

**Entre la enseñanza presencial
y la virtual: experiencias y
estrategias didácticas para la
construcción de conocimiento**

Proyecto RedIC4-UCR

Javier Trejos Zelaya
Editor



**UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA**



innovACESAL

**Entre la enseñanza presencial y la virtual:
experiencias y estrategias didácticas para
la construcción de conocimiento**

El Proyecto RedIC4-UCR

Javier Trejos Zelaya

Editor



2022

**Entre la enseñanza presencial y la virtual:
experiencias y estrategias didácticas para
la construcción de conocimiento**

El Proyecto RedIC4-UCR

Javier Trejos Zelaya, *Editor*

**SIEDIN – Centro de Investigación en Matemática Pura y Aplicada,
Universidad de Costa Rica**
Código Postal 11501-2060
Ciudad Universitaria Rodrigo Facio
San Pedro de Montes de Oca, Costa Rica

378

T Trejos Zelaya, Javier, 1961-

Entre la enseñanza presencial y la virtual

Zelaya. -ed.- San José, C.R. : SIEDIN

Universidad de Costa Rica

2022.

vii, 165 p.

ISBN 978-9930-9546-3-8

1. PENSAMIENTO COMPLEJO. 2. INNOVACIÓN DOCENTE

I. Entre la enseñanza presencial y la virtual

SIBDI, UCR

Diseño de portada: Eugenia Picado Maykall



SIEDIN, Universidad de Costa Rica

Código Postal 11501-2060
Ciudad Universitaria Rodrigo Facio
San Pedro de Montes de Oca, Costa Rica

Contenido

1 Estudio de casos y juego de roles para la mejora de la capacidad de negociación en el futuro profesional de administración de negocios	
<i>Sonia Cisneros Zumbado</i>	5
2 Aprendiendo historia del arte a través de historietas	
<i>Kenia García Baltodano</i>	19
3 Dinamizar el aula universitaria: una estrategia metodológica para promover el aprendizaje activo	
<i>Ileana Hernández Salazar</i>	35
4 Infografías como medio para sintetizar las teorías del desarrollo psico-social con el estudiantado de la carrera de Nutrición	
<i>Tatiana Martínez Jaikel Ivannia Ureña Retana</i>	45
5 Cambiando la manera de aprender: El aprendizaje basado en indagación en un curso de Fundamentos de Biotecnología Farmacéutica	
<i>Juan José Mora Román</i>	55
6 Implementación de aprendizaje colaborativo utilizando la herramienta tecnológica Kahoot, para el curso de Gestión de la Innovación en el Área de Salud	
<i>Marta E. Porras Navarro</i>	69

7 Experiencias didácticas del curso de Física para Ciencias Médicas durante la pandemia del 2020: Más allá del entorno virtual	
<i>Mariela A. Porras-Chaverri</i>	85
8 Desarrollo del pensamiento geométrico en la formación docente bajo la modalidad virtual y asincrónico	
<i>William Enrique Poveda Fernández</i>	97
9 Aplicación de una estrategia de gamificación en el desarrollo de habilidades blandas en estudiantes de Química	
<i>Javier Quesada Espinoza</i>	113
10 “Andando la ciudad”, el aula invertida para la construcción de aprendizaje colectivo en Geografía	
<i>Daniela Retana Quiros</i>	131
11 Relatos de experiencias vividas como estrategia didáctica para promover el aprendizaje de temas socio-culturales en la clase de inglés	
<i>Sussan Zamora Cortés María José Quesada Chaves Maureen Manley Baeza</i> .	151
Índice Alfabético	167

Desarrollo del pensamiento geométrico en la formación docente bajo la modalidad virtual y asincrónico

William Enrique Poveda Fernández

Escuela de Matemática, Facultad de Ciencias, Universidad de Costa Rica.

E-Mail: william.poveda@ucr.ac.cr

Resumen. Se describe el diseño y las actividades llevadas a cabo en un curso de Geometría Euclidiana I para la carrera Educación Matemática, en modalidad virtual y asincrónica. Se utilizaron recursos tales como una plataforma digital de contenidos, videos, software especializado en matemática y foros para crear un ambiente de resolución de problemas. El uso sistemático de diversas tecnologías digitales, la participación en foros de las personas estudiantes, la retroalimentación ofrecida por sus pares y por el profesor les facilitaron desarrollar actividades y adquirir habilidades relacionadas con la adquisición de competencias matemáticas para su desarrollo profesional como educadores matemáticos.

Palabras clave: formación docente; resolución de problemas; pensamiento geométrico; curso virtual asincrónico; educación universitaria.



8.1 Introducción

La enseñanza y aprendizaje de la geometría presenta un reto dentro del aula de matemática, el profesor debe idear la forma en que los estudiantes den sentido y significado a los objetos geométricos y sus propiedades que no pertenecen a un espacio físico real, sino a uno teórico ([6] Itzcovich, 2005). En este sentido, la agenda de investigación se ha enfocado hacia el estudio de cómo favorecer y potenciar, desde la escuela primaria, el razonamiento geométrico de las personas estudiantes ([7] NCTM, 2000). Es insuficiente que el o la docente proporcione una lista de definiciones de objetos y sus propiedades en el estudio de la geometría, se debe romper la concepción de que hacer matemática significa seguir las reglas que se imponen en la clase y, saber matemática es recordar las reglas correctas para solucionar un ejercicio en el cual el o la docente es la única figura quien determina su veracidad ([13] Schoenfeld, 1985). Lejos de tales creencias, el aula de matemática debe ser vista como un ambiente que permita a los y las estudiantes la

experimentación y la comunicación de sus ideas y que, en conjunto con sus docentes y pares, adquirieran nuevos conocimientos y estrategias para aprender y enfrentarse a problemas ([14] Schoenfeld, 1992)].

En el aprendizaje de la matemática es importante que las personas estudiantes construyan formas de razonar asociadas con el pensamiento geométrico y establezcan relaciones entre diferentes objetos matemáticos. En otras palabras, el o la docente debe fomentar que sus estudiantes sean capaces de reconocer figuras; identificar sus elementos y propiedades; y, establecer relaciones entre los elementos que componen las figuras geométricas ([4] Fouz & Donosti, 2005)].

Países de América están realizando reformas curriculares donde relacionan aprender matemática con resolución de problemas para que los y las estudiantes adquieran hábitos y habilidades relacionados con los procesos de razonar matemáticamente, es decir, identificar patrones o invariantes, formular conjeturas del comportamiento de objetos involucrados en el problema, demostrar y comunicar la solución o soluciones encontradas ([14] Schoenfeld (1992)].

Un ambiente de resolución de problemas se favorece y potencia con el uso de un Sistema de Geometría Dinámica (SGD), por ejemplo GeoGebra, ya que brinda oportunidades para que los y las estudiantes representen dinámicamente un problema, es decir, realicen una figura utilizando la definición o las propiedades de los objetos matemáticos involucrados en el enunciado del problema y en la cual sea posible arrastrar o mover algunos de sus elementos para observar el comportamiento de otros; esto facilita la formulación de conjeturas que pueden ser justificadas inicialmente basados en argumentos visuales o empíricos proporcionados por el SGD y, posteriormente, buscar y construir modelos algebraicos o geométricos ([11] Poveda, 2020)].

Las reflexiones anteriores ponen de manifiesto la necesidad de que en las aulas de matemática, el estudio de la geometría se visualice como un entorno en donde los estudiantes construyen su propio conocimiento en un ambiente de resolución de problemas y uso de un SGD, con la guía de sus profesores. Es así, como surge la necesidad de implementar estas ideas en el curso MA-0008 Geometría Euclidiana I perteneciente al plan de estudios de la carrera Bachillerato y Licenciatura en Educación Matemática, ubicado en el tercer semestre. Esta experiencia se llevó a cabo en el I semestre de 2020, con una población de 23 estudiantes en la Sede Central de la Universidad de Costa Rica (UCR).

Al inicio del semestre, se tenía pensado abarcar 16 semanas de trabajo, 5 horas presenciales, distribuidas de la siguiente forma: 3 horas en un aula tradicional y 2 horas en un laboratorio de computadoras con GeoGebra instalado. La idea original era que en las sesiones de 3 horas se analizaran postulados, conceptos y teoremas geométricos. Luego, en la otra sesión, trabajar en la construcción de formas de razonamiento geométrico tales como la representación de problemas, su exploración dinámica, formulación de conjeturas hacia la solución y la búsqueda de diversas maneras de justificarlas. En un inicio, se esperaba que las personas estudiantes buscaran argumentos asociados al uso de GeoGebra, tales como el arrastre de objetos y la cuantificación de sus atributos (longitudes de segmentos, áreas, perímetros, entre otros), posteriormente, toda conjetura formulada debía ser demostrada utilizando la teoría del curso.

Sin embargo, la pandemia provocó un cambio en la metodología. Las sesiones se tuvieron que realizar de manera virtual y a través de la plataforma virtual institucional de la UCR. Para la creación del curso, con los mismos objetivos descritos en el párrafo anterior, se utilizó el marco de diseño RASE (*Resources, Activities, Support y Evaluation*) de Churchill, Fox, y King (2016) [2]. El diseño incorporó un conjunto de recursos tales como videos, presentaciones, applets creados en GeoGebra, entre otros. Las actividades se basaron en resolución de problemas y uso de tecnologías digitales. El soporte y evaluación se dieron a través de las herramientas “foro” y “tarea” que incorpora la plataforma.

El curso se desarrolló de forma asincrónica, es decir, los y las estudiantes debían desarrollar guías de trabajo y tareas, diseñadas por el profesor, de forma autónoma. La presentación y discusión de las soluciones de los problemas y de las tareas propuestas se realizó a través de foros. Cada semana, en promedio, cada estudiante debía responder cuatro foros que incluían preguntas o problemas relacionadas con el tema de estudio, con el objetivo de que lograran una mejor comprensión de los conceptos y teoremas involucrados. La metodología seguida en el foro fue: (1) el y la estudiante subía su propuesta de solución; (2) el profesor u otros (as) estudiantes proporcionaban retroalimentación de las ideas; y, (3) la persona estudiante atendía las observaciones y, si era el caso, corregía sus razonamientos. Con respecto a las tareas, cada semana se asignaba un conjunto de tres o cuatro problemas y eran revisados siguiendo la misma metodología que en el foro. Los problemas en el foro y las tareas incorporaron el uso de GeoGebra.

En el presente documento describimos la experiencia docente desarrollada en MA-0008. En la segunda sección analizamos los referentes teóricos del diseño del curso, en la sección 3 detallamos algunas de las formas en que los estudiantes se enfrentaron a los problemas, las soluciones encontradas, desde la formulación de la conjetura hasta la demostración formal y la experiencia docente-investigación. Finalmente, en la sección 4, proporcionamos algunas conclusiones y reflexiones del trabajo docente y de los y las estudiantes.

8.2 Fundamentos teóricos para el diseño del curso

Uno de los retos actuales de la educación, y que tomó mucha relevancia con la pandemia es la incorporación de diversas tecnologías digitales en las prácticas de enseñanza y aprendizaje que va desde el uso de una plataforma Learning Management System (LMS) para alojar materiales educativos hasta resolver problemas y discutir sus soluciones de manera sincrónica o asincrónica con los y las estudiantes. Gros (2016) [5] señala que cuando se incorporan tecnologías en la labor educativa, el diseño de las actividades debe alinear la pedagogía y la tecnología en beneficio de las personas estudiantes.

Churchill et al. (2016) [2] argumentan que las tecnologías digitales son una parte importante que debe contemplarse en el diseño de materiales educativos, ya que, es un medio que permite al estudiante consultar y estudiar temas en cualquier momento y a su propio ritmo de aprendizaje. Para ello, proponen un modelo para el diseño de ambientes de aprendizaje llamado RASE, el cual integra Recursos, Actividades, Soporte y Evaluación. En la Figura 8.1 se muestra una representación visual que resume los componentes

RASE. El trabajo de los y las estudiantes comprende un ciclo que inicia con la consulta de recursos, los cuales son utilizados para realizar las actividades, luego, deben comunicar sus ideas o resultados y al obtener retroalimentación, a través del soporte, tienen la oportunidad de corregir y mejorar su proceso de aprendizaje.

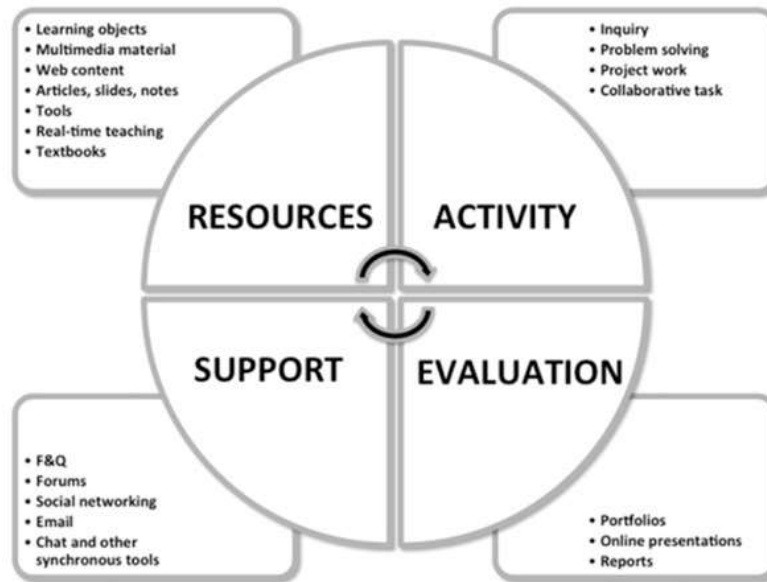


Figura 8.1: Componentes del modelo de diseño RASE. Traducción y adaptación de Churchill, et al. (2016) [2].

8.2.1 Los recursos

Los recursos se definen como los materiales o herramientas digitales que ofrece un ambiente de aprendizaje a sus estudiantes, estos pueden ser documentos PDF, libros, videos, calculadoras, software especializado en algún área, entre otros. Para efectos del diseño del curso MA-0008, los recursos se definieron en dos categorías:

1. *Consulta de información.* Son una fuente de información para que los y las estudiantes consulten los conceptos o relaciones que intervienen durante el desarrollo de las actividades matemáticas ([1] Borba, et al., 2016) y que pueden utilizar actualizar, recordar o refinar su conjunto de conocimientos.
2. *Software especializado.* En el estudio de la geometría, GeoGebra es ampliamente utilizado para involucrar a los alumnos en actividades del quehacer matemático, proporcionando a las personas estudiantes la oportunidad de explorar y comprender conceptos, teoremas o problemas.

8.2.2 Las actividades

El objetivo de las actividades es enfocarse en lo que los y las estudiantes deben hacer para aprender un tema específico, lejos de memorizar y reproducir textualmente en los exámenes ([2] Churchill et al., 2016)]. La idea principal es que los recursos sean un medio para experimentar y alcanzar el aprendizaje, así las actividades de MA-0008 se relacionan con el marco de resolución de problemas y el uso de tecnologías digitales. En [8] NCTM (2008)] se resalta:

La tecnología es una herramienta esencial para el aprendizaje de las matemáticas en el siglo XXI y tanto los profesores como los estudiantes deben tener acceso regular a las tecnologías que apoyan las actividades de dar sentido matemático, razonamiento, resolución de problemas y comunicación (p. 1).

Según las ideas anteriores, el aprendizaje de las matemáticas implica que los profesores deben crear un ambiente en donde los estudiantes se enfrenten a diferentes situaciones que necesitan resolverse mediante la formulación de preguntas y búsqueda de diferentes caminos para responderlas.

Según [13] Schoenfeld (1985)], “el papel del estudiante en la resolución de problemas no es simplemente el producto de lo que ellos conocen, es también una función de percepciones del conocimiento, derivadas de sus experiencias con matemáticas” (p.14). En el ámbito escolar, detrás de un problema, se da un descubrimiento por parte del estudiante, la posibilidad de percibir distintas maneras de llegar a una respuesta correcta. Los problemas diseñados por el docente deben de tener una motivación y el potencial de despertar la curiosidad en los y las estudiantes para lograr resolver el problema. Los problemas son centrales en la práctica matemática para fomentar el proceso de aprendizaje en los estudiantes ([9] Pólya, 1945]).

En las guías de estudio y de trabajo construidas en el curso MA-0008 se incluyeron problemas como un vehículo para que los y las estudiantes analicen los conceptos y propiedades involucrados en su enunciado. El profesor construyó y presentó a los estudiantes algunas representaciones de los problemas en GeoGebra, luego se esperaba que ellos construyeran las propias. La idea fue que el uso de GeoGebra potenciara el proceso de resolución de problemas, es decir, cuando un o una estudiante representa un problema se enfrenta al reto de hacerlo en términos de los objetos matemáticos involucrados y sus propiedades, por ejemplo, para construir un cuadrado en GeoGebra, es posible hacerlo en función de sus lados o diagonales y utilizar conceptos asociados a rectas paralelas, rectas perpendiculares o circunferencias.

El diseño de las actividades del curso se basó en las ideas de [9] Pólya (1945)] y [13] Schoenfeld (1985)] y fueron las siguientes:

1. *Entender la tarea*: identificar información relevante, dar significado a los conceptos matemáticos involucrados en el problema.
2. *Buscar patrones o invariantes*: casos particulares y cuantificación de los atributos (áreas, perímetros, ángulos, longitud de segmentos, etc.).

3. *Formular algunas conjeturas*: el objetivo es que al observar el movimiento de las figuras los estudiantes encuentren patrones o invariantes entre los objetos que las conforman. En esta fase, se espera que la validación de una conjetura se base en argumentos empíricos o visuales proporcionados por GeoGebra.
4. *Validar conjeturas*: toda conjetura formulada debe ser demostrada mediante la presentación construcción de un razonamiento deductivo que involucre conceptos y relaciones matemáticas a través de procedimientos algebraicos o geométricos.

8.2.3 El soporte

Con respecto al soporte, su objetivo es proporcionar ayuda a los y las estudiantes para que resuelvan, inicialmente de manera individual y posteriormente de forma colaborativa, las posibles dificultades que se presenten durante el desarrollo de las actividades, Churchill et al. (2016) [2]. El soporte se puede dar a través de foros o chats, además, se recomienda que cuando un estudiante tenga alguna duda, la trate de resolver con el apoyo de sus pares o el uso de los recursos. La finalidad es que se conviertan en aprendices independientes. En este sentido, el foro de discusión es un medio de comunicación asincrónico en donde los estudiantes tienen la oportunidad de:

1. Formular sus dudas y recibir retroalimentación de otros compañeros o del profesor.
2. Compartir ideas o razonamientos matemáticos y participar en sus discusiones.

De esta manera, cuando una persona estudiante comparte sus ideas, los demás pueden analizarlas y se pueden convertir en un punto de partida para extender las ideas originales ([10] Poveda, Aguilar-Magallón, y Olvera-Martínez, 2018]).

8.2.4 La evaluación

Otro aspecto importante en el diseño del curso MA0008 fue la evaluación, este debe entenderse como el conjunto de evidencias del aprendizaje que cada estudiante proporcionó durante el desarrollo de las actividades. La evaluación del curso tiene los componentes formativo y sumativo. El primero, estuvo presente en todas las actividades que se presentaron a los y las estudiantes con la idea de que ellos realizaran mejoras en su proceso de aprendizaje, en auto reflexionar sobre lo obtenido y tomar decisiones a la hora de resolver problemas. Con respecto a la evaluación sumativa, en la siguiente sección se detalla cómo se llevó a cabo.

Durante la resolución de problemas, [12] Santos-Trigo (2014)] describe tres fases que debe realizar un estudiante de forma consciente durante su proceso de evaluación:

1. Evidenciar si entiende un problema y cuestionarse: ¿Las condiciones del problema son razonables? ¿Es posible estimar una solución?
2. Seleccionar y usar estrategias de solución, presentar un plan y ejecutarlo.

3. Revisar la solución, es decir, comprobar que la respuesta satisface las condiciones del problema, analizar su significado y comprobar los procesos que lo llevaron a esa solución.

A continuación, se describe el curso y se proporciona un ejemplo de una actividad.

8.3 Generalidades del curso y las estrategias implementadas

El curso MA-0008 Geometría Euclidiana I incluye muchos de los temas geométricos abordados durante la educación primaria y secundaria, pero su construcción se realiza desde un punto de vista formal y riguroso. Por lo tanto, el objetivo general es construir la geometría como una teoría axiomática, acompañada de la observación para que los y las alumnos logren una comprensión profunda de los conceptos geométricos y de sus propiedades y los puedan utilizar en la resolución de problemas.

La idea es favorecer el desarrollo y fortalecimiento del razonamiento deductivo y del pensamiento matemático demostrativo. La metodología propuesta aborda construcciones de geometría mediante un SGD, para construir figuras dinámicas, formular conjeturas, comprobarlas o refutarlas y, posteriormente, utilizar argumentos geométricos para demostrarlas.

El curso promueve el desarrollo de competencias profesionales:

Se refiere a la variedad de acercamientos al quehacer profesional del educador matemático. Es el espacio donde se promueve la articulación, apropiación y producción del saber pedagógico y en particular del saber didáctico–matemático. Así desde los primeros ciclos de la carrera, el futuro educador matemático a la par de un experto, debe experimentar por él mismo, en niveles y espacios distintos y de forma controlada, las diversas tareas que realiza un profesional en su disciplina. ([3], Escuela de Matemática de la UCR, 2015, p. 15)]

La innovación docente que realizamos durante el primer semestre 2020, fue desarrollar el curso de manera virtual y en modalidad asincrónica, a diferencia de años anteriores donde la modalidad era 100% presencial y el uso de tecnologías digitales no era explícito. Los y las estudiantes utilizaron la plataforma virtual de la UCR (Mediación Virtual, <https://mediacionvirtual.ucr.ac.cr>) como un medio de interacción con los contenidos del curso, con sus compañeros y con el profesor. Cada lunes y durante 13 semanas, los estudiantes tenían a su disposición un nuevo tema, el cual podían estudiar en un tiempo estimado de 12 horas en el transcurso de la semana.

Según el perfil académico de la carrera Bachillerato y Licenciatura en Educación ([3], Escuela de Matemática de la UCR, 2015)], el curso contribuye a alcanzar y desarrollar las siguientes habilidades en los y las estudiantes:

1. Utilizar los procesos de demostración y resolución de problemas en las áreas de la matemática.

2. Utilizar los procesos de razonamiento inductivo, heurístico y deductivo en todas las áreas de la matemática.
3. Utilizar las formas propias del lenguaje matemático para expresarse de modo preciso y riguroso en los diversos modos de argumentación tanto orales como escritos en todas las áreas de la matemática.
4. Usar las diferentes representaciones de los objetos matemáticos según lo requiera el problema planteado.
5. Resolver problemas matemáticos reconociendo la pertinencia de la tecnología.
6. Mostrar dominio de las habilidades de comunicación verbal y escrita como una herramienta para lograr una mejor gestión de las clases, trabajo con sus colegas, asesorías y procesos de investigación.

Otras competencias transversales planteadas del curso son:

1. *Elaboración de reportes escritos*: redactar un reporte sintético de aspectos históricos de la geometría.
2. *Presentación sintética*: presentar en formato video una síntesis del reporte anterior.
3. *Uso de GeoGebra*: representar y explorar problemas de una manera dinámica.
4. *Uso de Google Forms*: crear formularios para aplicar a profesores y estudiantes de enseñanza secundaria.
5. *Uso de un editor de videos*: crear videos con contenido del curso.
6. *Trabajo colaborativo*: resolución de problemas, elaboración de reportes y presentación de trabajos.
7. *Uso de una plataforma virtual*: Sitio mediación virtual de la UCR
<http://mediacionvirtual.ucr.ac.cr/>

De acuerdo con los objetivos del curso MA-0008 y las habilidades y las competencias transversales que se espera desarrollar y fortalecer en sus estudiantes, en la Figura 8.2 se muestran los componentes RASE utilizados para el diseño e implementación del curso. Los recursos comprendieron videos, textos y applets elaborados en GeoGebra para que los estudiantes los utilizaran durante el desarrollo de las actividades basadas en resolución de problemas y uso de tecnologías digitales. Cuando una persona estudiante presentaba alguna duda, tenía la oportunidad de plantear en el foro la misma y como parte del soporte, sus pares o el profesor le hacían comentarios para aclarar sus ideas; también GeoGebra se convirtió en un medio de soporte, ya que el arrastre y la cuantificación de los atributos de los objetos involucrados en la representación dinámica, fueron ingredientes esenciales para la formulación y argumentación o refutación de conjeturas. Lo anterior, en conjunto con las tareas y problemas resueltos que presentaron los estudiantes, les permitía evaluar su aprendizaje y si fuera el caso, reformular sus soluciones o tomar nuevas decisiones al resolver un problema.

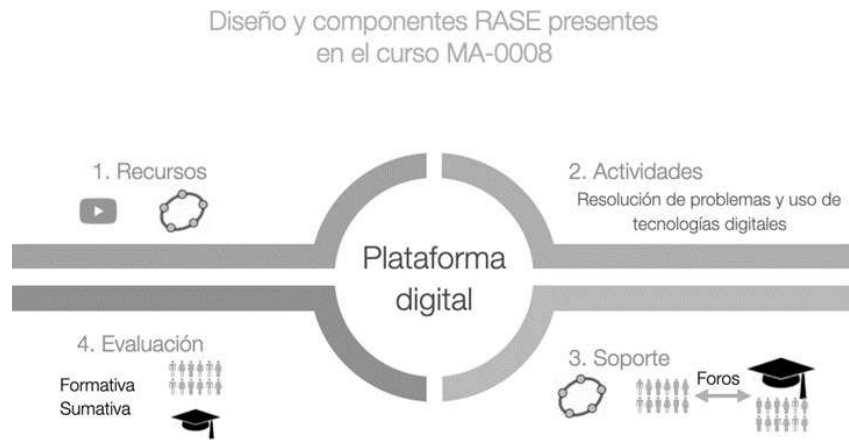


Figura 8.2: Diseño y componentes RASE utilizados en el curso. En las secciones siguientes, detallamos y comentamos aspectos específicos de cada componente RASE como estrategia propuestas para el desarrollo del curso y la manera en que los y las estudiantes interactuaron entre sí, con el profesor y con la plataforma digital.

8.3.1 Los recursos y las actividades

Los contenidos se agrupan en ocho bloques, en la Figura 8.3 se muestra cada tema en la pantalla principal del entorno virtual que se utilizó durante el curso.

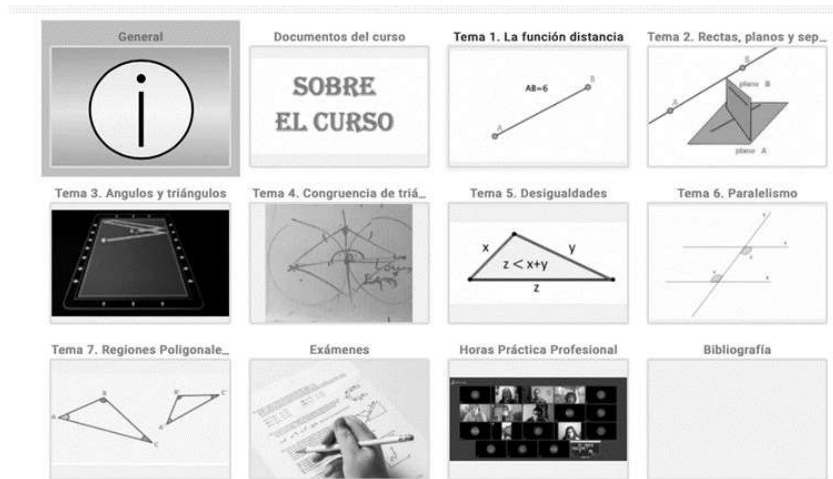


Figura 8.3: Ejemplo de pantalla del sistema de mediación virtual con los temas del curso.

Para el estudio de cada tema, el profesor diseñó una guía de trabajo en la cual los y las estudiantes debían analizar los conceptos y teoremas, además, resolver problemas y construir una demostración de la solución. En la Figura 8.4 se muestra el diseño del

tema Paralelismo en la plataforma digital, se enfatizan los recursos (un libro que presenta los temas mediante texto, video o applets creados con GeoGebra), la manera en que se llevó a cabo el soporte y la evaluación (uso de la herramienta foros y tareas). Como parte de las actividades, los estudiantes debían analizar los conceptos expuestos (ver TEMAS, en la Figura 8.4) y manipular una representación dinámica para contestar algunas preguntas en el foro.

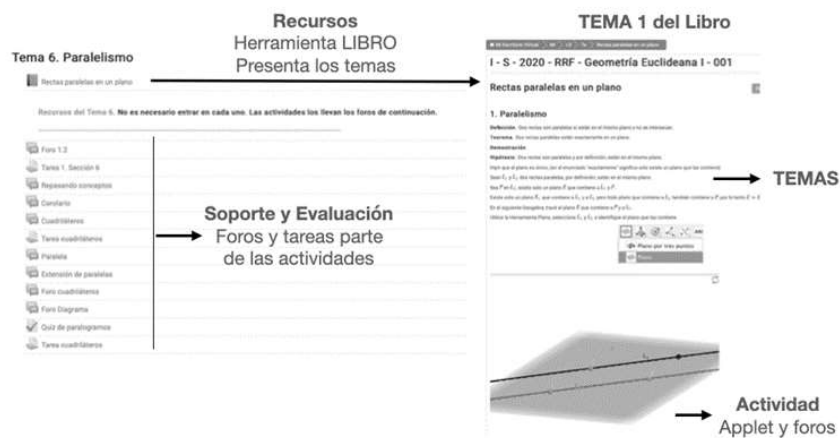


Figura 8.4: Ejemplo del diseño del tema paralelismo.

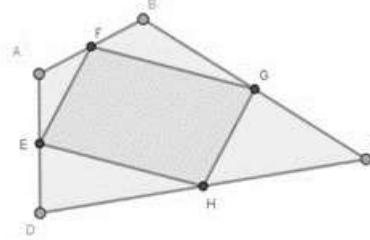
Por ejemplo, en el tema de paralelismo, se solicitó a los y las estudiantes representar dinámicamente en GeoGebra un problema relacionado con cuadriláteros, ellos debían formular conjeturas basados en el arrastre y cuantificación de los atributos de los objetos involucrados y demostrar la conjetura mediante el uso de conceptos y relaciones geométricas estudiadas previamente. En la Figura 8.5 se muestra un ejemplo del trabajo de un estudiante en el foro, en general, la evidencia muestra los procesos de resolución de problemas: representación dinámica del problema, formulación de una conjetura y su demostración. En la Figura 8.6 se muestra la retroalimentación que dio un estudiante en el foro.

De esta manera, según el perfil académico de la carrera, la actividad contribuyó al desarrollo de las habilidades 1, 2 y 2 en los estudiantes. Adicionalmente, la parte final de la actividad consistió en que los estudiantes utilizaran diversas estrategias asociadas a GeoGebra para formular conjeturas relacionadas con las propiedades que debe cumplir el cuadrilátero ABCD para que EFGH sea rombo, rectángulo o cuadrado. El arrastre de objetos y la mediación de segmentos y ángulos fueron elementos importantes para que los alumnos determinaran las conjeturas. En la Figura 8.7 se muestra una captura de pantalla en la cual un estudiante midió los lados y ángulos del cuadrilátero EFGH y llegó a clasificarlo como rombo, trabajando de esta manera las habilidades 4 y 5. Los demás temas se desarrollaron similarmente.

2. Sea $\square ABCD$ un cuadrilátero convexo, F, E, H, G son los puntos medios de sus lados. Conjetura: $\square FEHG$ es un paralelogramo.

Demostración

Sea $\square ABCD$ un cuadrilátero convexo. Sea F el punto medio de \overline{AB} . Sea G el punto medio de \overline{BC} . Sea H el punto medio de \overline{CD} . Sea E el punto medio de \overline{DA} . Considere el segmento \overline{DB} . Considere el triángulo $\triangle ABE$. Dado que E es el punto medio de \overline{DA} y F es el punto medio de \overline{AB} , por teorema "En un triángulo, el segmento formado por los puntos medios de dos segmentos es paralelo al tercer segmento y su medida es la mitad de la medida mismo



tercer segmento" se concluye que $\overline{EF} \parallel \overline{DB}$ y que $EF = \frac{DB}{2}$. Considerando el triángulo $\triangle DBC$ y con un proceso análogo se concluye que $\overline{GH} \parallel \overline{DB}$ y que $GH = \frac{DB}{2}$. Por teorema "En un plano, si dos rectas son paralelas a una tercera recta entonces son paralelas entre sí." se concluye que $\overline{EF} \parallel \overline{GH}$ (considerando las rectas \overleftrightarrow{EF} , \overleftrightarrow{DB} y \overleftrightarrow{GH});

Figura 8.5: Solución del problema de cuadriláteros presentada por un estudiante.



Figura 8.6: Retroalimentación proporcionada al estudiante que presentó la solución del problema de cuadriláteros.

8.3.2 Docencia-investigación y competencias profesionales

El componente de investigación estuvo presente en el curso acorde a la habilidad 6 del perfil académico de la carrera. Los y las estudiantes realizaron dos investigaciones, en la primera realizaron una búsqueda de información en las bases de datos de la biblioteca y en Internet relacionada con elementos históricos de cómo fue desarrollada la geometría y de matemáticos-geómetras griegos. La investigación consistió en varias fases: (1) el profesor creó grupos de dos personas y les asignó un tema específico; (2) cada pareja debió investigar el tema y escribir un reporte escrito; (3) el profesor revisó el reporte e hizo observaciones en aras de mejorarlo; (4) los y las estudiantes atendieron la retroalimentación y complementaron su trabajo; (5) las parejas crearon y compartieron en el foro un

Conjeturas

1. ¿Es posible que $\square EFGH$ sea rombo? si es así, ¿Qué condiciones debe cumplir $\square ABCD$?

Sí, si $\square ABCD$ es rectángulo entonces $\square EFGH$ es rombo.

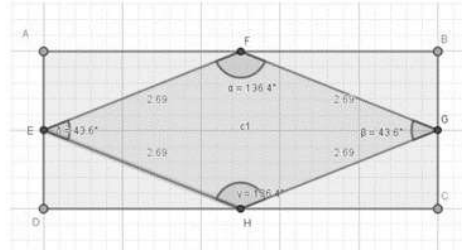


Figura 8.7: Respuesta de un estudiante donde utiliza la medición de lados y ángulos para formular una conjetura relacionada con el cuadrilátero EFGH.

video de máximo siete minutos exponiendo las principales ideas; y, (6) todas las personas estudiantes vieron y analizaron los videos y dieron retroalimentación a sus creadores.

Dada la modalidad asincrónica del curso, la interacción entre los y las estudiantes y el profesor fue a través de un foro en Mediación Virtual. A lo largo de la investigación se incentivó el desarrollo de competencias transversales 1, 2, 5, 6 y 7. Al final de la investigación, el producto fue un video (ver Figura 8.8) al cual todos los y las estudiantes tuvieron acceso y la oportunidad de proporcionar sus puntos de vista (ver Figura 8.9).



Figura 8.8: Capturas de pantalla de los videos creados por los estudiantes.

La segunda investigación que realizaron los estudiantes se relacionó con el desarrollo de competencias profesionales y con la habilidad 6, de acuerdo con el perfil académico de la carrera. El objetivo fue indagar sobre la realidad que viven en el país los docentes que imparten clases de séptimo a duodécimo año escolar y sus estudiantes. Por ejemplo, algunos temas de interés, desde la óptica de un docente de enseñanza media, fueron los siguientes: (1) metodología utilizada para impartir la clase de geometría (aspectos didácticos, matemáticos y percepción respecto a lo que plantea el MEP); (2) tipo de



Figura 8.9: Retroalimentación del video como producto de la investigación.

evaluación utilizada; (3) uso de tecnologías digitales; (4) creencias y dificultades de los y las estudiantes sobre el estudio de la geometría; (5) impartir clases desde el hogar; entre otros.

Dada la modalidad virtual y asincrónica del curso, se definieron grupos de tres personas para realizar el trabajo y se contactaron profesores y estudiantes de zonas rurales de Costa Rica como candidatos a entrevistar. Las fases de la investigación fueron las siguientes:

1. Elaboración de la guía de entrevista a docentes de enseñanza secundaria.
2. Aplicación virtual de la entrevista a un docente de enseñanza secundaria.
3. Elaboración de la guía de entrevista a estudiantes de enseñanza secundaria.
4. Aplicación de la entrevista virtual a estudiantes de enseñanza secundaria.
5. Elaboración de reporte con los elementos teóricos y prácticos del curso.

Para la elaboración de entrevistas, cada trío de estudiantes construyó un instrumento y lo compartió en el foro de tal manera que todos tenían la posibilidad de observar el trabajo de los demás. Cada propuesta fue la base para que, en forma colaborativa, los y las estudiantes construyeran una sola entrevista. Posteriormente, cada trío creó un formulario Google para realizar las entrevistas a 3 profesores y a 5 estudiantes. Una vez aplicadas las dos entrevistas, cada grupo tabuló los datos en Excel, escribió un reporte de los resultados, estableciendo conexiones con los temas del curso y subió los archivos a la plataforma para su revisión; luego, complementaron sus informes atendiendo las observaciones y la retroalimentación del profesor. En la Figura 8.10 se muestra una captura de pantalla de los archivos entregados por un grupo de estudiantes y parte de la retroalimentación dada por el profesor.

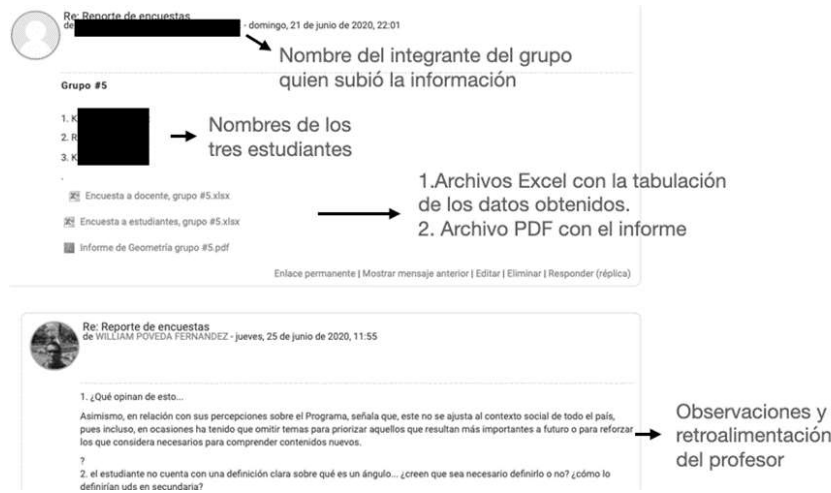


Figura 8.10: Ejemplo de los archivos por un grupo de trabajo y la retroalimentación dada.

8.3.3 Evaluación de los aprendizajes

Las principales competencias o habilidades para medir la adquisición del conocimiento en el curso MA- 0008 fueron:

1. Capacidad para aprender a distancia y de manera autónoma.
2. Capacidad de organización para el desarrollo de las actividades propuestas.
3. Capacidad de encontrar la fuente apropiada de los datos.
4. Capacidad de describir los datos que se tienen a disposición.
5. Capacidad de elaborar una síntesis oral y escrita del trabajo desarrollado.
6. Capacidad de hacer una lectura crítica de la materia y las soluciones de los compañeros.

La nota de aprovechamiento (NA), de acuerdo con la modalidad virtual y a los lineamientos de la Vicerrectoría de Educación, en el I Ciclo 2020, las ponderaciones fueron las siguientes:

1. Participación en foros: 25%. Cada semana, los estudiantes debían contestar una serie de preguntas en los foros, leer la retroalimentación dada por el profesor u otros compañeros y corregir si fuese el caso.
2. Tareas: 40. Cada semana se dejó una tarea con un promedio de 4 o 5 preguntas. Los estudiantes debían subir la solución a la plataforma digital y atender la retroalimentación dada por el profesor.

3. Dos exámenes parciales: 35%. Los estudiantes contaron con dos días para resolver las preguntas de cada examen y, posteriormente, defenderlo en una reunión virtual con el profesor. El documento escrito tuvo un valor de 80% del total del examen y el resto correspondió a la defensa.

De los 23 estudiantes de MA-0008, uno de ellos se retiró a la tercera semana de iniciar el curso y 18 aprobaron el curso.

Una de las ventajas de este tipo de evaluación es que los y las estudiantes trabajaron continuamente en sus tiempos y a su propio ritmo, es decir, tuvieron el tiempo suficiente para analizar los temas y para resolver los problemas en los foros o tareas. Además, un factor importante, fue la retroalimentación que se les dio a lo largo del curso, en su proceso de aprendizaje, esto motivó a los y las estudiantes a mantenerse activos en el curso lo que les permitió mejorar su aprendizaje; en general, mostraron una evolución en las formas de expresarse, escrita y oralmente, y evidenciando la comprensión y uso de conceptos y teoremas fundamentales al momento de resolver problemas geométricos.

8.4 Conclusiones y trabajos futuros

Las estrategias implementadas en el curso, el uso del modelo de diseño RASE, la creación de un ambiente de resolución de problemas y el uso coordinado y sistemático de diversas tecnologías digitales contribuyen a desarrollar habilidades y destrezas en los y las estudiantes relacionadas con su desarrollo profesional. Las formas de evaluar a través del foro de discusión permitieron a las personas estudiantes razonar y resolver problemas con tecnologías digitales, donde se evidencia la comprensión y uso de diversos conceptos y relaciones matemáticas en contraparte con la acumulación de contenidos desarticulados. En un ambiente virtual, el diseño del curso es fundamental para que los y las estudiantes aprendan y valoren la disciplina como protagonistas de su aprendizaje y de su quehacer profesional. Es importante resaltar que se utilizó la plataforma Moodle para el diseño e implementación del curso, sin embargo, consideramos que es una herramienta que puede ser sustituida por Google Classroom, GeoGebra Classroom, Teams de Microsoft, u otras que, en conjunto con tecnologías de la comunicación pueden cumplir el mismo papel que Moodle.

Agradecimiento

A la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica.

Referencias

1. Borba, M., Askar, P., Engelbrecht, J., Gadanidis, G., Llinares, S., & Sánchez, M. (2016). Blended learning, e-learning and mobile learning in mathematics education: June 2016. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 8(5), 589–610.

2. Churchill, D., Fox, B., & King, M. (2016). Framework for Designing Mobile Learning Environments. En D. Churchill, B. Fox, & M. King (Eds.), *Mobile Learning Design*, Lecture Notes in Educational Technology (pp. 3–25). Singapore: Springer.
3. Escuela de Matemática de la UCR (2015). *Texto parcial del Plan de Estudios de la Carrera Bachillerato y Licenciatura en Educación Matemática*. Costa Rica: Escuela de Matemática.
4. Fouz, F., & De Donosti, B. (2005). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. Un paseo por la geometría, 04–05.
5. Gros, B. (2016). The Dialogue Between Emerging Pedagogies and Emerging Technologies. En B. Gros, Kinshuk, & M. Maina (Eds.), *The Future of Ubiquitous Learning Designs for Emerging Pedagogies* (pp. 3–24). Berlin Heidelberg: Springer.
6. Itzcovich, H. (2005). *Iniciación al estudio didáctico de la Geometría: de las construcciones a las demostraciones*, (Vol. 3). Libros del Zorzal.
7. National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
8. National Council of Teacher of Mathematics (2008). The role of technology in the teaching and learning of mathematics. a position of the National Council of Teachers of Mathematics. Recuperado el 21 de noviembre de 2016 de www.nctm.org/about/content.aspx?id=14233
9. Pólya, G. (1945). *How to Solve it*. Princeton: Princeton University Press.
10. Poveda, W., Aguilar-Magallón, D., & Olvera-Martínez, C. (2018). Diseño de actividades basadas en la resolución de problemas en un ambiente de aprendizaje MOOC. En A. López, C. Lima y J. Reyes (Dirs.) *Educación para Todos. Tópicos Selectos de Educación en CITEM* (pp. 74–88). México: Ecorfan.
11. Poveda, W. (2020). Resolución de problemas matemáticos en GeoGebra. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, 9(1), 26–42. Doi: [10.23925/2237-9657.2020.v9i1p26-42](https://doi.org/10.23925/2237-9657.2020.v9i1p26-42)
12. Santos-Trigo, M. (2014). *La Resolución de Problemas Matemáticos: Fundamentos Cognitivos*, 2a edición. México: Trillas, Asociación Nacional de Profesores de Matemáticas.
13. Schoenfeld, A.H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. New York: Academic Press.
14. Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334–370). New York, NY: Simon and Schuster.