educativa) grupos específicos para estudiantes de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, con docentes cuya carrera base sea Enseñanza de la Matemática y tengan experiencia docente en secundaria, además de la formación didáctica, curricular o en evaluación de los aprendizajes que requiere cada curso.

- 4) Promover, en los cursos mencionados, un acercamiento gradual, pero profundo, a aspectos de la didáctica específica de la disciplina matemática, desde los objetivos y contenidos propios de cada curso y con un enfoque que equilibre la teoría y la práctica, mediante actividades evaluativas y de aprendizaje que promuevan la observación y ejecución de actividades en clases de matemáticas en aulas regulares de diversas modalidades.
- 5) Incorporar en el plan de estudios de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática un curso que contemple aspectos administrativos y legislativos de la profesión del docente de matemáticas, entre los que se incluyan leyes y reglamentos relativos a la docencia y trato con personas menores de edad, atención a la diversidad, apoyos educativos, y protocolos de acción, entre otros.
- 6) Centrar los objetivos, contenidos y actividades de mediación y evaluación del curso de Metodología en Enseñanza de las Matemáticas en aspectos relativos al conocimiento de la persona docente sobre el aprendizaje y evaluación de las formas de razonamiento matemático y competencias vinculadas a las diferentes áreas de la disciplina (pensamiento algebraico, variacional, numérico, espacial, y estocástico), desde un enfoque práctico en el contexto de aula.
- 7) Enfatizar los objetivos, contenidos y actividades de mediación del curso Experiencia Docente en Matemáticas, en aspectos orientados a la reflexión del conocimiento docente para la enseñanza de contenidos matemáticos específicos.
- 8) Promover, desde el Programa de Educación Continua (PEC) de la Facultad de Educación, proyectos de extensión tendientes a la mejora del conocimiento didáctico específico de los docentes de matemáticas en formación y en ejercicio.
- 9) Articular líneas de investigación específicas relativas a la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, específicamente, se propone, concretamente, la formación inicial y continua de los docentes de matemáticas.

6.2.2. A la Departamento de Educación Matemática de la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica

- 1) Profundizar, desde los cursos iniciales de matemática de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática y de forma transversal, el estudio de aspectos históricos, epistemológicos y fenomenológicos de los temas matemáticos estudiados en cada curso, además de los aspectos conceptuales y procedimentales de la matemática formal, que actualmente se abordan con más fuerza.

- 2) Propiciar, en los cursos de matemática de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática y de forma transversal, aspectos relativos a la estructura de la matemática formal, que permitan a las personas estudiantes establecer conexiones sólidas, tanto horizontal como verticalmente, con contenidos de diversas áreas de la matemática formal, de estos con las matemáticas escolares, así como entre la matemática y otras disciplinas científicas.
- 3) Promover, entre los docentes que imparten los cursos de matemáticas de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática una formación continua que incluya, además de los conocimientos disciplinares, una sólida formación en pedagogía, y en didáctica específica de la matemática, así como un mayor acercamiento a la realidad de la educación secundaria nacional.
- 4) Fortalecer el ambiente abierto de diálogo, cooperación e intercambio constructivo de ideas con la Escuela de Formación Docente, y otras instancias universitarias vinculadas a la administración de los cursos de la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, en aras de brindar una actualización pertinente y oportuna al perfil profesional de la persona graduada, y a los cursos que conforman el plan de estudios de la carrera.

6.2.3. A docentes de las Escuelas de Formación Docente y Matemática directores de Trabajos Finales de Graduación (TFGs) e investigadores; estudiantes tesistas de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática o Posgrados vinculados a la Enseñanza de la Matemática.

- 1) Desarrollar proyectos de TFG donde se caracterice, desde el MTSK, el conocimiento matemático o didáctico de docentes en formación y en ejercicio, en torno a las áreas específicas del currículo escolar, vinculándolo con los indicadores de aprendizaje generales contemplados en el Marco Nacional de Cualificaciones para la Educación Secundaria.
- 2) Desarrollar proyectos de TFG donde se indaguen las posibilidades del Estudio de Clase como herramienta de evaluación y formación continua del profesorado en ejercicio, que propicie, entre otros, el aprendizaje entre pares, el establecimiento de comunidades de práctica didáctica a nivel institucional, regional o nacional.

Referencias

- Acosta, J. M. (1990). Panorama de la Investigación Curricular. *Qurrriculum: Revista de Teoría, Investigación y Práctica Educativa*(1), 7-30.
- Alfaro, A. L., Alpízar, M., Morales, Y., Ramírez, M., & Salas, O. (2013). La formación inicial y continua de docentes de matemática en Costa Rica. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*(Año8. Especial Noviembre), 131-179.
- Arias, F., Mora, M., Murillo, S., & Salazar, L. (2011). *Informe de autoevaluación del plan de estudios de la carrera de Bachillerato en Enseñanza de la Matemática de la Matemática de la Universidad de Costa Rica.*
- Badillo, E. (2015). Retos y dilemas de la formación del profesorado de matemáticas que busca desarrollo profesional. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, (págs. 1409-1416).
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special. *Journal of teacher education*, 59(5), 389-407.
- Ball, D. L., Thames, M. H., Bass, H., Sleep, L., Lewis, J., & Phelps, G. (2009). A practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 1, págs. 95-98.
- Barrantes, K., Brenes, M., Castillo, M., Núñez, O., Sánchez, L., & Zúñiga, M. (2016). *Observación directa de ambientes de aprendizaje en centros educativos costarricenses con distinto desempeño.* Programa Estado de la Nación.
- Becerra, H., & Moya, R. (2010). Investigación-acción participativa, crítica y transformadora Un proceso permanente de deconstrucción. *Revista Integra Educativa*, 3(2), 133-156.
- Bernal, C. (2010). *Metodología de la Investigación. Administración, economía, humanidades y ciencias sociales* (3a ed.). (O. F. Palma, Ed.) Colombia: Pearson Educación.
- Blanco, L. (1999). Formación del profesorado en Matemáticas. *Escuela Española no 3*, 433, 1-5.
- Bolívar, A. (2005). Conocimiento didáctico del contenido y didácticas específicas. *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, 9(2), 1-39.

- Bosch, M., & Gascón, J. (2009). Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico a la formación del profesorado de Matemáticas de secundaria. En M. J. González, M. T. González, & J. Murillo, *Investigación en Educación Matemática XIII* (págs. 89-113). Santander: SEIEM.
- Bottani, N. (2006). La más bella del reino: el mundo de la educación en alerta con la llegada de un príncipe encantador. *Revista de educación*, 75-90.
- Caicedo, J., & Calderón, J. (2016). Currículo: en busca de precisiones conceptuales. *Revista Educación y Pensamiento*, 23(23), 56-77.
- Calvo, C., Deulofeu, J., Jareño, J., & Morera, L. (2016). *Aprender a enseñar matemáticas en la educación secundaria obligatoria*. Editorial Síntesis.
- Consejo Universitario de la Universidad de Costa Rica. (marzo de 1974). Estatuto Orgánico de la Universidad de Costa Rica.
- Cordero, F. (2016). La función social del docente de matemáticas: pluralidad, transversalidad y reciprocidad. *XX Jornadas de Educación Matemática*, (págs. 23-35).
- Corrales, O., Durán, O., & Carabaguíaz, J. (1991). *Plan de profesorado y bachillerato en la enseñanza*. Departamento de Educación Secundaria de la Facultad de Educación de la Universidad de Costa Rica.
- Escudero-Ávila, D., Climent, N., & Vasco, D. (2016). Conocimiento de las Características de Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM). En J. Carrillo, L. C. Contreras, & M. Á. Montes (Ed.), *Reflexionando sobre el conocimiento del profesor. Actas de las II jornadas del Seminario de Investigación en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva*. (págs. 42-48). Huelva: CG.SE.
- Escudero-Ávila, D., Contreras, L. C., & Vasco, D. (2016). Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT). *Reflexionando sobre el conocimiento del profesor. Actas de las II jornadas del Seminario de Investigación en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva*. (págs. 35-41). Huelva: CG.SE.
- Escudero-Domínguez, A., & Carrillo, J. (2016). Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas(KMLS). En J. Carrillo, L. C. Contreras, & M. Á. Montes (Ed.), *Reflexionando*

- sobre el conocimiento del profesor. *Actas de las II jornadas del Seminario de Investigación en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva.*, (págs. 49-54). HuelvaCG.SE.
- Flores, E., Escudero, D., & Aguilar, A. (2013). Oportunidades que brindan algunos escenarios para mostrar evidencias del MTSK. *Investigación en Educación Matemática XVII*, 275-283.
- Flores, W. (2018). Innovaciones en la formación del profesorado de matemáticas para contextos multiculturales. *Revista Universitaria del Caribe*, 20(1), 7-22. doi:<http://dx.doi.org/10.5377/ruc.v1i1.6761>.
- Flores-Medrano, E. (2016). Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM). En J. Carrillo, L. C. Contreras, & M. Á. Montes (Ed.), *Reflexionando sobre el conocimiento del profesor. Actas de las II jornadas del Seminario de Investigación en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva.* (págs. 30-34). Huelva: CG.SE.
- Flores-Medrano, E., Montes, M., Carrillo, J., Contreras, L., Muñoz-Catalán, M., & Liñán, M. (abril de 2016). El papel del MTSK como modelo de conocimiento del profesor en las interrelaciones entre los espacios de trabajo matemático. *Bolema: Boletín de educación matemática*, 30(54), 204-221. doi:<http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n54a10>
- Flores-Medrano, E., Sosa, L., & Ribeiro, C. M. (2016). Tránsito desde el MKT al MTSK. *Reflexionando sobre el conocimiento del profesor. Actas de las II Jornadas del Seminario de Investigación en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva*, (págs. 7-11). Huelva.
- Fonseca, J. (2009). Conocimiento pedagógico del contenido en la formación de docentes de matemática. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 4(5), 11-27.
- Francis-Salazar, S. (2012). *El conocimiento pedagógico del contenido como modelo de mediación docente*. San José, Costa Rica. Obtenido de https://issuu.com/ceccsica/docs/volumen_55__final_10-5__3_
- Gómez, B. (2004). La investigación-acción educativa y la construcción del saber pedagógico. *Educación y educadores*(7), 45-56.
- González García, V. (2017). El mandato pedagógico institucional:¿Cuál perfil de ser humano educar? *Revista actualidades investigativas en educación*, 17(3), 745-733. doi:<http://dx.doi.org/10.15517/aie.v17i3.29620>

- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2010). *Metodología de la Investigación* (5a edición ed.). México: Mc Graw Hill.
- Hernández-Suárez, C., Prada-Núñez, R., & Gamboa-Suárez, A. (2017). Conocimiento y uso del lenguaje matemático en la formación inicial de docentes en matemáticas. *ev.investig.desarro.innov*, 7(2), 287-299. doi:10.19053/20278306.v7.n2.2017.6071
- Isoda, M., & Olfos, R. (2009). *El enfoque de resolución de problemas en la enseñanza de la matemática a partir del estudio de clases*. Valparaíso, Chile: Ediciones Universitarias de Valparaíso. Obtenido de <http://math-info.criced.tsukuba.ac.jp/upload/ProblemSolvingIsodaOlfos.pdf>
- Latorre, A. (2004). La investigación-acción. En *Metodología de la Investigación Educativa* (Vol. 4, págs. 370-394). La Muralla.
- Lenski, S. J., & Caskey, M. M. (2009). Using the Lesson Study Approach to Plan for Student Learning. *Middle School Journal*, 40(3), 50-57.
- Lewis, C. (2016). How does lesson study improve mathematics instruction? *ZDM Mathematics Education*, 48, 571-580. doi:10.1007/s11858-016-0792-x
- Lewis, C., Perry, R., & Hurd, J. (2009). Improving mathematics instruction through lesson study: a theoretical model and North American case. *Journal of Math Teacher Education*, 12, 285-304. doi:DOI 10.1007/s10857-009-9102-7
- Liñán, M. M., Contreras, L. C., & Barrera, V. J. (2016). Conocimiento de los Temas (KOT). En J. Carrillo, L. Contreras, & M. Montes (Ed.), *Reflexionando sobre el Conocimiento del profesor. Actas de las II Jornadas del Seminario de Investigación en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva* (págs. 12-20). Huelva: CG.SE.
- Llinares, S. (2009). Competencias docentes del maestro en la docencia en matemáticas y el diseño de programas de formación. *Uno Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 51, 92-101.
- Melgarejo R, J. (2006). La selección y formación del profesorado: clave para comprender el excelente nivel de competencia lectora de los alumnos finlandeses. *Revista de Educación*, 237, 262.

- Mena, J., Mora, M. d., Salas, B., Sánchez, A., Zumnado, M., & Arce, D. (2019). *Investigación de base: Observación de prácticas de aula y evaluación de los estudiantes*. Programa Estado de la Nación.
- Ministerio de Comunicación de Costa Rica. (25 de mayo de 2021). *Costa Rica ya es miembro oficial de la OCDE*. Obtenido de Presidencia de la República: <https://www.presidencia.go.cr/comunicados/2021/05/costa-rica-ya-es-miembro-oficial-de-la-ocde/>
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. (2010). *Primer informe sobre los resultados de la prueba para docentes de Matemática en Educación Secundaria*.
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. (2012). *Programas de estudio en matemáticas*. San José, Costa Rica. Obtenido de <https://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf>
- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. (2015). *Boletín 04-15: Análisis de Conglomerados de los estudiantes constarricenses participantes en las pruebas PISA 2009*.
- MNC-CE-CR. (2021). *Marco Nacional de Cualificaciones para carreras de educación en Costa Rica. Resultados de aprendizaje de la carrera de enseñanza de las matemáticas*. Obtenido de Marco Nacional de Cualificaciones para carreras de educación en Costa Rica: http://www.cualificaciones.cr/mnc-ce/images/documentos/carreras/MNCCE_MATEMATICA.pdf
- Montero, E., Rojas, S., & Zamora, E. (2014). *Costa Rica En Las Pruebas Pisa 2012 (Programa Internacional ara la Evaluación De os Estudiantes)*. Programa stado Nación.
- Montero, E., Rojas, S., Zamora, E., & Rodino, A. M. (2012). *Costa Rica en las pruebas PISA 2009 de Competencia Lectora y Alfabetización Matemática*. Programa Estado Nación.
- Montes, M. A., & Climent, N. (2016). Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM). En J. Carrillo, L. C. Contreras, & M. Á. Montes (Ed.), *Reflexionando sobre el conocimiento del profesor. Actas de las II jornadas del Seminario de Investigación en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Huelva*. (págs. 21-29). Huelva: CG.SE.

- Montes, M., Carrillo, J., Contreras, L. C., Liñán-García, M. M., & Barrera-Castarnado, M. M. (2019). Estructurando la formación inicial de profesores de matemáticas: una propuesta desde el modelo MTSK. En E. Badillo, N. Climent, C. Fernández, & M. T. González (Edits.), *Investigación sobre el profesor de matemáticas: formación, práctica de aula, conocimiento y competencia profesional* (págs. 157-176). Salamanca: Ediciones Universidad de Salamanca.
- Morales, Y., Fonseca, J., & García, M. (2014). En búsqueda que un perfil académico-profesional del personal docente de matemáticas. *UNIÓN. Revista latinoamericana de Educación Matemática*(38), 85-101.
- Muñoz-Catalán, M. C., & Montes, M. A. (2015). La investigación sobre el MTSK en distintas etapas educativas. En J. C. Carrillo Yáñez, *Reflexionando sobre el conocimiento del profesor: Actas de las II jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de la Matemática en la Universidad de Huelva*. (págs. 87-93).
- Muñoz-Catalán, M. C., Contreras, L. C., Carrillo, J., Rojas, N., Montes, M. A., & Climent, N. (2015). Conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): un modelo analítico para el estudio del conocimiento del profesor de matemáticas. *La gaceta de la RSME*, 18(3), 1801-1817.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2015). *De los principios a la acción. Para garantizar el éxito matemático para todos*. México D.F: Editando Libros S.A.
- Ní Shúilleabháin, A. (2014). Lesson Study in a Mathematics Teacher Community: Developing a Problem Solving Approach within Project. *American Educational Research Association 2014 Conference*.
- Ní Shúilleabháin, A. (2015). Developing mathematics teachers' pedagogical content knowledge through iterative cycles of lesson study. *Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 9)*, (págs. 2734-2740). Prague, Czech Republic.
- Nortes Checa, A., & Nortes Martínez-Artero, R. (2011). La función de la didáctica de las Matemáticas en la formación del profesorado. *EDETANIA* 40, 51-66.
- Olfos, R., Estrella, S., & Morales, S. (2015). Estudio de Clases para la articulación de conocimientos en formación inicial. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, (págs. 1196-1202).

- Pinto, J., & González, M. T. (2008). El Conocimiento Didáctico del Contenido en el profesor de matemáticas: ¿una cuestión ignorada? *Educación Matemática*, 20(3), 83-100.
- Poveda, R., & Manning, G. (2021). *Las repercusiones de la huelga del 2018 y la covid-19 en la aplicación de los programas de estudio de matemáticas*. Programa Estado de la Nación.
- Programa Estado Nación. (2008). *Segundo Informe estado de la educación*. San José.
- Programa Estado Nación. (2017). *Sexto informe estado de la educación*. San José: Servicios Gráficos A. C.
- Programa Estado Nación. (2019). *Séptimo informe estado de la educación*. San José: Materlitho.
- Reglamento de Práctica Profesional Docente [Departamento de Educación Secundaria, Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica]. (2022, 20 de julio).
- Rico, L. (1995). Consideraciones sobre el currículo escolar en matemáticas. *EMA*, 1(1), 4-24.
- Rico, L. (1998). Concepto de currículum desde la Educación Matemática. *Revista de Estudios del Currículum*, 1(4), 7-42.
- Rico, L. (2004). Reflexiones sobre la formación inicial del profesor de matemáticas de secundaria. *Profesorado, revista de currículum y formación del profesorado*, 8(1), 1-15.
- Rico, L. (2006). Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. *Revista de Educación*, 275-294.
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en PISA. *pna*, 1(2), 47-66.
- Rico, L. (2012). Aproximación a la investigación en Didáctica de la Matemática. *AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática*(1), 39-63.
- Rodríguez, M. (2010). El perfil del docente de Matemática: visión desde la triada matemática-cotidianidad y pedagogía integral. *Revista electrónica "Actualidades Investigativas en Educación"*, 10(3), 1-19.
- Rojas, N., Flores, P., & Carrilo, J. (abril de 2015). Conocimiento Especializado de un Profesor de Matemáticas de Educación Primaria al Enseñar los Números Racionales. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 29(51143-166). doi:<http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n51a08>

- Ruiz, A., & Barrantes, H. (2014). *desafíos para la formación inicial de docentes ante los programas oficiales de matemáticas del MEP*. Programa Estado Nación.
- Sáenz, C. (2007). La competencia Matemática (en el sentido de PISA) de los futuros maestros. *Enseñanza de las ciencias*, 25(3), 355-366.
- Salgado, A. (2007). Investigación cualitativa: diseños, evaluación del rigor metodológico y retos. *LIBERABIT*, 13(13), 71-78.
- Scheiner, T., Montes, M. A., Godino, J. D., Carrillo, J., & Pino-Fan, L. R. (2019). What makes mathematics teacher knowledge specialized? Offering alternative views. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(1), 153-172.
- Serres V, Y. (Diciembre de 2007). El rol de las prácticas en la formación de docentes ee matemáticas: Tesis para obtener el grado de doctoradocen matemática educativa. México.
- Sosa, J. R. (2003). Paradigmas, enfoques y métodos en la investigación educativa. *Investigación educativa*, 7(12), 23-40.
- Tardif, M. (2014). *Los saberes del docente y su desarrollo profesional*. Madrid: Narcea.
- Universidad de Costa Rica. (22 de 07 de 2020). *Plan de Estudios Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática*. Obtenido de www.ucr.ac.cr
- Varas, M. L., Lacourly, N., López, A., & Giaconi, V. (2013). Evaluación del conocimiento pedagógico. *Enseñanza de las Ciencias*, 131(1), 171-187.
- Vasco-Mora, D., Climent, N., Escudero-Ávila, D., Montes, M., & Ribeiro, M. (abril de 2016). Conocimiento Especializado de un Profesor de Álgebra Lineal y Espacios de Trabajo Matemático. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 30(54), 222-239. doi:<http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v30n54a11>
- Vicerrectoría de Docencia de la Universidad de Costa Rica. (1990). Resolución 4572-90.
- Zeichner, K. (2010). Nuevas epistemologías en formación del profesorado. Repensando las conexiones entre las asignaturas del campus y las experiencias de prácticas en la formación del profesorado en la universidad. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, 24(2), 123-149.

Zúñiga, M., Brenes, M., Núñez, O., Barrantes, K., Zamora, L., Sánchez, L., & Castillo, M. (2017). *Observación directa de ambientes de aprendizaje en centros educativos cotarricenses con distinto desempeño*. San José: Programa Estado Nación.

Anexos

Anexo 1. Cuestionario Diagnóstico: Formación de docentes en la carrera de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la Universidad de Costa Rica (UCR): percepción de estudiantes avanzados de la carrera



También puede acceder al anexo 1 [mediante este enlace](#).

Anexo 2. Guía de preguntas para el grupo focal con docentes de secundaria supervisores de Experiencia Docente en Matemática



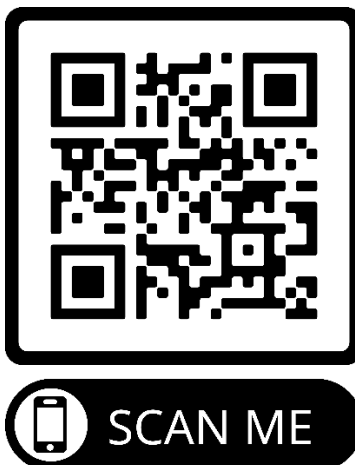
También puede acceder al anexo 2 [mediante este enlace](#).

Anexo 3. Transcripción del grupo focal con docentes de secundaria supervisores de Experiencia Docente en Matemática



También puede acceder al anexo 3 [mediante este enlace](#).

Anexo 4. Cuestionario de percepción sobre los cursos de metodología y experiencia docente en Matemática



También puede acceder al anexo 4 [mediante este enlace](#).