

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA  
SISTEMA DE ESTUDIOS DE POSGRADO

**Elementos de borde en muros de edificios  
con sistema estructural mixto con losa  
plana tipo cajón**

Tesis sometida a la consideración de la Comisión del Programa  
de Estudios de Posgrado en Ingeniería Civil para optar por el  
grado y título de Maestría Académica en Ingeniería Estructural

JOSE GABRIEL MENA BOLAÑOS

Ciudad Universitaria Rodrigo Facio, Costa Rica

2025



Dedicatoria

---

## **Dedicatoria**

---

A mis padres.

## **Agradecimientos**

---

Al Ing. Miguel Cruz Azofeifa por sus valiosos consejos y su minuciosa revisión del presente documento.

A los miembros del Comité Asesor por su anuencia y apoyo a lo largo del desarrollo de este proyecto de investigación.

A todas aquellas personas e instituciones que contribuyeron con la realización de este estudio.

A mis seres queridos por su comprensión y apoyo incondicional durante todo el proceso.

“Esta tesis fue aceptada por la Comisión del Programa de Estudios de Posgrado en Ingeniería Civil de la Universidad de Costa Rica, como requisito parcial para optar al grado y título de Maestría Académica en Ingeniería Estructural.”

---

Dr. Erick Centeno Mora  
**Representante del Decano**  
**Sistema de Estudios de Posgrado**

---

M.Sc. Stefan Salazar Burger  
**Director de Tesis**

---

Dr. Miguel Cruz Azofeifa  
**Asesor**

---

M.Sc. Álvaro Poveda Vargas  
**Asesor**

---

Dr. Diego Hidalgo Leiva  
**Director**  
**Programa de Posgrado en Ingeniería Civil**

---

Jose Gabriel Mena Bolaños  
**Candidato**

## Tabla de Contenido

---

Dedicatoria.....	iii
Agradecimientos .....	iv
Tabla de Contenido.....	vi
Resumen .....	xii
Índice de Cuadros .....	xiv
Índice de Figuras .....	xvi
Notación.....	xxi
INTRODUCCIÓN.....	1
Justificación.....	1
Problema específico.....	1
Importancia.....	2
Objetivos .....	3
Objetivo General.....	3
Objetivos específicos .....	3
Alcances .....	3
Limitaciones .....	4
Antecedentes de la investigación .....	5
Metodología.....	7
Organización del documento.....	9
CAPITULO 1    Marco conceptual .....	10
1.1    Sistema estructural mixto con losa plana .....	10
1.2    Edificios con sistema MLP tipo cajón .....	11
1.3    Elementos de borde en muros estructurales.....	16

1.4	Idealización del comportamiento del concreto reforzado .....	21
1.4.1	Relación esfuerzo – deformación .....	21
1.4.2	Límites de la deformación unitaria basada en desempeño .....	24
1.4.3	Modelos de confinamiento.....	25
1.4.4	Desarrollo de agrietamiento por flexión .....	27
1.5	Modos de falla en muros de concreto reforzado .....	29
1.5.1	Falla por cortante en muros chatos.....	30
1.5.2	Falla por flexión en muros esbeltos.....	31
1.5.3	Falla por inestabilidad fuera del plano .....	33
1.6	Aspectos geométricos de muros estructurales.....	35
1.6.1	Forma de la sección transversal .....	35
1.6.2	Configuración en altura .....	37
1.7	Parámetros ingenieriles de muros estructurales.....	38
1.7.1	Curvatura .....	38
1.7.2	Rigidez efectiva .....	40
1.7.3	Rótula plástica.....	42
1.7.4	Razón de carga axial.....	44
1.8	Técnicas de modelado de muros de corte .....	44
1.8.1	Modelo de plasticidad concentrada en la base.....	45
1.8.2	Modelo de plasticidad distribuida basado en fibras .....	45
1.8.3	Modelo de elemento de múltiples líneas verticales.....	46
1.8.4	Método de elemento finito .....	46
1.8.5	Modelo de elemento multicapa .....	46
1.9	Conceptos sobre la respuesta sismorresistente de edificios.....	47
1.9.1	Ductilidad.....	47

1.9.2	Sobrerresistencia .....	48
1.9.3	Periodo de vibración .....	48
1.9.4	Espectro elástico de respuesta .....	50
1.9.5	Espectro inelástico de respuesta .....	53
1.9.6	Idealización de la respuesta carga - desplazamiento .....	55
1.9.7	Reducción de fuerzas elásticas en normativas sísmicas .....	58
1.9.8	Métodos estáticos no lineales para análisis sísmico de edificaciones .....	61
1.9.9	Niveles de desempeño estructural .....	65
CAPÍTULO 2	Caracterización de muros delgados .....	66
2.1	Generalidades .....	66
2.2	Repaso de estudios en muros delgados.....	66
2.2.1	Influencia de la cuantía de acero de refuerzo por flexión .....	66
2.2.2	Influencia del confinamiento transversal en bordes .....	69
2.2.3	Estudio de la rigidez efectiva en muros .....	71
2.2.4	Deriva global según modelos empíricos .....	72
2.2.5	Modelos de plasticidad concentrada.....	73
2.3	Pruebas experimentales en elementos de borde delgados .....	75
2.4	Pruebas experimentales en muros delgados.....	77
2.4.1	Dazio et al. (2009). $\rho_v$ : 0.30-0.54% .....	77
2.4.2	Lu (2016). $\rho_v$ : 0.53% .....	80
2.4.3	Alarcón et al. (2014). $\rho_v$ : 1.30%.....	82
2.4.4	Almeida et al. (2017). $\rho_v$ : 0.15-0.5% .....	84
2.4.5	Blandon et al. (2018). $\rho_v$ : 0.26-0.27% .....	87
2.4.6	Tomazevic et al. (1996) $\rho_v$ : 0.26-0.38% .....	90
2.4.7	Menegon et al $\rho_v$ : 1.4-1.8% .....	91

2.5	Análisis de parámetros experimentales en muros delgados .....	93
2.5.1	Selección de datos .....	93
2.5.2	Curvatura de cedencia nominal experimental .....	93
2.5.3	Longitud equivalente de rótula plástica experimental.....	94
2.5.4	Capacidad de rotación plástica experimental .....	95
2.5.5	Parámetros de ductilidad.....	95
CAPÍTULO 3	Modelos predictivos del comportamiento de muros delgados.....	97
3.1	Generalidades .....	97
3.2	Parámetros de análisis en muros delgados ligeramente reforzados.....	98
3.2.1	Profundidad de la zona de compresión .....	98
3.2.2	Margen de seguridad ante agrietamiento.....	102
3.2.3	Coeficiente de agrietamiento parcial .....	104
3.2.4	Rigidez lateral efectiva a flexión .....	110
3.2.5	Razón de agrietamiento secundario .....	111
3.2.6	Límites de deformación unitaria.....	111
3.3	Propuesta de modelo de plasticidad concentrada en la base .....	113
3.3.1	Longitud equivalente de rótula plástica .....	115
3.3.2	Rotación plástica.....	117
3.3.3	Modelo de plasticidad concentrada propuesto .....	120
3.3.4	Validación del modelo propuesto según la base de datos experimental ....	121
3.4	Estimación de ductilidad en muros delgados .....	123
3.4.1	Ductilidad por desplazamiento.....	123
3.4.2	Ductilidad por curvatura .....	126
3.5	Predicción del modo de falla por flexión en muros delgados .....	127
CAPÍTULO 4	Respuesta sismorresistente de sistemas MLP tipo cajón .....	129

4.1	Generalidades .....	129
4.2	Revisión de estudios en edificios residenciales .....	130
4.2.1	Edificios residenciales construidos en Costa Rica.....	130
4.2.2	Edificios residenciales construidos en Chile .....	131
4.2.3	Edificios residenciales característicos de Perú y Colombia .....	135
4.2.4	Edificios residenciales con sistema tipo túnel .....	136
4.3	Sobrerresistencia en sistemas MLP tipo cajón .....	137
4.3.1	Factores que influyen en la sobrerresistencia.....	138
4.3.2	Reducción de fuerzas por sobrerresistencia.....	142
4.4	Ductilidad en sistemas MLP tipo cajón .....	144
4.5	Deriva global mínima .....	147
4.6	Densidad mínima de muros .....	148
4.7	Periodo de vibración de sistemas MLP tipo cajón .....	150
4.7.1	Periodo fundamental traslacional .....	150
4.7.2	Alargamiento del periodo debido al agrietamiento .....	151
4.7.3	Evaluación del modelo para la estimación del periodo.....	154
4.8	Demanda de deriva global en sistemas MLP tipo cajón .....	159
4.8.1	Desplazamiento de techo .....	159
4.8.2	Deriva global .....	163
4.9	Respuesta no lineal de sistemas MLP tipo cajón .....	164
4.9.1	Estimadores de la respuesta no lineal estática .....	165
4.9.2	Evaluación numérica de la demanda de ductilidad.....	167
4.9.3	Evaluación numérica de la sobrerresistencia .....	171
4.9.4	Discusión .....	171
CAPÍTULO 5	Propuesta de requerimientos de diseño .....	173

5.1	Generalidades .....	173
5.2	Requerimiento de elemento de borde en muros .....	174
5.2.1	Enfoque según profundidad de la zona de compresión .....	174
5.2.2	Enfoque basado en la demanda - capacidad de curvatura .....	177
5.2.3	Enfoque alternativo para sistemas con respuesta elástica .....	178
5.2.4	Procedimiento de verificación del requerimiento de EB.....	179
5.3	Consideraciones de detallado .....	181
5.3.1	Espesor mínimo del elementos de borde.....	181
5.3.2	Separación vertical del refuerzo transversal en bordes .....	182
5.3.3	Extensión horizontal del confinamiento.....	184
5.3.4	Extensión vertical del confinamiento .....	184
5.3.5	Cuantía de acero transversal para confinamiento moderado.....	184
5.3.6	Cuantía de acero vertical dentro del elemento de borde .....	186
5.3.7	Cuantía mínima de acero vertical distribuido.....	186
5.3.8	Detallado de elementos de borde .....	186
	Conclusiones .....	189
	Recomendaciones.....	194
	Futuras líneas de investigación.....	195
	Referencias .....	196
	ANEXOS .....	205
	ANEXO 1. Inventario de edificios.....	206
	ANEXO 2. Datos de ensayos experimentales en muros .....	213
	ANEXO 3. Datos de análisis de demanda de ductilidad.....	216
	ANEXO 4. Determinación del periodo fundamental.....	219
	ANEXO 5. Ejemplo de aplicación.....	223

## Resumen

---

Se presenta un procedimiento para verificar la necesidad de confinamiento y los requisitos de detallado en bordes de muros delgados de concreto ligeramente reforzados. Estos muros son característicos de edificios conformados por losas planas y muros portantes con sistema constructivo tipo cajón, de amplio uso en la construcción residencial.

Se proponen modelos predictivos para determinar la capacidad de deriva global y la ductilidad alcanzada por muros delgados regidos por flexión según la condición de confinamiento en bordes, validados mediante resultados de campañas experimentales afines. A través de un modelo de plasticidad concentrada en la base se logra una adecuada estimación de los resultados experimentales, siendo necesario aplicar factores de ajuste asociados a la capacidad de agrietamiento y al efecto de esbeltez de la sección transversal del muro.

Mediante la caracterización de sistemas tipo cajón según los resultados de estudios afines y la elaboración de modelos analíticos, se logra una estimación razonable del periodo de vibración, la demanda de deriva y la demanda de ductilidad del sistema, y se verifica la sobrerresistencia alcanzada. Para asegurar un nivel mínimo de deformación lateral en edificaciones rígidas, se propone el uso de una deriva global mínima en función del número de niveles. Para el control del nivel de carga axial y de la ductilidad asociada se proponen límites para la densidad de muros.

Se plantea un enfoque por desplazamientos para verificar la necesidad de confinamiento en bordes de muros en sistemas con ductilidad limitada, incluyendo enfoques alternativos aptos para edificaciones con respuesta elástica. En la determinación de la cuantía de acero transversal se utiliza un modelo de confinamiento para el control de la falla por aplastamiento en bordes de muros, ajustado a demandas moderadas de ductilidad. Se incluyen esquemas de detallado para configuraciones típicas de elementos de borde en muros.

## **ABSTRACT**

---

A procedure is presented to verify the need for confinement and detailing requirements at the boundary elements of thin lightly reinforced concrete walls. These walls are characteristic of buildings consisting of flat slabs and load-bearing walls with a box-type construction system, which are widely used in residential construction.

Predictive models are proposed to determine the global drift capacity and ductility achieved by thin walls governed by flexure, based on the boundary elements confinement condition, validated through results from relevant experimental campaigns. Using a plastic hinge model allows for an adequate estimation of experimental results, requiring adjustment factors associated with cracking capacity and the effect of the wall's cross-sectional slenderness.

Through the characterization of MLP box-type systems based on related research results and the development of analytical models, a reasonable estimation of the vibration period, drift demand, and ductility demand of the system is achieved, verifying the associated overstrength. To ensure a minimum level of lateral deformation in rigid buildings, a minimum lateral drift demand is proposed based on the number of stories. To control the axial load level and associated ductility, limits on wall density are proposed.

A displacement-based approach is implemented to verify the need for wall boundary elements confinement in limited-ductility systems, including alternative approaches more suitable for buildings with elastic response. To determine the volumetric ratio of the transversal reinforcement at boundary elements, a confinement model is used to control crushing failure due to compression at walls edges, adjusted to moderate ductility demands. Detailing schemes for typical wall boundary element configurations are included.

## Índice de Cuadros

---

Cuadro 1. Características de sistemas estructurales tipo cajón. ....	12
Cuadro 2. Requisitos para elementos de borde en muros de corte. ....	20
Cuadro 3. Límites de deformación unitaria en zonas plásticas de elementos estructurales [46]. ....	24
Cuadro 4. Cuantías de acero vertical mínimo en muros según normativas de diseño sísmico. ....	29
Cuadro 5. Valores del factor $k_y$ según forma de la sección de muro. ....	40
Cuadro 6. Momento de inercia efectivo $I_e$ de muros. ....	41
Cuadro 7. Ecuaciones para determinar la longitud equivalente de rótula plástica. ....	43
Cuadro 8. Valores de rotación plástica para muros estructurales según ASCE 41-17 [63]. ..	43
Cuadro 9. Valores típicos de sobrerresistencia [70]. ....	48
Cuadro 10. Expresiones del periodo fundamental en edificaciones con muros. ....	50
Cuadro 11. Periodos de control según espectro de diseño del CSCR 2025 [76]. ....	52
Cuadro 12. Factores de modificación del desplazamiento. ....	64
Cuadro 13. Parámetros de modelado según modelos simplificados. ....	75
Cuadro 14. Datos de especímenes ensayados por Dazio et al. [19]. ....	78
Cuadro 15. Datos de especímenes ensayados por Lu [23]. ....	81
Cuadro 16. Características de los especímenes ensayados por [25]. ....	88
Cuadro 17. Características de los muros ensayados por [18]. ....	90
Cuadro 18. Deriva elástica experimental para muros delgados. ....	94
Cuadro 19. Longitud relativa de rótula plástica experimental. ....	94
Cuadro 20. Ductilidades alcanzadas en muros sin confinamiento en bordes. ....	96
Cuadro 21. Valores de $c_1$ y $c_2$ según configuración de muro. ....	101

Cuadro 22. Valores aproximados de $c/lw$ según razón de carga axial. ....	101
Cuadro 23. Determinación de constantes de integración. ....	106
Cuadro 24. Coeficiente $k_{cr}$ para diferentes condiciones de carga lateral. ....	107
Cuadro 25. Valores del coeficiente de agrietamiento. ....	109
Cuadro 26. Valores de la razón de rigidez efectiva $E_{lef}/E_{lg}$ . ....	111
Cuadro 27. Límites de deformación unitaria de materiales propuestos. ....	112
Cuadro 28. Parámetros del modelo de plasticidad concentrada en la base propuesto. ...	120
Cuadro 29. Resultados del método de capacidad espectral en edificios de muros con losas planas según resultados (dirección transversal). ....	131
Cuadro 30. Valores de sobrerresistencia elástica en edificios residenciales analizados en [33]. ....	132
Cuadro 31. Valores de sobrerresistencia en edificios residenciales analizados en [34]. ...	133
Cuadro 32. Razón entre el periodo agrietado y el periodo no agrietado en edificios residenciales [90]. ....	134
Cuadro 33. Valores de sobrerresistencia en sistemas estructurales a base de muros. ....	141
Cuadro 34. Valores del factor de agrietamiento según diferentes modelos. ....	151
Cuadro 35. Factor de agrietamiento en muros según el factor de reducción $R$ . ....	152
Cuadro 36. Valores del factor de agrietamiento $\gamma_{cr}$ según la demanda de ductilidad. ....	153
Cuadro 37. Valores del factor de agrietamiento $\gamma_{cr} \cdot h$ según la demanda de ductilidad. ....	154
Cuadro 38. Estimación de $\alpha_{hw}$ a partir de periodos medidos en edificios chilenos. ....	155
Cuadro 39. Periodos estimados vs periodos efectivos según análisis en sentido transversal de modelos numéricos de edificios residenciales. ....	156
Cuadro 40. Parámetros de análisis de edificios residenciales según modelo base. ....	168
Cuadro 41. Parámetros de análisis de edificios residenciales según modelo modificado. ....	169
Cuadro 42. Propuesta para la verificación del requerimiento de borde en muros de sistemas estructurales MLP tipo cajón según la profundidad de la zona de compresión. ....	180

Cuadro 43. Espesores mínimos para muros con extremos rectangulares. ....182

Cuadro 44. Propuesta de requisitos para elementos de borde en muros de sistemas MLP tipo cajón. ....187

## Índice de Figuras

---

Figura 1. Esquema metodológico de la investigación. ....8

Figura 2. Sistemas estructurales de tipo Mixto con Losa Plana (MLP). ....10

Figura 3. Configuración típica de edificación con sistema tipo cajón. ....11

Figura 4. Construcción de edificio residencial con sistema tipo cajón. Fuente: El autor. ....11

Figura 5. Comportamiento de sistemas según su respuesta sismorresistente. ....13

Figura 6. Zonas de posible comportamiento inelástico. ....14

Figura 7. Plantas típicas de edificaciones tipo túnel [36]. ....16

Figura 8. Requisitos de ACI 318-14 [41] para EB según enfoque basado en esfuerzos. ....17

Figura 9. Desplazamiento último en muro. ....18

Figura 10. Requisitos de ACI 318-14 [41] según enfoque basado en desplazamientos. ....19

Figura 11. Desarrollo del refuerzo horizontal según ACI 318 [41]. ....21

Figura 12. Modelo esfuerzo – deformación para carga monotónica del concreto confinado y concreto no confinado [45]. ....22

Figura 13. Núcleo confinado efectivo en una sección rectangular [45]. ....23

Figura 14. Patrón de grietas típicas en muros [49]. ....28

Figura 15. Modos de falla en muros de baja altura [50]: a) y b) Tracción diagonal; c) Compresión diagonal; d) Aplastamiento por compresión diagonal e) Deslizamiento por cortante. ....31

Figura 16. Efecto de la deformación residual en el desarrollo del pandeo fuera del plano [52]. ....33

Figura 17. (a) Caracterización geométrica. (b) Equilibrio de fuerzas en la sección. Adaptada de [24].	34
Figura 18. Secciones transversales típicos de muros.	36
Figura 19. Ancho efectivo en muros alados.	37
Figura 20. Configuración en altura de muros estructurales.	37
Figura 21. Diagrama de momento – curvatura idealizada.	39
Figura 22. Espectro elástico para tipo de sitio de cimentación $S_3$ en zona sísmica Z3 con un amortiguamiento de $\zeta = 5\%$ y periodo de retorno de 475 años según el CSCR 2025 [76].	53
Figura 23. Relación entre ductilidad y el factor de reducción por ductilidad.	54
Figura 24. Espectros inelásticos para sitio de cimentación $S_3$ en zona sísmica Z3 con amortiguamiento $\zeta = 5\%$ y periodo de retorno de 475 años según el CSCR 2025 [76].	55
Figura 25. Reducción de fuerzas en sistemas estructurales.	56
Figura 26. Aproximación bilineal de la curva carga – desplazamiento.	57
Figura 27. Desplazamientos elásticos e inelásticos del sistema.	58
Figura 28. Idealización de las curvas fuerza – desplazamiento.	63
Figura 29. Equilibrio de fuerzas en la sección.	67
Figura 30. Perfil de curvatura de muro en voladizo con carga lateral puntual [58].	69
Figura 31. Detalle de confinamiento base [15].	70
Figura 32. Resultados de análisis paramétrico en muros [15].	70
Figura 33. Factores de reducción $ke/kg$ para diferentes periodos iniciales y factores R [87].	71
Figura 34. Configuraciones de los especímenes ensayados.	76
Figura 35. Especímenes ensayados por Dazio et al. [19].	78
Figura 36. Curvas de carga vs desplazamiento en especímenes [19]: a) WSH1, b) WSH2, c) WSH3, d) WSH4, e) WSH5, f) WSH6.	80
Figura 37. Modos de falla de los especímenes ensayados por Dazio et al. [19].	80

Figura 38. Secciones transversales de muros ensayados por Lu [23]. .....	81
Figura 39. Muros ensayados por Lu [23]. .....	82
Figura 40. a) Sección transversal de las tres muestras. b) Esquema de montaje de los especímenes. c) Curvas de deriva versus cortante en la base para las muestras W1 a W3 [20]. .....	83
Figura 41. Modos de falla de los muros [20]. .....	83
Figura 42. Razón de carga axial versus capacidad de deriva [89]. .....	84
Figura 43. Sección transversal de muros ensayados: a) TW1, TW4; b) TW2, TW3, TW5. Todas las dimensiones en mm [24]. .....	85
Figura 44. Fotografías de los especímenes tras la falla [24]. .....	87
Figura 45. Curvas de histéresis para los especímenes: a) TW1; b) TW4; c) TW5 [24]. .....	87
Figura 46. Configuración de especímenes ensayados por Blandon et al. [25]. .....	88
Figura 47. Patrón de agrietamiento tras el final del ensayo de espécimen W4. Izquierda: ciclo de compresión del ala. Derecha: ciclo de tracción del ala [25]. .....	89
Figura 48. Curvas de histéresis de los especímenes ensayados [25]. .....	89
Figura 49. Envoltentes de las curvas de carga desplazamiento de los especímenes. ....	90
Figura 50. Envoltentes de carga desplazamiento. Izq.: Baja carga axial. Der.: alta carga axial. ....	91
Figura 51. Geometría de los especímenes. ....	92
Figura 52. Curvas histeréticas para los especímenes S01 y S02. ....	92
Figura 53. Capacidad de rotación plástica experimental vs parámetros de esbeltez. ....	95
Figura 54. Perfil de deformación unitaria según el modo de falla predominante. ....	98
Figura 55. Deformaciones unitarias, esfuerzos y fuerzas resultantes en la sección. ....	99
Figura 56. Margen de seguridad en función de la razón de carga axial en muros. ....	104
Figura 57. Modelo equivalente de muro parcialmente agrietado. ....	105
Figura 58. Rigidez efectiva equivalente a un sistema parcialmente agrietado. ....	110

Figura 59. Curvaturas y desplazamientos a lo largo del muro. ....	113
Figura 60. Longitud equivalente de rótula plástica. ....	116
Figura 61. Capacidad de rotación plástica experimental en función de $clw/(twlp)$ . ....	118
Figura 62. Modelo propuesto con a) $k\phi = k\phi. 1$ Ec. 3.39; b) $k\phi = k\phi. 2$ Ec. 3.41. ....	122
Figura 63. (a) Modelo clásico. (b) Modelo propuesto. ....	122
Figura 64. Ductilidad por desplazamiento estimada vs ductilidad por desplazamiento experimental según modelo propuesto para: (a) $k\phi = 1.5$ ; (b) $k\phi$ Ec. 3.41. ....	124
Figura 65. Ductilidad por desplazamiento para falla por compresión en muros delgados esbeltos. ....	125
Figura 66. Relación entre ductilidad por curvatura y ductilidad por desplazamiento. ....	127
Figura 67. Predicción del modo de falla de muros según ensayos experimentales. ....	128
Figura 68. a) Periodos obtenidos del modelo FEM en función del número de niveles. b) Comparativa entre periodo del modelo FEM vs periodo estimados según [37]. ....	136
Figura 69. Sobrerresistencia en sistemas con respuesta elástica. ....	143
Figura 70. Aproximación bilineal de la curva carga – desplazamiento en zonas plásticas. ....	144
Figura 71. Ductilidad por desplazamiento en muros de sistemas MLP tipo cajón. ....	146
Figura 72. Densidad mínima de muros en sistemas MLP tipo cajón. ....	149
Figura 73. Modelo equivalente basado en la longitud característica de muro. ....	151
Figura 74. Comparación entre periodos estimados (Ec. 4.14) y periodos medidos o efectivos. ....	157
Figura 75. Periodo inicial vs número de niveles según modelo propuesto. ....	157
Figura 76. Razón de periodos según el número de niveles. ....	158
Figura 77. Estimación iterativa de los factores de desplazamiento. ....	161
Figura 78. Coeficiente de amplificación de desplazamiento en función del periodo. ....	162
Figura 79. Razón $\delta u/\delta i$ en función del periodo para sistemas MLP tipo cajón con $lw' = 6$ m y $p = 0.025$ . ....	163

Figura 80. Demanda de deriva global en edificaciones con sistema MLP tipo cajón ubicadas en tipo de suelo de cimentación $S_3$ para zonas sísmicas según el CSCR 2025 [76].	164
Figura 81. Demanda de ductilidad $\mu D$ vs razón de resistencia $Rd$ en sistemas MLP tipo cajón.	166
Figura 82. Demanda de ductilidad en edificios residenciales según modelo base.	169
Figura 83. Demanda de ductilidad en edificios residenciales según modelo modificado.	170
Figura 84. Sobrerresistencia en edificios residenciales según modelo modificado.	171
Figura 85. Esquema de análisis basado en profundidad del eje neutro.	175
Figura 86. Parámetro $cu/lw$ en función del número de niveles para zona Z4 en tipo de sitio $S_3$ .	176
Figura 87. Esquema según enfoque basado en la demanda – capacidad de curvatura.	177
Figura 88. Diagrama de flujo para la verificación del requerimiento de borde en muros.	179
Figura 89. Esquema de confinamiento.	183
Figura 90. Modelo de confinamiento propuesto.	186
Figura 91. Esquemas de confinamiento de elementos de borde en muros.	188

## Notación

---

### Siglas

ACI	American Concrete Institute (Instituto Americano de Concreto).
ASCE	American Society of Civil Engineers (Sociedad Americana de Ingenieros Civiles).
ATC	Applied Technology Council (Concilio de Tecnología Aplicada).
BD	Base de datos.
CSA	Canadian Standards Association, CSA Group (Asociación Canadiense de Normas).
CSCR	Código Sísmico de Costa Rica Revisión 2014.
DDBD	Direct displacement based design method (método de diseño directo basado en desplazamientos).
DLM	Ductilidad local moderada.
DLO	Ductilidad local óptima.
EB	Elemento de borde.
FEM	Finite element method (método de elemento finito).
FEMA	Federal Emergency Management Agency (Agencia Federal de Gestión de Emergencias).
MCE	Maximun considered earthquake (sismo máximo considerado).
MGL	Múltiples grados de libertad.
MLP	Sistema estructural mixto con losa plana.
MVLEM	Multiple vertical line element model (modelo de múltiples líneas verticales).
NSZ	New Zealand Standard (Normas de Nueva Zelanda).
PGA	Pick ground aceleration (aceleración pico del terreno).
NSP	Nonlinear static procedure (procedimiento no lineal estático).
RSH	Nonlinear response history analysis (respuesta no lineal tiempo historia).
SEAOC	Structural Engineers Association of California (Asociación de Ingenieros Estructurales de California).
UGL	Un grado de libertad.

**Carácteres griegos**

$\alpha$	Factor de desplazamiento inelástico definido según el CSCR.
$\alpha H$	Factor de comportamiento.
$\alpha_{cr}$	Factor de rigidez relativa.
$\alpha_k$	Razón de rigidez post – elástica.
$\beta_1$	Factor asociado al bloque de compresión del concreto según ACI 318.
$\beta_{cr}$	Razón de altura agrietada, i. e. $\beta_{cr} = h_{cr}/h_w$ .
$\beta_e$	Razón de altura efectiva, i. e. $\beta_e = h_w/h_e$ .
$\gamma_{cr}$	Factor de agrietamiento, i. e. $\gamma_{cr} = \sqrt{EI_g/EI_{ef}}$ .
$\gamma_{cr.h}$	Factor de agrietamiento de los sistemas horizontales de piso.
$\gamma_i$	Factor adimensional asociado a la capacidad a flexión de muros, con $i = 1, 2, 3$ .
$\Delta_f$	Deformación por flexión.
$\Delta_s$	Deformación por cortante.
$\delta$	Desplazamiento.
$\delta_i$	Desplazamiento inelástico absoluto definido según el CSCR.
$\delta_i^e$	Desplazamiento elástico absoluto del nivel $i$ definido según el CSCR.
$\delta_u$	Desplazamiento último nominal.
$\delta_{ult}$	Desplazamiento último.
$\delta_{u.min}$	Desplazamiento último asociado a la deriva global mínima $\delta_{u.min}/h_w$ .
$\delta_p$	Desplazamiento plástico.
$\delta_y$	Desplazamiento de cedencia nominal.
$\delta_{ys}$	Desplazamiento de cedencia efectivo del sistema.
$\varepsilon_c$	Deformación unitaria en compresión del concreto.
$\varepsilon_{cc}$	Deformación unitaria máxima del concreto confinado.
$\varepsilon_{co}$	Deformación unitaria máxima en compresión del concreto no confinado.
$\varepsilon_s$	Deformación unitaria en tracción del acero de refuerzo.
$\varepsilon_{sm}$	Deformación unitaria máxima en tracción del acero de refuerzo.
$\varepsilon_{su}$	Deformación unitaria última en tracción del acero de refuerzo.
$\varepsilon_y$	Deformación de cedencia del acero de refuerzo.
$\zeta$	Amortiguamiento viscoso.
$\theta$	Rotación.
$\theta_p$	Rotación plástica, i. e. $\theta_p = \delta_p/h_w$ .

$\theta_{pd}$	Demanda de rotación plástica.
$\theta_{p.max}$	Rotación plástica máxima dado por un límite prescrito.
$\theta_{pe}$	Capacidad de rotación plástica según modelo empírico.
$\kappa$	Factor adimensional asociado a la longitud equivalente de rótula plástica.
$\lambda$	Razón entre el esfuerzo último en tracción del acero y el esfuerzo de cedencia.
$\lambda_c$	Factor de confinamiento, i. e. $\lambda_c = \varepsilon_{cu}/\varepsilon_{co}$ .
$\lambda_{c.max}$	Factor de confinamiento máximo asociado al cambio del modo de falla del muro.
$\lambda_p$	Razón de longitud de rótula plástica, i. e. $\lambda_p = l_p/l_w$ .
$\mu$	Ductilidad.
$\mu_D$	Demanda de ductilidad.
$\mu_s$	Ductilidad por desplazamiento del sistema, i. e. $\mu_s = \delta_u/\delta_{ys}$ .
$\mu_{GD}$	Ductilidad global demandada definida según el CSCR.
$\mu_{GI}$	Ductilidad global intrínseca definida según el CSCR.
$\mu_\phi$	Ductilidad por curvatura, i. e. $\mu_\phi = \phi_u/\phi_y$ .
$\mu_\delta$	Ductilidad por desplazamiento, i. e. $\mu_\delta = \delta_u/\delta_y$ .
$\xi_c$	Desplazamiento crítico normalizado fuera del plano.
$\rho$	Radio de curvatura.
$\rho_b$	Cuantía de acero de refuerzo vertical en el borde, i. e. $\rho_b = A_{sb}/A_w$ .
$\rho_{b.c}$	Cuantía $\rho_b$ asociada al borde en compresión, i. e. $\rho_{b.c} = A_{sb.c}/A_w$ .
$\rho_{b.t}$	Cuantía $\rho_b$ asociada al borde en tracción, i. e. $\rho_{b.t} = A_{sb.t}/A_w$ .
$\rho_{cc}$	Razón de área del acero longitudinal con respecto al área del núcleo confinado.
$\rho_m$	Densidad de muros.
$\rho_t$	Razón volumétrica del refuerzo transversal.
$\rho_v$	Cuantía de acero de refuerzo distribuido a flexión.
$\emptyset$	Factor de reducción de resistencia.
$\phi_f$	Curvatura por flexión.
$\phi'_y$	Curvatura asociada a la primera fluencia del acero de refuerzo.
$\phi_y$	Curvatura de cedencia nominal.
$\phi_u$	Curvatura última.
$\phi_{u.d}$	Demanda de curvatura última.
$\phi_{u.c}$	Curvatura última para falla por compresión.
$\phi_{u.t}$	Curvatura última para falla por tracción.
$\omega_\rho$	Razón mecánica de acero de refuerzo, i. e. $\omega_\rho = \rho_v f_y / f'_c$ .

$\omega_v$	Factor de amplificación dinámica del cortante debido a modos superiores.
$\Omega$	Margen de seguridad, i. e. $\Omega = M_n/M_{cr}$ .
$\Omega_e$	Factor de sobrerresistencia elástica, i. e. $\Omega_e = \Omega_{e.min}\Omega_R$
$\Omega_{e.min}$	Factor de sobrerresistencia elástica mínima.
$\Omega_i$	Factor de sobrerresistencia inelástica.
$\Omega_R$	Factor de sobrerresistencia asociada al exceso de capacidad por diseño.
$\Omega_o$	Factor de sobrerresistencia, i. e. $\Omega_o = \Omega_e\Omega_i$ ó $\Omega_o = \Omega_D\Omega_M\Omega_S$ .
$\Omega_D$	Sobrerresistencia de diseño.
$\Omega_M$	Sobrerresistencia del material.
$\Omega_S$	Sobrerresistencia del sistema.
$\Omega_v$	Factor de sobrerresistencia por flexión en la sección crítica.

### **Carácteres latinos**

$A_g$	Área gruesa de la sección.
$A_{ch}$	Área del núcleo confinado.
$A_f$	Área total de las alas a cada lado del alma.
$A_{f.t}$	Área tributaria uniforme de entrepiso.
$A_r$	Razón de aspecto de muro, i. e. $A_r = h_w/l_w$ .
$A_s$	Área de acero de refuerzo vertical distribuido.
$A_{sb.c}$	Área de acero de refuerzo vertical del borde en compresión.
$A_{sb.t}$	Área de acero de refuerzo vertical del borde en tracción.
$A_{sh}$	Área de acero de refuerzo transversal dentro del núcleo confinado.
$A_w$	Área del alma del muro.
$b_c$	Dimensión mayor del núcleo confinado medida centro a centro de aros.
$b_{crit}$	Espesor crítico requerido por estabilidad ante pandeo.
$b$	Ancho sobresaliente efectivo a cada lado del alma del muro.
$b_{eb}$	Espesor del elemento de borde.
$b_w$	Ancho del elemento.
$C$	Coefficiente numérico que depende del patrón de carga aplicado.
$C_d$	Factor de amplificación del desplazamiento.
$C_i$	Factores de modificación del método de coeficientes, con $i = 0, 1, 2$ .
$C_m$	Factor de masa efectiva.
$C_\delta$	Factor de amplificación del desplazamiento espectral de un sistema de UGL.

$c$	Distancia de la fibra extrema en compresión al eje neutro de la sección.
$c_i$	Factores asociados a la profundidad de la zona de compresión, con $i = 1, 2$ .
$c_u$	Extensión de la zona de compresión bajo un enfoque por desplazamientos.
$d$	Distancia efectiva del acero de refuerzo a flexión más extremo.
$d_{bl}$	Diámetro del refuerzo longitudinal.
$d_{bl.min}$	Diámetro menor del refuerzo longitudinal.
$d_{bt}$	Diámetro del refuerzo transversal de confinamiento.
$d_c$	Dimensión menor del núcleo confinado medida centro a centro de aros.
$E$	Módulo elástico.
$E_c$	Módulo elástico del concreto.
$E_s$	Módulo elástico del acero.
$EI_e$	Rigidez efectiva a flexión en el tramo agrietado.
$EI_{ef}$	Rigidez efectiva a flexión supuesta uniforme en toda la altura del elemento.
$EI_g$	Rigidez a flexión con base a la sección gruesa de la sección.
$EI_1$	Rigidez efectiva a flexión del tramo inferior de muro.
$EI_2$	Rigidez efectiva a flexión del tramo superior de muro.
$F_y$	Fuerza lateral de cedencia.
$f_A$	Factor de incremento del área tributaria de entrepiso.
$f_{ct}$	Esfuerzo a tracción directa del concreto.
$f_l$	Presión lateral de confinamiento.
$f'_l$	Presión lateral efectiva de confinamiento.
$f_r$	Esfuerzo de agrietamiento por flexión.
$f_{su}$	Esfuerzo último a tracción del acero de refuerzo.
$f_y$	Esfuerzo de cedencia nominal del acero de refuerzo longitudinal.
$f_{yt}$	Esfuerzo de cedencia nominal del acero de refuerzo transversal de confinamiento.
$f'_c$	Esfuerzo de falla por compresión uniaxial del concreto a los 28 días de edad.
$f'_{cc}$	Resistencia máxima a compresión del concreto confinado.
$f'_{co}$	Resistencia a la compresión del concreto no confinado.
$h_c$	Distancia máxima medida centro a centro entre esquinas del aro.
$h_{cr}$	Altura agrietada de muro.
$h_e$	Altura efectiva de aplicación de la carga lateral, tomada igual a $M/V$ .
$h_{eb}$	Extensión vertical del elemento de borde desde la base del muro.

$h_s$	Altura de piso.
$h_u$	Altura no apoyada lateralmente en el extremo en compresión del muro.
$h_w$	Altura del muro.
$h_x$	Distancia máxima horizontal centro a centro entre barras longitudinales soportadas lateralmente por esquinas de aros o por amarres complementarios.
$I_e$	Momento de Inercia efectivo.
$I_g$	Momento de Inercia de la sección gruesa.
$I'_e$	Índice de confinamiento efectivo.
$k_{cr}$	Coficiente de agrietamiento parcial.
$k_{cr1}$	Coficiente de agrietamiento parcial para sistemas de UGL.
$k_{crN}$	Coficiente de agrietamiento parcial para sistemas de MGL.
$k_e$	Rigidez lateral efectiva.
$k_{ef}$	Coficiente geométrico de efectividad del confinamiento.
$k_g$	Rigidez lateral basada en la sección gruesa del elemento.
$k_h$	Coficiente de efectividad en la dirección horizontal.
$k_o$	Rigidez inicial de la curva carga – desplazamiento.
$k_n$	Factor de efectividad de confinamiento.
$k_v$	Coficiente de efectividad en la dirección vertical.
$k_y$	Factor de curvatura de cedencia adimensional.
$k_\phi$	Factor de curvatura.
$k_\rho$	Razón de agrietamiento secundario.
$L_{yp}$	Longitud de penetración de la deformación dentro de la Fundación.
$l_o$	Altura efectiva de pandeo.
$l_p$	Longitud equivalente de rótula plástica.
$l_w$	Longitud de muro.
$l'_w$	Longitud característica de muro.
$l_d$	Longitud de desarrollo.
$l_{eb}$	Longitud horizontal del elemento de borde en muros.
$M$	Momento flector en la base.
$M_{cr}$	Momento flector de agrietamiento.
$M_{max}$	Momento flector máximo.
$M_n$	Capacidad nominal a flexión.
$M_{pr}$	Momento probable a flexión.

$M_u$	Momento flector último.
$M_y$	Momento de cedencia asociado a la primer fluencia del acero de refuerzo.
$N$	Número de niveles.
$n$	Razón de carga axial.
$n_l$	Número total de varillas longitudinales que son soportadas lateralmente por esquinas de aros o por amarres suplementarios.
$n_{max}$	Razón de carga axial máxima.
$n_t$	Número de capas transversales (mallas) de refuerzo horizontal.
$P$	Carga axial.
$P_u$	Carga axial última.
$p$	Índice de muros.
$R_d$	Razón de resistencia.
$R$	Factor de modificación de respuesta.
$R_\mu$	Factor de reducción por resistencia.
$SR$	Factor de sobrerresistencia definido según el CSCR.
$s$	Separación centro a centro entre aros de confinamiento.
$s'$	Separación vertical libre entre dos niveles de aros.
$S_a$	Aceleración espectral o pseudoaceleración.
$S_d$	Desplazamiento espectral.
$T$	Periodo de vibración fundamental.
$T_c$	Periodo de esquina del espectro elástico.
$T'_c$	Periodo de esquina del espectro inelástico.
$T_o$	Periodo inicial.
$t_w$	Espesor del alma del muro.
$t_f$	Espesor del ala del muro.
$t_s$	Espesor de losa.
$V$	Cortante en la base.
$V_y$	Resistencia de cedencia efectiva del sistema.
$V_u$	Fuerza cortante última del análisis.
$W_s$	Peso sísmico del sistema.
$w_i$	Separación libre entre barras longitudinales adyacentes apoyadas lateralmente.
$w_u$	Carga mayorada de entrepiso uniformemente distribuida.

# INTRODUCCIÓN

---

## Justificación

### Problema específico

La tendencia constructiva de edificios residenciales con sistema tipo cajón conformados por losas planas y muros portantes ha sido proveer bajos contenidos de acero de refuerzo, sacando ventaja de una alta densidad de muros que obedece a requisitos funcionales, con un incremento cada vez mayor en el número de niveles para obtener mayor rentabilidad según la huella disponible. Estas edificaciones pueden presentar una respuesta dúctil limitada para la demanda sísmica local, ya sea por: i) exceso de resistencia según la densidad de muros y el número de niveles; ii) menor capacidad de deformación inelástica característica de muros delgados ligeramente reforzados de gran longitud con altos niveles de carga axial; iii) desarrollo de grandes desplazamientos elásticos en edificios de gran altura. A nivel de normativa nacional [1], [2] no se han abordado requisitos de diseño para muros delgados de sistemas tipo cajón que sean diferenciados de aquellos criterios orientados a sistemas que exigen una respuesta dúctil dada su menor rigidez y resistencia lateral proveída por diseño.

Para determinar la necesidad de elementos de borde en muros y los niveles de confinamiento asociados se ha tomado como base los requisitos de ACI 318 [3], a partir de un enfoque conservador basado en esfuerzos [4] y una alternativa basada en desplazamientos.

El segundo enfoque otorga mayor importancia al comportamiento inelástico propio de los muros dúctiles, típicos de sistemas estructurales duales. Este enfoque exige niveles mínimos de deformación lateral, lo que resulta restrictivo para edificaciones con ductilidad limitada. Cuando se necesita conformar elementos de borde confinantes en muros según la normativa actual, se requiere detallar para altos niveles de confinamiento transversal en una porción importante desde la zona extrema del muro. Estos requisitos generan dificultad constructiva para ser aplicados a muros delgados, siendo incongruentes para sistemas con exceso de resistencia o con una baja incursión inelástica según su configuración geométrica.

### **Importancia**

Las edificaciones con sistemas constructivos tipo cajón han tenido un gran auge dentro de la construcción residencial vertical para atender la creciente demanda habitacional cercana a centros urbanos, siendo de construcción eficiente, rápida y económicamente más accesibles con respecto a las soluciones horizontales tradicionales.

Dado el impacto en la industria, se ha hecho un esfuerzo reciente a nivel de normativa local para incluir algunas directrices de análisis y diseño de edificaciones con losas planas, cuyo sistema estructural se ha denominado de tipo mixto con losa plana (MLP) [2], la cual ha logrado regular el comportamiento de las losas de entrepiso, considerando que su falla compromete la seguridad ante cargas gravitacionales.

Ante sollicitaciones sísmicas, el sistema principal vertical que restringe y resiste los desplazamientos laterales debe contar con suficiente ductilidad y tenacidad para soportar los movimientos cíclicos producto del sismo. Dado el vacío en la normativa local, se hace necesario investigar sobre los niveles de desplazamiento y ductilidad que los sistemas MLP tipo cajón pueden demandar y tolerar, tomando en cuenta sus características de rigidez y resistencia, así como los factores que afectan localmente a muros delgados con bajo contenido de acero de refuerzo. También debe abordarse criterios de detallado de muros acorde con la respuesta esperada.

Por las razones descritas, la presente investigación se enfoca en el comportamiento sismorresistente de muros delgados ligeramente reforzados característicos de edificios con sistema MLP tipo cajón, proponiendo un procedimiento para la verificación de la necesidad de confinamiento transversal en bordes de muros y de los niveles de detallado asociados, estableciendo algunos criterios complementarios para lograr un diseño integral en estas edificaciones.

## **Objetivos**

### **Objetivo General**

Establecer un procedimiento para el análisis y diseño de elementos de borde en muros esbeltos de edificios con sistema estructural mixto con losa plana tipo cajón.

### **Objetivos específicos**

1. Caracterizar el comportamiento de muros delgados ligeramente reforzados mediante investigaciones teóricas y experimentales.
2. Determinar modelos predictivos de la capacidad de desplazamiento y de la ductilidad alcanzada por muros delgados regidos por flexión según el nivel de confinamiento en bordes, validados según datos experimentales disponibles.
3. Caracterizar la respuesta sismorresistente de sistemas estructurales MLP tipo cajón mediante modelos analíticos apoyados en los resultados de estudios en edificaciones afines.
4. Establecer un procedimiento aplicable a sistemas estructurales MLP tipo cajón para verificar la necesidad de confinamiento y los requisitos de detallado en bordes de muros esbeltos para demandas moderadas de ductilidad.

## **Alcances**

Se consideran los siguientes alcances:

1. Síntesis de estudios técnicos y normativas que tratan sobre el comportamiento sismorresistente de edificios con sistemas tipo cajón y los requisitos para elementos de borde confinantes en muros estructurales.
2. Caracterizar el comportamiento de muros delgados esbeltos ligeramente reforzados, incluyendo la revisión de modelos analíticos y el análisis de resultados de campañas experimentales afines.
3. Proponer modelos predictivos para la estimación de la capacidad de desplazamiento de muros delgados considerando el efecto del confinamiento en bordes, siendo verificados mediante datos experimentales disponibles.
4. Caracterizar la respuesta sismorresistente de sistemas MLP tipo cajón abordando aspectos de sobrerresistencia, ductilidad, demanda de deriva global y demanda de

ductilidad basada en espectros sísmicos de diseño, considerando los resultados de estudios en edificaciones afines.

5. Establecer un procedimiento para verificar la necesidad de confinamiento en bordes de muros de sistemas estructurales MLP tipo cajón basado en el enfoque de diseño por desplazamientos, incluyendo los requisitos de detallado para demandas moderadas de ductilidad.

## **Limitaciones**

Se tienen las siguientes limitaciones:

1. No se disponen de datos sobre el comportamiento estructural observado en edificaciones con sistema estructural MLP tipo cajón ante sismos fuertes dentro del territorio nacional, siendo necesario recurrir a la documentación afín de edificios construidos en otros países.
2. Dado que se proponen modelos analíticos, se utilizan los resultados experimentales y numéricos de investigaciones previas para verificar los modelos propuestos, suponiendo que los datos base representan de manera adecuada el comportamiento esperado en la realidad.
3. Se proponen modelos idealizados para predecir la respuesta global en términos de capacidad de desplazamiento de sistemas con muros delgados regidos por flexión con bajo contenido de acero de refuerzo, siendo limitados para capturar de forma adecuada los efectos locales en términos de agrietamiento, deformación unitaria y modo de falla del acero de refuerzo, limitante abordada mediante factores de reducción ajustados según la evidencia experimental.
4. El análisis de la demanda de desplazamiento en sistemas MLP tipo cajón parte de procedimientos para el análisis estático no lineal que consideran el primer modo de vibración, los cuales incorporan el efecto de degradación de rigidez y resistencia e influencia de la forma histerética de la respuesta carga – desplazamiento de osciladores de un grado de libertad, siendo una aproximación aceptada con cierta reserva para la estimación de la respuesta dinámica de sistemas no lineales de múltiples grados de libertad.

### **Antecedentes de la investigación**

Paulay y Priestley [5] abordaron el estudio de sistemas con ductilidad restringida o limitada incluyendo aquellas edificaciones a base de muros que presentan exceso de rigidez y resistencia para cierto nivel de demanda sísmica, o que presentan grandes desplazamientos elásticos como ocurre en edificios altos. Según los autores, cuando se cuantifica adecuadamente la reducción en la demanda de ductilidad, se puede justificar una relajación apropiada del detallado sismorresistente. Los autores enfatizan en que el diseño debe asegurar una capacidad predecible de deformación ante el sismo extremo de diseño, para lo cual se requiere proveer una adecuada resistencia a cortante.

Wallace y Moehle [6] realizan un estudio analítico del requerimiento de confinamiento en bordes de muros de edificios a base de muros portantes utilizando un modelo de plasticidad concentrada en la base para determinar la capacidad de deriva de muros. El estudio concluye que los muros rectangulares con baja carga axial no suelen requerir de confinamiento en bordes, en tanto que en muros alados con configuraciones tipo T o L se justifica el confinamiento según las condiciones geométricas, de refuerzo y de carga axial.

Sobre la investigación en muros con bajo contenido de acero de refuerzo, Beyer [7] indica que la consideración de un perfil de curvatura elástica asociado a un muro agrietado en toda su altura puede sobreestimar los desplazamientos elásticos. Por otro lado, las investigaciones de Henry [8] y Lu [9] sugieren que los muros con bajas cuantías de acero vertical presentan una limitada capacidad de agrietamiento al ser cargados hasta su resistencia última, reduciendo su capacidad de desplazamiento. Hoult [10] indica que debe existir cierta cuantía mínima de acero de refuerzo vertical para desarrollar un agrietamiento distribuido asociado a un comportamiento dúctil. Estudios experimentales realizados por Lu [11] muestran que el perfil de curvatura en muros delgados con bajas cuantías de refuerzo presenta picos localizados en grietas principales.

A nivel de modelos analíticos, Wibowo et al. [12] plantearon dos modelos analíticos para estimar el comportamiento carga – desplazamiento de muros rectangulares ligeramente reforzados, indicando que la estimación de datos experimentales se ajusta mejor considerando un modelo detallado. Hoult et al. [13] analizaron la capacidad de desplazamiento de muros con bajas cuantías de acero vertical sin confinamiento en bordes, comparando los resultados de modelos en elemento finito con modelos predictivos basados

en plasticidad concentrada en la base que dependen principalmente de la cuantía de acero longitudinal. Menegon [14] desarrolló un modelo para predecir la respuesta carga – desplazamiento de muros delgados regidos por flexión. Menegon et. al [15] analizan la influencia del confinamiento en bordes de muros rectangulares en el incremento del nivel de ductilidad a la curvatura mediante un estudio paramétrico utilizando modelos no lineales basados en fibras, indicando que existe cierto umbral a partir del cual el incremento del nivel de confinamiento resulta inefectivo para incrementar el nivel de ductilidad.

De las investigaciones con base experimental de Segura y Wallace [16], y de Abdullah y Wallace [17], se concluye que la capacidad de deriva de muros delgados con y sin confinamiento en bordes decrece al aumentar la esbeltez de la sección transversal del muro. La razón entre la zona de compresión y el espesor del muro es un parámetro que mantiene una relación inversamente proporcional con la capacidad de desplazamiento de muros delgados. Los autores [16] recomiendan investigar el impacto del esfuerzo cortante y de la altura efectiva de aplicación de la carga en la demanda de deformaciones en compresión en elementos de borde. En [17] se construyeron modelos empíricos a partir de la base de datos de ensayos experimentales en muros de concreto reforzado desarrollada por investigadores de la Universidad de California, Los Ángeles (UCLA), proponiendo modelos empíricos que predicen la capacidad de deriva en muros ordinarios y especiales, según el modo de falla (flexión o cortante) y tomando en cuenta el efecto de carga axial.

Se tienen estudios experimentales adicionales afines a muros delgados, algunos con bajo contenido de acero de refuerzo, con y sin confinamiento en bordes. Se pueden mencionar las investigaciones de Tomazevic [18], Dazio et al. [19], Alarcón et al. [20], Altheeb [21], Albidah [22], Lu [23], Almeida et al. [24], Blandon et al. [25], Menegon et al. [26]. De estas investigaciones se puede inferir una mayor influencia en el comportamiento sísmosresistente de muros delgados según parámetros como: cuantía de acero de refuerzo vertical, nivel de carga axial, esbeltez geométrica, tipo de sección transversal y características de materiales. Por otro lado, Adebar y Lorzadeh [27] realizaron ensayos experimentales en elementos de borde delgados con bajo refuerzo sujetos a compresión axial, obteniéndose un mejor desempeño en aquellos especímenes que presentaron mayor grado de confinamiento.

### **Metodología**

Para elaborar la base conceptual del proyecto se realiza una investigación sobre las características de sistemas tipo cajón, abordando los requisitos de diseño de elementos de borde de muros, así como aspectos generales sobre el comportamiento estructural de muros delgados y de la respuesta sismorresistente de edificaciones, lo que sirve de marco de referencia para la caracterización de muros delgados y de los sistemas MLP tipo cajón.

Para el análisis del comportamiento de muros delgados ligeramente reforzados se realiza una síntesis de investigaciones teóricas y experimentales, tomando como eje central el efecto del confinamiento en bordes. Se construye una base de datos basada en 10 campañas experimentales en muros delgados, a partir de la cual se analizan los principales factores que afectan su respuesta sismorresistente.

Para la estimación de la capacidad de desplazamiento de muros delgados regidos por flexión se desarrolla un modelo analítico de plasticidad concentrada en la base, utilizado para determinar los niveles de ductilidad local tolerables. El modelo se valida mediante los resultados de las campañas experimentales analizadas previamente, considerando factores geométricos, características de materiales y niveles de detallado.

Para la caracterización de los sistemas estructurales MLP tipo cajón, se analizan los resultados relevantes de investigaciones en edificios afines, abordando aspectos de sobrerresistencia, ductilidad y comportamiento no lineal bajo modelos estáticos y dinámicos. Se desarrollan modelos analíticos para la estimación del periodo fundamental, así como la demanda de deriva y demanda de ductilidad con base a espectros sísmicos de diseño, incorporando conceptos de procedimientos estáticos no lineales derivados de FEMA 440 [28]. En los diferentes modelos se incorpora la influencia del confinamiento en bordes.

Según los modelos desarrollados previamente, se establece un procedimiento para determinar la necesidad de confinamiento de bordes en muros de sistemas estructurales MLP tipo cajón bajo un enfoque por desplazamientos. Se proponen requisitos de confinamiento en bordes de muros implementando un modelo de confinamiento ajustado a niveles moderados de ductilidad.

La Figura 1 muestra el esquema metodológico empleado en la investigación.

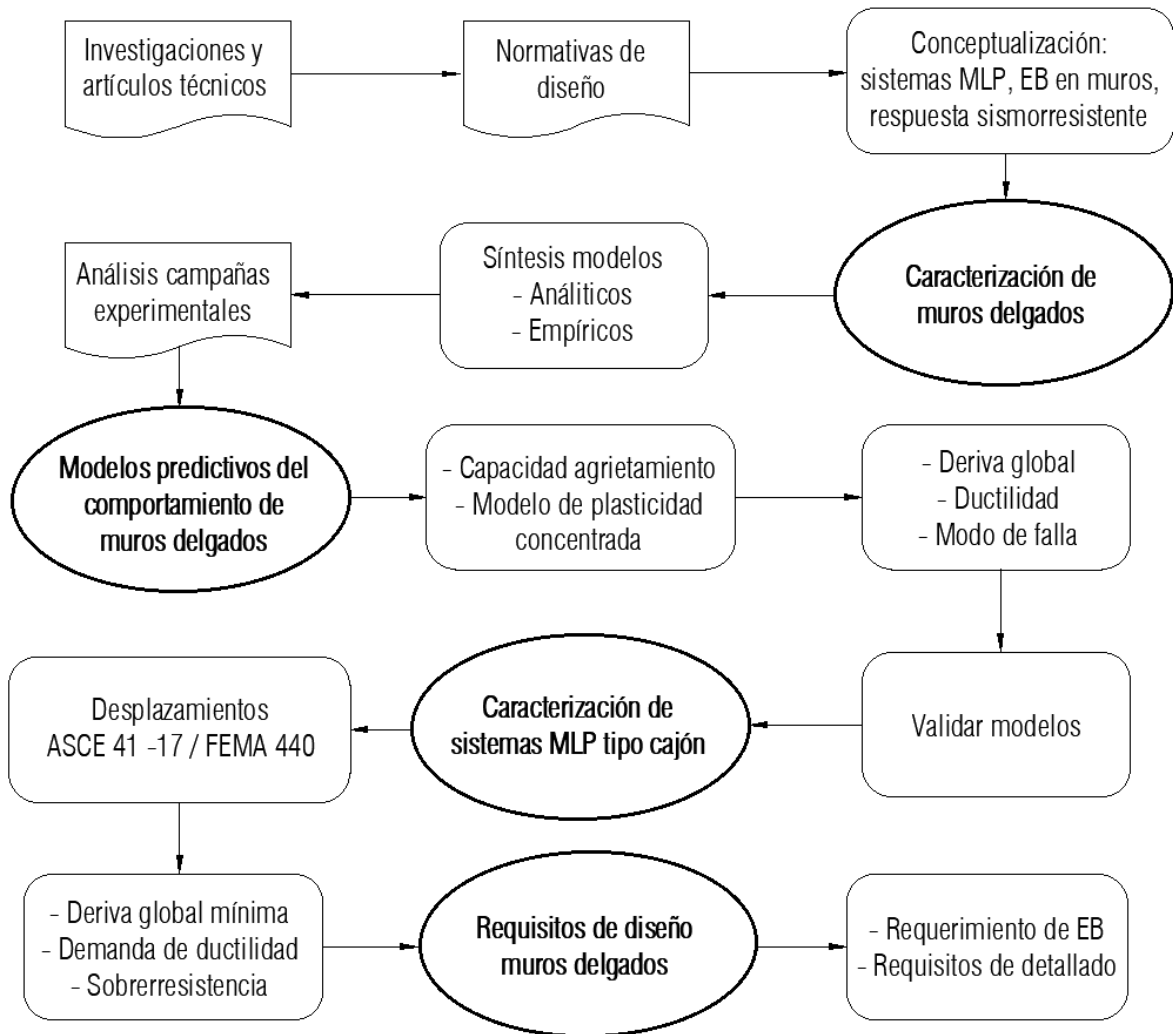


Figura 1. Esquema metodológico de la investigación.

## Organización del documento

La tesis se desarrolla en 5 capítulos que abordan el comportamiento de muros delgados característicos de edificios con sistema tipo cajón con predominio de muros estructurales, siendo enfocada en la determinación del requerimiento de confinamiento en bordes de muros y el tipo de detallado asociado, incluyendo requisitos complementarios de verificación bajo un enfoque integral para el diseño sismorresistente de estas edificaciones.

El **Capítulo 1** presenta un marco de referencia conceptual sobre sistemas MLP tipo cajón, abordando los requisitos para elementos de borde de muros según las normativas de diseño y el comportamiento de muros estructurales. Se incluyen además algunas nociones necesarias para caracterizar el comportamiento sismorresistente de edificaciones.

El **Capítulo 2** analiza las principales investigaciones teóricas y experimentales que tratan sobre el comportamiento sismorresistente de muros delgados ligeramente reforzados. Mediante el estudio de campañas experimentales afines se investiga la influencia de parámetros ingenieriles característicos de muros delgados con bajo contenido de refuerzo.

El **Capítulo 3** desarrolla un modelo de plasticidad concentrada en la base para predecir la respuesta global en términos de la capacidad de desplazamiento de muros delgados según la condición de confinamiento en bordes, siendo contrastado con la evidencia experimental. Bajo el modelo propuesto se determina los niveles de ductilidad asociados al desplazamiento lateral y a la curvatura en muros, así como el modo de falla por flexión.

El **Capítulo 4** describe los principales resultados de investigaciones previas en edificios a base de muros portantes y losas planas, caracterizando luego los sistemas MLP tipo cajón según su sobrerresistencia y ductilidad, elaborando modelos analíticos que incluyen la estimación del periodo de vibración con el cual se determina la demanda de deriva global y la demanda de ductilidad del sistema a partir de espectros elásticos de diseño.

El **Capítulo 5** presenta diferentes enfoques para determinar la necesidad de confinamiento en bordes de muros delgados de sistemas estructurales tipo cajón, desarrollando dos propuestas bajo un enfoque por desplazamientos para muros delgados regidos por flexión diseñados con fuerzas de sismo reducidas, más dos enfoques alternativos para muros de sistemas con una respuesta predominantemente elástica. Se incluyen requisitos de detallado en bordes de muros para demandas moderadas de ductilidad.

# CAPITULO 1

## Marco conceptual

### 1.1 Sistema estructural mixto con losa plana

Las edificaciones que contienen losas planas presentan sistemas sismorresistentes interconectados por losas planas, los cuales equilibran tributariamente las cargas gravitacionales y restringen de forma conjunta los desplazamientos laterales producto de acciones externas. Se define un sistema estructural de tipo Mixto con Losa Plana (MLP) [2] como aquel que combina sistemas de columnas con losas planas y sistemas estructurales convencionales de tipo muro, dual, marco, voladizo u otros [1]. La Figura 2 muestra los diferentes tipos de sistemas MLP según el tipo de sistema estructural principal.

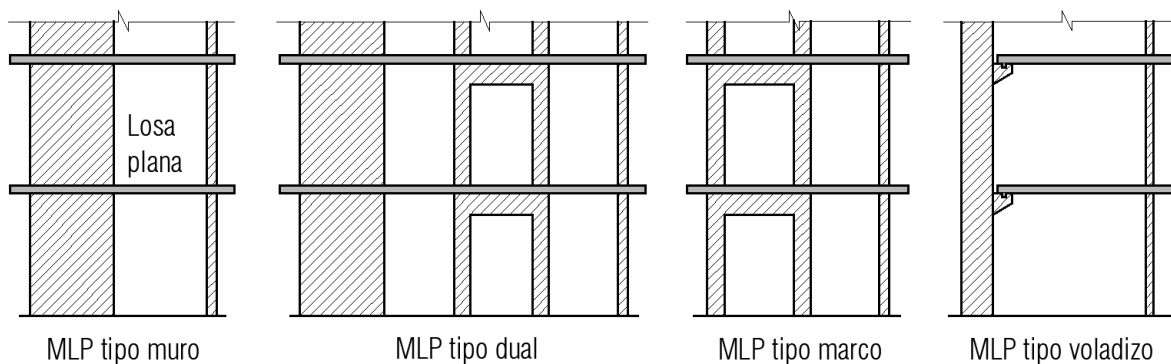


Figura 2. Sistemas estructurales de tipo Mixto con Losa Plana (MLP).

Las uniones losa plana – columna son zonas con comportamiento frágil, con falla por punción debido al esfuerzo cortante producto de las cargas gravitacionales y de las rotaciones del nudo ante los desplazamientos del sistema. De ahí que los sistemas MLP deban contar con un sistema principal que provea de suficiente rigidez lateral para el control de deformaciones locales que impidan el desarrollo de una respuesta dúctil.

Un sistema estructural a base de muros con losas planas puede ser clasificado como un sistema MLP con sistema estructural principal tipo muro, denominado en adelante como sistema MLP tipo cajón.

## 1.2 Edificios con sistema MLP tipo cajón

Los edificios con sistema MLP tipo cajón presentan un predominio de muros delgados interconectados por losas planas, conformando un ensamble espacial con gran rigidez y resistencia lateral. Dada la versatilidad y rapidez constructiva, el sistema ha sido ampliamente utilizado en soluciones residenciales verticales. En el Anexo 1 se muestran datos técnicos sobre edificaciones afines.

Las edificaciones con sistema tipo cajón presentan una alta densidad de muros, con una razón entre el área de muros alineados en cada dirección principal y el área de entrepiso con valores usuales entre 2.5 y 5% según la experiencia en Costa Rica y en otros países de la región, con muros portantes que equilibran las cargas gravitacionales y laterales del sistema. La distribución usual en planta presenta un pasillo central, generando muros alados con secciones transversales tipo T, L, C o combinaciones de estas, con muros principales divisorios de gran longitud que proveen una porción importante de la rigidez lateral y resistencia sismorresistente del sistema. La Figura 3 muestra una configuración típica de estas edificaciones, la Figura 4 ilustra la construcción de un edificio residencial.

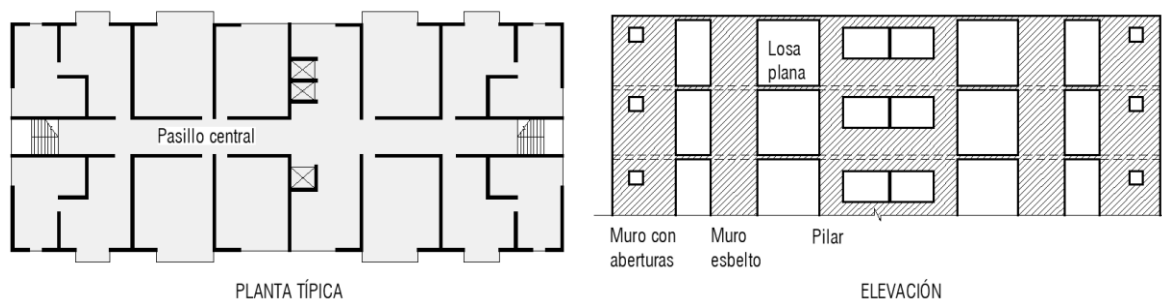


Figura 3. Configuración típica de edificación con sistema tipo cajón.



Figura 4. Construcción de edificio residencial con sistema tipo cajón. Fuente: El autor.

Los muros de los sistemas tipo cajón pueden presentar aberturas de diferentes proporciones. Para aberturas pequeñas (muros laterales en elevación, Figura 3) el comportamiento global puede aproximarse al de un muro en voladizo, siendo necesario algún detallado en las zonas discontinuas debido a esfuerzos localizados. Si se tienen aberturas extensas en mayor proporción en sentido horizontal (muro central, Figura 3), se pueden formar pilares a cada lado de las aberturas. Los muros poseen espesores delgados que varían generalmente entre 10 cm y 20 cm según la altura de la edificación, siendo detallados con cuantías cercanas o iguales al acero mínimo, con barras de acero de refuerzo con diámetros de baja denominación distribuidos con una mayor separación en comparación a muros convencionales, con un confinamiento en bordes escaso o inexistente sobre todo en edificios de baja altura. Se pueden presentar muros con espesores mayores a 20 cm si se limita la cantidad de ejes de resistencia, por ejemplo, cuando se utiliza un mayor número de particiones livianas o en muros bajo pisos de transición ante discontinuidad vertical.

El Cuadro 1 muestra características de edificaciones con sistema estructural tipo cajón en función del número de niveles y del tipo de falla predominante, según la razón de aspecto del muro ( $h_w/l_w$ ) que determina su grado de esbeltez en el plano. La razón de carga axial ( $P_u/A_g f'_c$ ) asociada al primer nivel es una medida del esfuerzo de compresión normalizado con respecto a la resistencia a la compresión axial de la sección.

Cuadro 1. Características de sistemas estructurales tipo cajón.

Clasificación según altura	Número de niveles N	Razón de aspecto $h_w/l_w$ <sup>1)</sup>	Modo de falla predominante en muros	Razón de carga axial $P_u/A_g f'_c$ <sup>2)</sup>
Chatos	$N \leq 4$	< 2	Corte	< 0.05
Baja altura	$5 \leq N \leq 9$	2 - 4	Flexión y corte	0.05 - 0.09
Media altura	$10 \leq N \leq 19$	3 - 9	Flexión	0.06 - 0.15
Gran altura	$20 \leq N \leq 25$	7 - 12	Flexión	0.10 - 0.20

Notas: 1) Rango de valores para una altura de piso igual a 2.8 m y una longitud de muros principales entre 6 m y 8 m. 2) Se considera una carga gravitacional de entrepiso igual a 0.64 ton/m<sup>2</sup> y una razón de área total de muros entre el área de entrepiso entre 0.05 y 0.08;  $f'_c=210$  kg/cm<sup>2</sup> para muros chatos y muros de baja altura;  $f'_c=210-280$  kg/cm<sup>2</sup> para muros de media y gran altura.

Los edificios chatos con sistema tipo cajón presentan muros con espesores que rondan entre 10 y 12 cm, usualmente detallados con una sola malla de refuerzo sin elementos de

borde confinantes, con desplazamientos regidos por deformaciones por corte. Por otro lado, los edificios con sistemas tipo cajón de baja altura poseen muros que pueden ser regidos por flexión o corte según su razón de aspecto, con espesores entre 10 y 15 cm, detallados con una o dos mallas de refuerzo. Los edificios chatos y los edificios de baja altura presentan bajas razones de carga axial, siendo detallados con cuantías de acero cercanas o iguales al valor mínimo requerido por norma.

En edificios con sistema tipo cajón de media y gran altura los muros presentan una deformación predominantemente en flexión. Los espesores de los muros principales se encuentran entre 15 cm y 20 cm. Los muros de los primeros niveles suelen demandar cuantías de acero de refuerzo mayores al acero mínimo por norma, requiriendo en algunos casos de elementos de borde confinantes. Los edificios con sistemas tipo cajón de gran altura demandan mayores cuantías de acero de refuerzo para cumplir con los requisitos de resistencia y confinamiento de acuerdo con la normativa vigente.

Los edificios con estructuraciones regidas por requisitos funcionales pueden presentar, según la densidad de muros, la altura y la demanda sísmica local, una respuesta global predominantemente elástica, con alguna incursión en el rango inelástico de los materiales, pudiendo ser catalogados como sistemas con ductilidad limitada o restringida [5], según se muestra en la Figura 5. En edificios de baja altura, la respuesta elástica es favorecida por el exceso de resistencia asociada a una alta densidad de muros. Por otro lado, al aumentar la altura de una edificación, los desplazamientos elásticos toman predominio en el desplazamiento lateral alcanzado por el sistema, con un efecto incremental del nivel de carga axial, lo que en conjunto restringe la ductilidad que puede ser desarrollada.

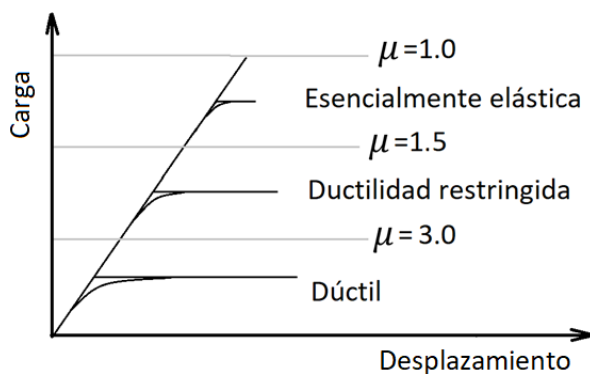


Figura 5. Comportamiento de sistemas según su respuesta sismorresistente.

Con respecto al comportamiento inelástico local, en muros esbeltos regidos por flexión, se puede esperar mayor desarrollo de plasticidad en los primeros niveles, con un agrietamiento que puede ser limitado según la cuantía de acero vertical [8], [9]. En pilares chatos conectados por elementos de acople rígidos, se puede generar altas demandas inelásticas a flexión y corte, siendo un mecanismo de transferencia indeseable [29]. Los dinteles, al ser vigas cortas, suelen demandar fuerzas cortantes elevadas, proporcionales al inverso de su longitud, al desarrollar su capacidad nominal a flexión ante doble curvatura. En dinteles de bajo espesor el refuerzo de cortante por acoplamiento es constructivamente difícil de lograr, siendo aceptado en la práctica el daño a cambio del uso de una baja rigidez efectiva en el análisis. En algunos casos se adicionan vigas que particionan losas con claros importantes o vigas que interconectan muros para mejorar el comportamiento por cortante en losas. En las losas planas, según su configuración geométrica, cuantía de refuerzo y condición de apoyo en muros, se puede esperar un comportamiento inelástico al funcionar como elementos de acople entre muros. En las vigas que particionan losas o en columnas esbeltas, se espera una baja probabilidad de incursión inelástica dada las bajas derivas en estos sistemas. La Figura 6 muestra la ubicación de zonas plásticas en elementos.

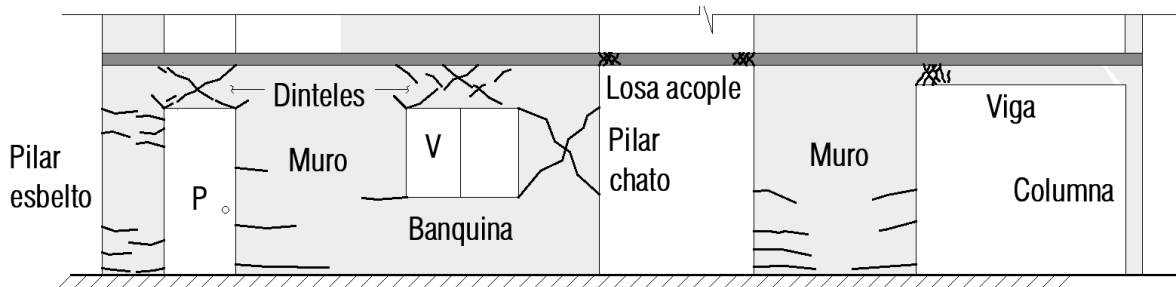


Figura 6. Zonas de posible comportamiento inelástico.

Las losas de acople que conectan extremos de muros rectos (sin alas) presentan falla por punzón antes de alcanzar la capacidad a flexión cuando son sometidos a ciertos niveles de deriva, experimentando una pérdida sustancial de rigidez de la losa y, por tanto, del acoplamiento a flexión de los muros que interconectan [30]. En el caso de losas que conectan extremos de muros alados con sección transversal en "T" (apoyo de losa a lo largo del ala), es factible que la losa alcance la falla por flexión antes de la falla por cortante unidireccional [31].

En cuanto al comportamiento sísmico observado en edificios afines, puede recurrirse a la experiencia chilena, en la cual se distinguen dos tipologías principales de edificaciones, a

saber, edificios de oficinas con un núcleo central ligado a marcos resistentes a momento perimetrales y edificios residenciales a base de losas planas y muros portantes, con promedio de índices de muros cercano al 3%. Tras el terremoto de Chile de 2010 ( $M_w$  8.8) que impactó las principales ciudades de la región central chilena incluyendo Concepción, Viña del Mar y Santiago, basado en el inventario de edificios construidos después de 1985 que fueron afectados por el evento, se evidenciaron daños significativos en tan solo un 2.2% de edificios con más de 9 niveles y en menos de 0.5% de edificios con más de 3 niveles [32]. Posteriormente se evidenció que las ordenadas espectrales de varios registros para este evento sísmico superaron el espectro de diseño de estas edificaciones, por lo que un alto porcentaje de edificios debió sufrir daños considerables, evidenciándose un desempeño estructural superior al esperado probabilísticamente, siendo motivo de posteriores estudios sobre el efecto de la sobrerresistencia [33] y la influencia de efectos no lineales geométricos y de materiales en edificios residenciales [34]. En [32] se asevera que el uso sistemas con alta densidad de muros portantes en lugar de sistemas a base de marcos ha favorecido el buen desempeño global de edificios altos, lo que atribuye al hecho de que la mayoría de los edificios diseñados según la práctica chilena no superan derivas globales del 0.5%, siendo un límite de desempeño operacional según SEAOC VISION 2000 [35].

Existe una tipología particular de edificios de muros con losas planas que son construidos con la técnica de encofrado tipo túnel, presentando un ensamble de muros y losas sin vigas o columnas, con un espesor generalmente uniforme de sus elementos [36]. Dadas las restricciones del sistema constructivo, estos sistemas se caracterizan por tener un predominio de muros rectangulares alineados en un sentido corto, con menor densidad de muros en el sentido longitudinal de la edificación. La respuesta en el sentido corto se asemeja al comportamiento de sistemas tipo cajón construidos en Costa Rica, dada la mayor densidad de muros en esta dirección. La Figura 7 muestra configuraciones en planta típicas de estas edificaciones. En países como Turquía, el sistema tipo túnel se ha implementado desde 1970. De acuerdo con [37], tras los eventos sísmicos de 1999 en Turkia (Kocaeli  $M_w$  7.4 y Duzce  $M_w$  7.2), no se reportaron daños o intervenciones en edificaciones construidas con sistema tipo túnel en la región afectada, en contraste con otras edificaciones de concreto de construcción convencional severamente dañadas.

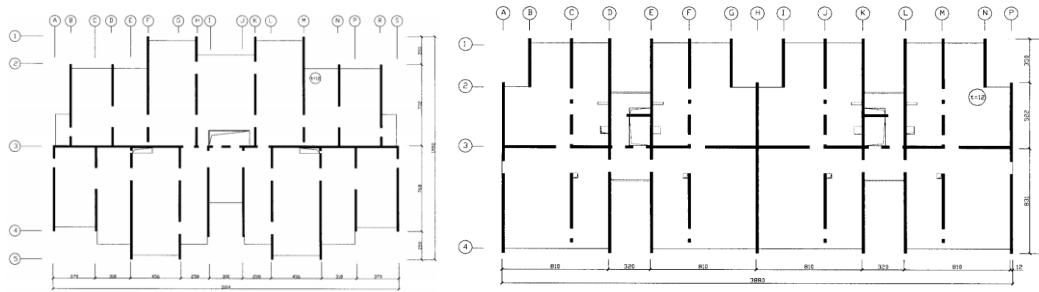


Figura 7. Plantas típicas de edificaciones tipo túnel [36].

### 1.3 Elementos de borde en muros estructurales

Un elemento de borde (EB) es una porción a lo largo del extremo de un muro estructural o abertura que es reforzado con mayores cuantías de acero longitudinal y transversal. Cuando se dan altas demandas de compresión en extremos de muros debido a cargas gravitacionales y de sismo, las normativas actuales exigen el uso de elementos de borde confinados. El acero de refuerzo para confinamiento transversal en bordes de muros pretende aumentar la resistencia ante esfuerzos de compresión mediante el incremento de la presión de confinamiento lateral, además de proveer restricción ante el pandeo local del acero de refuerzo vertical ante ciclos dinámicos de reversión.

A nivel de normativa sísmica, el Eurocódigo 8 [38] clasifica los sistemas estructurales a base de muros en sistemas con muros dúctiles y sistemas con muros largos ligeramente reforzados, cuya clasificación depende de la longitud del muro, del porcentaje de la carga gravitacional que soporta y del periodo fundamental. En muros ligeramente reforzados se establecen requisitos de confinamiento en bordes menos estrictos con respecto a muros dúctiles. El código neozelandés NSZ-3101.1&2:2006 [39] para la verificación de elementos de borde en muros, se distinguen regiones plásticas con ductilidad limitada y regiones plásticas dúctiles. La norma canadiense CSA A23.3-19 [40] distingue el confinamiento transversal en bordes de muros según el nivel de ductilidad considerado para el sistema. El comité ACI 318 - 14 [41] para elementos de borde de muros especiales exige un nivel de detallado asociado al desarrollo de ductilidad óptima. La mayoría de las normativas a nivel latinoamericano utilizan como base las disposiciones de ACI 318 en sus distintas versiones para el diseño de elementos de borde en muros.

El requerimiento de EB se abordó bajo un primer enfoque basado en esfuerzos por ACI 318 en su versión de 1989, en el cual se requiere proveer elementos especiales de borde en

muros cuando el esfuerzo en la fibra extrema en compresión supera  $0.2f'_c$ , pudiéndose discontinuar cuando el esfuerzo es inferior a  $0.15f'_c$ . El enfoque basado en esfuerzos ha resultado ser conservador para una amplia gama de edificaciones y configuraciones de muros [4], presentando limitaciones conceptuales dado que bajo este enfoque suele suponerse una variación lineal de esfuerzos elásticos en una sección no degradada que es diseñada bajo fuerzas reducidas, sin reconocer el nivel de deformación inelástica que debe experimentar el material según los supuestos de diseño. La Figura 8 muestra los requisitos de ACI 318 - 14 [41] para EB según el enfoque de análisis basado en esfuerzos.

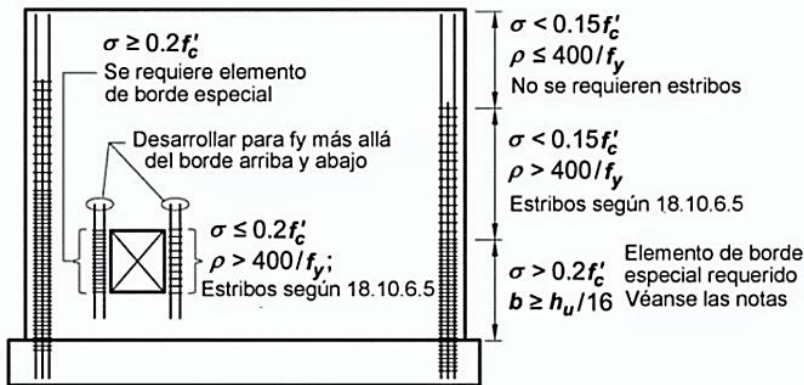


Figura 8. Requisitos de ACI 318-14 [41] para EB según enfoque basado en esfuerzos.

Dadas las limitaciones del enfoque basado en esfuerzos, a partir del ACI 318 versión 1999 se incluyó la verificación de elementos de borde en muros bajo un enfoque basado en desplazamientos que parte de un modelo de plasticidad concentrada en la base con un formato simplificado [4], enfoque adoptado por el CSCR [1] y otras normativas latinoamericanas, el cual reconoce el nivel de deformación unitaria límite del concreto no confinado, siendo un parámetro más acertado con respecto al enfoque por esfuerzos.

El desplazamiento último  $\delta_u = \delta_p + \delta_y$  que experimenta un muro en voladizo con una articulación plástica en la base sometido a carga lateral puede simplificarse como  $\delta_u \approx \delta_p$  si se desprecia la deformación elástica  $\delta_y$ , considerando un predominio de la deformación plástica  $\delta_p = l_p \phi_u (h_w - l_p/2)$ , siendo  $l_p$  la longitud equivalente de rótula plástica,  $\phi_u$  la curvatura última y  $h_w$  la altura del muro. Suponiendo que el centroide de la rótula plástica se da a nivel de la base puede aproximarse  $h_w - l_p/2 \approx h_w$ . Definiendo  $l_p = l_w/2$  y  $\phi_u = \varepsilon_{co}/c_u$ , donde  $\varepsilon_{co}$  es la deformación unitaria en la fibra extrema en compresión para concreto no confinado en la cual se espera el inicio del desprendimiento del recubrimiento

con un valor nominal de 0.003 y  $c_u$  la distancia de la fibra extrema en compresión al eje neutro se tiene en términos de la profundidad de la zona en compresión:

$$c_u = \frac{l_p \varepsilon_{co}}{\delta_u/h_w} \approx \frac{l_w}{667 \delta_u/h_w} \approx \frac{l_w}{600 \delta_u/h_w} \quad (1.1)$$

La Figura 9 muestra el esquema considerado. Si la profundidad  $c$  obtenida para el momento nominal y la carga axial de diseño correspondiente al desplazamiento  $\delta_u$  alcanza o excede el valor de  $c_u$ , se requiere entonces confinar el borde para asegurar un nivel de deformación mayor en la zona plástica. El enfoque por desplazamientos propuesto por ACI 318 presenta algunas limitaciones al ser aplicado a muros ligeramente reforzados con bajo a moderado desarrollo de ductilidad. Primeramente, la longitud equivalente de rótula plástica  $l_p = 0.5l_w$  propuesta por el comité ACI 318 resulta excesiva para muros esbeltos con limitada capacidad de disipación plástica [10], [42], [43]. En segundo lugar, el desplazamiento elástico toma relevancia sobre el aporte plástico al estimar la capacidad de deriva en sistemas con baja demanda de ductilidad.

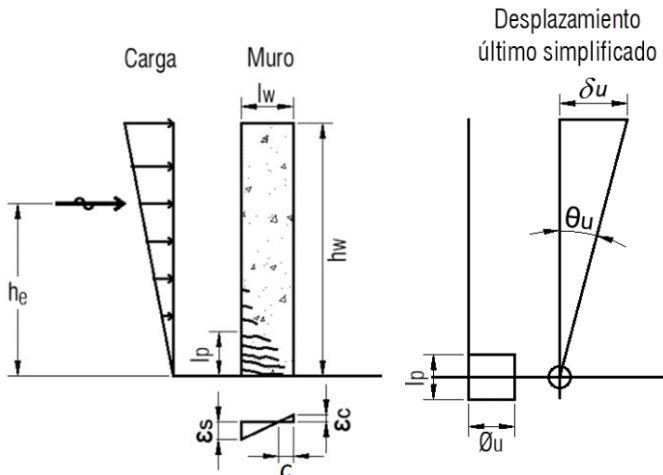


Figura 9. Desplazamiento último en muro.

A partir de la versión 2014, el ACI 318 [41] define un valor mínimo de  $\delta_u/h_w$  igual 0.005, el cual solicita incrementar por 1.50 para escalar el desplazamiento último con aquel generado por el sismo máximo considerado, resultando en una deriva mínima de 0.0075. El factor de escala es aplicado para alcanzar una baja probabilidad de colapso ante el sismo máximo considerado con una probabilidad de excedencia de 2% en 50 años. Este límite de

deformación resulta ser excesivo sobre todo en edificaciones rígidas de baja y media altura al evaluar el requerimiento de confinamiento en bordes.

En edificios con predominio de muros portantes, se ha demostrado mediante un enfoque por desplazamientos [6] que incorpora el estudio de las demandas de deriva, que los muros portantes pueden requerir algún confinamiento en bordes según la geometría, cuantía de acero de refuerzo y nivel de carga axial, principalmente en extremos de almas de muros alados con sección transversal tipo T o L.

La Figura 10 muestra los requisitos de ACI 318 - 14 [41] según el enfoque de análisis por desplazamientos. La mayoría de los requisitos son adoptados por el CSCR [1], a excepción del espesor mínimo requerido para el elemento de borde, no especificado por el CSCR [1]. Para bajas demandas de compresión, los EB no son requeridos, pero se debe proveer cierto refuerzo transversal en el extremo si la razón de refuerzo vertical en el borde del muro excede el límite de  $28/f_y$  ( $f_y$  en  $\text{kg}/\text{cm}^2$ ) para el control del pandeo del refuerzo por flexión concentrado en bordes.

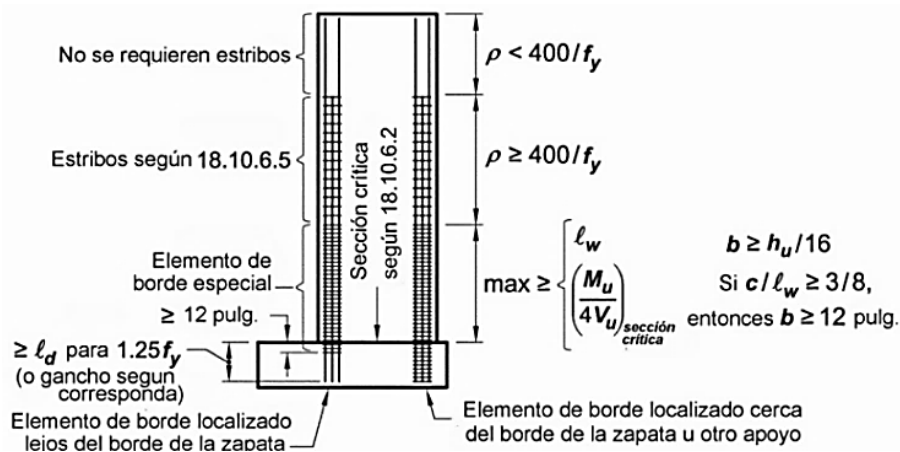


Figura 10. Requisitos de ACI 318-14 [41] según enfoque basado en desplazamientos.

El Cuadro 2 muestra los requerimientos para la cuantía de acero transversal en EB presentes en el CSCR [1] y en el ACI 318-14 [41]. El ACI 318 - 14 [41] indica que la razón volumétrica de confinamiento dada por  $0.09f'_c/f_{yt}$  no conduce a un refuerzo transversal adecuado en muros delgados donde el recubrimiento constituye una parte importante del grosor del muro, incorporando una segunda expresión que incorpora la razón entre el área gruesa y el área del núcleo confinado ( $A_g/A_{ch}$ ) para estimar la cuantía de acero de confinamiento. La cuantía de refuerzo transversal exigida en bordes está fundamentada en los requisitos de

confinamiento para columnas dúctiles pertenecientes a marcos especiales resistentes a momento, siendo conservadoras para sistemas estructurales tipo muro con bajas a moderadas demandas de ductilidad.

Cuadro 2. Requisitos para elementos de borde en muros de corte.

Criterio		CSCR 2010 [1]	ACI 318 - 14 [41]
Refuerzo de confinamiento $A_{sh}/s_h c$ (rige el mayor valor)		$0.09f'_c/f_{yt}$	$0.09f'_c/f_{yt}$ $0.3(A_g/A_{ch} - 1)f'_c/f_{yt}$
	Elementos de DLM (CSCR) o muros intermedios (ACI)	$0.5\min(\ell_{eb}, b) \leq 30 \text{ cm}$ $8d_{bl}$ $24d_{bt}$	No indica
Separación entre aros (rige el menor valor)	Elementos de DLO (CSCR) o muros especiales (ACI)	$1/3 \min(\ell_{eb}, b_{eb})$ $6d_{bl}$ $s_o = 10 + (35 - h_x)/3$ con $10 \text{ cm} \leq s_o \leq 15 \text{ cm}$	
	EB no requerido con $\rho_b \geq 28/f_y$	20 cm	$\min(15 \text{ cm}, 6d_{bl})$ dentro de la altura $h_{eb}$ $\min(20 \text{ cm}, 8d_{bl.min})$ fuera de la altura $h_{eb}$
Separación del refuerzo vertical soportado lateralmente	Elementos de DLO (CSCR) o muros especiales (ACI)	$h_x \leq 35 \text{ cm}$ cuando	$h_x \leq \min(35 \text{ cm}, \frac{2}{3}b_{eb})$
	Elementos de DLM (CSCR) o muros intermedios (ACI)	$\ell_{be} \geq 50 \text{ cm}$	No indica
Extensión horizontal del EB, $\ell_{eb}$		$\min(c - 0.1l_w, c/2)$	
Extensión vertical del EB desde la base del muro, $h_{eb}$		$\min(l_w, M_u/4V_u)$ o hasta cuando $\sigma < 0.15f'_c$ EB no requerido: hasta cuando $\rho_b < 28/f_y$	
Espesor mínimo		No indica	$h_u/16$ cuando $c \leq 3/8l_w$ 30 cm cuando $c > 3/8l_w$

La Figura 11 muestra el desarrollo del acero de refuerzo horizontal dentro del elemento de borde [41]. El refuerzo horizontal debe extenderse hasta una distancia no menor a 15 cm desde el borde del muro, siendo requerido su terminación en gancho estándar cuando  $\ell_{eb} < \ell_d$  o cuando se reduce su resistencia a tracción dentro del EB,  $A_{sh}f_{yt}/s < A_vf_y/s_h$ .

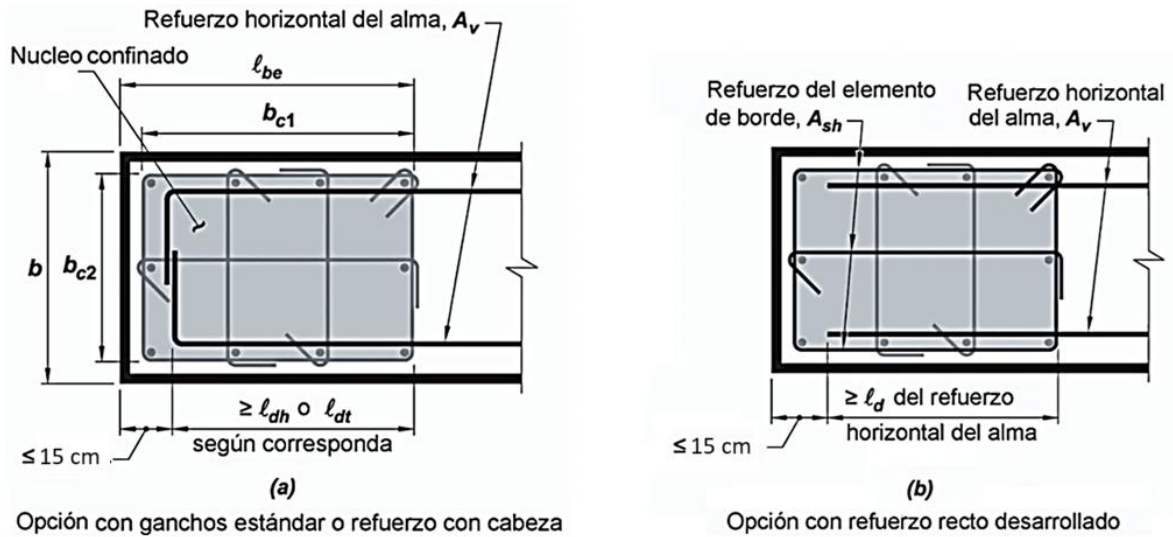


Figura 11. Desarrollo del refuerzo horizontal según ACI 318 [41].

## 1.4 Idealización del comportamiento del concreto reforzado

### 1.4.1 Relación esfuerzo - deformación

Se tienen diferentes modelos del comportamiento esfuerzo – deformación del concreto reforzado. Las primeras investigaciones mostraron que la resistencia y la correspondiente deformación unitaria longitudinal del concreto confinado por una presión hidrostática de fluido pueden ser expresadas, respectivamente, como:

$$f'_{cc} = f'_{co} + \kappa_1 f_l \quad (1.2)$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co}(1 + \kappa_2 f_l / f'_{co}) \quad (1.3)$$

Donde  $\kappa_1$  y  $\kappa_2$  son coeficientes que dependen de las características del concreto y de la presión lateral. Richart et al. [44] investigaron la ganancia en la resistencia a la compresión del concreto debido al esfuerzo lateral de confinamiento, obteniendo de ensayos los valores medios  $\kappa_1 = 4.1$  y  $\kappa_2 = 5\kappa_1$ . Pruebas experimentales posteriores sugirieron que el efecto del confinamiento mejora con: i. una menor separación del refuerzo transversal y longitudinal; ii. el uso de aros suplementarios traslapados o amarres transversales con patas; iii. un aumento del volumen de refuerzo transversal con respecto al volumen del núcleo confinado; iv. un aumento en el esfuerzo de cedencia del refuerzo transversal; v. cuando se utilizan espirales o aros circulares en lugar de aros y amarres transversales [45].

Mander, Priestley y Park [45] desarrollaron un modelo basado en los estudios previos de Kent y Park de 1971 y 1982. El modelo inicial de Kent y Park (1971) solamente permitía un incremento en la deformación unitaria dado por el acero de confinamiento, sin considerar el aporte del incremento en el esfuerzo en compresión, lo cual fue incluido en el modelo modificado de 1982. El modelo de Mander et al. [45], ampliamente utilizado y recomendado dentro de la literatura de referencia popular sobre concreto reforzado [5], [29], fue desarrollado a partir de especímenes de prueba con sección circular, cuadrada y rectangular con resistencias a la compresión uniaxial en el rango de 25 a 41 MPa, siendo apto para concretos de resistencia normal. La Figura 12 muestra el modelo de esfuerzo - deformación propuesto por Mander et al. [45], el cual considera la aplicación de carga monotónica con una baja tasa de deformación (cuasi estática). El comportamiento esfuerzo - deformación del recubrimiento fuera del núcleo confinado considera que el tramo descendente donde  $\varepsilon_c > 2\varepsilon_{co}$  sigue una línea recta que alcanza un valor de cero esfuerzo a una deformación  $\varepsilon_{sp}$ . Se considera una deformación unitaria  $\varepsilon_{co} = 0.002$  correspondiente al esfuerzo máximo  $f'_{co}$ .

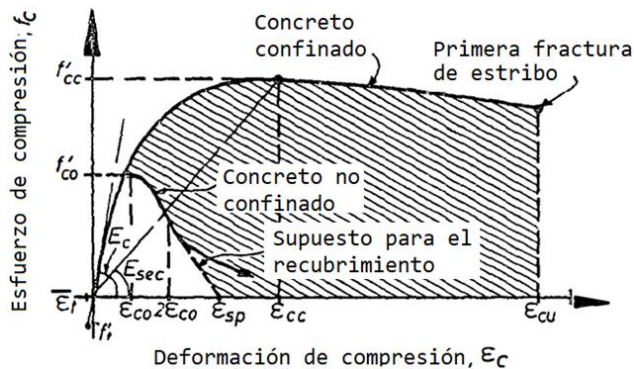


Figura 12. Modelo esfuerzo – deformación para carga monotónica del concreto confinado y concreto no confinado [45].

La resistencia máxima a la compresión del concreto confinado  $f'_{cc}$  en el modelo de Mander et al. [45] para el caso de presión de confinamiento con aros o espirales circulares es:

$$f'_{cc} = f'_{co} \left( -1.254 + 2.254 \sqrt{1 + 7.94 f'_i / f'_{co}} - 2 f'_i / f'_{co} \right) \quad (1.4)$$

Para el caso del confinamiento con aros rectangulares en [45] se presenta la solución general de forma gráfica para la falla multiaxial en términos de dos presiones laterales de confinamiento. es una medida de la restricción que el refuerzo horizontal de confinamiento

ejerce sobre la expansión lateral del núcleo, siendo no uniforme a lo largo del refuerzo transversal: El esfuerzo o presión lateral efectiva  $f'_l$  es:

$$f'_l = k_{ef} f_l \quad (1.5)$$

Donde  $f_l = 0.5\rho_t f_{yh}$  para el confinamiento con aros o espirales circulares,  $f_{li} = \rho_{ti} f_{yh}$  para el confinamiento de una sección rectangular en la dirección  $i = x$  ó  $y$ , siendo  $k_{ef}$  el coeficiente geométrico de efectividad del confinamiento. Priestley et al. [29] recomiendan  $k_{ef} = 0.5$  para muros. Para una sección rectangular se tiene:

$$k_{ef} = \frac{\left(1 - \frac{\Sigma w_i^2}{6b_c d_c}\right) \left(1 - \frac{s'}{2b_c}\right) \left(1 - \frac{s'}{2d_c}\right)}{1 - \rho_{cc}} \quad (1.6)$$

Donde  $w_i$  es la separación libre entre dos barras longitudinales adyacentes lateralmente apoyadas,  $b_c$  y  $d_c$  son las dimensiones del núcleo medidas centro a centro de los aros perimetrales,  $s'$  es la separación vertical libre entre dos niveles de aros y  $\rho_{cc}$  es la razón de área del acero longitudinal con respecto al área del núcleo. El termino  $\Sigma w_i^2/6$  representa el área inefectiva de confinamiento en sentido horizontal suponiendo que el efecto de arco forma una parábola de segundo grado con pendiente inicial de 45° según la Figura 13.

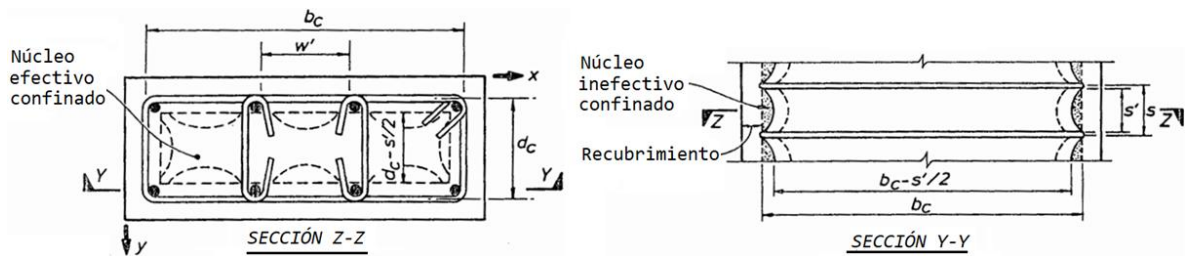


Figura 13. Núcleo confinado efectivo en una sección rectangular [45].

Los términos  $1 - s'/(2b_c)$  y  $1 - s'/(2d_c)$  representan factores de reducción del área efectiva debido al efecto de arco en sentido vertical dada la separación libre  $s'$  entre aros. Nótese que para una separación  $s' = 2d_c$ , el efecto de confinamiento es nulo ( $k_{ef} = 0$ ). En muros delgados el espesor es una restricción importante al definir la separación del confinamiento transversal.

La deformación unitaria límite en compresión del concreto confinado es generalmente tomada como aquella deformación en la que se alcanza la fractura del refuerzo transversal que confina el núcleo, dada por [46]:

$$\varepsilon_{cu} = \varepsilon_{co} + 1.4\rho_t f_{yh} \varepsilon_{su} / f'_{cc} \quad (1.7)$$

El factor de 1.4 de la Ec. 1.7 es un valor promedio basado en la forma de las curvas típicas de esfuerzo - deformación del concreto y del acero de refuerzo.

### 1.4.2 Límites de la deformación unitaria basada en desempeño

La deformación unitaria de los materiales es un indicador del nivel del daño esperado dentro del diseño sísmico basado en desempeño. Sullivan et al. [46] propusieron límites de deformación unitaria del concreto reforzado para tres objetivos de desempeño: sin daño, daño reparable y prevención de colapso, tal como se muestra en el Cuadro 3. Según los límites de desempeño dados en [46], para el Nivel 1 (servicio) puede esperarse un daño insignificante, cuyas reparaciones no afectan las operaciones normales de la edificación. Para el Nivel 2 (control de daño) la reparación del daño es viable económicamente. Para el Nivel 3 (próximo al colapso), se espera que la edificación no colapse, aunque su reparación es probable que sea económicamente inviable.

Cuadro 3. Límites de deformación unitaria en zonas plásticas de elementos estructurales [46].

Deformación unitaria	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
	Sin daño	Daño reparable	Sin colapso
Compresión del concreto, $\varepsilon_c$	0.004	$\varepsilon_{cu} \leq 0.02$	$1.5\varepsilon_{cu} \leq 0.03$
Tracción del acero, $\varepsilon_s$	0.015	$0.6\varepsilon_{su} \leq 0.05$	$0.9\varepsilon_{su} \leq 0.08$

Basado en resultados experimentales, Sullivan et al. [46] para el método de diseño directo basado en desplazamientos (direct displacement based design method, DDBD por sus siglas en inglés) sugieren un valor de  $\varepsilon_{cu}$  igual a 0.004 para un nivel de desempeño con daño reparable en el caso de no existir confinamiento. El Comité ACI 318 considera un valor de  $\varepsilon_{co}$  igual a 0.003 para concreto no confinado, límite utilizado para determinar la resistencia nominal de un elemento ante flexión y carga axial. El código canadiense CSA A23.3-19 [40] y el Eurocódigo 8 [47], para concreto no confinado sugieren un valor de  $\varepsilon_{co} = 0.0035$ .

Un valor de deformación en el acero de refuerzo vertical igual a  $\varepsilon_s = 0.6\varepsilon_{su} \leq 0.05$ , es recomendada por Priestley et al. [29] para fractura por fatiga de bajo ciclaje.

### 1.4.3 Modelos de confinamiento

#### 1.4.3.1 Modelo implementado por ACI 318

El modelo analítico implementado por el Comité ACI 318 para definir los requisitos de confinamiento en columnas parte del modelo Richart et al. [44]. El esfuerzo lateral de confinamiento  $f_l$  puede calcularse a partir del equilibrio de fuerzas en el plano vertical central de la columna. Para una sección circular de diámetro  $D_c$  en la que se alcanza el esfuerzo de cedencia del refuerzo transversal se tiene:

$$f_l = A_{sh}f_{yt}/(sD_c) \quad (1.8)$$

Para mantener la resistencia global de la columna se requiere que la ganancia por confinamiento igual a la pérdida por desprendimiento del recubrimiento:

$$4.1f_l(A_{ch} - A_s) = 0.85f'_c(A_g - A_{ch}) \quad (1.9)$$

Combinando las Ecs. 1.8 y 1.9 se tiene:

$$\frac{4.1f_{yt}}{sD_c}(A_{sh}A_{ch} - A_{sh}A_s) = 0.85f'_c(A_g - A_{ch}) \quad (1.10)$$

El ACI 318 a partir de la versión de 1983 consideró en los requisitos para columnas rectangulares un factor de incremento de 1.33 indicando que el refuerzo rectangular es menos eficiente que el circular. Por otro lado, el término  $A_{sh}A_{ch}$  en la Ec. 1.10 es pequeño y puede despreciarse. De acuerdo con lo anterior se puede derivar la expresión actual presente en ACI 318 [41] y versiones recientes para el cálculo de la cuantía de refuerzo transversal en columnas rectangulares para pórticos especiales resistentes a momento:

$$\frac{A_{sh}}{sh_c} = 1.33 \frac{0.85}{4.1} \frac{f'_c}{f_{yt}} \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \approx 0.30 \frac{f'_c}{f_{yt}} \left( \frac{A_g}{A_{ch}} - 1 \right) \quad (1.11)$$

Para columnas con dimensiones en las que el área del núcleo confinado se aproxima al área gruesa de la sección, la evaluación según la Ec. 1.11 puede llevar de forma insegura a requerir bajas cuantías de refuerzo transversal. Para prever esta condición, el ACI propuso un límite inferior para la razón entre el área gruesa y el área del núcleo confinado cuando la razón alcanza un valor de 1.3, resultando en  $A_{sh}/(h_c s) = 0.09f'_c/f_{yt}$ .

El modelo de confinamiento de ACI 318 presenta ciertas limitaciones, por un lado, no distingue el nivel de ductilidad asociado al confinamiento proporcionado, por otro lado, es

insensible al nivel de carga axial y no reconoce la variación de la distribución espacial del acero de refuerzo en la efectividad del confinamiento.

#### 1.4.3.2 Modelo implementado por la norma canadiense CSA A23.3-04

Los requisitos de confinamiento de la norma CSA A23.3-04 [40] parte del modelo de Legerón y Paultre [48], derivado de un amplio estudio paramétrico de columnas que toman en cuenta la influencia de: i. la resistencia a la compresión del concreto (30 - 100 MPa), ii. el esfuerzo de cedencia del refuerzo transversal, iii. La razón de carga axial (0.10 - 0.60), iv. la cuantía de acero longitudinal (0.5 - 2.5%) y v. la distribución espacial del refuerzo transversal. El modelo considera que el refuerzo transversal no siempre llega a la cedencia.

El modelo incorpora un índice de confinamiento efectivo  $I'_e = f'_{le}/f'_c$ , donde el esfuerzo lateral efectivo  $f'_{le} = k_{ef}f_l$  es una medida de la efectividad de la restricción que ejercen los aros contra la expansión lateral del núcleo, dado que la presión lateral no es uniforme. El coeficiente geométrico de efectividad del confinamiento  $k_{ef}$  es tomado del modelo de Mander et. al [45], considerando dos componentes, la efectividad en la dirección horizontal ( $k_h$ ) y la efectividad en dirección vertical ( $k_v$ ):

$$k_{ef} = k_h \cdot k_v = \left(1 - \frac{\Sigma w_i^2}{6c_x c_y}\right) \cdot \frac{[1 - s'/(2c_x)][1 - s'/(2c_y)]}{1 - \rho_{cc}} \quad (1.12)$$

Donde  $c_x$  y  $c_y$  son las dimensiones equivalentes a  $b_c$  y  $d_c$ , respectivamente, según se muestra en la Figura 13. Los autores [48] simplifican la obtención del coeficiente  $k_h$  considerando una sección cuadrada con  $c_{x,y} = h_c$  con separación uniforme de las barras longitudinales, siendo  $w_i = 4h_c/n_l - d_{bl} \approx 4h_c/n_l$ , y de forma conservadora  $k_h = 1 - 8/(3n_l) \approx 1 - 2/n_l$ . Para el caso de  $k_v$ , el análisis paramétrico en columnas circulares, rectangulares y cuadradas (para un total de 3564 secciones) sugiere un límite inferior de  $k_v = 1.05A_{ch}/A_g$ . De acuerdo con las simplificaciones anteriores, el índice de confinamiento dado por  $I'_e = k_{ef}f_l/f'_c$  con  $f_l = A_{sh}f_{yt}/(sb_c)$  se puede expresar como:

$$I'_e = \left(1 - \frac{2}{n_l}\right) 1.05 \frac{A_{ch} A_{sh} f_{yt}}{A_g s h_c f'_c} \quad (1.13)$$

Según los resultados experimentales, los autores concluyen que el índice de confinamiento  $I'_e$  y el nivel de carga axial  $k_p = P/(A_g f'_c)$  son las variables de mayor peso en el análisis paramétrico efectuado, proponiendo la expresión  $I'_e = 0.0111k_p \mu_\phi$  que incorpora la

ductilidad por curvatura ( $\mu_\phi$ ). La curvatura de falla se define como la menor curvatura que resulte de: i) una caída del 20% de la capacidad máxima a momento del diagrama momento – curvatura; ii) cuando el acero alcanza su deformación última; iii) cuando el concreto confinado alcanza la deformación última. Incluyendo el factor  $I'_e = 0.0111k_p\mu_\phi$  en la Ec. 1.13, y considerando un valor de  $0.83f_{yt}$  para el esfuerzo en el acero transversal (sugerido por los autores para columnas que alcanzan ductilidad óptima), se tiene la siguiente expresión para el cálculo de la cuantía de acero transversal:

$$\frac{A_{sh}}{sh_c} = 0.01274\mu_\phi k_n k_p \frac{A_g}{A_{ch}} \frac{f'_c}{f_{yt}} \quad (1.14)$$

Donde el factor de efectividad de confinamiento es dado por:

$$k_n = \frac{n_l}{n_l - 2} \quad (1.15)$$

La norma CSA A23.3-04 [40] supone una ductilidad por curvatura igual a 4 veces la ductilidad al desplazamiento  $\mu_\delta$ , considerando para columnas de marcos dúctiles resistentes a momento un valor de  $\mu_\phi = 16$  y para columnas de marcos intermedios  $\mu_\phi = 10$ .

#### 1.4.4 Desarrollo de agrietamiento por flexión

La teoría fundamental sobre el desarrollo de grietas en elementos de concreto reforzado fue expuesta por Beeby [49]. Cuando incrementa la tracción en un elemento, la primera grieta se formará cuando el esfuerzo de tracción del concreto  $f_{ct}$  es excedido en la sección más débil. Al superarse cierto ancho de grieta, la fuerza de tracción es transferida en su totalidad por el acero de refuerzo hacia el concreto no fisurado mediante esfuerzos de adherencia dentro de una longitud  $S_0$ , según muestra la Figura 14.

Al incrementar la carga, el esfuerzo de agrietamiento en el concreto se superará en la siguiente sección más débil fuera de las regiones separadas  $S_0$  de la primera grieta, dando lugar a una segunda grieta, Figura 14(b). Una tercera grieta se formará fuera de la distancia  $S_0$  desde la primera y segunda grieta, Figura 14(c). Si la tercera grieta se forma dentro de una distancia menor a  $2S_0$  de la primera grieta, esta zona tendrá una relajación de esfuerzos que evitará el desarrollo de una cuarta grieta, la cual buscará formarse fuera de la zona de superposición de esfuerzos a una distancia  $S_0$  de la grieta contigua, Figura 14(d). De acuerdo

con la teoría, el patrón de grietas ocurre con una separación media entre grietas mayor a  $S_0$ , pero menor a  $2S_0$ .

El mecanismo de agrietamiento distribuido mostrado en la Figura 14(e) ocurre si se provee una suficiente cuantía de acero de refuerzo longitudinal  $\rho_v$ . Al reducir la cuantía  $\rho_v$  hasta cierto umbral, sólo será posible la formación de algunas grietas principales, Figura 14(f), sin ocurrir grietas secundarias ni de orden menor entre las grietas principales. Si la capacidad a tracción del concreto es mayor a la resistencia asociada a una baja cuantía de acero de refuerzo, es posible la formación de una sola grieta en la sección crítica, Figura 14(g).

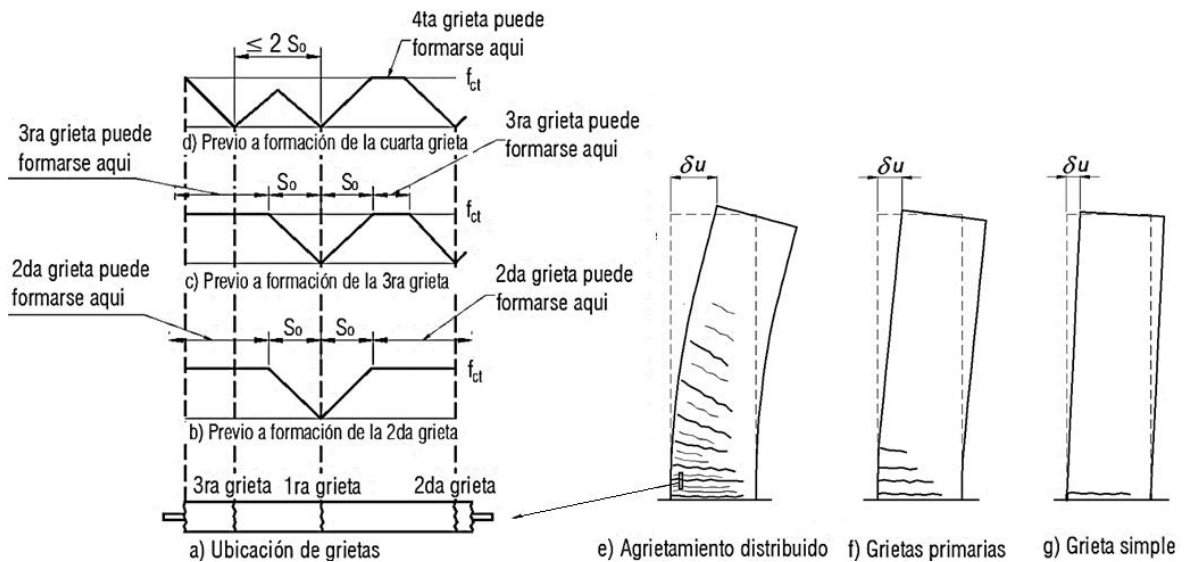


Figura 14. Patrón de grietas típicas en muros [49].

Las normativas actuales sugieren una cuantía mínima de acero vertical  $\rho_v$  para proveer una capacidad nominal a flexión superior al momento de agrietamiento asociado a la falla por tracción del concreto. El Cuadro 4 muestra las cuantías de acero de refuerzo mínimas asociadas a varias normas de diseño según las demandas de ductilidad consideradas.

El límite mínimo de  $\rho_v$  sugerido por la norma neozelandesa NZS 3101 [39] en muros se deriva del análisis para una viga rectangular de ancho  $b_w$  y altura efectiva  $d = 0.9h$ , con un momento nominal  $M_n = A_s f_y 0.95d$  y un momento de agrietamiento  $M_{cr} = b_w (1.1d)^2 f_r / 6$ , con  $f_r = 0.63\sqrt{f'_c}$  ( $f'_c$  en MPa), resultando en:

$$\rho_v = \frac{A_s}{b_w d} = \Omega \frac{0.63\sqrt{f'_c}}{4.71f_y} \tag{1.16}$$

Donde el factor  $\Omega = M_n/M_{cr}$  se denomina margen de seguridad. El límite de cuantía mínima de refuerzo  $\sqrt{f'_c}/(4f_y)$  mostrado en el Cuadro 4 considera  $\Omega \approx 1.9$ .

Cuadro 4. Cuantías de acero vertical mínimo en muros según normativas de diseño sísmico.

Referencia	Demanda baja de ductilidad <sup>1)</sup>		Demanda alta de ductilidad <sup>2)</sup>	
	Distribuido $\rho_v$	Bordes $\rho_b$	Distribuido $\rho_v$	Bordes $\rho_b$
ACI 318-14 [41]	$\geq 0.15\%$	No indica	$\geq 0.25/0.15\%$	No indica
NZS 3101-06 <sup>3)</sup> [39]	$\geq \sqrt{f'_c}/4f_y$	No indica	$\geq \sqrt{f'_c}/4f_y$	$\geq \sqrt{f'_c}/4f_y$
Eurocódigo 8 [47]	$\geq 0.20\%$	$\geq 0.50\%$	$\geq 0.20\%$	$\geq 0.50\%$
CSA A23.3-14 <sup>4)</sup> [40]	$\geq 0.25\%$	No indica	$\geq 0.25\%$	$\geq 0.15\% \frac{l_w}{\ell_{be}}$

Notas: 1) Correspondiente a: muros ordinarios en ACI 318, nominalmente dúctil ( $\mu = 1.25$ ) en NSZ 3101, clase de ductilidad media en el Eurocódigo 8, moderadamente dúctil en CSA A23.3. 2) Correspondiente a: muros especiales en ACI 318, regiones plásticas dúctiles en NSZ 3101, clase de alta ductilidad en el Eurocódigo 8, regiones de rótulas plásticas en CSA A23.3. 3)  $f'_c$  y  $f_y$  en MPa.

El enfoque de acero mínimo por flexión en vigas aplicado en muros por la norma NZS 3101 es limitado pues los muros presentan acero distribuido en lugar de acero concentrado en sus extremos, con secciones más esbeltas lo que influye en efectos de escala de los esfuerzos de tracción en el concreto y pueden estar sometidos a cargas axiales significativas. Paulay y Priestley [5] recomiendan proveer un mínimo de acero de refuerzo en muros para alcanzar una capacidad en flexión  $M_n$  de al menos  $1.5M_{cr}$ , siendo  $\Omega = 1.5$ .

## 1.5 Modos de falla en muros de concreto reforzado

Un modo de falla estructural refiere al mecanismo físico de deterioro que lleva a una pérdida total de la capacidad resistente de una estructura o componente. El tipo de falla en muros estructurales puede atribuirse a características geométricas, como puede ser su esbeltez en el plano y fuera del plano, a las propiedades mecánicas del concreto y del acero de refuerzo, así como a las características de detallado del acero de refuerzo.

Los muros en voladizo pueden caracterizarse según su razón de aspecto, definida como la altura entre la longitud del muro,  $h_w/l_w$ . En la literatura se ha caracterizado a los muros esbeltos como aquellos que presentan razones de aspecto  $h_w/l_w \geq 2$ , mientras que los muros chatos presentan razones de aspecto  $h_w/l_w < 2$ . Los muros esbeltos tienden a

presentar mecanismos de falla por flexión, mientras que los muros chatos son propensos a una falla por cortante antes que se demande la capacidad a flexión debido a las cargas laterales. A diferencia de los muros esbeltos, los cuales requieren refuerzo horizontal para resistir las fuerzas cortantes, los muros chatos pueden transmitir el corte de forma eficiente mediante puntales de compresión. Para muros chatos de longitud considerable con razones de aspecto menores a 1.0, el corte puede resistirse mediante múltiples diagonales de compresión, equilibrados con refuerzo vertical distribuido. En estos muros, los requerimientos de acero por flexión no rigen el diseño por resistencia, siendo innecesario el uso de acero concentrado en bordes o el uso de elementos de borde confinados [50].

### **1.5.1 Falla por cortante en muros chatos**

Un fallo por tracción diagonal es favorecido por una cuantía de acero horizontal insuficiente, de esquina a esquina del muro según muestra la Figura 15(a), afines a muros con razones de aspecto iguales o ligeramente superiores a 1.0 [50]. En muros más chatos también puede ocurrir la falla por tracción diagonal en una cuña reducida [Figura 15 (b)]. Cuando existe una adecuada cuantía de acero horizontal, puede darse la falla por cedencia del refuerzo vertical que actúa como tensores que equilibran los puntales de compresión, tal como se muestra en la Figura 15(b) y 15(c). Al proveer adecuadas cuantías de acero vertical y horizontal para resistir el corte, puede darse la falla por compresión diagonal, caracterizada por la falla por aplastamiento del concreto en la zona de compresión en la base del muro, según se muestra en la Figura 15(c). Ante ciclos de reversión de cargas, los puntales de compresión pueden generar una zona de aplastamiento a lo largo del muro [Figura 15(d)].

Una falla por deslizamiento o por corte - fricción [Figura 15(e)] puede ocurrir cuando las grietas de tracción por flexión presentan deformaciones residuales del acero vertical en ambos extremos del muro, las cuales tienden a conectarse formando una línea horizontal de falla. Este tipo de falla es favorecida por bajas cargas axiales o por bajas cuantías de acero de refuerzo vertical, dado que los ciclos de tracción tienden a formar grietas anchas que no logran cerrarse durante los ciclos de compresión, lo que reduce la capacidad por corte asociada al concreto. En la línea de falla se puede generar la rotura del acero de refuerzo vertical al superarse la capacidad de cortante por fricción, generando un disloque del muro por encima del plano de falla. La presencia de juntas de construcción lisas o zonas de segregación pueden favorecer una falla por deslizamiento. La falla por cortante es un

mecanismo de falla frágil que es indeseable en la respuesta sísmica de edificaciones. Debe evitarse también la falla por cortante asociada a tracción diagonal y al deslizamiento en juntas de construcción [5].

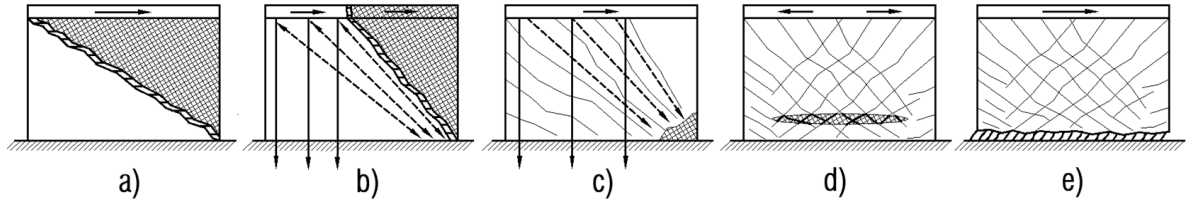


Figura 15. Modos de falla en muros de baja altura [50]: a) y b) Tracción diagonal; c) Compresión diagonal; d) Aplastamiento por compresión diagonal e) Deslizamiento por cortante.

### 1.5.2 Falla por flexión en muros esbeltos

Los modos de falla favorables en muros en voladizo sujetos a carga lateral son aquellos que generan la fluencia en el acero de refuerzo vertical en una zona plástica localizada usualmente en la base del muro. Existen dos principales modos de falla por flexión en muros esbeltos de concreto reforzado. El mecanismo de falla controlado por compresión se da cuando se excede la deformación unitaria máxima del concreto en la fibra extrema en compresión, con una reducción gradual de la capacidad de desplazamiento lateral. El mecanismo de falla controlado por tracción se da cuando se excede la capacidad de deformación última del acero de refuerzo, con una caída súbita de la capacidad de desplazamiento lateral. Un nivel alto de carga axial favorece la falla por compresión en bordes de muros cargados lateralmente. Los muros con mecanismo de falla controlado por tracción presentan una ductilidad por curvatura mayor que la de aquellos muros con mecanismo de falla controlado por compresión. Puede incrementarse la ductilidad de un muro con falla controlada por compresión al proveer confinamiento en bordes para aumentar la capacidad de deformación unitaria en compresión del concreto, siempre y cuando no se alcance el modo de falla controlado por tracción [15].

La historia de carga lateral afecta el modo de falla de muros esbeltos. Ante carga cíclica, pueden formarse grietas que se interconectan a lo largo del muro, generando una degradación de resistencia mayor con respecto a muros cargados de forma monotónica. Por otro lado, un nivel alto del esfuerzo cortante puede generar grietas diagonales más extensas, con aplastamiento en las zonas que forman puntales de compresión. Algunas pruebas experimentales [14] mostraron que el modo de falla predominante en muros

rectangulares se debe al aplastamiento del concreto en el extremo del muro durante los ciclos de carga en compresión, mientras que, en muros alados, la falla se da ante altos niveles de deformación en tracción del acero de refuerzo vertical en un mecanismo de falla combinado. La fractura de las barras de refuerzo puede acompañarse de una degradación del concreto debido a la pérdida de adherencia entre el acero y el concreto.

Algunas investigaciones en muros de corte ligeramente reforzados según modelos analíticos [8], [9] y ensayos experimentales [23] sugieren que aquellos muros detallados con cuantías de acero mínimo solamente logran una cantidad limitada de grietas primarias al ser cargados hasta su capacidad máxima. Si la cuantía de acero longitudinal es baja, es posible que se formen pocas grietas irregulares en la cual se concentran las deformaciones inelásticas que llevan a la fractura del acero longitudinal y a la subsecuente falla poco dúctil del elemento. Una sola grieta puede presentarse cuando se tiene una capacidad a flexión cercana al momento flector de agrietamiento de la sección.

Para asegurar una falla controlada por flexión en muros esbeltos, el mecanismo de falla por cortante no debe ocurrir antes de alcanzar la capacidad a flexión del muro. Una falla regida por flexión puede asegurarse si la capacidad a cortante es mayor a aquella fuerza horizontal equivalente requerida para desarrollar la capacidad nominal a flexión  $M_n$  del muro. El ACI, [41], recomienda que se verifique la fuerza cortante de diseño dada por:

$$V_e = \omega_v \Omega_v V_u \quad (1.17)$$

Para muros con  $h_w/l_w \leq 2$ , se tiene  $\omega_v = 1$ , en otro caso  $\omega_v = 0.9 + N/10$  para  $N \leq 6$  niveles y  $\omega_v = 1.3 + N/30 \leq 1.8$  para  $N > 6$  niveles. Para muros con  $h_w/l_w > 1.5$ ,  $\Omega_v$  se toma como el mayor entre  $M_{pr}/M_u$  y 1.5. En muros de sistemas con bajas demandas de ductilidad, en [5] se recomienda que  $V_e$  puede tomarse no mayor al cortante elástico dado por:

$$V_e = \mu_\delta V_u / \phi \quad (1.18)$$

Donde el factor de reducción de resistencia  $\phi$  es tomado igual a 1.0 para una estimación de límite superior de la capacidad sismorresistente.

### 1.5.3 Falla por inestabilidad fuera del plano

Los ciclos de reversión de carga que ocurren durante un sismo pueden generar inestabilidad fuera del plano en muros, ya sea por pandeo global del extremo en compresión del muro o a nivel local por pandeo del acero de refuerzo vertical. La presencia de losas de entrepiso ligadas a los muros de corte y los muros con secciones aladas son factores que favorecen la estabilidad lateral. De acuerdo con [52], las altas demandas de ductilidad por curvatura en un muro pueden llevar a grandes deformaciones en tracción. Durante los ciclos que generan tracción en el borde, se puede alcanzar grandes deformaciones del acero de refuerzo con una formación de grietas amplias. Durante el ciclo que genera compresión en el extremo del muro, se tienen deformaciones plásticas residuales en tracción en el acero de refuerzo, lo que dificulta cerrar las grietas remanentes en el concreto para recuperar la condición original. La falla puede ser propiciada por un pandeo de la zona de compresión fuera del plano, con una reducción significativa de rigidez axial y lateral, o debido al pandeo del acero de refuerzo no sujetado lateralmente por aros o amarres.

De acuerdo con la Figura 16(a), al alcanzar la deformación crítica en el ciclo de tracción, se generará una grieta amplia que no logrará cerrarse durante el ciclo de compresión, una vez que ocurre el pandeo del muro fuera del plano el equilibrio depende únicamente del acero de refuerzo, con un subsecuente pandeo del acero de refuerzo vertical en compresión. Puede mejorarse la estabilidad al pandeo si se incrementa el espesor del muro, según muestra la Figura 16(b), permitiendo que el concreto aporte al equilibrio en compresión una vez ocurre el pandeo del refuerzo. Otra posibilidad es limitar la deformación unitaria por debajo del valor crítico, según muestra la Figura 16(c).

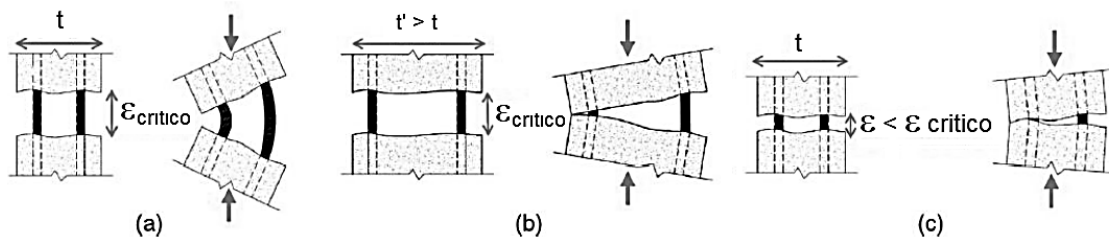


Figura 16. Efecto de la deformación residual en el desarrollo del pandeo fuera del plano [52].

En el caso de un muro con una sola malla de refuerzo, no se cuenta con acero en compresión que pueda equilibrar la flexión fuera del plano, siendo más susceptible a falla por pandeo fuera del plano ante altas demandas de deformación en tracción en ciclos reversibles. En

muros sin un confinamiento efectivo en bordes, puede ocurrir una falla propiciada por el desprendimiento del recubrimiento, resultado en el pandeo local del acero de refuerzo vertical. Según muestra la Figura 17(a), el pandeo fuera del plano se puede delimitar en una región distorsionada de longitud  $l_b$  y altura  $h_b$ , con una altura efectiva de pandeo  $l_o$  y un desplazamiento lateral  $\delta = \xi b_w$  localizada a la mitad de la altura  $l_o$ . La Figura 17(b) muestra el equilibrio de fuerzas en la sección antes y después que ocurra el pandeo. Para dos mallas de refuerzo se tiene un brazo efectivo  $\beta b_w$ , siendo  $0.5b_w$  para una sola malla de refuerzo.

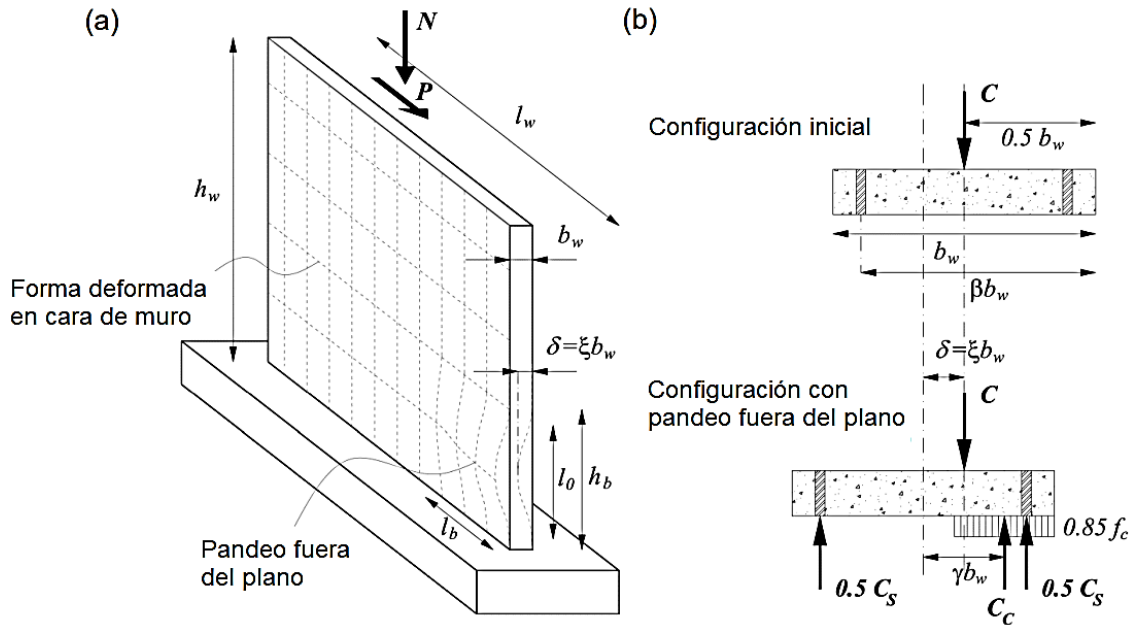


Figura 17. (a) Caracterización geométrica. (b) Equilibrio de fuerzas en la sección. Adaptada de [24].

Una vez que ocurre la distorsión fuera del plano, la resultante de compresión genera un momento flector  $M = \delta C$  que puede provocar la falla por pandeo fuera del plano. La excentricidad de la fuerza de compresión en el concreto  $C_c$  es  $\gamma b_w$ . Considerando un bloque equivalente rectangular de esfuerzos de compresión para la fuerza de compresión en el concreto, del equilibrio de fuerzas y momentos en la sección se obtiene [24]:

$$\gamma = 0.5 \left[ (\xi + 0.5) + \sqrt{(\xi + 0.5)^2 - 2\xi \left(1 + \frac{\omega_\rho}{0.85}\right)} \right] \quad (1.19)$$

Donde  $\omega_\rho = \rho_b f_y / f'_c$  es la razón mecánica de acero de refuerzo dentro de la longitud  $l_b$ . La expresión anterior tiene soluciones reales si el término dentro de la raíz cuadrada no es negativo, por lo que debe cumplirse:

$$\xi \leq \xi_c = 0.5 + \frac{\omega_\rho}{0.85} - 0.5 \sqrt{\left(\frac{2\omega_\rho}{0.85}\right)^2 + \frac{4}{0.85}\omega_\rho} \quad (1.20)$$

La ecuación 1.20 representa el criterio de estabilidad ante pandeo según Paulay y Priestley [5], con un desplazamiento crítico normalizado fuera del plano  $\xi_c$  como un parámetro del umbral de la falla por pandeo. Los autores proponen la siguiente relación entre la deformación unitaria máxima en tracción del acero de refuerzo  $\varepsilon_{sm}$  y el parámetro  $\xi_c$  basada en consideraciones de estabilidad geométrica:

$$\varepsilon_{sm} = 8\beta \left(\frac{b_w}{l_o}\right)^2 \xi_c \quad (1.21)$$

En [5] se relaciona el espesor crítico requerido por estabilidad ante pandeo  $b_c$  con la ductilidad por curvatura  $\mu_\phi = \phi_u/\phi_y$ , tomando un valor de curvatura última igual a  $\phi_u = \varepsilon_{sm}/(0.8l_w)$ . Bajo estas consideraciones se tiene de la Ec. 1.21:

$$b_{crit} \geq l_o \sqrt{\frac{\phi_y l_w}{10\beta \xi_c} \mu_\phi} \quad (1.22)$$

Los autores [5] sugieren valores de  $\xi_c = 1/3$ ,  $\beta = 0.5$  para una malla de refuerzo,  $\beta = 0.80$  para dos mallas de refuerzo,  $\phi_y = 0.0032/l_w$ ,  $l_o = l_p \leq 0.8h_u$  siendo  $l_p = 0.20l_w + 0.044h_w$  la longitud de rótula plástica donde se espera el desarrollo de las máximas deformaciones a tracción  $\varepsilon_{sm}$ , y  $h_u$  la no apoyada lateralmente en la zona de compresión del muro. Para estos valores se obtiene  $b_{crit} \geq \lambda l_o \sqrt{\mu_\phi}$  con  $\lambda$  igual a 0.044 y 0.035 para una y dos mallas de acero de refuerzo, respectivamente. Tomando  $l_o = 0.8h_u$  como cota superior con una altura libre  $h_u = 2.70$  m, con una baja demanda de ductilidad tal que  $\mu_\phi = 3$ , se tiene  $b_{crit}$  igual a 0.16 m y 0.13 m para una y dos mallas de acero de refuerzo, respectivamente.

## 1.6 Aspectos geométricos de muros estructurales

### 1.6.1 Forma de la sección transversal

Los muros estructurales pueden presentar diferentes secciones transversales, entre ellas configuraciones rectangulares o con bordes engrosados y secciones aladas tipo T, L o cajón. Los muros simétricos son preferidos por presentar un comportamiento más uniforme ante

reversión de carga en las direcciones principales. En edificios con estructuraciones rígidas por requisitos funcionales puede presentarse muros con formas irregulares. La Figura 18 muestra configuraciones típicas de muros. Los muros rectangulares pueden ser reforzados con acero distribuido, lo que favorece su comportamiento en la zona central, o con acero concentrado en extremos, lo que incrementa su capacidad de cedencia por flexión. Para ambos casos la resistencia última puede ser similar. Los muros pueden presentar engrosamiento en sus bordes, por ejemplo, cuando se integran columnas que forman marcos en la dirección ortogonal.

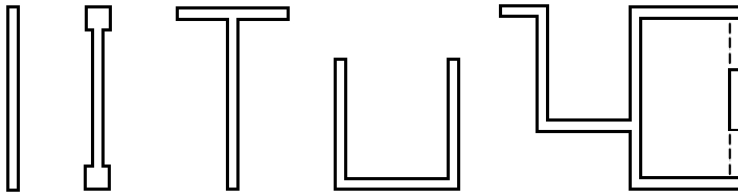


Figura 18. Secciones transversales típicos de muros.

Los muros alados con configuración tipo T, L o combinaciones de estas, presentan diferente comportamiento según la dirección de carga paralela al alma, siendo más rígidos y resistentes cuando el alma está en tracción, mientras que presentan mayor desarrollo de ductilidad cuando el ala se encuentra en compresión. Los muros tipo cajón o con configuración en C son usualmente utilizados en ductos de escaleras, elevadores y baños, donde su forma asimétrica favorece una respuesta torsional para carga paralela al alma. En estos muros, la contribución de las deformaciones por cortante es mayor con respecto a muros rectangulares en condiciones de igual longitud y altura de muros. Puede presentarse configuraciones compuestas de muros, en algunos casos se tienen dinteles que interconectan muros formando vigas de acople.

Los muros alados sometidos a carga lateral experimentan un efecto denominado rezago o arrastre de cortante (*“shear lag”* en inglés) donde las deformaciones unitarias y tensiones normales por flexión presentan una distribución no uniforme principalmente cerca de la interfaz ala – alma de la sección debido a las grandes deformaciones por cortante que se dan en esta región. Este efecto se ve influenciado por la dirección de carga (ala en tracción o compresión), por el nivel de agrietamiento y la plastificación del acero, por la presencia de solicitaciones biaxiales en el muro y el valor del módulo de cortante. Debido al efecto del rezago de cortante, es usual considerar el uso de un ancho efectivo  $b_{ef}$  del ala tal como

se muestra en la Figura 19. Algunos autores [5] consideran un ancho efectivo de ala a cada lado del alma igual al 15% y 50% de la altura total del muro para el ala en compresión y en tracción, respectivamente. El ACI 318 - 14 [41] considera un ancho efectivo igual al 25% de la altura del muro independiente de la dirección de carga. FEMA 273 [53] considera un ancho efectivo de 10% y 20% para alas en compresión y en tracción, respectivamente. La norma peruana de concreto armado E.030 [54] y la norma guatemalteca NSE 7.9 [55] admiten un ancho efectivo a cada lado del alma del muro no mayor al menor valor entre el 10% de la altura de la edificación y la mitad de la distancia al alma de un muro adyacente, esto es, un valor de  $b_{ef} = \min(0.1h_w, s/2)$ .



Figura 19. Ancho efectivo en muros alados.

### 1.6.2 Configuración en altura

Puede identificarse tres categorías principales de muros estructurales de acuerdo con su distribución en altura [29], según muestra la Figura 20. Los muros en voladizo según la Figura 20(a) presentan la configuración más simple y predecible en términos de la respuesta sismorresistente, siendo ampliamente investigados analítica y experimentalmente. Los muros en voladizo pueden presentar una sola sección crítica a flexión usualmente localizada a nivel de la base, sobre la cual se desarrollan deformaciones plásticas ante el incremento de carga lateral. El agrietamiento tiende a reducirse desde la base hasta cierta altura donde se tiene una condición elástica no agrietada.

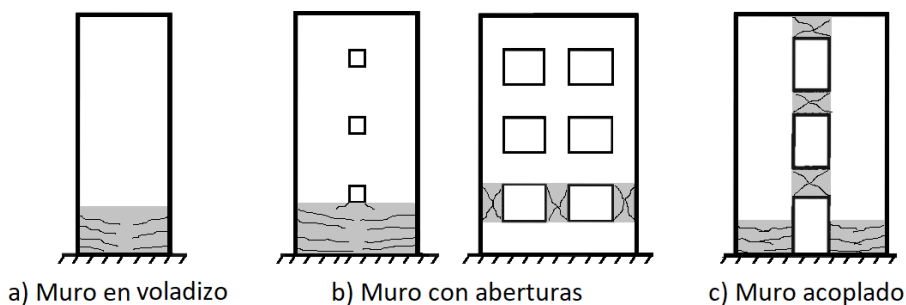


Figura 20. Configuración en altura de muros estructurales.

Los muros pueden presentar aberturas que obedecen a requisitos funcionales. Cuando un muro presenta pequeñas aberturas, según muestra la Figura 20(b), izquierda, el comportamiento global puede aproximarse al de un muro en voladizo. Si las aberturas son más extensas (Figura 20(b), derecha) se pueden formar muros o pilares menos rígidos con respecto a las vigas de gran peralte por encima y por debajo de las aberturas (banquinas y dinteles). Esta condición es estructuralmente desfavorable dado que propicia un mecanismo de cedencia por flexión combinado con altos esfuerzos cortantes en los elementos verticales de los niveles inferiores.

Los muros acoplados según muestra la Figura 20(c) presentan elementos verticales de mayor rigidez con respecto a las vigas que los interconectan, logrando la formación distribuida de rótulas plásticas por flexión en muros y vigas, requiriéndose de un detallado especial en las vigas de acople. Los muros acoplados equilibran las flexiones y cortantes transmitidas por las vigas de acople que los vinculan, modificando su deformada y condición de equilibrio interno con respecto a una condición en voladizo.

## 1.7 Parámetros ingenieriles de muros estructurales

### 1.7.1 Curvatura

Un elemento que experimenta deformaciones por flexión ante una carga externa presenta una curva o deformada con un radio de curvatura  $\rho$ , siendo la curvatura  $\phi_f = 1/\rho$ . Si el elemento está contenido en el plano  $xy$ , donde  $x$  corresponde a su eje longitudinal, se tiene que  $1/\rho = y''/(1 + y')^2$ , siendo  $y'$  y  $y''$  la primer y la segunda derivada de la desplazamiento  $y(x)$ , respectivamente. Para pequeñas deformaciones el cuadrado de la pendiente  $y'$  es despreciable, por lo que  $1/\rho \approx d^2y/dx^2$ . Bajo la hipótesis de Euler – Bernoulli, la cual considera que las secciones planas y normales al eje longitudinal permanecen planas y normales al eje longitudinal después de deformarse, la deformación unitaria de una fibra longitudinal es  $\varepsilon = -y/\rho$ . A partir de la ley de Hooke para esfuerzo uniaxial ( $\sigma = E\varepsilon$ , siendo  $E$  el módulo de elasticidad del material) puede determinarse por equilibrio interno el momento flector que genera la carga externa como  $M = \int_A \sigma y dA = (E/\rho) \int_A y^2 dA$ . Tomando  $I = \int_A y^2 dA$  igual al momento de inercia de la sección, se tiene que  $\phi_f = M/EI$ .

En un elemento de concreto reforzado, la curvatura  $\phi'_y = M_y / EI_e$  es la curvatura correspondiente a la primera fluencia del acero de refuerzo, donde  $M_y$  es el momento flector asociado a la primera fluencia del acero de refuerzo y  $EI_e$  es la rigidez efectiva a flexión. La primera fluencia se da al alcanzar la deformación de fluencia en tracción del acero  $\varepsilon_y$  o cuando la fibra extrema en compresión del concreto alcanza un valor 0.002, lo que ocurra primero. Considerando un perfil lineal de deformación unitaria a lo largo de la sección se tiene  $\phi'_y = \varepsilon_y / (l_w - c)$ , siendo  $c$  la profundidad de la zona de compresión y  $l_w$  la longitud del elemento. La curvatura de cedencia nominal se define como:

$$\phi_y = \phi'_y M_n / M_y \quad (1.23)$$

Donde  $M_n$  es la resistencia nominal a flexión que ocurre cuando la deformación de la fibra extrema en compresión alcanza el valor máximo para concreto no confinado, o cuando la deformación en tracción del acero alcanza un valor de 0.015, lo que ocurra primero. La Figura 21 muestra la relación entre parámetros según un diagrama idealizado de momento – curvatura.

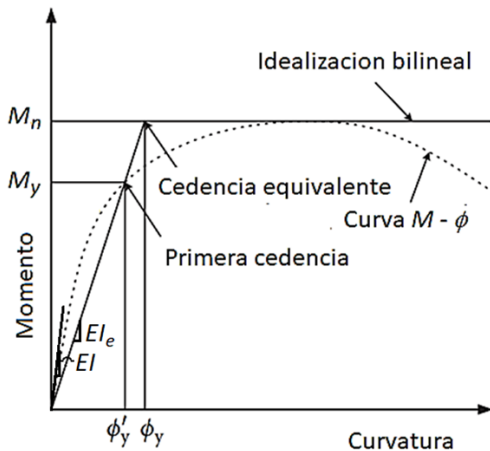




Figura 21. Diagrama de momento – curvatura idealizada.

Un enfoque alternativo para la estimación de la curvatura de cedencia nominal se basa en que su valor es independiente de la resistencia, donde  $\phi_y = k_y \varepsilon_y / l_w$ , siendo  $k_y$  el factor de curvatura de cedencia adimensional. El Cuadro 5 muestra valores de  $k_y$  para diferentes formas de la sección de muro según diferentes investigaciones basadas en un análisis paramétrico seccional de muros. Los estudios muestran que  $k_y$  depende de la geometría de la sección, la dirección de carga para secciones no rectangulares y la distribución del acero de refuerzo. Para muros rectangulares,  $k_y$  es independiente de la cuantía de acero

de refuerzo distribuido y del nivel de carga axial. Estudios recientes [56] sobre el factor  $k_y$  muestran que existe cierta influencia en el nivel carga axial y la razón entre la dimensión del ala y la longitud del muro en secciones aladas.

Cuadro 5. Valores del factor  $k_y$  según forma de la sección de muro.

#	Ref.	 1)	 2)	T		U		
				↑	↓	↑	↓	→
1	[5]	2±0.05	2.25±0.15	-	-	-	-	-
2	[29]	1.80	2.00	1.50	1.80	-	-	-
3	[46]	1.85	2.15	1.75	2.15	1.80	1.40	1.40
4	[56] <sup>3)</sup>	-	-	1.75±0.05	1.80±0.3	-	-	-
5	[57]	-	-	1.75±0.23	2.15±0.13	-	-	-
6	[58]	-	-	-	-	2.00	1.60	1.50
Promedio		1.88	2.13	1.69	1.98	1.90	1.50	1.45
		2.0		1.84		1.62		

Notas: 1) Sección rectangular con refuerzo concentrado, 2) Sección rectangular con refuerzo distribuido. 3) Rango de valores para  $k_{yFIT} = 2.77 - 3.66n + 11.17\rho - 0.49b_f/l_w$  (ala en tracción);  $k_{yFIC} = 1.61 + 8.91\rho + 14.92\rho_w$  (ala en compresión), donde  $n = P/A_g f'_c$ ,  $\rho$  = cuantía de acero en extremos,  $\rho_w$  = cuantía de refuerzo distribuido en el alma,  $b_f/l_w$  = razón dimensional ala – alma del muro. → Dirección de carga.

La curvatura última se define como la curvatura cuando se alcanza la falla por compresión del concreto o cuando se alcanza la falla en tracción del acero de refuerzo, lo que ocurra primero, dada por la siguiente expresión:

$$\phi_u = \min\left(\frac{0.6\varepsilon_{su}}{d-c}, \frac{\varepsilon_{cu}}{c}\right) \quad (1.24)$$

### 1.7.2 Rigidez efectiva

La rigidez denota la capacidad de un elemento para oponerse a la deformación ante una carga aplicada. La rigidez efectiva es un constructo ingenieril que cuantifica la degradación de rigidez con respecto a la rigidez inicial de la sección. La rigidez a flexión elástica de una sección de concreto reforzado puede verse afectada por condiciones inherentes al material, lo que incluye: contracción plástica del concreto, porosidad asociada al exceso de agua o a la falta de vibración de la mezcla, condiciones de curado, valor de la resistencia a la compresión en el tiempo, dilatación térmica, cuantía y distribución del acero de refuerzo.

Ante un incremento de deformación lateral de un elemento, habrá una degradación secuencial de rigidez a flexión una vez que se supera la resistencia al fisuramiento del concreto, a partir del cual el equilibrio interno se logra mediante la resistencia a tracción del acero de refuerzo.

Para hallar la rigidez lateral efectiva a flexión puede utilizarse el esquema ampliamente aceptado de linealización de la relación momento - curvatura de la sección, donde una línea de rigidez constante  $EI_e$  atraviesa el punto de primera fluencia  $(\phi'_y, M_y)$  y es extrapolado hasta el punto donde se alcanza la resistencia nominal  $(\phi_y, M_n)$ , según muestra la Figura 21. La rigidez efectiva puede expresarse como:

$$EI_e = M_y / \phi'_y \quad (1.25)$$

El Cuadro 6 muestra los valores sugeridos del momento de inercia efectivo  $I_e$  de muros en función del momento de inercia grueso  $I_g$  de la sección según distintas referencias. Las expresiones derivadas de investigaciones [5], [59] para razones de carga axial entre 0 y 0.10, valores típicos en muros de edificaciones duales o de edificaciones con muros de baja altura, resultan en momentos de inercia efectivos más acordes al valor sugerido según ACI 318 [41] para muros agrietados. Para razones de carga axial con valores típicos valores entre 0.10 y 0.20 para muros de carga en edificaciones de media altura, los valores del momento de inercia efectivos obtenidos según investigaciones [5], [59] se ajustan más, en promedio, al valor sugerido por FEMA 356 [60] para muros agrietados.

Cuadro 6. Momento de inercia efectivo  $I_e$  de muros.

Modelo de agrietamiento	Razón de carga axial $n^1)$	$I_e/I_g$ (promedio)	
		Agrietado	No agrietado
Paulay y Priestley <sup>2)</sup> [5]	0 - 0.10	0.24 - 0.34	1.0
	0.10 - 0.20	0.34 - 0.44	1.0
Adebar e Ibrahim <sup>3)</sup> [59]	0 - 0.10	0.20 - 0.45	0.60 - 0.70
	0.10 - 0.20	0.45 - 0.70	0.70 - 0.80
ACI 318 (2014) [41]	-	$0.35I_g$	$0.7I_g$
FEMA 356 (2000) [60]	-	$0.5I_g$	$0.8I_g$

Notas: 1)  $n = P/(f'_c A_g)$ . 2) Para secciones agrietadas se toma  $I_e = (100/f_y + n)I_g$ , con  $f_y = 413$  MPa. 3) Para el tramo agrietado se toma  $I_e = (0.2 + 2.5n)I_g \leq 0.7I_g$  y para el tramo no agrietado se toma  $I_e = (0.6 + n)I_g \leq I_g$ .

En muros con bajas cuantías de acero vertical, el desarrollo de un agrietamiento limitado con predominio de grietas amplias se traduce en deformaciones locales mucho mayores en el acero de refuerzo con respecto a la deformación global promedio del concreto. Esto da a lugar a un efecto llamado rigidización por tracción, el cual afecta la respuesta global en mayor medida en muros con bajo refuerzo con respecto a aquellos muros con cuantías de refuerzo moderadas a altas, llevando a un incremento de la rigidez efectiva medida en la respuesta momento – curvatura de la sección [14].

### 1.7.3 Rótula plástica

Una rótula plástica determina una región donde se concentran las deformaciones plásticas de un elemento sometido a carga lateral, con una extensión denominada longitud equivalente de rótula plástica  $l_p$ . Se tienen diversas expresiones empíricas para el cálculo de  $l_p$  en muros de concreto reforzado. Una expresión derivada de los estudios de Priestley, Paulay y posteriores autores tiene la forma general:

$$l_p = ah_e + bl_w + cd_{bl} \quad (1.26)$$

Donde  $h_e = M/V$  es la altura efectiva de carga de muro, igual a la razón entre el momento de vuelco  $M$  y el cortante basal asociado  $V$ ,  $l_w$  es la longitud del muro,  $d_{bl}$  es el diámetro del refuerzo longitudinal,  $a$ ,  $b$  y  $c$  son constantes empíricas. En la Ec. 1.26, el primer término determina la propagación de la plasticidad debido al gradiente de momento flector y al endurecimiento por deformación; el segundo parámetro explica la dispersión de la plasticidad debido a las deformaciones por tracción concentradas dentro de las grietas de flexión y grietas de corte diagonal (“tension shift” en inglés); el tercer término se relaciona con el aumento de rotación debido a la deformación por penetración dentro de la cimentación.

El Cuadro 7 muestra algunas ecuaciones sugeridas por diversos autores. La expresión No.6 sugerida por Priestley et al. [29] considera una componente proporcional a la longitud del muro, la cual puede tomarse igual a  $0.2l_w$  [5], no obstante, para efectos de diseño los autores recomiendan conservadoramente reducir su valor a  $0.1l_w$  en ausencia de datos experimentales que justifiquen un valor mayor. En [61] se calibraron modelos basados en fibras a partir de 24 especímenes experimentales para estimar la capacidad de deriva última de muros. Los modelos analíticos tuvieron mejor predicción en la deriva última alcanzada

al utilizar un valor de  $l_p = 0.33l_w$ , siendo más apropiado que el uso de  $l_p = 0.50l_w$  considerada usualmente para el análisis de muros estructurales [4]. Las expresiones mostradas en el Cuadro 7 suponen un detallado del acero de refuerzo que permita una distribución adecuada de grietas en la zona de rótula plástica.

Cuadro 7. Ecuaciones para determinar la longitud equivalente de rótula plástica.

No.	Referencia	Expresión
1	Paulay y Priestley [5]	$l_p = 0.044h_e + 0.2l_w$
2	Paulay y Priestley [5]	$l_p = 0.08h_e + 0.15f_yd_b$
3	Eurocódigo 8 [38]	$l_p = h_e/30 + 0.2l_w + 0.11f_yd_b/\sqrt{f'_c}$
4	Bohl & Adebar [62]	$l_p = (0.05h_e + 0.2l_w)[1 - 1.5P/(A_gf'_c)] \leq 0.8l_w$
5	Kono et al. [61]	$l_p = \alpha l_w, \alpha = 0.2, 0.33, 0.5$
6	Priestley et al. [29]	$l_p = [0.20(f_u/f_y - 1) \leq 0.08]h_e + 0.2l_w + 0.022f_yd_{bl}$

Notas:  $h_e$  y  $l_w$  = altura efectiva y longitud del muro, respectivamente;  $f_u$  y  $f_y$  = esfuerzo último y esfuerzo de cedencia del acero de refuerzo, respectivamente;  $d_{bl}$  = diámetro de la barra longitudinal, respectivamente; P = carga axial;  $f'_c$  = resistencia a compresión del concreto.

El giro o rotación plástica que ocurre en la zona de rótula puede ser expresado como:

$$\theta_p = l_p(\phi_u - \phi_y) \quad (1.27)$$

El Cuadro 8 muestra los valores de rotación plástica sugeridos por ASCE 41-17 [63] para muros de corte controlados por flexión. Se definen límites de desempeño de ocupación inmediata (IO), seguridad de vida (LS) y prevención de colapso (CP). La norma recomienda usar interpolación lineal entre los valores mostrados.

Cuadro 8. Valores de rotación plástica para muros estructurales según ASCE 41-17 [63].

Razón de carga axial $P/(A_gf'_c)$	$\theta_p$ según límites de desempeño (radianes) <sup>1)</sup>					
	Borde confinado <sup>2)</sup>			Borde no confinado		
	IO	LS	CP	IO	LS	CP
$\leq 0.10$	0.005	0.015	0.020	0.002	0.008	0.015
$\geq 0.25$	0.003	0.009	0.012	0.001	0.003	0.005

Notas: 1) Valores recomendados para  $V/(l_w t_w \sqrt{f'_c}) \leq 4$ . 2) Borde confinado con cuantía de refuerzo transversal no menor al 75% de la requerida por ACI y con separación de aros no mayor a  $8d_b$ . Se permite tomar un 80% de los valores mostrados para borde confinado si la cuantía de refuerzo transversal es no menor al 50% de la requerida por ACI y con separación de aros no mayor a  $8d_{bl}$ .

### 1.7.4 Razón de carga axial

El nivel de carga axial en un elemento de concreto reforzado es uno de los principales factores que influyen en su respuesta carga – desplazamiento, dado que induce deformaciones axiales que se suman a las deformaciones unitarias por flexión, reduciendo la capacidad de desplazamiento y el nivel de ductilidad asociado. Por otro lado, el incremento de carga axial aumenta la capacidad a flexión y la rigidez efectiva, reduce las grietas de tracción por flexión, aumenta la formación de grietas diagonales de cortante, reduce el deslizamiento por cortante [23] y reduce el efecto del endurecimiento por deformación del acero que se tiene ante bajas cuantías de acero vertical [12]. Según análisis de momento - curvatura realizados en muros rectangulares ligeramente reforzados [8], los valores de momento nominal  $M_n$ , momento de cedencia  $M_y$  y momento de agrietamiento  $M_{cr}$  incrementan al aumentar la razón de carga axial.

Para un nivel de carga axial  $P$  puede definirse la razón de carga axial como:

$$n = \frac{P}{A_g f'_c} \quad (1.28)$$

Donde  $A_g$  es el área gruesa de la sección y  $f'_c$  la resistencia a compresión uniaxial del concreto. El Eurocódigo 8 [47] indica un límite superior de la razón de carga axial  $P/(Af'_c)$  igual a 35% y 40% para revisión por sismo en clases de muros de ductilidad alta y moderada, respectivamente. De acuerdo con Kuang y Yuen [64], para  $P/(Af'_c) = 0.4$  se puede alcanzar derivas globales promedio poco mayores al 1%, con ductilidades locales al desplazamiento ligeramente mayores a 2 para muros esbeltos ( $h_w/l_w > 1.5$ ). Alarcón et al. [20] indican que el límite de  $n \leq 0.35$  considerado por algunas normativas sísmicas puede resultar inadecuado para altas demandas de deriva en muros con poco o ningún refuerzo de confinamiento, recomendando un límite de  $n \leq 0.20$ .

## 1.8 Técnicas de modelado de muros de corte

Se tienen diferentes modelos analíticos y numéricos que aproximan la respuesta sismorresistente real de muros de concreto reforzado, presentando diferente grado de precisión según se requiera capturar la respuesta global de carga - desplazamiento o predecir el comportamiento local en función del patrón de agrietamiento y nivel de deformación unitaria. A continuación, se describen algunos de estos modelos.

### **1.8.1 Modelo de plasticidad concentrada en la base**

El modelo de plasticidad concentrada en la base supone que existe una región crítica donde ocurre la mayor porción de la deformación plástica, localizada a nivel inferior en el caso de muros de corte en voladizo. El modelo requiere que el modo de falla sea predominantemente en flexión, evitando la falla frágil por cortante. Se supone que las deformaciones unitarias varían linealmente a lo largo de la sección, despreciando las distorsiones por cortante en su plano. Los desplazamientos pueden obtenerse mediante la doble integración del perfil de curvatura a lo largo de la altura del muro. Dada la simplicidad conceptual del modelo con articulación plástica, su eficiencia numérica permite reducir el coste computacional, aunque requiere de buena calibración experimental y solo permite predecir la respuesta global en términos de carga - desplazamiento. Se ha establecido como el modelo de referencia del método directo de diseño basado en desplazamientos [29], así como el modelo base para definir el requerimiento de confinamiento de bordes en muros bajo un enfoque por desplazamientos, implementado por el comité ACI-318 desde la versión de 1999 [4]. Algunos estudios [12], [65] han propuesto el modelado con plasticidad concentrada en la base para determinar la respuesta carga – desplazamiento de muros ligeramente reforzados. Según ensayos experimentales, el modelo con articulación plástica en la base ha predicho bien la respuesta global observada en muros de corte [6], [66].

### **1.8.2 Modelo de plasticidad distribuida basado en fibras**

Un modelo de plasticidad distribuida permite incorporar la no linealidad del material en cualquier punto de un elemento, el cual puede ser representado por varios segmentos que monitorean el comportamiento local. Un segmento se compone de múltiples secciones transversales dispuestas en paralelo, cada sección es subdividida a su vez en fibras que se encuentran bajo un estado de esfuerzo – deformación uniaxial, producto de la flexión y carga axial. Una sección puede contener fibras que representan al concreto confinado y al concreto no confinado, y fibras que modelan al acero de refuerzo. Algunos autores han investigado la respuesta no lineal de muros de corte esbeltos mediante este modelo [67], incorporando los efectos de cortante. El modelo captura apropiadamente el patrón de carga lateral, la degradación de rigidez y disipación de energía, sin embargo, no predice adecuadamente el limitado agrietamiento en muros ligeramente reforzados y la localización de la deformación unitaria en la falla [23].

### **1.8.3 Modelo de elemento de múltiples líneas verticales**

Un elemento bidimensional MVLEM es un macro - modelo que simula la respuesta a flexión mediante una serie de macro fibras uniaxiales paralelas entre sí, cuya rigidez y relación carga-desplazamiento se rige mediante modelos constitutivos cíclicos del concreto y acero de refuerzo, siendo conectadas a nivel superior e inferior mediante vigas rígidas (restricciones que mantienen las caras planas ante rotación según el principio de Euler - Bernoulli) que simulan los niveles de piso. Las deformaciones axiales se obtienen de los desplazamientos y rotaciones obtenidas en los grados de libertad. El comportamiento a cortante se modela mediante un resorte horizontal, por lo que la respuesta de corte – flexión se encuentra desacoplada. En [68] se propuso un nuevo modelo que mejora la respuesta cíclica considerando el acoplamiento de la interacción flexión – cortante, con elementos tipo panel que captura los efectos de membrana en el plano.

### **1.8.4 Método de elemento finito**

El método de elemento finito (finite element method, FEM por sus siglas en inglés) es un micro modelo que permite discretizar el continuo en un número finito de elementos interconectados por nodos, cuya cantidad depende del grado de precisión deseado. El modelado FEM permite capturar el comportamiento global (carga-desplazamiento), así como la respuesta local (patrón de agrietamiento, esfuerzo y deformación), siendo, en principio, el método más preciso para modelar el comportamiento de muros de corte. Por otro lado, el análisis inelástico con elemento finito incrementa considerablemente el esfuerzo computacional para lograr una buena estimación del comportamiento local, requiriendo mayor precisión en los modelos constitutivos de los materiales.

### **1.8.5 Modelo de elemento multicapa**

Un elemento multicapa es basado en los principios de materiales compuestos, modelado mediante un número definido de capas de diferente espesor y tipo de material vinculadas entre sí. Una capa dada puede tener comportamiento de membrana (con desplazamientos en el plano y rotaciones perpendiculares al plano) o placa (con desplazamientos fuera del plano y rotaciones en el plano), o ambos a la vez. El comportamiento del material es monitoreado por un número finito de puntos en la dirección del espesor de cada capa. Las deformaciones axiales y curvaturas son compatibilizadas en las diferentes capas bajo el

supuesto de que las caras planas permanecen planas. Los esfuerzos en cada punto de integración se obtienen según el modelo constitutivo de cada capa, por medio de su integración numérica se obtienen las fuerzas internas. En el caso de concreto reforzado, las barras de refuerzo pueden ser modeladas mediante capas ortotrópicas con materiales uniaxiales cuyos ejes direccionales dependen de la dirección física y ubicación [69].

## 1.9 Conceptos sobre la respuesta sismorresistente de edificios

### 1.9.1 Ductilidad

La ductilidad es un parámetro ingenieril que mide la capacidad de un elemento, componente o sistema de deformar más allá de su límite elástico hasta alcanzar la falla o hasta alcanzar cierto grado de degradación con respecto a su capacidad máxima. La ductilidad puede cuantificarse mediante la siguiente razón:

$$\mu = \frac{\Delta_{ult}}{\Delta_y} \quad (1.29)$$

Donde los parámetros de deformación en condición de cedencia  $\Delta_y$  y en condición última  $\Delta_{ult}$  para un material, elemento o componente pueden referir a deformación unitaria ( $\varepsilon$ ), curvatura ( $\phi_f$ ), rotación ( $\theta$ ) o desplazamiento ( $\delta$ ). Ante excitación dinámica, el nivel de deformación inelástica se da para la máxima respuesta absoluta,  $\Delta_{ult} = \max|\Delta(t)|$ . El límite último definido para  $\Delta_{ult}$  suele ser asociado a un punto de falla nominal, especificado para un límite aceptable de degradación de resistencia (por ejemplo, para una caída del 20% en la resistencia máxima), aunque puede desarrollarse deformaciones inelásticas adicionales significativas previo a la condición de colapso. El límite  $\Delta_y$  puede asociarse a la primer cedencia del material o a un punto de cedencia nominal que resulta del uso de curvas equivalentes idealizadas. Así, la ductilidad por desplazamiento de un sistema estructural puede definirse como  $\mu_s = \delta_{ult}/\delta_{ys}$ , siendo  $\delta_{ult}$  el desplazamiento último medido en el punto de falla nominal y  $\delta_{ys}$  el desplazamiento de cedencia efectivo del sistema.

Una falla dúctil permite el desarrollo de deformaciones inelásticas significativas, con una degradación secuencial de la resistencia. Por otro lado, una falla frágil se asocia a una pérdida súbita de rigidez y resistencia, sin dar advertencia previa al colapso. El mecanismo de falla dúctil permite ajustar el diseño sismorresistente de edificaciones a ciertos niveles de desempeño según el estado de daño, debiéndose evitar los mecanismos de falla frágil.

Ante excitación sísmica, los sistemas estructurales pueden demandar cierto nivel de plasticidad en sus elementos y uniones, el cual se manifiesta como disipación de energía por amortiguamiento hysterético, adicional al amortiguamiento viscoso.

### 1.9.2 Sobrerresistencia

La sobrerresistencia puede definirse como la capacidad sismorresistente real que logra desarrollar un sistema estructural sobre la capacidad mínima requerida por diseño [70]:

$$\Omega_o = \frac{\text{capacidad sismorresistente real}}{\text{capacidad sismorresistente mínima por diseño}} \quad (1.30)$$

El CSCR [1] define la sobrerresistencia como la capacidad real sismorresistente entre la capacidad nominal sismorresistente. Dado que la capacidad sismorresistente real de una edificación es compleja de cuantificar, puede considerarse un valor de sobrerresistencia con base a su resistencia esperada [50]. De acuerdo con FEMA 450 [70], mediante el producto de tres fuentes de sobrerresistencia asociados al diseño  $\Omega_D$ , al material  $\Omega_M$  y al sistema  $\Omega_S$ , puede obtenerse un factor de sobrerresistencia  $\Omega_o$  (Cuadro 9):

$$\Omega_o = \Omega_D \Omega_M \Omega_S \quad (1.31)$$

Cuadro 9. Valores típicos de sobrerresistencia [70].

Sistema estructural		Sobrerresistencia			
		Diseño $\Omega_D$	Material $\Omega_M$	Sistema $\Omega_S$	Total $\Omega_o$
Marcos resistentes a momento (acero, concreto)	Especiales	1.5-2.5	1.2-1.6	1.0-1.5	2-3.5
	Intermedios	1.0-2.0		1.0-2.0	2-3.5
	Ordinarios	1.0-1.5		1.5-2.5	2-3.5
Marcos rellenos con mampostería reforzada		1.0-2.0		1.0-1.5	2-2.5
Marcos arriostrados		1.5-2.0		1.0-1.5	1.5-2
Muros de carga o portantes		1.0-1.5		1.0-1.5	1.5-2.5

### 1.9.3 Periodo de vibración

El periodo de vibración es el tiempo que tarda un sistema para desviarse y volver a su posición inicial, el cual puede derivarse examinando la respuesta dinámica de un oscilador de un grado de libertad (UGL) regido por la siguiente ecuación diferencial del movimiento:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + F(t) = -m\ddot{u}_g(t) \quad (1.32)$$

Donde  $m$ ,  $c$  y  $F(t)$  son la masa, el coeficiente de amortiguamiento y la fuerza de restauración del sistema, respectivamente,  $\ddot{u}_g(t)$  es la aceleración del terreno,  $u(t)$  es el desplazamiento relativo, los puntos sobre la variable  $u$  denotan derivadas con respecto al tiempo. En un sistema elástico la fuerza de restauración es proporcional al desplazamiento del sistema, siendo  $F(t) = k \cdot u(t)$ , donde  $k$  es la rigidez del sistema. La frecuencia circular del sistema es  $\omega = 2\pi f$ , siendo  $f = \sqrt{k/m}$  su frecuencia natural. La frecuencia natural de un sistema con amortiguamiento es  $\omega_d = f\sqrt{1 - \zeta^2}$ , donde  $\zeta = c/(2mf)$  es el factor de amortiguamiento. El periodo de oscilación del sistema es el inverso de la frecuencia natural:

$$T = 2\pi\sqrt{m/k} \quad (1.33)$$

Una edificación puede ser idealizada como un sistema de múltiples grados de libertad (MGL). La frecuencia circular  $\omega$  de cada modo de vibración puede ser obtenida como la raíz cuadrada de los eigen - valores  $\lambda$  que resultan como solución no trivial del determinante  $\det(K - \lambda M) = 0$ , siendo  $K$  la matriz de rigidez y  $M$  la matriz diagonal de masa. Cada modo de vibración puede ser representado por un oscilador de UGL cuyo periodo de vibración traslacional puede expresarse como  $T = 2\pi\sqrt{M^*/K^*}$ , siendo  $M^*$  la masa efectiva del oscilador equivalente y  $K^*$  su rigidez lateral.

Los códigos de diseño consideran expresiones para la estimación del periodo basadas principalmente en el número de niveles de la edificación para efectos de análisis preliminares. A nivel de la literatura se encuentran diversas expresiones analíticas y empíricas para el cálculo del periodo fundamental en edificaciones, las cuales dependen generalmente de las propiedades del material, tipología estructural y dimensiones generales según muestra el Cuadro 10.

Rutenberg y Heidebrecht [71] derivaron fórmulas para el cálculo de las frecuencias naturales en edificios de muros de corte interconectados por marcos resistentes a momento según el modelo matemático expuesto en [72]. En los trabajos de Goel y Chopra [73] se desarrollan una expresión para la estimación del periodo en edificaciones basadas en muros en voladizo desacoplados. Sozen [74] deriva una expresión analítica para estimar el periodo de un sistema a base de muros que se comportan como voladizos aislados, la cual fue considerada por [6] y por posteriores estudios para la estimación de

desplazamientos en muros. Kazaz [75] extiende el modelo de [74] considerando la respuesta dinámica de un edificio con distribución uniforme de muros y marcos resistentes a momento equivalente a una viga en voladizo con las mismas propiedades de masa y rigidez de la edificación [71].

Cuadro 10. Expresiones del periodo fundamental en edificaciones con muros.

Método	Expresión
Rayleigh - Ritz	$T = 2\pi/\omega$ con $\omega^2 = \Phi^T K \Phi / (\Phi^T M \Phi)$
Chopra & Goël [73]	$T_L = 0.00623/\sqrt{\bar{A}_e}$ con $\bar{A}_e = 100(A_e/A_f)$
Eurocódigo 8 [38]	$T = 0.05h_w^{3/4}$
Sozen [74]	$T = 6.25(h_w/l_w)N\sqrt{wh_s/(gE_c p)}$
Kazaz [75]	$T = 0.00406(h_w/l_w)N/\sqrt{p[1.875^2 + (\alpha H)^2]}$

Notas:  $\bar{A}_e$  es el área de cortante equivalente expresada como porcentaje del área de piso  $A_f$ ,  $h_w$  es la altura de los muros del sistema,  $h_s$  es la altura de piso,  $N$  es el número de niveles,  $w$  es el peso por unidad de área,  $g$  es la aceleración de la gravedad,  $p = A_w/A_f$  es el índice de muros en la dirección de análisis,  $E_c$  es el módulo de elasticidad del concreto,  $\alpha H$  es denominado factor de comportamiento.

#### 1.9.4 Espectro elástico de respuesta

El movimiento sísmico del terreno puede ser caracterizado mediante parámetros ingenieriles tales como: aceleración pico del terreno ( $PGA$ ), energía y contenido de frecuencia, duración, variación temporal de la aceleración o velocidad del terreno o la respuesta de una estructura al movimiento. De estos parámetros, el más utilizado es el espectro elástico de respuesta [50], el cual permite condensar la compleja respuesta dinámica dependiente del tiempo utilizando la respuesta pico como parámetro simplificado más apropiado para el diseñador [5].

Un espectro elástico de respuesta relaciona la máxima respuesta de un oscilador elástico lineal de un grado de libertad con amortiguamiento viscoso en función de distintos periodos de vibración y valores de amortiguamiento para un registro sísmico dado (acelerograma) o para una curva de respuesta suavizada correspondiente al sismo de diseño prescrito por norma. La respuesta espectral ante diferentes periodos de vibración puede ser en función del máximo desplazamiento ( $S_d$ ) o la máxima velocidad ( $SV$ ) del oscilador relativa al terreno, la máxima aceleración absoluta del oscilador ( $SA$ ), la pseudo velocidad ( $PSV$  o  $S_v = \omega S_d$ ) o la pseudoaceleración ( $PSA$  ó  $S_a = \omega S_d$ ), también denominada aceleración

espectral. El coeficiente sísmico utilizado usualmente como parámetro de diseño puede ser expresado como  $C_s = S_a/g$ . La fuerza de restauración del sistema  $F(t) = F_E$  se relaciona con el desplazamiento espectral y con la pseudoaceleración según las expresiones  $F_E = K^*S_d$  y  $F_E = M^*S_a$ , respectivamente, siendo  $M^*$  la masa del oscilador y  $K^*$  su rigidez lateral.

El aumento del amortiguamiento en un sistema estructural genera una reducción en las ordenadas espectrales asociadas a desplazamientos, velocidades y aceleraciones, siendo un efecto beneficioso desde el punto de vista sismorresistente. Un espectro con amortiguamiento nulo presenta valores pico mayores con respecto a espectros reducidos por amortiguamiento, por lo que el amortiguamiento permite una suavización de la respuesta espectral reduciendo el impacto ante pequeñas variaciones del periodo.

Las normas de diseño sismorresistente consideran un enfoque probabilista de la amenaza sísmica mediante el uso de espectros de respuesta de pseudoaceleración ajustados a cierta probabilidad de excedencia dentro de una ventana temporal según la importancia de la edificación. Los espectros de diseño toman en cuenta la influencia de las fuentes sísmicas regionales, los efectos geotécnicos de sitio y el nivel de amortiguamiento viscoso  $\zeta$ . Para la nueva versión del código sísmico de Costa Rica, CSCR 2025 [76] (en revisión, datos proporcionados por la Comisión Permanente de Estudio y Revisión del Código Sísmico de Costa Rica) se consideran cinco zonas sísmicas de sismicidad ascendente denominadas zonas Z1, Z2, Z3, Z4 y Z5, en función de la intensidad de la amenaza sísmica. Las condiciones dinámicas del sitio son consideradas mediante cuatro tipos de sitio de cimentación denominados tipos de sitio  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ , y  $S_4$ , que dependen de sus propiedades geotécnicas.

En [76] se aplica un factor de reducción de 0.80 a los valores espectrales elásticos tomando en cuenta el efecto de la interacción suelo-estructura, la variación de la respuesta estructural con respecto al valor de PGA y la variación de la señal sísmica en el tiempo y en el espacio. El nivel de sacudida sísmica para diseño se expresa en función de su probabilidad de excedencia o su periodo de retorno. Un nivel de sollicitación sísmica fuerte se asocia a una probabilidad de excedencia de 10% en 50 años o un periodo de retorno de 475 años. El nivel de sollicitación sísmica extrema corresponde a un sismo con un 2% de probabilidad de excedencia en 50 años (periodo de retorno de 2475 años), siendo el nivel máximo probabilista de riesgo adoptado usualmente por normativas sísmicas, denominado Sismo Máximo Considerado (MCE, por sus siglas en inglés).

El coeficiente sísmico considerado por [76] está dado por  $C = k_r(S_a/g)/SR$ , siendo  $k_r$  un factor de recurrencia con valores de 0.6, 1.0, 1.3 y 1.6 para niveles de sollicitación sísmica moderada, fuerte, severa y extrema, respectivamente,  $S_a$  es el valor de la aceleración espectral del espectro correspondiente al tipo de sitio de cimentación y zona sísmica donde se emplaza el edificio y  $SR$  es el factor de sobrerresistencia. El Cuadro 11 presenta los datos de periodos y aceleraciones espectrales dados por el CSCR 2025 para tipos de sitio de cimentación  $S_2$ ,  $S_3$  y zonas sísmicas Z3, Z4 y Z5.

Cuadro 11. Periodos de control según espectro de diseño del CSCR 2025 [76].

Tipo de sitio	Periodos de control por zona sísmica (s)						Valor máx. de acel. espectral $S_{a,max}/g$		
	$T_c$			$T_d$			Z3	Z4	Z5
	Z3	Z4	Z5	Z3	Z4	Z5			
$S_2$	0.339	0.426	0.426	2.116	2.442	2.442	1.037	1.162	1.373
$S_3$	0.511	0.633	0.618	2.984	3.352	3.219	0.923	0.983	1.144

La Figura 22 muestra el espectro elástico de respuesta para zona sísmica Z3 y tipo de sitio cimentación  $S_3$  considerado por [76], el cual considera un valor de amortiguamiento  $\zeta = 5\%$ , un periodo de retorno de 475 años y un valor de PGA reducido por un factor de 0.80 igual a 0.414 g. El espectro presenta una configuración típica de espectro de aceleración absoluta dividido en cinco tramos: i. tramo de pseudoaceleración constante para periodos muy cortos con  $T < T_a$  para, ii. una rama linealmente creciente para periodos cortos con  $T_a < T < T_b$ , iii. Una rama horizontal o meseta para periodos intermedios con  $T_b < T < T_c$  denominada zona de aceleración constante, iv. una rama decreciente inversamente proporcional al periodo para periodos largos con  $T_c < T < T_d$ , denominada zona de velocidad constante y v. una segunda rama decreciente para periodos muy largos con  $T_d < T$ . Para todos los espectros, se tiene los valores de periodo  $T_a = 1/33$  s y  $T_b = 1/8$  s. El periodo  $T_c$  es denominado periodo característico del espectro o periodo de esquina, el cual define la transición entre los segmentos de aceleración constante y de velocidad constante del espectro, el cual depende del tipo de sitio de cimentación.

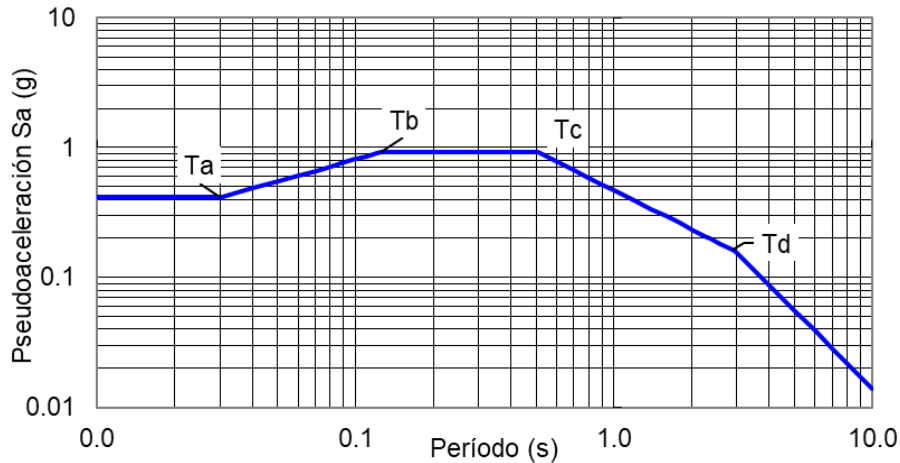


Figura 22. Espectro elástico para tipo de sitio de cimentación  $S_3$  en zona sísmica Z3 con un amortiguamiento de  $\zeta = 5\%$  y periodo de retorno de 475 años según el CSCR 2025 [76].

### 1.9.5 Espectro inelástico de respuesta

Las edificaciones pueden presentar diferente respuesta ante los movimientos sísmicos del terreno según la amenaza sísmica local. En regiones de alta sismicidad, para edificios de uso convencional, puede resultar muy costoso ajustar el diseño a una respuesta sismorresistente esencialmente elástica con un nivel mínimo de daño. Dada la baja probabilidad asociada a sismos con alto potencial de daño, puede justificarse un diseño que acepta cierto nivel de daño estructural y no estructural, de acuerdo con objetivos de comportamiento preestablecidos según el uso o importancia del inmueble, siendo la filosofía utilizada por las normas de diseño actuales al utilizar espectros inelásticos de respuesta orientados a reducir la resistencia lateral proporcionada por diseño.

Es posible generar espectros inelásticos de respuesta a partir de un espectro elástico de respuesta dado, considerando la ductilidad por desplazamiento  $\mu$  que demanda el sistema. Puede definirse un factor de reducción de resistencia  $R_\mu$ , igual a la razón entre la resistencia de un sistema con comportamiento histerético no lineal y la resistencia de un sistema que presenta una respuesta elástica para las fuerzas que derivan de un espectro elástico. Los factores de reducción de resistencia dependen principalmente de la demanda de ductilidad, el periodo del sistema y las condiciones de sitio.

En los estudios de Newmark y Hall [77] se analiza el máximo desplazamiento espectral elástico e inelástico para osciladores de un grado de libertad sometidos a análisis no lineales de tiempo - historia. Se determina lo siguiente: i) Para sistemas de periodos medios y largos,

si el periodo inicial excede el periodo característico (donde coinciden las zonas de aceleración y velocidad constante), el máximo desplazamiento alcanzado por un sistema inelástico es similar al desplazamiento que es alcanzado por aquel sistema elástico con resistencia ilimitada que presenta igual rigidez que la rigidez inicial del sistema inelástico, lo que se conoce como aproximación de igual desplazamiento, siendo  $R_\mu \approx \mu$ , según muestra la Figura 23(a). ii) Para estructuras de periodo corto, que responden inelásticamente dentro de la zona de aceleración constante del espectro, el factor de ductilidad por desplazamiento puede estimarse igualando la energía absorbida por un sistema inelástico perfectamente plástico con la energía absorbida por un sistema elástico equivalente con igual rigidez, esto es, igualando el área bajo las curvas de los sistemas con respuesta elástica e inelástica según muestra la Figura 23(b), enfoque denominado aproximación de igual energía. iii) Para estructuras de periodo cercanos a cero, las deformaciones del sistema son insignificantes con respecto a los desplazamientos del terreno, por lo que la estructura experimenta las aceleraciones del terreno independientemente de los desplazamientos relativos y de la ductilidad del sistema, de donde las fuerzas de diseño no deben ser menores a la aceleración pico del terreno, condición denominada aproximación de igual aceleración [5].

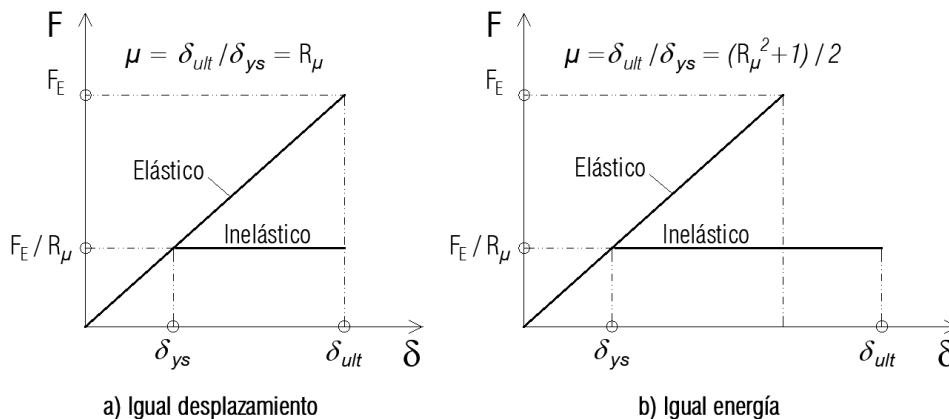


Figura 23. Relación entre ductilidad y el factor de reducción por ductilidad.

En sistemas con periodos cortos, menores a 0.5 s, el principio de igual energía puede subestimar las demandas de ductilidad alcanzadas, sobre todo si se tiene lazos histeréticos pobres, resultando en diferencias sensibles para periodos menores a 0.2 s [5]. Por otro lado, la alta incursión inelástica puede llevar a una marcada degradación de rigidez con el subsecuente alargamiento de periodos.

Las observaciones de [77] resultaron en un procedimiento para la construcción de espectros inelásticos de respuesta según los siguientes factores de reducción por resistencia:

$$R_{\mu} = \begin{cases} 1 & T \leq T_a \\ \sqrt{2\mu - 1} & T_b < T \leq T'_c \\ \mu & T'_c < T \end{cases} \quad (1.34)$$

Para valores intermedios entre los periodos  $T_a$  y  $T_b$  se considera interpolación lineal. La Figura 24 muestra los espectros inelásticos de respuesta correspondientes al espectro elástico de la Figura 22 para distintos valores de ductilidad  $\mu$ . El periodo de esquina para el espectro reducido por ductilidad se obtiene como  $T'_c = T_c \sqrt{2\mu - 1} / \mu$ .

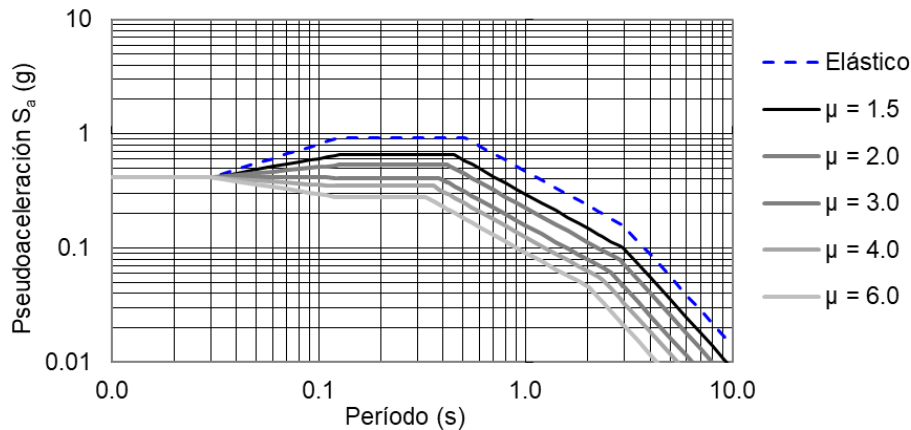


Figura 24. Espectros inelásticos para sitio de cimentación  $S_3$  en zona sísmica Z3 con amortiguamiento  $\zeta = 5\%$  y periodo de retorno de 475 años según el CSCR 2025 [76].

### 1.9.6 Idealización de la respuesta carga - desplazamiento

La capacidad de un sistema estructural puede caracterizarse mediante modelos de respuesta de carga – desplazamiento. La respuesta real puede ser aproximada mediante modelos a escala reducida o con el uso de modelos analíticos y numéricos que, según su grado de refinamiento, permiten obtener una respuesta más cercana a la real. Bajo ciertos parámetros guiados por las normas de diseño sísmico, una curva idealizada puede ser construida sintéticamente para la asignación de rigidez y resistencia a una edificación, logrando una mejor aproximación de la respuesta esperada en la medida en que una estructura sea bien conceptualizada y detallada. Una vez definido el dimensionamiento y el detallado estructural puede optarse por análisis no lineales estáticos para obtener una curva analítica que verifique los supuestos de diseño bajo un análisis por desempeño.

Las normas sísmicas admiten el diseño basado en fuerzas reducidas que parten de espectros de elásticos de diseño. Es aceptado el uso de un factor de modificación de respuesta  $R$ , igual a la razón entre la fuerza elástica  $F_E$  que podría desarrollarse bajo cierto nivel especificado de sacudida sísmica (que puede ser el sismo de diseño establecido por norma) si la estructura permaneciera perfectamente elástica y la fuerza de diseño prescrita [78]. El factor  $R$  asignado por norma depende del sistema estructural, las características de detallado que determinan el nivel de ductilidad deseado y las condiciones de regularidad de la estructura. Si la fuerza que deriva del espectro elástico de diseño es igual a  $F_E$ , se tiene que la fuerza de diseño reducida es igual a  $F_E/R$ , siendo el factor  $R$  igual a [79]:

$$R = \Omega_o R_\mu \quad (1.35)$$

Donde  $\Omega_o$  es el factor de sobrerresistencia y  $R_\mu$  es el factor de reducción de resistencia que supone cierta demanda de ductilidad en el sistema. La fuerza elástica reducida  $F_E/R$  puede interpretarse como la resistencia mínima asignada a un sistema estructural de acuerdo con la norma prescrita. La resistencia esperada en la estructura al desarrollar su sobrerresistencia está dada por  $\Omega_o F_E/R$ , la cual puede ser aproximada mediante análisis no lineales. La Figura 25 muestra gráficamente la relación entre estos parámetros.

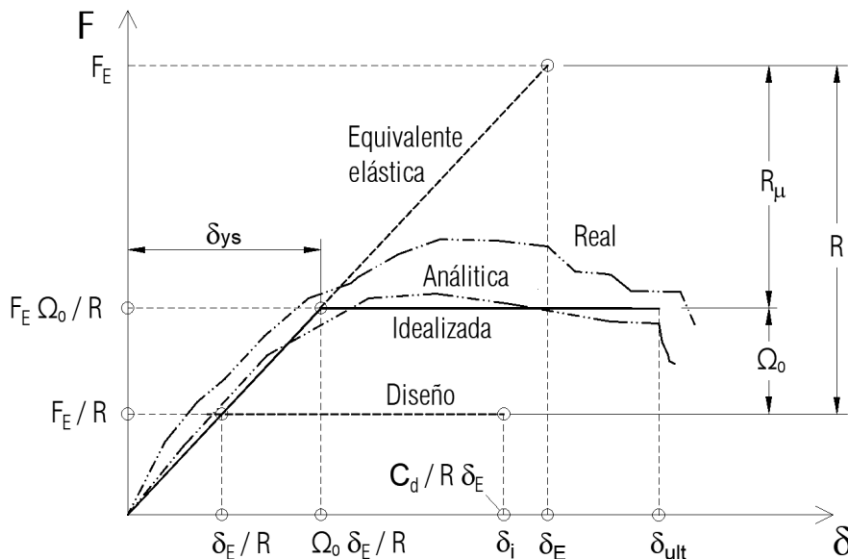


Figura 25. Reducción de fuerzas en sistemas estructurales.

El desplazamiento elástico del sistema  $\delta_E$  es aquel generado por la fuerza elástica  $F_E$ , según la recta elástica mostrada en la Figura 25. El desplazamiento elástico asociado a la fuerza de diseño reducida  $F_E/R$  está dado por  $\delta_i^F = \delta_E/R$ , en tanto que el desplazamiento inelástico

de diseño puede expresarse como  $\delta_i = C_d/R \delta_E$ , siendo  $C_d$  un factor de amplificación de desplazamiento para obtener el desplazamiento inelástico. El CSCR [1], al utilizar el método estático o dinámico de análisis, estima el desplazamiento inelástico absoluto como  $\delta_i = \alpha \mu SR \delta_i^e$ , siendo  $\alpha$  el factor de desplazamiento inelástico,  $\mu$  la ductilidad global asignada,  $SR$  el factor de sobrerresistencia y  $\delta_i^e = \delta_E/(R_\mu SR)$  el desplazamiento elástico absoluto del nivel  $i$  obtenido del análisis elástico con espectros reducidos por ductilidad. Para sistemas tipo marco, dual y muro mayor a un piso se toma  $\alpha = 0.7$  considerando que es muy poco probable que en todos y cada uno de los pisos se desarrolle la ductilidad global asignada.

El desplazamiento de cedencia efectivo del sistema  $\delta_{ys}$  se define a partir de la curva bilineal que mantiene áreas iguales bajo la curva con respecto a la curva equivalente de carga - desplazamiento del sistema según muestra la Figura 26, la cual puede obtenerse según lo recomendado en [63], donde  $k_{e1}$  se toma como la rigidez secante calculada para una fuerza cortante igual al 60% de la resistencia de cedencia efectiva del sistema  $V_y$ .

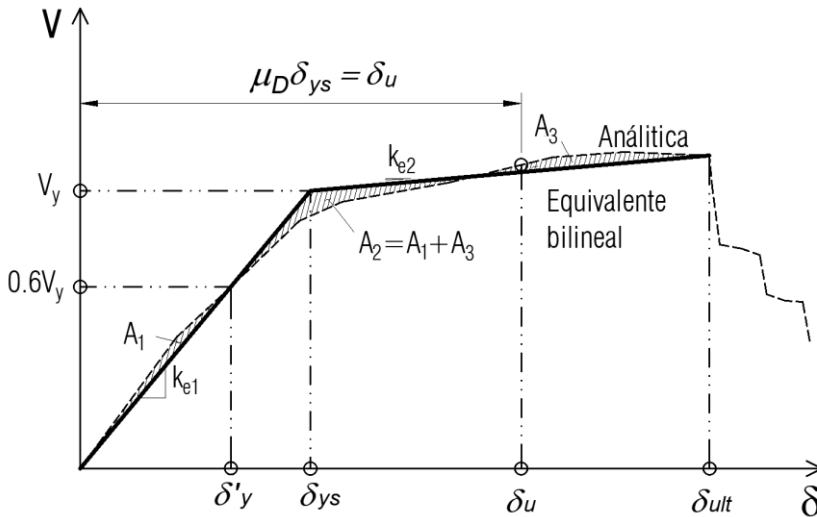


Figura 26. Aproximación bilineal de la curva carga – desplazamiento.

La curva bilineal equivalente puede idealizarse con un comportamiento elastoplástico ( $k_{e2} = 0$ ), con una razón de rigidez post - elástica  $\alpha_k = k_{e2}/k_{e1}$  positiva gracias al efecto de endurecimiento por deformación o con rigidez post - elástica negativa para sistemas con degradación de resistencia.

La Figura 27 muestra una curva de carga - desplazamiento de un sistema estructural a base de muros. El desplazamiento de cedencia nominal de cada muro  $\delta_{yi} = (k_e \phi_y l_{wi}) h_w^2 / l_{wi}$  presenta un valor de  $k_e \phi_y l_{wi}$  esencialmente constante para una sección dada [29], siendo la longitud  $l_{wi}$  de los muros principales la variable de mayor impacto en su capacidad elástica de desplazamiento. El muro de mayor longitud ( $l_{w1}$ ) será el primero en alcanzar el punto de cedencia nominal asociado a  $\delta_{y1}$ , experimentando el mayor desplazamiento plástico  $\delta_{p1}$  con respecto a los demás muros del sistema al alcanzar la demanda de desplazamiento impuesta por el sismo de diseño  $\delta_u$ . El muro de menor longitud ( $l_{w3}$ ) presenta un desplazamiento de cedencia nominal  $\delta_{y3}$  que es mayor con respecto al desplazamiento último  $\delta_u$  que le demanda el sismo de diseño, por lo que el muro responde en su rango elástico.

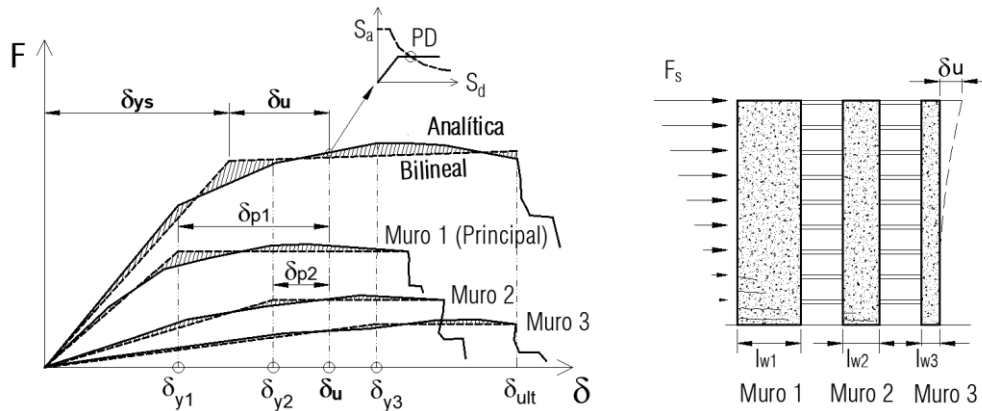


Figura 27. Desplazamientos elásticos e inelásticos del sistema.

Al alcanzar el desplazamiento  $\delta_u$ , debe desarrollarse una mayor plasticidad en los muros principales de mayor longitud. Aquellos muros con mayor esbeltez en el plano (con mayor razón  $h_w/l_w$ ) pueden desarrollar desplazamientos elásticos grandes, con poca o nula incursión en el rango inelástico. El diseño basado en fuerzas reducidas supone que todos los elementos desarrollan el mismo desplazamiento de cedencia y, por lo tanto, la misma demanda de ductilidad, limitante que ha sido abordada en la literatura para sistemas estructurales con predominio de muros [29].

### 1.9.7 Reducción de fuerzas elásticas en normativas sísmicas

El Eurocódigo 8 [38] establece tres clases de ductilidad y de capacidad de disipación de energía para el diseño sísmico: baja, media y alta. La capacidad de disipación de energía es

caracterizada en la norma por un factor de comportamiento  $q$ , con un valor de 1.5 para baja ductilidad y no mayor a 3.0 para ductilidad media.

El código neozelandés NSZ-3101.1&2:2006 [39] para el diseño de estructuras de concreto, clasifica las estructuras en aquellas con niveles de ductilidad nominal, ductilidad limitada y dúctiles, con factores de reducción por ductilidad no mayores a 1.25, 3 y 6, respectivamente. Una categorización similar se utiliza para las regiones potenciales de rótulas plásticas de acuerdo con el nivel de detallado.

El Código de Construcción Canadiense NBS 2020 [80] establece para muros diseñados según la norma CSA A23.3-19 [40], tres tipos de sistemas: muros dúctiles, muros moderadamente dúctiles y muros de construcción convencional, con factores de modificación por ductilidad igual a 3.5, 2.0 y 1.5, respectivamente y factores de modificación por sobrerresistencia iguales a 1.6, 1.4 y 1.3, respectivamente. La norma reconoce una relación proporcional entre la sobrerresistencia y ductilidad que desarrolla un sistema, asociados al desarrollo del endurecimiento del material y a los mecanismos de redistribución plástica.

El comité ACI 318 - 14 [41] utiliza los términos ordinario, intermedio y especial de acuerdo con el nivel de respuesta inelástica considerado en el cálculo de las fuerzas sísmicas, donde cada categoría implica un incremento en los requisitos de diseño y detallado para lograr una mayor capacidad de deformación. Aquellas estructuras que pueden verse sometidas a movimientos fuertes del terreno, cuyo sistema estructural de resistencia sea a base de muros, debe poseer muros estructurales especiales, sin distinción del nivel de ductilidad requerido para el sistema.

A nivel latinoamericano, en años recientes se ha incorporado a las normativas de diseño sísmico ciertas variantes para incluir los requisitos de análisis y detallado de sistemas con ductilidad baja o limitada. La norma guatemalteca NSE 7.9 [55] aborda el diseño de edificaciones de concreto reforzado conformados por muros de ductilidad limitada con un factor de reducción de la fuerza sísmica igual a 4.0, para muros que cumplan con los criterios geométricos, de ductilidad y de detallado mínimo, sin límite de altura. Bajo la norma se requiere comprobar que se alcance un nivel de ductilidad al desplazamiento no menor a 2.0 para un muro sin confinamiento transversal en bordes, si se desea evaluar la necesidad de elementos de borde de forma alternativa a un enfoque por esfuerzos.

En Colombia, la norma para la construcción sismorresistente NSR-10 [81] define sistemas a base muros de concreto con tres tipos de capacidad de disipación de energía: mínima, moderada y especial, correspondientes a factores de reducción por resistencia iguales a 2.5, 4.0 y 5.0, respectivamente, siendo el factor de sobrerresistencia igual a 2.5 para todos los tipos. La norma define tres zonas de amenaza sísmica: alta, intermedia y baja. No se permite el uso de sistemas a base de muros con capacidad mínima de disipación de energía para zonas de amenaza sísmica intermedia y alta, ni sistemas a base de muros con capacidad moderada de disipación de energía para zona de amenaza sísmica alta, en ambos casos se restringe la altura de la edificación a 50 m. Según la capacidad de disipación de energía, los muros pueden ser ordinarios, intermedios o especiales. La deriva global de techo mínima para muros intermedios se define en 0.0035, siendo igual a 0.007 para muros especiales.

Otras normativas latinoamericanas incorporan, en menor medida, requisitos para el uso de muros de baja ductilidad. La norma peruana NTE E.30 [54] clasifica los muros de ductilidad limitada como aquellos pertenecientes a edificaciones de baja altura con alta densidad de muros de configuración delgada, con una sola malla de refuerzo sin extremos confinados, considerando para su diseño un factor de reducción de la fuerza sísmica igual a 4.0. En Ecuador, la norma NEC (2014) restringe la altura de las edificaciones de ductilidad limitada a no más de 4 pisos, con un factor de reducción de la fuerza sísmica igual a 3.0. En Chile, la norma NCh 433.Of1996 [82] no cuenta con una clasificación estructural para muros con ductilidad limitada, por lo que, al quedar excluido de sistemas a base de muros convencionales, se aplica un factor de reducción igual a 2.0.

En Costa Rica, el CSCR [1] asigna un valor de ductilidad global al sistema según su ductilidad local, su regularidad y el tipo de sistema estructural. Para elementos de concreto reforzado se distinguen elementos con ductilidad local óptima, bajo requisitos más estrictos de detallado, o ductilidad local moderada, según se cumpla los requisitos mínimos del capítulo de concreto reforzado. Para considerar un elemento con comportamiento dúctil, el CSCR exige que se mantenga al menos el 80% de la capacidad máxima cuando las deformaciones alcanzan el doble de la deformación de cedencia, lo que implica alcanzar una ductilidad local al desplazamiento igual a 2.0. Si no se cumple este requisito, el elemento debe ser considerado como frágil, siendo inaceptable para un sistema estructural en donde el elemento sea determinante en su comportamiento estructural. Para sistemas estructurales

tipo muro, las ductilidades globales asignadas por el CSCR [1] varían entre 1.5 y 3, con un valor de sobrerresistencia igual a 2.0 independiente del nivel de ductilidad considerado. No se hace distinción en los requisitos de confinamiento en bordes con respecto al nivel de ductilidad considerado para el sistema. Para edificios con sistema mixto con losa plana (MLP) se definen los mismos factores de ductilidad y sobrerresistencia del sistema estructural principal [2].

## **1.9.8 Métodos estáticos no lineales para análisis sísmico de edificaciones**

### ***1.9.8.1 Método de capacidad espectral***

El método de análisis de capacidad espectral permite cuantificar la respuesta no lineal de una edificación para la verificación del desempeño, filosofía que considera estados de daño aceptables acordes al uso de la edificación y a una amenaza sísmica ponderada para la región donde esta se ubica. El procedimiento de análisis no lineal basado en espectros de capacidad y espectros de demanda fue desarrollado por SEAOC [35] en 1995 y es descrito en el documento ATC-40 [83].

El método de capacidad espectral presenta algunas limitaciones: i) Implementa una curva de capacidad derivada de un empuje lateral progresivo, siendo distinto a la excitación cíclica y aleatoria de un sismo, lo que influye en efectos tales como la fatiga de bajo ciclaje, no capturado apropiadamente al utilizar fuerzas incrementales. ii) El análisis tipo pushover no toma en cuenta las deformaciones plásticas acumuladas y el daño asociado. iii) Al ser un método que utiliza como base un sistema de un grado de libertad, su aplicación es más apropiada en edificios de baja y media altura, con una deformada lateral predominante acorde a su modo de vibración fundamental.

El CSCR [1] presenta el método de capacidad espectral como un método alternativo de análisis que permite verificar o modificar las capacidades sismorresistentes de un sistema estructural, así como comprobar la ductilidad global intrínseca, la demanda de ductilidad, los desplazamientos inelásticos absolutos y relativos, e índices de desempeño. La capacidad sismorresistente de un edificio se obtiene mediante métodos tradicionales basados en fuerzas, como pueden ser el método estático y el método de análisis modal dinámico, los cuales suponen ciertos valores de ductilidad y sobrerresistencia para la reducción de fuerzas elásticas, considerando un comportamiento lineal elástico. Según la metodología del CSCR

[1] se deben calcular los espectros inelásticos de aceleraciones de ductilidad constante para cada ductilidad global ( $\mu = 1, 1.5, 2, 3, 4$  y  $6$ ). Los valores de aceleración espectral se obtienen de multiplicar el coeficiente sísmico elástico  $C$  (sin reducción por sobrerresistencia) por la aceleración de la gravedad,  $S_a = Cg$ . Los valores del espectro inelástico de desplazamientos para ductilidad constante  $S_d$  correspondientes a cada valor  $S_a$  de los espectros inelásticos de aceleraciones se calculan mediante la siguiente ecuación:

$$S_d = (T/2\pi)^2 S_a \mu \quad (1.36)$$

Siendo  $T$  el periodo de oscilación del sistema. Con los valores de  $S_a$  y sus correspondientes valores de  $S_d$  así calculados se grafican los espectros inelásticos de ductilidad constante  $S_a - S_d$  para cada ductilidad  $\mu$ , correspondientes a la zona sísmica y al tipo de sitio de cimentación de la edificación. Mediante un análisis no lineal estático con incremento monótonico de carga lateral (pushover) se obtienen datos del cortante basal y el desplazamiento del techo, con la cual se construye la curva de capacidad de carga. Posteriormente se obtiene el punto de cedencia equivalente correspondiente a una aproximación bilineal de la relación fuerza-desplazamiento. Al dividir el desplazamiento lateral último de la estructura, para el cual los elementos y componentes estructurales alcanzan sus límites de capacidad de carga o deformación (capacidad intrínseca), entre el valor correspondiente al punto de cedencia equivalente se obtiene la ductilidad global intrínseca, la cual es conveniente pero no indispensable que sea no menor a la ductilidad global asignada a la estructura. Las ordenadas y abscisas de la curva de capacidad se transforman a coordenadas espectrales según las siguientes expresiones [83]:

$$S_a = \frac{1}{\alpha_1} \frac{V}{W} \quad S_d = \frac{\delta_{techo}}{PF_1 \varphi_{techo_1}} \quad PF_1 = \frac{\sum_{i=1}^N m_i \varphi_{i1}}{\sum_{i=1}^N m_i \varphi_{i1}^2} \quad \alpha_1 = PF_1 \frac{\sum_{i=1}^N m_i \varphi_{i1}}{\sum_{i=1}^N m_i} \quad (1.37)$$

a)                      b)                      c)                      d)

Donde  $\alpha_1$  es el coeficiente de masa modal del primer modo natural de vibración,  $V$  es el cortante en la base,  $W$  es el peso del edificio,  $\delta_{techo}$  es el desplazamiento del techo,  $PF_1$  es el Factor de participación del primer modo de oscilación,  $m_i$  es la masa asignada al nivel  $i$ ,  $N$  es el número de niveles,  $\varphi_{i1}$  y  $\varphi_{techo_1}$  son las amplitudes del modo 1 en el nivel  $i$  y en el nivel de techo, respectivamente. El punto de desempeño de la estructura se define como el punto en el cual la curva de capacidad espectral interseca a aquella curva del espectro  $S_a - S_d$  correspondiente a una ductilidad aproximadamente igual a la ductilidad global de la

estructura en dicho punto, calculada como el cociente entre el desplazamiento del punto de desempeño y el del punto de cedencia equivalente. Esta ductilidad será la ductilidad global requerida o demanda de ductilidad impuesta por el sismo de diseño a la estructura, la cual debe ser menor o igual al 70% de la ductilidad intrínseca de la estructura.

### 1.9.8.2 Procedimiento estático no lineal - método de coeficientes

El ASCE 41-17 [63] a partir de las recomendaciones de FEMA 440 [28] establece un procedimiento estático no lineal (*Nonlinear Static Procedure*, NSP por siglas en inglés) para el análisis sísmico de edificaciones que utiliza la curva de carga - desplazamiento obtenida mediante un incremento monotónico de carga lateral para determinar parámetros tales como la rigidez efectiva del sistema, el periodo efectivo y el desplazamiento objetivo, donde este último es dado por:

$$\delta_t = C_o C_1 C_2 S_a \frac{T_e^2}{4\pi^2} g \quad (1.38)$$

El periodo efectivo  $T_e = T_o \sqrt{k_o/k_e}$  considera la rigidez inicial  $k_o$  y el periodo inicial  $T_o$  del sistema, la rigidez efectiva  $k_e$  es calculada para una fuerza cortante igual al 60% de la resistencia de cedencia efectiva del sistema  $V_y$  según muestra la Figura 28.

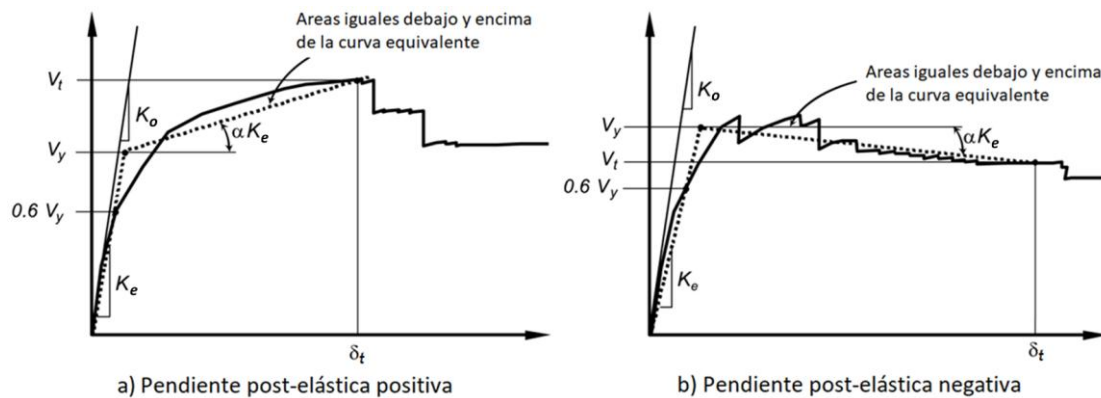


Figura 28. Idealización de las curvas fuerza – desplazamiento.

Los factores  $C_o$  a  $C_2$  son factores de modificación que amplifican el desplazamiento. El factor  $C_o$  relaciona el desplazamiento equivalente de un sistema de un grado de libertad con el desplazamiento del techo de un edificio con múltiples grados de libertad, tomado igual al factor de participación, ya sea asociado al primer modo ( $PF_1$ ), o aquel vector de forma coherente con la forma deformada del sistema. El factor  $C_1$  representa la razón entre la

deformación pico de sistemas inelásticos con comportamiento histerético elastoplástico perfectamente plástico con respecto a la deformación obtenida para sistemas elásticos. El factor  $C_2$  incorpora aquellos efectos que reducen la energía absorbida y la capacidad de disipación, como son el estrangulamiento en la forma histerética, la degradación de rigidez y la degradación de resistencia.

FEMA 440 incluyó mejoras en los factores de modificación propuestos por FEMA 356 [60] (Cuadro 12), eliminado la cota superior para periodos cortos en los factores  $C_1$  y  $C_2$ , siendo dependientes de la razón de resistencia  $R_d$  y de los valores de periodo, eliminando además el factor  $C_3$  (asociado al incremento del desplazamiento por efecto dinámico P – D) al limitar la razón de resistencia a cierto valor máximo. Los factores considerados por FEMA 356 tienden a subestimar los desplazamientos de sistemas inelásticos con periodos cortos.

Cuadro 12. Factores de modificación del desplazamiento.

Coeficiente	FEMA 356	FEMA 440
$C_1$	$[1.0 + (R_d - 1)T_c/T_e]/R_d$ para $T_e < T_c$ 1.5 para $T_e < 0.1$ s 1.0 para $T_e \geq T_c$	$1 + (R_d - 1)/(aT_e^2)$ 1.0 para $T_e > 1$ s Si $T_e < 0.2$ s tomar $T_e = 0.2$ s $a = 130, 90$ y $60$ para sitios de clase B, C y D, respectivamente.
$C_2$ (sistemas con degradación)	IO: 1.0 LS: 1.3 para $T < 0.1$ s interpolado a 1.1 para $T \geq T_c$ CP: 1.5 para $T < 0.1$ s interpolado a 1.2 para $T \geq T_c$	$1 + (R_d - 1)^2/(800T_e^2)$ 1.0 para $T_e > 0.7$ s Si $T_e < 0.2$ s tomar $T_e = 0.2$ s. Recomendado para sistemas con reducción significativa de rigidez y/o resistencia.
$C_2$ (sistemas sin degradación)	1.0	1.0
$C_3$	$1 +  \alpha (R_d - 1)^{3/2}/T_e$ $C_3 = 1$ en sistemas con rigidez post - elástica positiva	Se elimina al limitar el valor de $R_d$

La razón de resistencia se define como la razón entre la demanda elástica de resistencia y la resistencia de cedencia equivalente del sistema dada por  $R_d = C_m(S_a/g)/(V_y/W_s)$ , donde  $W_s$  es el peso sísmico de un sistema de múltiples grados de libertad y  $C_m$  es el factor

de masa efectiva calculado para el modo fundamental usando análisis de valores propios, el cual puede ser tomado igual al coeficiente de masa modal  $\alpha_1$  según la Ec. 1.37(d).

### **1.9.9 Niveles de desempeño estructural**

Las edificaciones pueden ser diseñadas para diferentes niveles de desempeño en función del nivel de daño esperado en sus componentes ante un evento sísmico y según el impacto que el daño genere en la operación del inmueble una vez ocurrido el evento. Los patrones de medición de los objetivos de desempeño se consideran en desplazamientos o rotaciones de los elementos componentes del sistema sismo-resistente. Según el grado de deterioro estructural esperado, se han definido diferentes niveles de desempeño estructural [84], [63]:

*IO: Nivel de desempeño de ocupación inmediata:* En este nivel se presenta daño leve en la estructura, sin pérdida de rigidez y resistencia, permaneciendo segura para ser ocupada. Las reparaciones pueden realizarse sin afectar la operación normal de la edificación.

*DC: Nivel de desempeño de control de daño:* Nivel de desempeño intermedio entre los niveles de desempeño de IO y LS, donde el daño es económicamente reparable.

*LS: Nivel de desempeño de seguridad de vida:* Asociado a daños moderados en los componentes estructurales, ocasionando una reducción de rigidez y resistencia de la estructura, manteniendo un margen de seguridad ante el colapso parcial o total. La rehabilitación estructural puede tener una viabilidad más restringida económicamente.

*CP: Nivel de desempeño de prevención al colapso:* Se tiene un nivel de daño en el cual la estructura continúa soportando las cargas gravitacionales, sin embargo, la degradación de la rigidez lateral y la pérdida de capacidad de la estructura ante fuerzas laterales compromete su estabilidad sin margen de seguridad ante el colapso. La reparación del edificio puede ser inviable económicamente. Este límite es similar al definido por el comité VISION 2000 [35].

## CAPÍTULO 2

### Caracterización de muros delgados

#### 2.1 Generalidades

Primeramente, se presenta una descripción de investigaciones analíticas y experimentales que tratan sobre la respuesta sismorresistente de muros delgados de concreto reforzado que soportan cargas verticales y laterales, los cuales sugieren que existe una limitada capacidad de agrietamiento y deformación de muros con bajo contenido de acero de refuerzo, donde el confinamiento en bordes tiene mayor efectividad para niveles de carga axial moderados a altos. Para contrastar estos estudios, en la segunda parte del capítulo se describen los resultados de estudios experimentales realizados en muros delgados con bajo a moderado contenido de acero de refuerzo, en los cuales se investigaron variantes en la cuantía de acero vertical, condición de confinamiento en bordes, nivel de carga axial, configuración de la sección transversal y características de los materiales. A partir de las campañas experimentales, se realiza una selección de datos para analizar varios parámetros ingenieriles que influyen en el comportamiento sismorresistente de muros.

#### 2.2 Repaso de estudios en muros delgados

##### 2.2.1 Influencia de la cuantía de acero de refuerzo por flexión

Investigaciones de [8] y [9] en muros rectangulares ligeramente reforzados sugieren que los muros con bajas cuantías de refuerzo a flexión presentan una reducida capacidad de agrietamiento al ser cargados hasta su resistencia última. En [9] se propone la siguiente expresión para estimar la cuantía mínima de acero distribuido en muros rectangulares:

$$\rho_v \geq \frac{\frac{\Omega}{3}(f_{ct} + f'_c n) - n f'_c (1 - c/l_w)}{f_y (1 - c/l_w)} \quad (2.1)$$

Donde el esfuerzo a tracción directa del concreto  $f_{ct}$  es tomado aproximadamente igual a la resistencia a tracción por flexión en muros de longitud media y gran longitud. En [9] se toman valores de  $f_{ct} = 0.3 f'_c{}^{2/3}$  y  $c/l_w = 0.06 + n$ , con un valor de  $\Omega = 1.6$ .

Para la formación de grietas secundarias, con base en el equilibrio de fuerzas en tracción en el extremo de un muro, debe cumplirse que la fuerza de tracción del acero de refuerzo sea no menor a la capacidad a tracción del concreto,  $A_s f_y \geq \lambda A_{ct} f_{ct}$ , siendo  $A_{ct}$  el área de concreto en el borde (tomado igual a  $0.15 l_w t_w$ ), y  $\lambda \approx 1$  un factor que toma en cuenta los efectos de carga dinámica, retracción por flujo plástico y resistencia promedio a largo plazo de los materiales, siendo la cuantía mínima de acero concentrado en bordes igual a [9]:

$$\rho_b \geq 0.3 (f'_c)^{\frac{2}{3}} / f_y \quad (2.2)$$

Para  $f_y = 413$  MPa y  $f'_c = 21$  MPa, la Ec. 2.2 resulta en  $\rho_b \geq 0.55\%$ . Cuando la cuantía en bordes es menor a la definida por la Ec. 2.2, puede formarse grietas discretas amplias e irregulares que concentran la plasticidad en una región limitada.

En [85] se investiga la cuantía mínima de acero de refuerzo vertical  $\rho_{v.min}$  para desarrollar grietas secundarias distribuidas entre grietas principales, denominado fisuramiento secundario, requiriendo que la capacidad última del acero de refuerzo que atraviesa una grieta primaria sea no menor a la resistencia a tracción que se desarrolla en el área efectiva de concreto,  $(\rho_v t_w s) f_u \geq (t_{ef} s) f_{ct}$ , según muestra la Figura 29, de donde:

$$\rho_v \geq \rho_{v.min} = \frac{f_{ct} t_{ef}}{f_u t_w} \quad (2.3)$$

Donde  $s$  es la separación del acero de refuerzo vertical,  $t_{ef} = t_w - n_t d_{bt}$  es el espesor efectivo de muro,  $t_w$  es el espesor de muro,  $n_t$  es el número de capas transversales (mallas) de refuerzo horizontal,  $d_{bt}$  es el diámetro del refuerzo horizontal,  $f_{ct}$  es el esfuerzo a tracción directa del concreto y  $f_u$  es el esfuerzo último a tracción del acero de refuerzo.

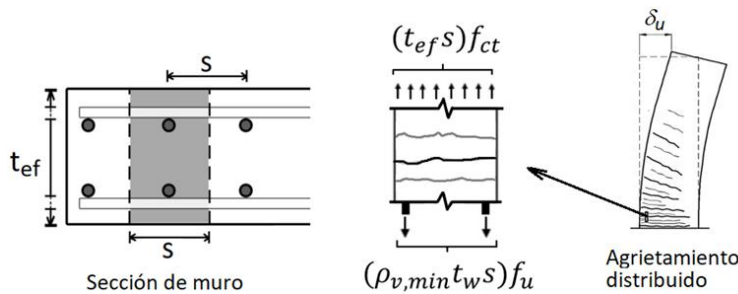


Figura 29. Equilibrio de fuerzas en la sección.

Cuando  $\rho_v \ll \rho_{v.min}$ , lo que puede corresponder a cuantías de acero menores al acero mínimo según normas, el momento de agrietamiento puede superar el momento nominal

del muro, en cuyo caso se presentará una sola grieta al alcanzar la condición de falla [10]. Cuando se proveen elementos de borde con acero concentrado en extremos con una cuantía  $\rho_b$ , en [10] se sugiere sustituir  $\rho_v$  por  $\rho_b$  en la Ec. 2.3. El acero longitudinal concentrado en bordes permite incrementar la capacidad a flexión del muro y asegura un agrietamiento más distribuido a lo largo del muro [9] como se aprecia en la Figura 29.

Tomando  $f_{ct} = 1.8\sqrt{f'_c}$  ( $f'_c$  en  $\text{kg/cm}^2$ ), para muros de concreto con  $f'_c=280 \text{ kg/cm}^2$ , armado con doble malla #3 ASTM A706 grado 60 con  $f_u = 5600 \text{ kg/cm}^2$ , la Ec. 2.3 resulta en  $\rho_{v.min}$  promedio de 0.51% para muros con espesores entre de 15 cm y 20 cm. Este límite es aproximadamente igual al doble de la cuantía de acero mínimo establecido por el ACI 318 [86] (0.25%). Una cuantía mínima de 0.50% es requerida por el Eurocódigo [47] para bordes en muros de alta ductilidad, la misma cuantía es requerida por la norma canadiense CSA A23.3 [40] para bordes en regiones de rótulas plásticas con  $l_p = 0.30l_w$ .

El perfil de curvatura inelástica para muros con cuantías adecuadas de acero de refuerzo varía aproximadamente de forma lineal sobre la región de rótula plástica [62], mientras que, en muros ligeramente reforzados, estudios experimentales realizados por [11] muestran que el perfil de curvatura presenta picos localizados en grietas principales. En [7] se indica que, en muros con baja cuantía de refuerzo vertical, sobre todo aquellos que solamente presentan una fisura primaria simple al ser cargados hasta su capacidad última, el supuesto de un perfil lineal de la curvatura considerando una sección agrietada en toda la altura del muro sobreestima el desplazamiento elástico real. En consecuencia, en [7] se propone un factor  $k_1$  que reduce el desplazamiento de cedencia por flexión tal que  $\delta_y = \frac{1}{3}k_1\phi_y h_w^2$  considerando que el muro presenta una altura agrietada  $h_{cr}$  menor a la altura del muro  $h_w$ , basado en un perfil trilineal de la curvatura elástica a lo largo del muro, Figura 30(c), el cual está dado por:

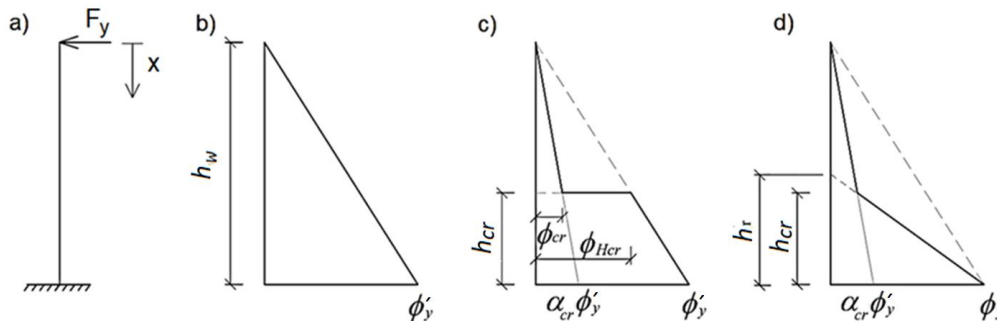
$$k_1 = \alpha_{cr} + (1 - \alpha_{cr}) \left( 3 \frac{h_{cr}}{h_w} - 3 \frac{h_{cr}^2}{h_w^2} + \frac{h_{cr}^3}{h_w^3} \right) \quad (2.4)$$

Donde  $\alpha_{cr} = EI_{cr}/EI_g$ ,  $EI_{cr} = M_y/\phi'_y$  es la rigidez de la sección agrietada y  $EI_g$  la rigidez de la sección gruesa. La altura  $h_{cr}$  puede tomarse como el valor mayor entre: i) la altura donde el momento flector iguala al momento de agrietamiento  $M_{cr}$  y ii) la longitud del muro como límite inferior para tomar en cuenta el efecto de las grietas diagonales de cortante

[7]. En [58] se indica que el uso de un perfil bilineal reducido, Figura 30(d), para la estimación del desplazamiento de cedencia en muros tiene una mejor correlación con los ensayos experimentales si se toma en cuenta solamente las deformaciones por flexión, reemplazando el factor  $k_1$  por el siguiente factor:

$$k_2 = \alpha_{cr} + 0.5(1 - \alpha_{cr}) \left( 3 \frac{h_{cr}}{h_w} - \frac{h_{cr}^2}{h_w^2} \right) \quad (2.5)$$

En [58] se indica que el uso de un perfil bilineal reducido para la estimación del desplazamiento de cedencia en muros tiene una mejor correlación con los ensayos experimentales si se toma en cuenta solamente las deformaciones por flexión.



a) Carga lateral de muro en voladizo; b) Perfil lineal de la curvatura para un muro completamente agrietado (Priestley et al. [29]); c) Perfil trilineal de la curvatura para un muro parcialmente agrietado [7]; d) Perfil bilineal de la curvatura para un muro parcialmente agrietado [58].

Figura 30. Perfil de curvatura de muro en voladizo con carga lateral puntual [58].

### 2.2.2 Influencia del confinamiento transversal en bordes

Menegon et. al [15] analizan la influencia del confinamiento en bordes de muros rectangulares en el incremento del nivel de ductilidad a la curvatura. Para ello se hizo un estudio paramétrico utilizando modelos no lineales basados en fibras, variando los siguientes parámetros: longitud de muro (2, 3 y 5 m), espesor de muro (20 y 30 cm), resistencia a la compresión del concreto (40 y 50 MPa), y razón de carga axial  $n$  (0.1- 0.2). Se comparan diferentes niveles de confinamiento transversal en bordes con respecto a un confinamiento base (Figura 31) que utiliza aros o barras transversales con configuración en U con separación no mayor al espesor del muro, asociado a una presión de confinamiento de al menos 0.3 MPa, lo que permite un incremento en las deformaciones de compresión en la rama descendente de la curva de esfuerzo deformación del concreto. Según los

autores, para muros bien detallados según los requisitos de confinamiento de elementos dúctiles, las presiones de confinamiento alcanzan valores entre 1.5 y 3.0 MPa.

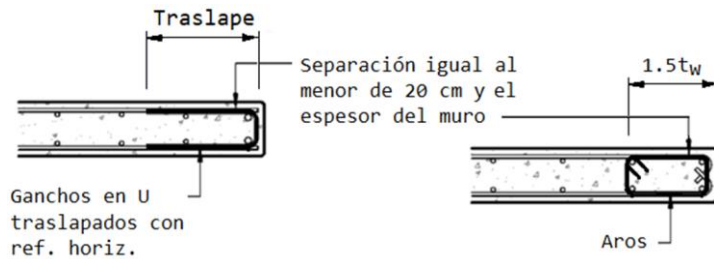


Figura 31. Detalle de confinamiento base [15].

En [15] se analiza el efecto del confinamiento en bordes de muros en el incremento de la ductilidad por curvatura asociada a la razón  $\mu'_\phi/\mu_\phi$ , siendo  $\mu_\phi$  la ductilidad por curvatura asociada a un confinamiento base en bordes y  $\mu'_\phi$  la ductilidad por curvatura asociada a un mayor confinamiento en bordes. Para muros moderadamente reforzados ( $\rho_v = 1.1\%$ ) con razones de cargas axial bajas a moderadas ( $n \leq 0.1$ ), el aumento de la presión de confinamiento lateral (dentro del rango de 0.50 MPa a 3.0 MPa en la Figura 32) con respecto al confinamiento base no genera un incremento en  $\mu'_\phi/\mu_\phi$  para valores de la razón entre la profundidad del eje neutro y la longitud del muro  $k_u = c/l_w$  menores a 0.27, de acuerdo con la Figura 32(a). En muros altamente reforzados ( $\rho_v = 2.1\%$ ) no hay incremento en  $\mu'_\phi/\mu_\phi$  para valores de  $c/l_w$  menores a 0.20, Figura 32(b).

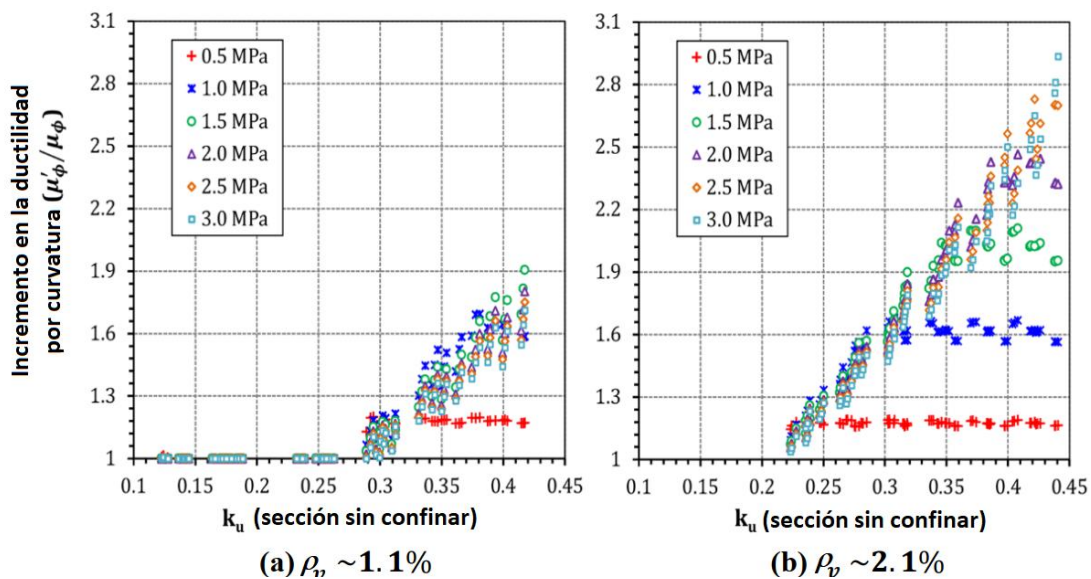


Figura 32. Resultados de análisis paramétrico en muros [15].

Según [15], el aumento del confinamiento puede generar un incremento en la ductilidad por curvatura hasta que se alcance un modo de falla controlado por tracción. La tendencia en la relación de los parámetros  $\rho_v$ ,  $c/l_w$  y  $\mu'_\phi/\mu_\phi$  sugiere que, en muros ligeramente reforzados ( $\rho_v < 1\%$ ), el aumento del confinamiento con respecto a un confinamiento base tiende a ser poco efectivo en el incremento de la ductilidad para valores de  $c/l_w < 0.25$ , asociados a razones de carga axial bajas a moderadas.

### 2.2.3 Estudio de la rigidez efectiva en muros

Dezhdar y Adebar [87] estudiaron la rigidez efectiva de muros en voladizo mediante análisis dinámicos no lineales para sistemas con periodos fundamentales iniciales entre 0.5 y 4 segundos, calibrando los modelos de materiales según pruebas experimentales en muros esbeltos. Se analizaron un total de 13 muros con secciones transversales rectangulares y aladas, con diferentes razones de aspecto y distintas cuantías de acero de refuerzo, variando la razón de carga axial  $P/(f'_c A_g)$  de 0 a 0.3. En el estudio se define la razón  $R$  entre la demanda sísmica elástica en flexión y la resistencia proveída a flexión. En [87] se analizó la relación entre  $R$  (con valores de 0.5 a 5) y un factor  $k_e/k_g$  que cuantifica la reducción que alcanza la rigidez efectiva con respecto a la rigidez inicial de la curva carga desplazamiento ( $k_e/k_g = EI_{eff}/EI_g$ ) según muestra la Figura 33. Se determinó lo siguiente: i) Para  $R = 1$  no hay reducción de la rigidez; ii) Para  $R = 2$ , se obtiene  $k_e/k_g > 0.85$  para todos los rangos de periodo analizados; iii) Para periodos entre 0.5 s y 3 s se obtuvo para  $R = 3$  y  $R = 4$  rangos de valores de  $k_e/k_g$  de 0.65 a 0.75 y de 0.60 a 0.65, respectivamente; iv) Al alcanzar  $R = 5$  se da una reducción no mayor al 50% de la rigidez de la sección gruesa.

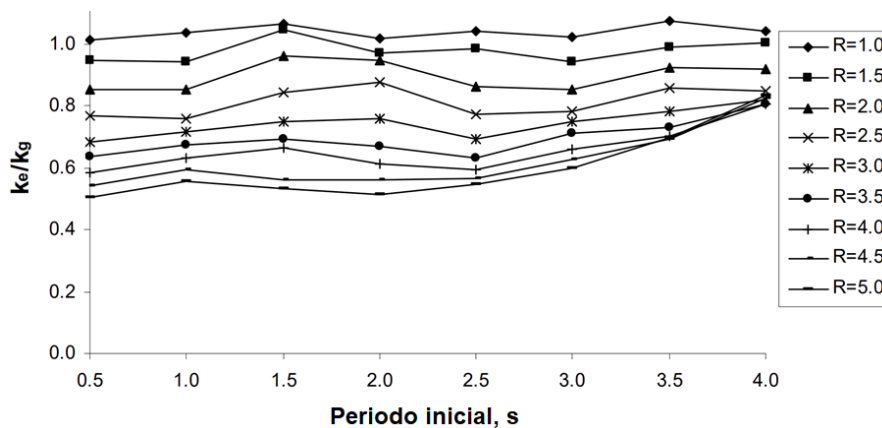


Figura 33. Factores de reducción  $k_e/k_g$  para diferentes periodos iniciales y factores  $R$  [87].

### 2.2.4 Deriva global según modelos empíricos

Segura y Wallace [16] propusieron un modelo predictivo de la capacidad de deriva en muros delgados con elementos de borde especiales a partir de ensayos experimentales, en el cual la deriva máxima varía inversamente proporcional al parámetro de esbeltez de la zona de compresión  $c/t_w$ . La expresión propuesta está dada por:

$$\frac{\delta_u}{h_w} = \left( \frac{\delta_y}{h_w} + \frac{0.05}{c/t_w} \right) \leq \left( \frac{\delta_y}{h_w} + \frac{0.025}{1 - c/l_w} \right) \quad (2.6)$$

Donde  $\delta_y$  es el desplazamiento elástico,  $c$  es la profundidad de la zona en compresión,  $l_w$  es la longitud del muro y  $t_w$  es el espesor del muro. La cota superior para  $\delta_u/h_w$  en la Ec. 2.6 refiere a un modo de falla controlada por tracción del acero de refuerzo considerando una longitud equivalente de rótula plástica  $l_p = 0.5l_w$  y una deformación última en tracción  $\varepsilon_{su} = 0.05$ , falla que puede aplicar a muros con zonas de compresión pequeñas. Los autores [16] indican que pueden esperarse derivas menores al 1% para valores de  $c/t_w > 5$  de acuerdo con los datos experimentales, recomendando investigar el impacto del esfuerzo cortante y de la altura efectiva  $M/(Vl_w)$  en la demanda de deformaciones en compresión en elementos de borde.

En [17] y [88] se construyeron modelos empíricos a partir de la base de datos de ensayos experimentales en muros de concreto reforzado desarrollada por investigadores de la Universidad de California, Los Ángeles (UCLA). Abdullah y Wallace [17] propusieron modelos que predicen la capacidad de deriva en muros ordinarios y especiales, distinguiendo el modo de falla (flexión o cortante) y tomando en cuenta el efecto de carga axial. Para el caso de muros ordinarios, en [17] a partir de la base de datos de la UCLA se seleccionaron de 65 especímenes con falla controlada por flexión con diferentes secciones transversales, sujetos a carga cíclica cuasi estática. Además, se filtraron aquellos muros con un área del refuerzo transversal proveído en bordes no mayor al 70% del requerido según ACI 318-19 [51], y/o con una separación del refuerzo transversal  $s \geq 8d_b$ . La expresión propuesta para muros ordinarios está dada por:

$$\frac{\delta_u}{h_w} (\%) = 3.65 - \frac{1}{30} \frac{cl_w}{t_w^2} - 3.5 \frac{P}{A_g f'_c} \geq 0.8\% \quad (2.7)$$

Según el modelo, la capacidad de deriva decrece linealmente al aumentar el parámetro de esbeltez  $cl_w/t_w^2$  y al aumentar la razón de carga axial  $P/(A_g f'_c)$ . El límite inferior de 0.8% se activa para un amplio rango de longitudes de muros delgados para razones de carga axial moderadas con  $P/(A_g f'_c) = 0.1$ . Para el caso de muros con un nivel de carga axial que no activa el requisito de elemento de borde ( $c < 0.22l_w$  según ACI 318 [41]), de acuerdo con la Ec. 2.7 se tiene para  $l_w/t_w \geq 19$  una capacidad de deriva máxima regida por la cota inferior de 0.8%.

En [88] se propuso un modelo lineal que predice la capacidad de deriva última de muros regidos por flexión sin confinamiento en bordes con base al parámetro de esbeltez  $c/t_w$  y al parámetro  $h_e/l_w = M/(Vl_w)$ . A partir de la base de datos de la UCLA se filtraron 42 especímenes según los siguientes criterios: i. espesores  $t_w < 20$  cm; ii. razones de carga axial  $P/(A_g f'_c) > 0.03$ ; iii. Razón de aspecto de la sección transversal  $l_w/t_w > 6$ ; iv. modos de falla en flexión; v. protocolos de carga cíclica cuasiestática; vi. bordes no confinados. El autor [88] indica que, en muros delgados ligeramente reforzados regidos por flexión ( $h_e/l_w \geq 2$ ) el efecto del esfuerzo cortante es pequeño, siendo despreciado en el modelo. La expresión propuesta para la estimación de la deriva última es:

$$\frac{\delta_u}{h_w} (\%) = 2.14 + \frac{1}{3.05} \frac{h_e}{l_w} - \frac{1}{1.92} \frac{c}{t_w} \quad (2.8)$$

La relación lineal entre parámetros dada por la Ec. 2.8 puede subestimar la capacidad real de deriva en muros delgados con zonas de compresión extensas, por ejemplo, para muros delgados con  $c/t_w > 7.25$  y  $h_e/l_w \leq 5$ , se tiene  $\delta_u/h_w \approx 0$ .

### 2.2.5 Modelos de plasticidad concentrada

Se han desarrollado algunos modelos predictivos para estimar la respuesta global de muros ligeramente reforzados basados en modelos de plasticidad concentrada. Wibowo et al. [12] propusieron dos modelos analíticos para predecir el comportamiento carga – desplazamiento de muros rectangulares ligeramente reforzados. Un primer modelo detallado considera cuatro etapas de la respuesta global: agrietamiento, cedencia, carga máxima y falla. Un segundo modelo simplificado fue propuesto bajo un enfoque conservador de verificación rápida a nivel de diseño preliminar. Ambos modelos fueron comparados con resultados experimentales de 14 muros rectangulares para razones de

aspecto de 0.5 a 4, razones de carga axial de 0.02 a 0.5, cuantías de acero de refuerzo vertical entre 0.2% a 2.0% y cuantía de acero horizontal de 0 a 1.0%. Los autores concluyen que se tiene una mejor aproximación del modelo detallado, con predicciones conservadoras para el modelo simplificado.

Hoult et al. [13] analizaron la capacidad de desplazamiento de muros ligeramente reforzados ( $\rho_v < 1\%$ ) sin confinamiento transversal en bordes, comparando los resultados de modelos en elemento finito (378 muros de sección rectangular y 144 muros en forma de C) con modelos clásicos basados en articulación plástica en la base. Los autores derivan modelos predictivos simplificados según la capacidad de agrietamiento del muro, la cual depende principalmente de la cuantía de acero longitudinal ( $\rho_v$ ). El modelo estima los desplazamientos en muros ligeramente reforzados según la expresión:

$$\Delta_u = [k_\Delta \phi_y (k_1 h_w^2 / 3 + L_{yp} h_w) + l_p (\phi_u - \phi_y) h_w] (1 + \Delta_s / \Delta_f) \quad (2.9)$$

El modelo incorpora un factor de reducción  $k_1$  [7] y un factor de ajuste  $k_\Delta$  que depende de la cuantía de acero vertical  $\rho_v$ . Para muros rectangulares, los autores proponen  $k_\Delta = 45\rho_v + 0.22$ . El modelo también toma en cuenta el pequeño aporte de la longitud de penetración de la deformación dentro de la fundación ( $L_{yp}$ ) y la razón entre deformación por cortante y deformación por flexión dada por el término  $\Delta_s / \Delta_f$ . Para muros que no alcanzan un agrietamiento secundario, sobre todo aquellos que exhiben una sola grieta primaria en la falla, los autores indican que la respuesta carga - desplazamiento es gobernada por deformación del acero de refuerzo concentrada en una grieta primaria, con una pequeña zona de rótula plástica.

La capacidad de desplazamiento plástico se define en [13] en función de la cuantía de acero vertical mínima  $\rho_{v,min}$  para alcanzar el agrietamiento secundario. Si se tiene una cuantía de acero vertical  $\rho_v \leq \rho_{v,min}$ , con una sola grieta primaria, la falla se rige por deformación del acero de refuerzo ante fatiga de bajo ciclaje con  $\phi_u = 0.6\varepsilon_{su} / l_w$  y una pequeña longitud de rótula plástica  $l_p$  igual a 15 cm. Con  $\rho_v > \rho_{v,min}$ , se espera un agrietamiento más distribuido, por lo que  $\phi_u$  puede obtenerse mediante un análisis convencional de momento - curvatura y  $l_p$  calculada según los modelos clásicos [29].

Menegon et al. [65] desarrollaron un modelo para predecir la respuesta fuerza - desplazamiento de muros delgados regidos por flexión con configuración rectangular y de

tipo cajón o núcleo característico de edificaciones suponiendo una articulación plástica en la base del muro y un perfil lineal de curvatura a lo largo de la altura del muro. El desplazamiento  $\Delta_i$  del *i*-ésimo punto de la curva carga - desplazamiento posterior al desplazamiento de cedencia  $\Delta'_y = (1/3)\phi'_y h_e^2$  está dado por:

$$\Delta_i = \Delta'_y \frac{M_i}{M_y} + \left( \phi'_i - \phi_y \frac{M_i}{M_y} \right) l_p \left[ h_e - \left( \frac{l_p}{2} - L_{yp} \right) \right] \quad (2.10)$$

Siendo  $M_i \geq M_y$  y  $\phi'_i \geq \phi_y$  el momento y la curvatura asociados al *i*-ésimo punto, respectivamente. El Cuadro 13 muestra algunos parámetros recomendados según modelos simplificados para la estimación de la respuesta carga - desplazamiento.

Cuadro 13. Parámetros de modelado según modelos simplificados.

Forma	Parámetro	Menegon [65]	Wibowo [12]	Hoult et al. [13]
Rectangular	$\phi_y$	$0.005/l_w$	$2\varepsilon_y/l_w$	$1.7\varepsilon_y/l_w$
	$\phi_u$	$0.023/l_w$	$0.024/l_w$	$0.6\varepsilon_{su}/l_w$
	$M_n/M_y$	$1.6 - 2.4n$	1.25	1.2
	$I_{cr}/I_g$	$n + 5\rho_v + 0.2$	0.5	0.5
Cajón en C	$\phi_y$	$0.004/l_w$	-	$1.6\varepsilon_y/l_w$
	$\phi_u$	$0.037/l_w$	-	$0.6\varepsilon_{su}/l_w$
	$M_n/M_y$	$1.3 - n$	-	1.2
	$I_{cr}/I_g$	$n + 10\rho_v + 0.05$	-	0.5

Notas:  $n$  = razón de carga axial.

### 2.3 Pruebas experimentales en elementos de borde delgados

Adebar y Lorzadeh [27] realizaron ensayos experimentales en elementos de borde delgados ligeramente reforzados sujetos a compresión axial. El espesor de los elementos varió entre 14 y 25 cm, con una longitud entre 20 y 30 cm y una altura de 61 o 91 cm. El uso de una corta longitud de los elementos se debe a que las muestras representan extremos de muros sujetos a deformación en compresión uniforme, suponiendo un gradiente de deformación pequeño. Todos los especímenes consideraron refuerzo vertical de 10 mm de diámetro, con refuerzo horizontal de diámetros de 9.5, 10, 15 o 20 mm. La resistencia a la compresión medida a los 28 días varió entre 26.4 y 33.9 MPa.

La Figura 34 muestra la sección transversal de los especímenes ensayados. Los especímenes tipo 1 se conformaron con una sola varilla de refuerzo vertical y horizontal, algunos de ellos con terminación del refuerzo horizontal en gancho de 180°. Los especímenes tipo 2 tienen dos varillas horizontales con 2 o 4 varillas verticales. Los especímenes tipo 3 presentan 4 varillas verticales, con varillas horizontales con una separación igual al espesor del elemento cerrando con ganchos de 90 grados en extremos, algunos de ellos extienden amarres de 135° alrededor del refuerzo vertical. Los especímenes tipo 4 no presentaron ningún refuerzo horizontal.

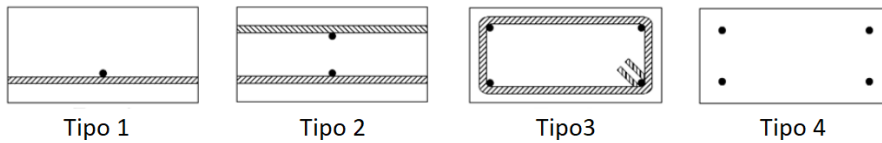


Figura 34. Configuraciones de los especímenes ensayados.

La capacidad de deformación se tomó como la mayor deformación unitaria en la cual el elemento no presenta desprendimiento del concreto al ser cargado hasta un total de 5 veces. La deformación a la falla es la deformación máxima registrada una vez ocurrida la falla. En promedio, los especímenes 1, 2, 3 y 4 presentaron capacidades de deformación unitaria de 0.003, 0.0023, 0.0034 y 0.0024, respectivamente, con deformaciones a la falla de 0.0032, 0.0025, 0.0040 y 0.0025, respectivamente. En general, los especímenes sin confinamiento (tipo 1, 2 y 4) presentaron en promedio una deformación a la falla menor a 0.003, valor recomendado por ACI para concreto no confinado. La configuración tipo 3, con separación de refuerzo horizontal similar a la dimensión mínima del elemento, logró una deformación a la falla de 0.004 en promedio, siendo este el valor recomendado por Sullivan et al. [46] para concreto no confinado. El uso de dos mallas de refuerzo tuvo un mejor desempeño con respecto a aquellos elementos de borde con una sola malla de refuerzo.

Otras pruebas experimentales realizadas en muros ligeramente reforzados muestran que los especímenes logran alcanzar deformaciones en compresión mayores al 0.6% en la base del muro [14]. De acuerdo con [29], la deformación máxima en compresión casi siempre ocurre adyacente al elemento de soporte, el cual provee una restricción adicional al inicio del desprendimiento del recubrimiento, lográndose una deformación unitaria mayor.

## 2.4 Pruebas experimentales en muros delgados

En este apartado se describe los principales resultados de campañas experimentales en muros delgados con bajo contenido de refuerzo con el fin de caracterizar su comportamiento. En el Anexo 2 se muestran datos sobre la caracterización geométrica, propiedades mecánicas de los materiales y principales observaciones de la respuesta carga – desplazamiento de especímenes seleccionados. Entre las investigaciones consideradas se encuentran las de Dazio et al. [19], Lu [23], Alarcón et al. [20], Almeida et al. [24], Blandon et al. [25], Altheeb [21], Albidah [22], Tomazevic et al. [18], Menegon et al. [26] y Segura y Wallace [16], para un total 10 campañas, algunas de las cuales se detallan a continuación.

### 2.4.1 Dazio et al. (2009). $\rho_v$ : 0.30-0.54%

Dazio et al. [19] realizaron un programa experimental en la Escuela Politécnica Federal de Zúrich ensayando 6 muros delgados de sección rectangular con detallado típico de países de Europa Central con sismicidad moderada, con el fin de determinar el efecto de la cuantía y el tipo de acero vertical, así como la influencia del confinamiento en bordes e impacto de la razón de carga axial utilizada. La resistencia del concreto varió de 38.3 a 45.6 MPa según ensayos en cilindros, con acero no dúctil (deformación unitaria última  $\varepsilon_{su}$  de 4.64%) para el espécimen WSH1 y acero dúctil ( $\varepsilon_{su}$  del orden de 7%) para los especímenes restantes. La cuantía de acero horizontal fue del 0.25% para todos los casos.

Se usaron modelos a media escala representativos de las zonas de rótulas plásticas de muros en edificios de 6 pisos de 20.4 m de altura, con una altura efectiva ( $h_e$ ) del 45% de la altura total, la cual considera una reducción debido a los modos de oscilación altos. La altura efectiva fue de 4.56 m para los especímenes WSH1 a WSH5 y de 4.52 m para el WSH6, correspondiente a razones de aspecto ( $h_e/l_w$ ) de 2.28 y 2.26, respectivamente. Los especímenes WSH1 a WSH4 fueron ensayados con una baja razón de carga axial menor al 6%, duplicando este valor para los especímenes WSH5 y WSH6. El espécimen WSH4 fue el único al que no se le proveyó de aros ni amarres de confinamiento en bordes, en su lugar se colocó ganchos en “U” traslapados con el refuerzo horizontal. El Cuadro 14 muestra datos adicionales de los especímenes.

Cuadro 14. Datos de especímenes ensayados por Dazio et al. [19].

Especímen	$\frac{P}{A_g f'_c}$	$\frac{V}{0.8l_w b_w}$ (MPa)	Cuantías (%) <sup>1)</sup>			$S_{aros}$ (mm)	$\frac{S_{aros}}{d_{bl}}$ 2)
			$\rho_b$	$\rho_v$	$\rho_{tot}$		
WSH1	0.051	1.4	1.32	0.30	0.54	75	7.5
WSH2	0.057	1.5	1.32	0.30	0.54	75	7.5
WSH3	0.058	1.89	1.54	0.54	0.82	75	6.3
WSH4	0.057	1.85	1.54	0.54	0.82	NA	NA
WSH5	0.128	1.83	0.67	0.27	0.39	50	6.3
WSH6	0.108	2.49	1.54	0.54	0.82	50	4.2

Notas: 1)  $\rho_b$ : cuantía de acero vertical en bordes.  $\rho_v$ : cuantía de acero vertical distribuido.  $\rho_t$ : cuantía de acero vertical total. 2)  $S_{aros}$ : separación de aros en bordes.  $d_{bl}$ : diámetro de varilla longitudinal.

La Figura 35 muestra la configuración del acero de refuerzo de los especímenes. La sección típica de muro fue de 2 m de longitud y 150 mm de espesor.

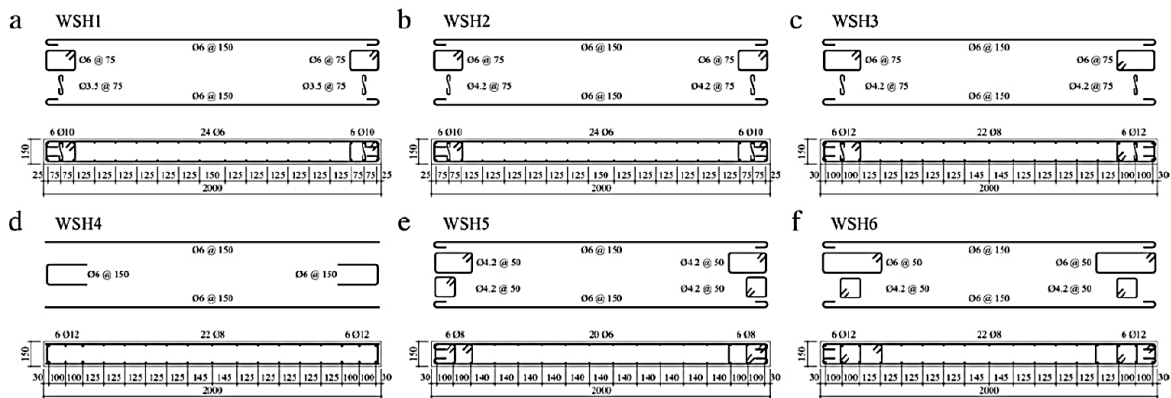


Figura 35. Especímenes ensayados por Dazio et al. [19].

Las cuantías de acero vertical fueron idénticas para los muros WSH1 y WSH2, variando las propiedades del refuerzo. Ambos especímenes fallaron por fractura del acero de refuerzo en la zona central y no en los bordes, como lo supone la teoría de un gradiente lineal de la deformación unitaria, debido probablemente a la baja cuantía de acero vertical distribuido en la zona central, lo que concentra mayores deformaciones al formarse una grieta principal, acompañado de una mayor adherencia del acero en esta zona con respecto a los bordes. El muro WSH1, con acero no dúctil, alcanzó una capacidad de deriva de 1.04%,

menor a la capacidad de deriva de 1.38% obtenida por el muro WSH2, lo que indica que la capacidad de deriva aumenta con la ductilidad del material.

Las cuantías de acero vertical y propiedades del acero de refuerzo fueron idénticas para los muros WSH3 y WSH4. La capacidad de deriva del espécimen WSH4 fue solo del 1.35% al alcanzar una falla por aplastamiento del concreto en comparación con la capacidad de 2.03% alcanzada por el muro WSH3 al fallar por fractura del acero de refuerzo. El espécimen WSH4 sin confinamiento en bordes alcanzó la menor rotación plástica de los ensayos. Esto sugiere que el confinamiento en bordes mejora la capacidad de deriva.

Los muros WSH5 y WSH6 presentaron diferente contenido de acero de refuerzo, siendo de 0.39% y 0.82%, respectivamente, ensayados con similares razones de carga axial, mayores al 10%, obteniéndose capacidades de deriva de 1.35% y 2.07%, respectivamente. El desplazamiento elástico fue un 37% mayor al incrementar el contenido de acero de refuerzo vertical. El incremento en la cuantía de acero longitudinal favoreció una mayor capacidad de deriva elástica e inelástica, gracias a un mayor desarrollo de grietas.

La Figura 36 muestra las curvas de carga - desplazamiento de los especímenes. Las deformaciones unitarias en tracción después del ciclo de compresión asociado al pandeo del refuerzo vertical fueron de 0.0032 en promedio, con una media de 0.05 al alcanzar la fractura. En los muros WSH1 y WSH2, la falla por ruptura del acero de refuerzo vertical central ocurrió para deformaciones del orden de 0.025. Las deformaciones en compresión en el acero de refuerzo más externo alcanzaron una media de 0.0032 al ocurrir el desprendimiento del recubrimiento, una media de 0.0052 al ocurrir el pandeo del acero de refuerzo y una media de 0.0075 al ocurrir la falla por aplastamiento del borde.

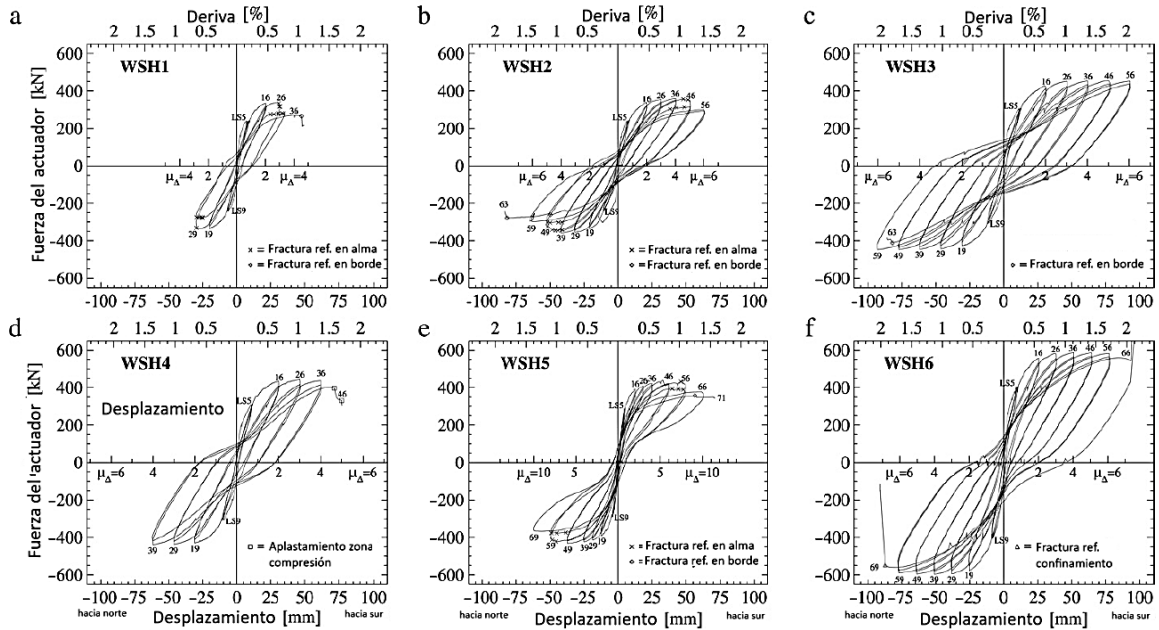


Figura 36. Curvas de carga vs desplazamiento en especímenes [19]: a) WSH1, b) WSH2, c) WSH3, d) WSH4, e) WSH5, f) WSH6.

La Figura 37 muestra los modos de falla de los especímenes, donde se observan los patrones de agrietamiento obtenidos. Los muros WSH1, WSH2 y WSH5, con las menores cuantías de acero vertical total (0.34 – 0.39%), mostraron largas grietas concentradas a nivel de la base, con reducidas grietas diagonales de flexión – cortante, presentando largas curvaturas y deformaciones en tracciones en tracción del acero de refuerzo. Los muros WSH3, WSH4 y WSH6, con mayores cuantías de acero de refuerzo (0.82%) se observó un agrietamiento bien distribuido con grietas de poco espesor.

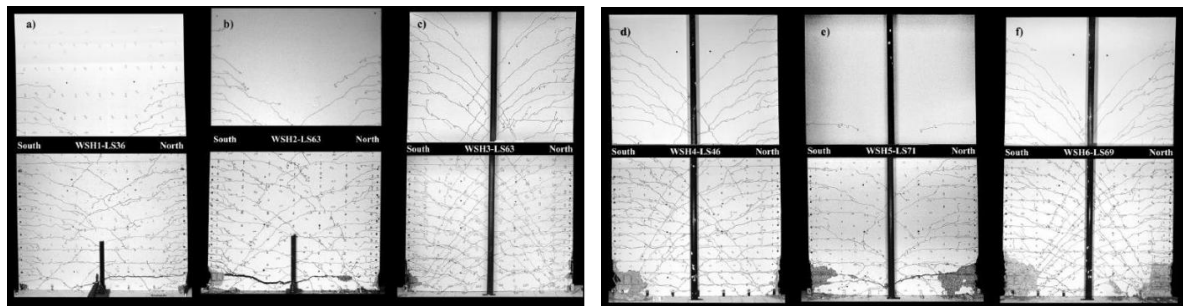


Figura 37. Modos de falla de los especímenes ensayados por Dazio et al. [19].

**2.4.2 Lu (2016).  $\rho_v$ : 0.53%**

Lu [23] llevó a cabo un programa experimental motivado por el limitado agrietamiento observado en muros tras los terremotos de Canterbury, Nueva Zelanda de 2010 y 2011. Se

ensayaron 6 muros de concreto ligeramente reforzados de sección rectangular, sometidos a bajos niveles de carga axial. Diferentes razones de aspecto fueron usadas para representar muros de edificios de entre 8 y 40 m de altura, usando un factor de escala de entre 40 y 50% de la dimensión real. La resistencia  $f'_c$  para el concreto fue de entre 34.7 a 38.5 MPa según ensayos en cilindros. La resistencia a la cedencia del acero de refuerzo principal fue 300 MPa. La cuantía de acero vertical y horizontal fue de 0.53% y 0.25% para todos los especímenes ensayados, respectivamente. El Cuadro 15 muestra datos adicionales de los especímenes ensayados.

Cuadro 15. Datos de especímenes ensayados por Lu [23].

Espécimen	$\frac{P}{A_g f'_c}$	$\frac{V}{\phi V_n}$	$\frac{M}{V l_w}$	Confinamiento en bordes	$\frac{S_{aros}}{d_{bl}}$
C1	0.035	0.42	2	Ninguno	-
C2	0.035	0.42	4	Ninguno	-
C3	0.035	0.42	6	Ninguno	-
C4	0.0	0.26	2	Ninguno	-
C5	0.066	0.53	2	6 mm diam. @90 mm	15
C6	0.035	0.23	4	6 mm diam. @60 mm	10

La Figura 38 muestra las secciones de muros y su configuración de acero de refuerzo. La sección típica de muro fue de 1.4 m de longitud y 150 mm de espesor.

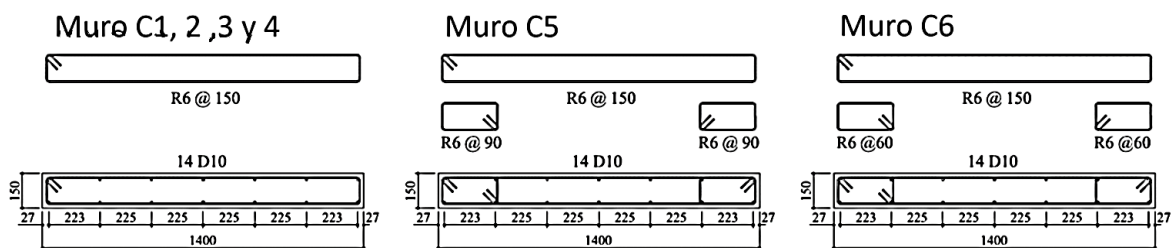


Figura 38. Secciones transversales de muros ensayados por Lu [23].

Pocas grietas (3-4) de ancho considerable concentraron grandes deformaciones inelásticas que llevaron al pandeo del acero de refuerzo ante los ciclos de carga en compresión. El estudio indica que el incremento del refuerzo vertical puede ayudar a controlar el pandeo del acero del refuerzo al lograr formar un mayor número de grietas. La Figura 39 muestra los patrones de agrietamiento observados, con comportamiento predominante en flexión.

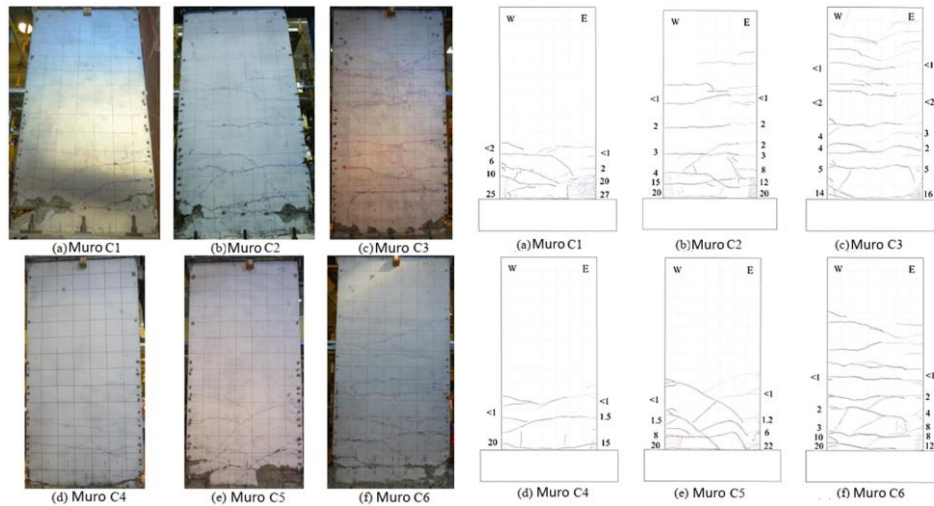


Figura 39. Muros ensayados por Lu [23].

En el caso de muros sin confinamiento en bordes, se dio la falla por pandeo del acero de refuerzo vertical al alcanzar derivas del orden de 0.75% a 1.5%, en tanto que, en los muros con confinamiento transversal, el pandeo se dio ante derivas de entre 1.5 y 2.5%. La deformación unitaria a tracción alcanzada previo al pandeo del refuerzo fue de 2.2% a 4.5%, con un promedio de 3.5% y 3.3% para cada dirección de carga. Las derivas alcanzadas para el desplazamiento último fueron de 1.5% para el muro C4 y de 2.5% para el resto de los muros. El confinamiento en los bordes de muros no tuvo una influencia significativa en el patrón de agrietamiento y en el nivel de desplazamiento obtenido, lo cual puede atribuirse a la baja razón de carga axial utilizada en los ensayos.

#### 2.4.3 Alarcón et al. (2014). $\rho_v$ : 1.30%

Alarcón et al. [20] llevaron a cabo una campaña experimental en el laboratorio de Ingeniería Estructural y Geotécnica de la Universidad Católica de Chile (UC), ensayando especímenes representativos de muros que fueron dañados durante el terremoto de Maule de 2010 ( $M_w$  8.8). Se ensayaron tres muros rectangulares ligeramente reforzados de igual configuración a 1/2 escala (sección 700 mm x 100 mm) sin confinamiento en bordes sometidos a carga lateral cíclica cuasi estática, analizando la influencia del nivel de carga axial. La altura de los muros fue de 1.6 m, con una razón  $M/(Vl_w)$  igual a 2.3. La resistencia a la compresión del concreto fue de 27.4 MPa y la resistencia a la tracción de acero distribuido fue de 445.6 MPa. El refuerzo longitudinal presentó una terminación en gancho estándar horizontal de 90°, con una separación vertical de 90 mm. La carga vertical fue

aplicada de manera constante durante las pruebas, luego se aplicó un desplazamiento horizontal con amplitud incremental en dos ciclos de la misma amplitud. La Figura 40 muestra los resultados obtenidos. Para razones de carga axial  $P/(Af'_c)$  de 0.15, 0.25 y 0.35, las muestras fallaron en compresión por flexión ante derivas laterales del 2.7%, 1.8% y 1.5%, respectivamente, obteniéndose una disminución en un factor de 1.8 al incrementar la razón de carga axial de 15% a 35%.

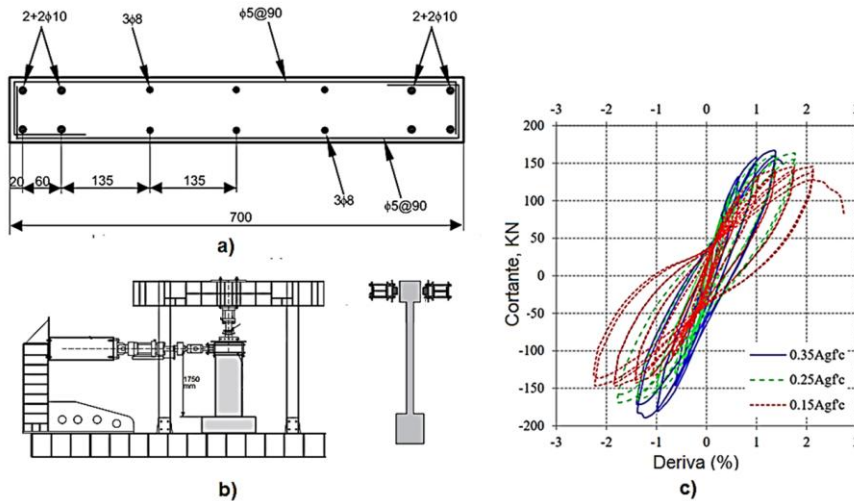


Figura 40. a) Sección transversal de las tres muestras. b) Esquema de montaje de los especímenes. c) Curvas de deriva versus cortante en la base para las muestras W1 a W3 [20].

La Figura 41 muestra los modos de falla local en los tres muros, en los cuales se aprecia el pandeo del acero de refuerzo vertical al alcanzar derivas del orden del 1%, siendo la razón de esbeltez del acero vertical no soportado lateralmente,  $s/d_{bl} = 9$ . El aplastamiento del concreto se evidenció al alcanzar derivas del orden de 1.5% para los tres muros, provocando la falla en el caso del muro con una razón de carga axial de 0.30.

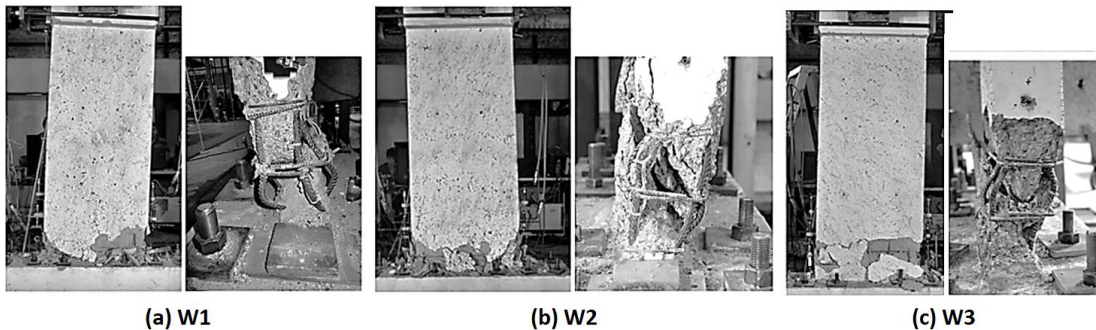


Figura 41. Modos de falla de los muros [20].

Los resultados de [20] fueron contrastados con los de [89], quienes realizaron un estudio experimental en tres muros rectangulares con detallado dúctil usando diferentes configuraciones de acero de refuerzo, sometiéndolas a distintas razones de carga axial hasta llevar a la falla mediante carga lateral cíclica cuasiestática. Los ensayos en [89] mostraron la deriva última (definida cuando el momento en la base cae a un 20% del momento máximo) alcanza valores de 3.2%, 2.6% y 2.1% para valores de la razón de carga axial de  $n$  igual a 0.1, 0.14 y 0.20, respectivamente. La Figura 42 muestra las gráficas de capacidad de deriva en función de la razón de carga axial obtenidas de los ensayos de [20] y [89], en la cual se muestra una relación inversamente proporcional entre la deriva y la razón de carga axial. Los resultados muestran que la falla tiende a ser más frágil conforme aumenta la carga axial.

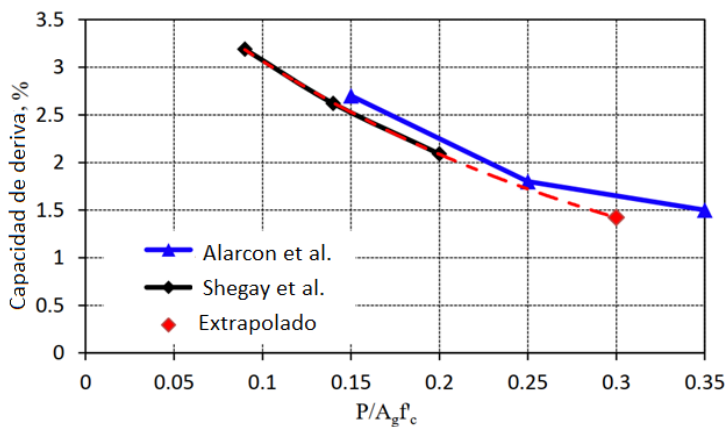


Figura 42. Razón de carga axial versus capacidad de deriva [89].

#### 2.4.4 Almeida et al. (2017). $\rho_v$ : 0.15-0.5%

Almeida et al. [24] realizaron un programa experimental en el laboratorio EESD del École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), consistiendo en cinco especímenes de concreto delgados ligeramente reforzados con configuración transversal en T construidos con una pequeña ala con escalas entre 2/3 y 1/1 (escala real). Los muros presentaron una longitud ( $l_w$ ) de 2.7 m, con un ancho de ala de 0.44 m. Los especímenes TW1 y TW4 fueron de 8 cm de espesor, armados con una sola malla de refuerzo con una cuantía de acero vertical  $\rho_v = 0.15\%$ . La altura efectiva de aplicación de la carga ( $h_e = M/V$ ) fue de 10 m, con un valor de  $h_e/l_w$  de 3.70. Los especímenes TW2, TW3 y TW5 fueron de 12 cm de espesor armados con dos mallas de refuerzo ( $\rho_v = 0.5\%$ ). La altura efectiva para los especímenes TW2 y TW3 fue de 3.15 m, para un valor de  $h_e/l_w = 1.17$ . Para el caso de

TW5 se tuvo un valor de altura efectiva de 7.35 m. Los elementos de borde fueron contruidos sin acero de refuerzo confinante, con cuantías de acero vertical mayor con respecto al acero distribuido en almas. Las resistencia a la compresión  $f'_c$  según ensayos fue de entre 28.8 y 33.6 MPa para los especímenes TW1, TW4 y TW5 y de entre 48.3 y 50.7 para las unidades TW2 y TW3. Las pruebas de tracción en varillas resultaron en esfuerzos de cedencia de 460 MPa para la barra con diámetro  $d_{bl} = 6$  mm y de 515 a 565 MPa para  $d_{bl} = 16$  mm. La Figura 43 muestra las secciones transversales de los especímenes ensayados.

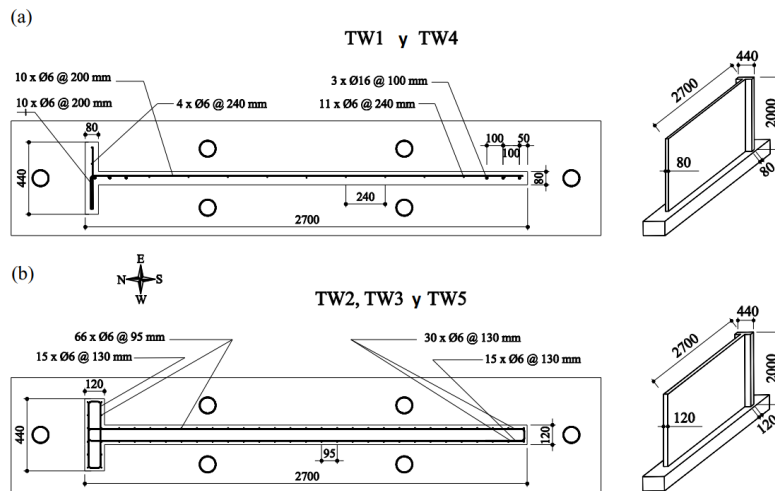


Figura 43. Sección transversal de muros ensayados: a) TW1, TW4; b) TW2, TW3, TW5. Todas las dimensiones en mm [24].

Se aplicó un protocolo de carga cíclica cuasi estática en una dirección (TW1, TW2, TW3), con variantes de carga en dos direcciones (TW4 y TW5) para determinar su efecto en la estabilidad lateral. La carga axial fue aplicada mediante dos actuadores verticales los cuales se calibran para generar un momento flector que incrementa la altura efectiva de carga. Mediante un tercer actuador se aplica un patrón de desplazamiento cíclico a nivel superior en el plano del muro. Para los especímenes TW4 y TW5 se agregaron dos actuadores para inducir carga fuera del plano. La razón de carga axial aplicada varió entre 3.2 y 4.8%.

El muro TW1 presentó un comportamiento histerético estable, con grietas horizontales que evidenciaron un comportamiento regido por flexión dada su significativa altura efectiva de carga. Las derivas fueron del orden de 0.75% y 1% en los dos últimos ciclos de carga, presentando una falla por aplastamiento en el extremo no alado con pandeo del refuerzo en bordes, falla propiciada por desplazamientos fuera del plano al alcanzar derivas en el plano de  $\pm 0.75\%$ , según se observa en la Figura 44(a). El muro TW2 mostró lazos

histeréticos estables hasta derivas del orden de 0.75% con el alma en compresión, con una caída del 50% de su capacidad al alcanzar 1% de deriva en la misma dirección. Para los ciclos de carga con el ala en compresión, se obtuvo una respuesta más dúctil, alcanzando una deriva de 2.2% asociada a una caída del 20% de la capacidad máxima, con una falla propiciada por fractura del refuerzo vertical en el extremo no alado, Figura 44(b). El muro TW3 presentó una respuesta similar al muro TW2 para la dirección de carga que genera compresión del extremo no alado, sin embargo, para los ciclos de carga con el ala en compresión se obtuvo la mitad de la capacidad de deriva con respecto a la obtenida para el espécimen TW3, siendo de 1.15% para una caída del 20% de la capacidad máxima. En el muro TW3 se utilizaron traslapes de 216 mm en todo el refuerzo vertical, cuyo efecto local en la transferencia de esfuerzos de tracción en la interfaz acero – concreto afectó su desempeño, con una larga grieta principal formada sobre la altura de traslape, según muestra la Figura 44(c). La falla se debió a la fractura del acero de refuerzo concentrada en la grieta principal, combinado con un mecanismo de deslizamiento por pérdida de adherencia del refuerzo vertical.

El muro TW4 alcanzó una deriva de 0.75% en la dirección de carga hacia el extremo no alado, con un comportamiento regido por flexión con grietas principales horizontales. El desprendimiento del recubrimiento ocurrió para una deriva de 0.50%. Se observó una falla por aplastamiento del concreto con desprendimiento del recubrimiento promovido parcialmente por pandeo del refuerzo vertical tal como observa en la Figura 44(d). El efecto de carga bidireccional en TW4 afectó en una menor capacidad de deriva con respecto al muro TW1 con carga unidireccional, siendo la principal variante entre ambos muros. El muro TW5 presentó una buena distribución de grietas horizontales, con deformaciones predominantes en flexión. Según muestra Figura 44(e), la distribución de grietas a lo largo de la altura del muro TW5 fue mucho mayor con respecto al muro TW4, atribuible a una altura efectiva 2.5 veces mayor. A una deriva de 0.75% en la dirección de carga hacia el extremo no alado, se observó el desprendimiento del concreto, con falla por aplastamiento del extremo del alma al alcanzar una deriva del 1%. En la dirección de carga hacia el extremo alado se alcanzó una deriva del 1.5%, con falla por aplastamiento de un extremo del ala. Previo a este último ciclo, el desplazamiento aplicado fuera del plano no afectó significativamente la capacidad en el plano del muro.

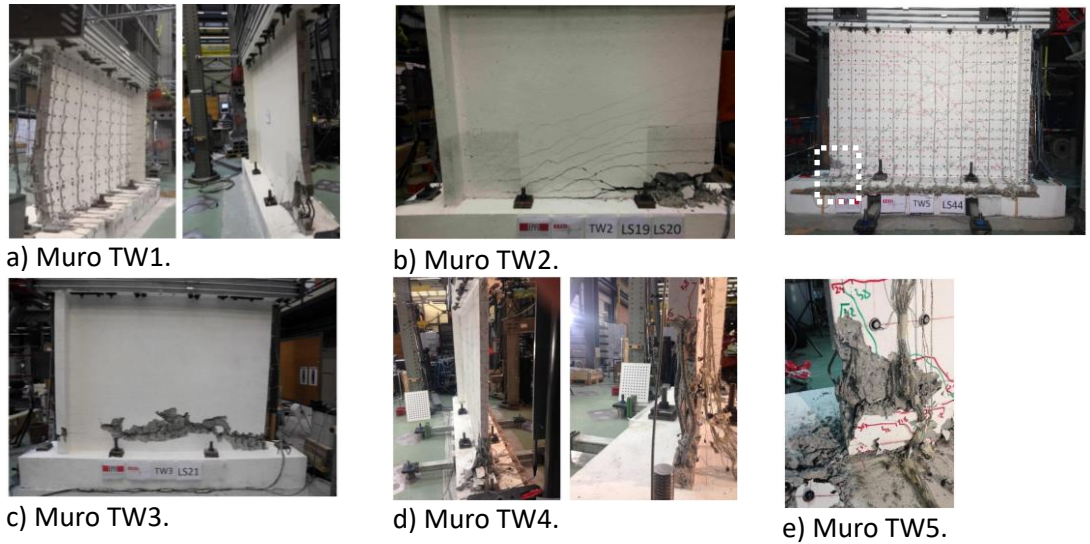


Figura 44. Fotografías de los especímenes tras la falla [24].

La Figura 45 muestra las curvas de histéresis de la respuesta carga – desplazamiento en el plano para los especímenes con comportamiento regido por flexión ( $h_e/l_w = 3.7$ ).

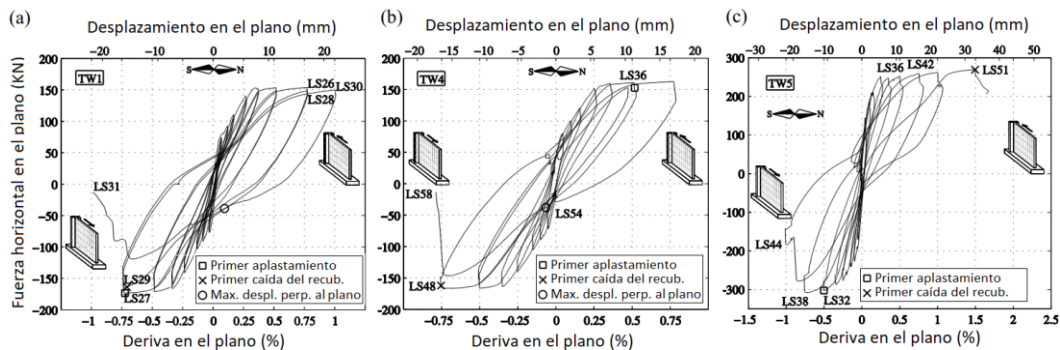


Figura 45. Curvas de histéresis para los especímenes: a) TW1; b) TW4; c) TW5 [24].

**2.4.5 Blandon et al. (2018).  $\rho_v$ : 0.26-0.27%**

Blandon et al. [25] realizaron cuatro ensayos en muros delgados con sección transversal tipo T de ala corta sin confinamiento en bordes, sometidos a bajos niveles de carga axial con una razón  $M/(Vl_w)$  de 2.08. Los especímenes W4, W5 y W7 fueron armados con una malla simple de acero de refuerzo dúctil, mientras que el espécimen W5 fue armado con malla electrosoldada para evaluar el comportamiento poco dúctil característico de este refuerzo. Las cuantías de acero vertical y horizontal se mantuvieron constantes para todos los especímenes. El Cuadro 16 muestra las características de los especímenes ensayados. La Figura 46 muestra la geometría y configuración del acero de refuerzo de los especímenes.

Cuadro 16. Características de los especímenes ensayados por [25].

Muro	$f'_c$ (MPa)	$\rho_v$ (%)	$d_{bl}$ (mm)	Ref. en borde	$P/(A_g f'_c)$
W4	39.1	0.27	6.4	---	0.044
W5	40.1	0.26	7.0	---	0.044
W6	39.2	0.27	6.4	2 $\phi$ 12.7 mm	0.044
W7	47.0	0.27	6.4	2 $\phi$ 12.7 mm	0.037

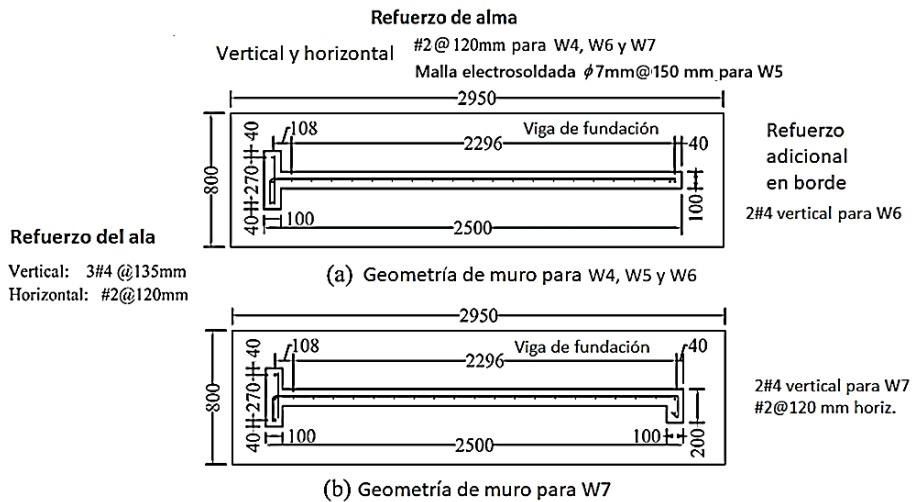


Figura 46. Configuración de especímenes ensayados por Blandon et al. [25].

El ala fue incluida para evaluar el efecto de estabilidad lateral dado por un muro conectado en dirección perpendicular y el efecto del acero de refuerzo del ala. El espesor delgado de 100 mm en los muros W4 y W6 se propuso para ser representativo de la construcción en zonas de alta sismicidad de Colombia, evaluándose el potencial caso de falla por inestabilidad fuera del plano para razones de esbeltez  $h_w/t_w$ . El refuerzo adicional en bordes tuvo el objetivo de evaluar la inestabilidad fuera del plano, siendo un comportamiento más común al incrementar la cuantía en bordes. Los modos de falla incluyeron la ruptura del acero de refuerzo debido a la deformación por tracción en la base, falla del empalme por deslizamiento del refuerzo en la base, aplastamiento del concreto concentrado en una pequeña región y pandeo del acero de refuerzo. También se observó pandeo fuera del plano en los bordes de muros. La Figura 47 muestra el patrón de agrietamiento del muro W4 tras la falla. La Figura 48 muestra las curvas histeréticas de los especímenes W4, W6 y W7, presentando caídas súbitas de resistencia a niveles de deriva de 0.75, 0.80 y 1.20%, respectivamente.

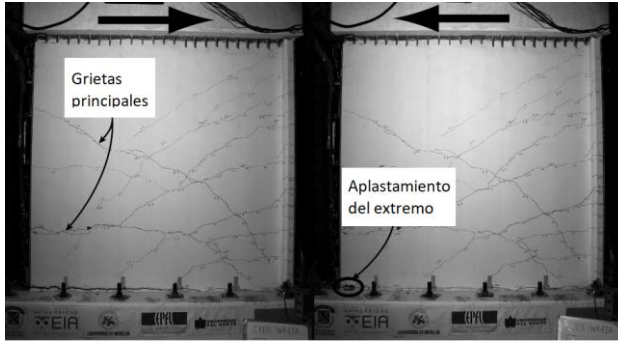


Figura 47. Patrón de agrietamiento tras el final del ensayo de espécimen W4. Izquierda: ciclo de compresión del ala. Derecha: ciclo de tracción del ala [25].

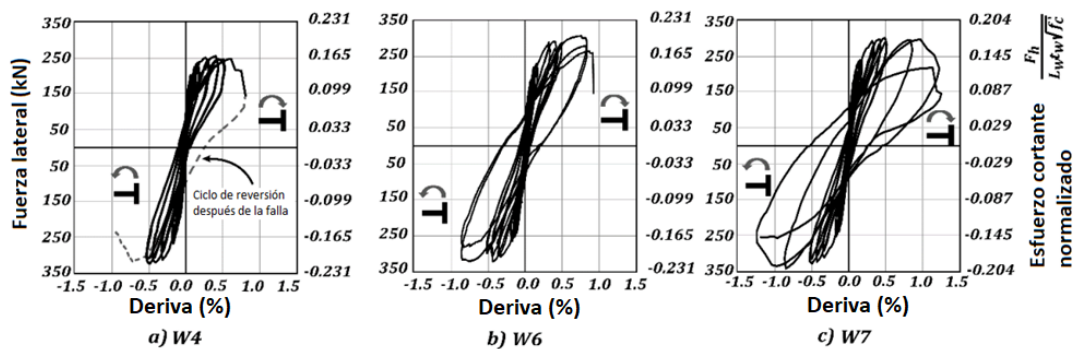


Figura 48. Curvas de histéresis de los especímenes ensayados [25].

La Figura 49 muestra las envolventes de carga – desplazamiento para los lazos de histéresis de los especímenes. Para la dirección de carga que comprime el alma, los resultados fueron similares para los muros W4, W5 y W6 dado que comparten igual sección transversal, con un comportamiento en flexión regido por la tracción del refuerzo del ala. El espécimen W7 exhibió mayor capacidad en resistencia y desplazamiento debido al efecto del ala pequeña en el borde del alma. En la dirección comprimiendo el ala, la respuesta depende de las cuantías de acero provistas, siendo los muros W6 y W7 los que presentaron la mayor capacidad gracias a las barras de 13 mm adicionales colocadas en el extremo del alma. Los desplazamientos debido a la rotación concentrada en grietas en la interfaz muro-fundación representaron la mayor componente del desplazamiento total, siendo de 42.8%, 64.5%, 44.1% y 37.3% para los especímenes W4, W5, W6 y W7, respectivamente.

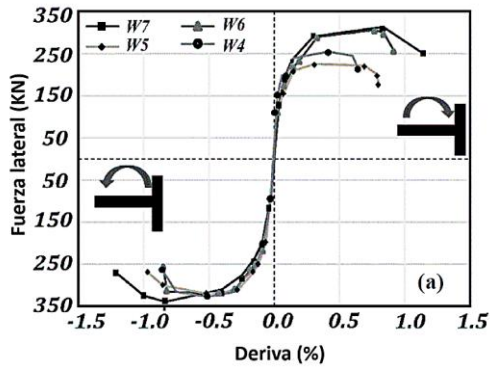


Figura 49. Envolventes de las curvas de carga desplazamiento de los especímenes.

#### 2.4.6 Tomazevic et al. (1996) $\rho_v$ : 0.26-0.38%

Tomazevic et al. [18] ensayaron 10 especímenes de muros rectangulares a escala 1:3 representativas de muros de edificaciones residenciales a base de muros de 6 y 12 niveles típicas de Eslovenia. El espesor de los especímenes fue de 5 cm, con una longitud de 0.97 m y una altura de 1.40 m. El Cuadro 17 muestra las características de los especímenes ensayados. Cada par de especímenes con igual cuantía de acero de refuerzo y condición de confinamiento fueron ensayados con razones de carga axial baja (0.07) y alta (0.14).

Cuadro 17. Características de los muros ensayados por [18].

$P/(A_g f'_c)$		Cuantías <sup>1)</sup> (%)		$f'_c$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	Confinamiento en bordes
0.07	0.14	$\rho_v$ y $\rho_h$	$\rho_b$			
SW00N1	SW00N2	0.26	---	41.1	478	No
SW23N1	SW23N2	0.26	2.3	54.8	478	No
SW23C1	SW23C2	0.26	2.3	41.1	478	Sí
SW60N1	SW60N2	0.38	6	41.1	469	No
SW60C1	SW60C2	0.38	6	41.1	469	Sí

Notas: 1)  $\rho_v$ ,  $\rho_h$  y  $\rho_b$ : cuantías de acero vertical, horizontal y en bordes, respectivamente.

La Figura 54 muestra las envolventes de carga desplazamiento de los especímenes. Los muros ensayados con baja carga axial presentaron falla por ruptura del acero en tracción con una respuesta más dúctil con respecto a los muros ensayados con alta carga axial, en los cuales la falla se dio por aplastamiento del concreto y pandeo del acero de refuerzo concentrado en bordes. El confinamiento no mejoró la resistencia lateral y ductilidad de los

muros ensayados con bajas cargas axiales, a diferencia de los ensayos con altas carga axiales en los cuales el confinamiento mejoró el comportamiento observado. Por otro lado, el aumento de la cuantía concentrada en bordes mejoró la propagación de grietas secundarias.

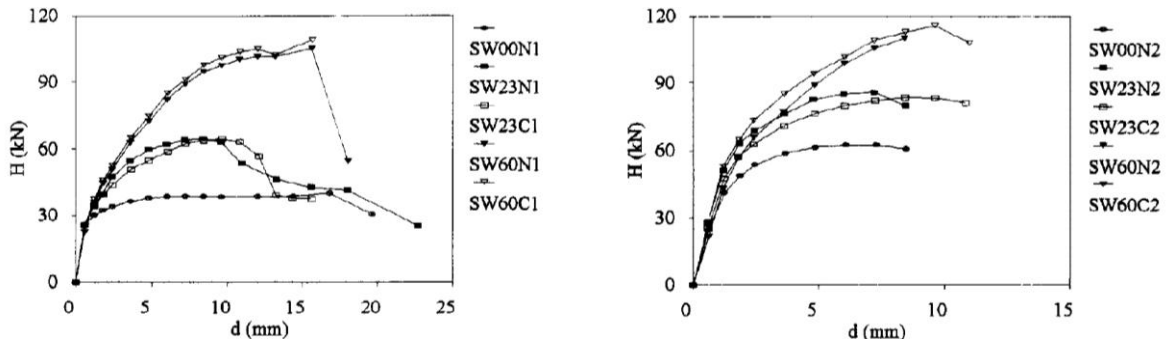


Figura 50. Envolventes de carga desplazamiento. Izq.: Baja carga axial. Der.: alta carga axial.

#### 2.4.7 Menegon et al $\rho_v$ : 1.4-1.8%

Menegon et al. [26] ensayaron 2 especímenes representativos de muros ligeramente reforzados típicos de regiones de baja sismicidad de Australia, utilizando el equipo MAST de la Swinburne University of Technology. Se aplicaron cargas cíclicas cuasi estáticas unidireccionales considerando valores de  $M/(Vl_w)$  de 6.5. Se consideró acero distribuido sin confinamiento en bordes, con cuantías de acero vertical de 0.018 y 0.014 para el muro rectangular (S01) y el muro tipo ducto (S02), respectivamente, manteniendo una cuantía uniforme para el acero horizontal de 0.005. Las resistencias a compresión del concreto medidas fueron de 41.9 MPa y 31.6 MPa, con un esfuerzo de cedencia del acero de refuerzo vertical de 532.2 MPa y 553.1 MPa, correspondientes a los especímenes S01 y S02, respectivamente. La geometría de los muros (Figura 51) fue escalada según las restricciones del equipo de ensayo al 60 a 70% de la escala real. Los especímenes fueron construidos con traslape del refuerzo vertical a nivel de la base, siendo de 0.9 m y 0.5 m para los especímenes S01 y S02, respectivamente.

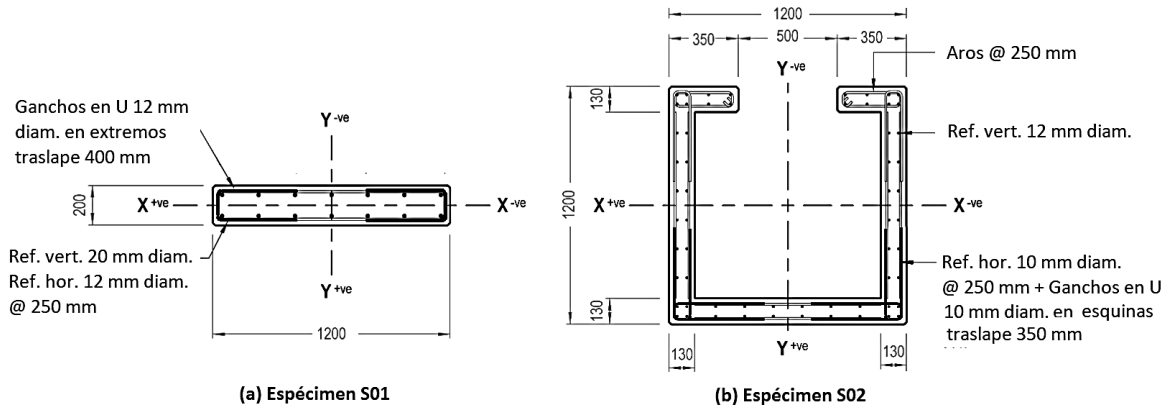


Figura 51. Geometría de los especímenes.

Los especímenes S01 y S02 tuvieron fallas por flexión asociadas al aplastamiento de la fibra extrema en compresión a nivel de la base de los muros, alcanzando derivas laterales de  $\pm 2.1$  y  $\pm 1.5\%$  para una caída del 20% de la capacidad máxima, respectivamente. En ambos especímenes se observó la formación de dos grietas primarias, ubicadas a nivel de la base en la transición muro - cimiento y sobre la longitud de traslape del refuerzo vertical. La Figura 52 muestra las curvas histeréticas de carga desplazamiento de los especímenes.

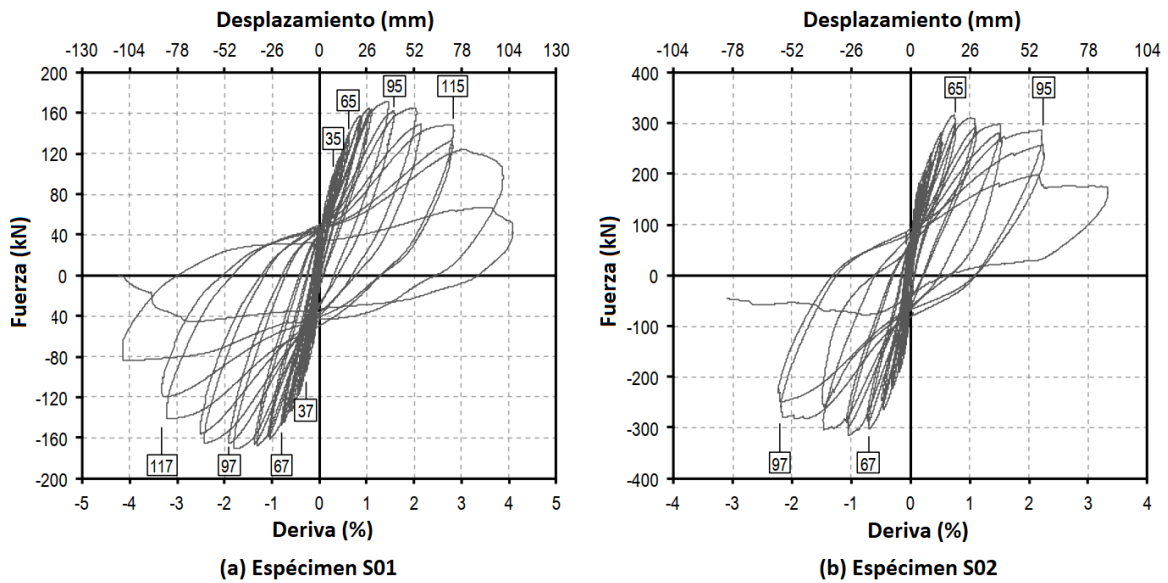


Figura 52. Curvas histeréticas para los especímenes S01 y S02.

## 2.5 Análisis de parámetros experimentales en muros delgados

### 2.5.1 Selección de datos

A partir de los resultados de 10 campañas experimentales en muros delgados se realizó un filtrado de especímenes de interés para cumplir con las siguientes características: espesor no mayor a 20 cm, cuantía de refuerzo vertical distribuido  $\rho_v$  no mayor a 1% (excepto ensayos w1 a w3, S01 y S02, con  $\rho_v > 1\%$  sin bordes confinados), razón de carga axial  $P/(Af'_c)$  no menor a 3%, razón de altura efectiva del muro  $h_e/l_w$  no menor a 2 y deformaciones unitarias  $\varepsilon_{su}$  no menores a 6% considerando ensayos con acero dúctil. Se consideran muros de sección transversal rectangular (R), sección alada tipo T y un ensayo con configuración tipo ducto. De acuerdo con los criterios seleccionados, se tiene un total de 30 ensayos, 20 de ellos sin bordes confinados. El Anexo 2 muestra la compilación de datos.

Según la selección de datos, un total de 17 muros presentaron falla por compresión en el borde (FC) (6 de ellos con confinamiento moderado en bordes), de los cuales 2 muros presentaron inestabilidad lateral (IL) en la falla, los restantes 13 muros presentaron falla por fractura del acero de refuerzo longitudinal (FT). Los ensayos consideran a un borde confinado como aquel borde que presenta aros cerrados de confinamiento transversal.

Se calculó la razón de aspecto  $h_w/l_w$ , la razón de altura efectiva con respecto a la longitud del muro  $h_e/l_w$ , la razón entre la altura efectiva y la altura del muro  $h_e/h_w$ , la profundidad relativa de la zona de compresión  $c/l_w$ , la razón de esbeltez con base a la profundidad de la zona de compresión  $c/t_w$ , la razón de esbeltez de la sección transversal  $l_w/t_w$  y el parámetro de esbeltez compuesto  $cl_w/t_w^2$ . Las propiedades de los materiales presentan rangos de valores de  $f'_c$ : 27.4 a 47 MPa y  $f_y$ : 300 a 601 MPa.

### 2.5.2 Curvatura de cedencia nominal experimental

El Cuadro 18 muestra los valores de  $\phi_{y.exp}l_w$  con base a los valores de curvatura de cedencia nominal experimental  $\phi_{y.exp}$  obtenidas de la base de datos. Se tiene un valor promedio de  $\phi_{y.exp}l_w$  igual a 0.0045, con una desviación estándar de 0.0012.

Cuadro 18. Deriva elástica experimental para muros delgados.

Autor	Forma	Especímenes	$\phi_{y.exp} l_w$ (x100) [prom.]
Lu et al. [23]	R	C1, C2, C4, C5	0.30
Alarcon et al. [20]	R	w1 a w3	-
Almeida et al. [24]	T	TW1, TW4, TW5	0.46 – 0.57 [0.52]
Blandon et al. [25]	T	W4, W6, W7	0.42 – 0.56 [0.47]
Altheeb [21]	R	Wall1, Wall2	0.50
Albidah [22]	R	Wall3	-
Tomazevic et al. [18]	R	SW00N1&2	0.26
Dazio et al. [19]	R	WSH2 a WSH6	0.58 – 0.60 [0.59]
Menegon et al. [26]	R, C	S01, S02	0.53 – 0.54
Segura y Wallace [16]	R	WP1 a WP4	-

### 2.5.3 Longitud equivalente de rótula plástica experimental

El Cuadro 19 muestra los resultados de longitud equivalente de rótula plástica relativa a la longitud del muro ( $l_{p.exp}/l_w$ ) y relativa a la altura efectiva del muro ( $l_{p.exp}/h_e$ ) según la base de datos experimental. Los valores promedio de  $l_{p.exp}/l_w$  y  $l_{p.exp}/h_e$  son de 0.29 y 0.11, con desviaciones estándar de 0.10 y 0.04, respectivamente.

Cuadro 19. Longitud relativa de rótula plástica experimental.

Estudio	Especímenes	$l_{p.exp}/l_w$		$l_{p.exp}/h_e$	
		Rango	Prom.	Rango	Prom.
Lu et al. [23]	C1 a C3, C5, C6	0.18 – 0.27	0.22	0.04 – 0.11	0.07
Alarcon et al. [20]	w1 a w3	0.35	0.35	0.15	0.15
Almeida et al. [24]	TW1, TW4, TW5	0.21 – 0.34	0.27	0.07 - 0.09	0.08
Blandon et al. [25]	W4, W6, W7	0.11 – 0.38	0.26	0.05 – 0.18	0.12
Altheeb [21]	Wall1, Wall2	0.27 – 0.38	0.33	0.09 – 0.13	0.11
Albidah [22]	Wall3	0.55	0.55	0.18	0.18
Dazio et al. [19]	WSH2 a WSH6	0.20 – 0.37	0.27	0.08 – 0.16	0.12
Menegon et al [26]	S01, S02	0.37 – 0.41	0.39	0.06 – 0.063	0.06
Promedio		0.11 – 0.55	0.29	0.04 – 0.18	0.11

### 2.5.4 Capacidad de rotación plástica experimental

Las investigaciones experimentales en muros delgados muestran que los parámetros de esbeltez  $c/t_w$  [16], [88] y  $cl_w/t_w^2$  [17] tienen una correlación significativa con la capacidad de desplazamiento lateral, siendo  $c$  la profundidad de la zona de compresión,  $l_w$  y  $t_w$  la longitud y el espesor del muro, respectivamente. Con base en lo indicado por investigaciones previas, se realizaron regresiones potenciales ( $y = ax^b$ ) para los ensayos de la BD. La Figura 53 muestra el resultado de graficar la capacidad de rotación plástica  $\theta_{pu.exp} = \delta_{pu.exp}/h_w$  en función de los parámetros  $c/t_w$  y  $cl_w/t_w^2$ . Se distingue en la gráfica la condición de EB confinado correspondiente a un confinamiento moderado (en los que se provee aros cerrados con una separación menor al espesor del elemento), EB no confinado y los muros que alcanzaron la falla por aplastamiento del concreto en la zona de compresión. De acuerdo con una regresión potencial para los ensayos sujetos a todos los tipos de falla observados, se encuentra que existe una mejor correlación de los datos ( $R^2 = 0.78$ ) al estimar la capacidad de rotación plástica con base al parámetro  $cl_w/t_w^2$  con respecto al uso de  $c/t_w$  ( $R^2 = 0.69$ ).

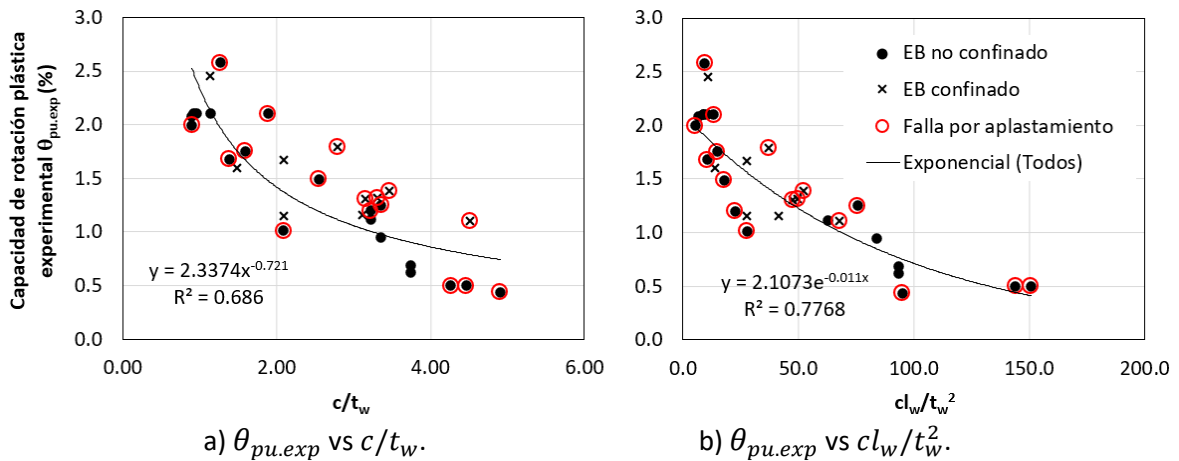


Figura 53. Capacidad de rotación plástica experimental vs parámetros de esbeltez.

### 2.5.5 Parámetros de ductilidad

El Cuadro 20 muestra los valores de ductilidad por desplazamiento  $\mu_{\delta.exp} = \delta_{u.exp}/\delta_{y.exp}$  y de ductilidad por curvatura experimental  $\mu_{\phi.exp} = \phi_{u.exp}/\phi_{y.exp}$  según la base de datos. los valores promedio de ductilidad por desplazamiento para muros sin confinamiento y con confinamiento moderado en bordes fue de fue de 5.0 y 6.8, con desviaciones estándar de

1.2 y 1.0, respectivamente. Los menores valores de  $\mu_{\delta.exp}$  se obtuvieron para los ensayos descritos en [24], [25] y [18], con las menores cuantías de acero de refuerzo vertical y mayor esbeltez de la zona de compresión del muro ( $c/t_w$ ), parámetros mostrados en el Cuadro 20. Se obtuvieron valores altos de ductilidad por curvatura para los ensayos de [21] y [23]. Esto puede atribuirse al desarrollo de altas deformaciones del acero en tracción en grietas principales, según los mecanismos de falla observados en la sección 2.2. Excluyendo estos ensayos, los valores promedio de ductilidad por curvatura para muros sin confinamiento y con confinamiento en bordes fue de 6.9 y 9.7, con desviaciones estándar de 3.6 y 1.8, respectivamente.

Cuadro 20. Ductilidades alcanzadas en muros sin confinamiento en bordes.

Autor	¿EB conf. moderado?	$\rho_v$ (%)	$\frac{c}{t_w}$	$\mu_{\phi.exp}$	$\mu_{\delta.exp}$
Dazio et al. [19]	No	0.54	2.09	6.9	3.97
	Sí	0.30 – 0.54	2.09 – 3.11	8.00 – 12.0	5.7 – 7.38
Lu [23]	No	0.53	0.93 – 1.14	21.0 – 42.0	6.25
	Sí	0.53	1.14 – 1.49	21.0 – 23.3	5.0 – 8.0
Alarcon et al. [20]	No	1.3	1.89 – 3.22	–	4.50 – 5.97
Almeida et al. [24]	No	0.15 – 0.50	3.36 – 4.46	5.00 – 8.70	3.00 – 6.00
Blandon et al. [25]	No	0.27	3.35 – 3.74	6.10 – 6.90	3.68 – 4.96
Altheeb [21]	No	0.36 – 0.73	0.90 – 1.27	14.4 – 16.2	5.47 – 7.69
Albidah [22]	No	0.90	1.38	–	4.61
Tomazevic et al. [18]	No	0.26	3.23 – 4.90	4.5 – 5.2	3.54 – 5.33
Menegon et al. [26]	No	1.4 – 1.8	0.90 – 1.59	8.10 – 12.6	4.51 – 4.96
Segura y Wallace [16]	Sí	0.46	3.01 – 3.38	–	6.39 – 7.76

## CAPÍTULO 3

# Modelos predictivos del comportamiento de muros delgados

---

### 3.1 Generalidades

En este capítulo se construyen modelos predictivos del comportamiento sismorresistente de muros delgados en términos de la capacidad de deriva global, del nivel de ductilidad y del modo de falla por flexión, siendo contrastados con los resultados de ensayos experimentales según la base de datos descrita en el Capítulo 2. Para la construcción de los modelos se determinan preliminarmente algunos parámetros de análisis ajustados a muros esbeltos de bajo espesor y con bajo contenido de acero de refuerzo.

A pesar de los refinados modelos disponibles actualmente para el análisis de muros estructurales, se propone el uso del modelo analítico con plasticidad concentrada en la base dada su simplicidad conceptual y su bajo coste computacional, lo que facilita su implementación para el análisis enfocado a diseño, específicamente en la determinación de la necesidad de confinamiento en bordes de muros bajo un enfoque por desplazamientos. Dadas las limitaciones del modelo elegido para capturar la respuesta local en términos de patrón de agrietamiento y deformación unitaria, se incorporan factores de ajuste que toman en cuenta la menor capacidad de deformación de muros ligeramente reforzados con respecto a muros dúctiles bien detallados.

De acuerdo con el modelo de plasticidad concentrada en la base se determinan los niveles de ductilidad por desplazamiento y de ductilidad por curvatura de muros delgados, identificando el modo de falla por flexión probable según las características geométricas y de contenido de acero de refuerzo. El análisis permite determinar el nivel de ductilidad local alcanzado por muros, siendo útil para el análisis inelástico de sistemas a base de muros portantes que soportan cargas laterales.

## 3.2 Parámetros de análisis en muros delgados ligeramente reforzados

### 3.2.1 Profundidad de la zona de compresión

La profundidad de la zona de compresión es un indicador del tipo de mecanismo de falla cuando un muro esbelto controlado por flexión es sujeto a compresión y a carga lateral. La Figura 54 muestra el perfil de deformación unitaria idealizado según los tipos de falla esperados. Aquellos muros bajo una baja razón de carga axial presentan una pequeña zona de compresión al desarrollarse la capacidad máxima a flexión, aumentando las deformaciones en el acero de refuerzo a tracción a medida que el muro se somete a desplazamientos laterales mayores, llevando a un mecanismo de falla por ruptura del acero de refuerzo en tracción. Cuando se incrementa la razón de carga axial en conjunto con el desplazamiento lateral, las deformaciones en tracción se reducen e incrementan las deformaciones en compresión en una zona de compresión más extensa, llevando a una falla controlada por compresión ante aplastamiento del concreto. En muros alados con sección transversal tipo T o L, puede generarse zonas extensas de compresión en el alma del muro.

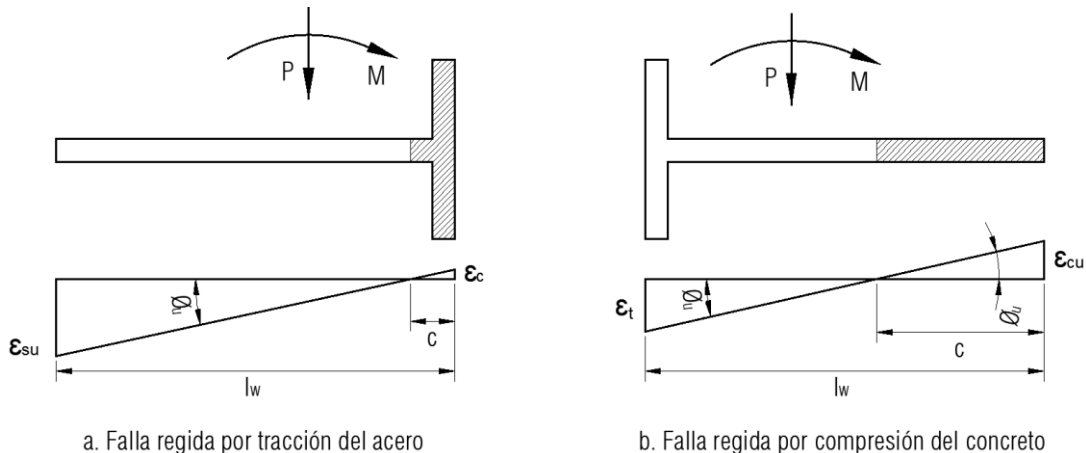


Figura 54. Perfil de deformación unitaria según el modo de falla predominante.

Para analizar los límites de falla por flexión controlada por compresión se puede derivar una expresión simplificada para la estimación de la profundidad de la zona de compresión  $c$  en un muro de corte alado sujeto a un momento flector igual a la capacidad nominal a flexión del muro y a una carga axial  $P$  según muestra la Figura 55. Se supone una distribución lineal de la deformación unitaria (secciones planas permanecen planas) y se desprecia el esfuerzo en tracción del concreto. Además, se considera que todo el acero de refuerzo vertical está

en cedencia, simplificación razonable dado que las zonas de tracción y compresión a cada lado del eje neutro con esfuerzos que resultan ser menores a  $f_y$  generan fuerzas axiales similares que se equilibran mutuamente.

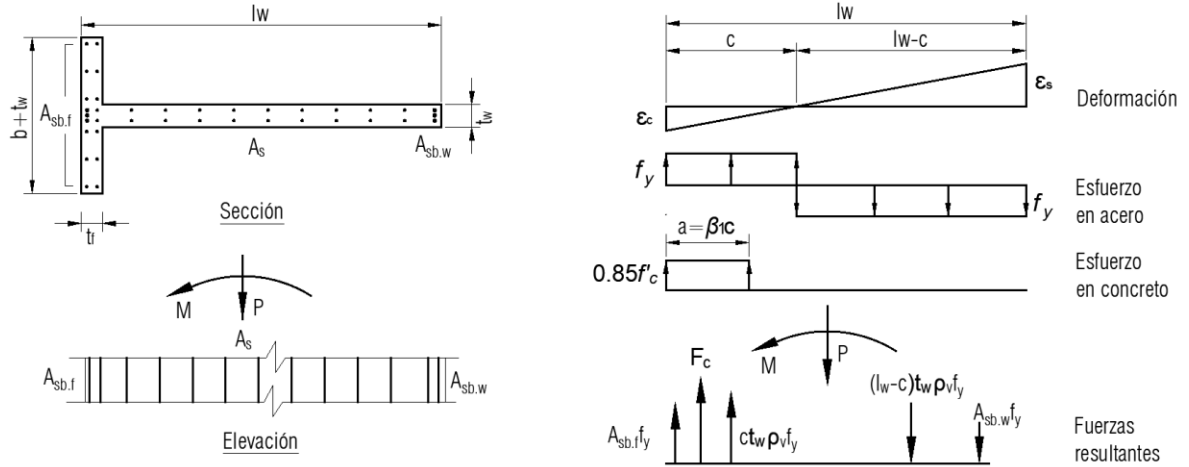


Figura 55. Deformaciones unitarias, esfuerzos y fuerzas resultantes en la sección.

De la Figura 55 se tiene por equilibrio de fuerzas axiales en la sección:

$$P + A_{sb.w} \lambda f_y + \frac{l_w - c}{l_w} A_s f_y - \left( \frac{c}{l_w} A_s f_y + A_{sb.f} f_y + F_c \right) = 0 \quad (3.1)$$

Donde:

$F_c = 0.85 \beta_1 f'_c [ct_w + bt_f]$  es la fuerza resistente de compresión del concreto.

$b$  = ancho sobresaliente efectivo a cada lado del alma del muro.

$c$  = profundidad de la zona de compresión.

$t_w, t_f$  = espesor del alma y del ala del muro, respectivamente.

$A_s$  = área de acero de refuerzo vertical distribuido.

$A_{sb.f}$  = área de acero de refuerzo vertical a lo largo del ala efectiva.

$A_{sb.w}$  = área de acero de refuerzo vertical de borde del alma de muro.

$f_y$  = esfuerzo de cedencia del acero de refuerzo.

$f'_c$  = resistencia a la compresión del concreto.

$\lambda = f_{su}/f_y$  = razón entre el esfuerzo último en tracción del acero  $f_{su}$  y el esfuerzo de cedencia  $f_y$ . Puede tomarse  $\lambda = 1.25$ .

$\beta_1 = 0.85$  = factor del bloque de compresión del concreto según ACI 318.

Dividiendo la Ec. 3.1 entre el término  $A_w f'_c$ , donde  $A_w = l_w t_w$  es el área del alma del muro y reagrupando los términos se tiene para el caso del ala en compresión:

$$\frac{P}{A_w f'_c} + \frac{A_s + \lambda A_{sb.w} f_y}{A_w} \frac{f_y}{f'_c} - \left( 0.85 \beta_1 + 2 \frac{A_s f_y}{A_w f'_c} \right) \frac{c}{l_w} - \frac{A_{sb.f} f_y}{A_w f'_c} - 0.85 \beta_1 \frac{b t_f}{A_w} = 0 \quad (3.2)$$

Reescribiendo la Ec. 3.2 en términos de  $c/l_w$ , con  $A_{sb.t} = A_{sb.w}$  (área de acero del borde en tracción) y  $A_{sb.c} = A_{sb.f}$  (área de acero del borde en compresión), se tiene la siguiente expresión aproximada para estimar la profundidad relativa de la zona de compresión de un muro alado con el ala en compresión:

$$c/l_w = \frac{(\rho_v + \lambda \rho_{b.t} - \rho_{b.c}) \frac{f_y}{f'_c} - 0.85 \beta_1 \frac{b t_f}{l_w t_w}}{0.85 \beta_1 + 2 \rho_v f_y / f'_c} + \frac{f}{0.85 \beta_1 + 2 \rho_v f_y / f'_c} n \geq 0 \quad (3.3)$$

Donde  $\rho_v = A_s/A_w$  es la cuantía de acero vertical distribuido,  $\rho_{b.t} = A_{sb.t}/A_w$  y  $\rho_{b.c} = A_{sb.c}/A_w$  son la cuantías de acero de refuerzo vertical del borde en tracción y del borde en compresión con respecto al área del alma, respectivamente,  $n = P/(A_g f'_c)$  es la razón de carga axial con  $A_g = f A_w$ ,  $f = 1/(1 - A_f/A_g)$ ,  $A_g$  es el área gruesa de la sección y  $A_f$  es el área total de las alas a cada lado del alma. Para el caso del ala en tracción se toma  $b = 0$  en la Ec. 3.3. Para que  $c/l_w \geq 0$  en la Ec. 3.3 ante bajas razones de carga axial se requiere limitar el ancho del ala tal que  $b/l_w \leq [(\rho_v + \lambda \rho_{b.t} - \rho_{b.c}) f_y / f'_c + n] / (0.85 \beta_1 - n)$ . Cuando  $c < t_f$  se debe determinar el valor de  $c$  mediante el equilibrio de fuerzas en la sección, siendo conservador tomar  $c = t_f$ .

La expresión de la profundidad relativa de la zona en compresión tiene la forma general:

$$c/l_w = c_1 + c_2 n \quad (3.4)$$

Donde  $c_1$  y  $c_2$  son constantes que dependen de la geometría del muro y de las propiedades de los materiales de acuerdo con la Ec. 3.3. En el caso de muros alados con el ala en compresión, la constante  $c_1$  se reduce al incrementar el área del ala. Para muros alados en general, la constante  $c_2$  incrementa al aumentar el área de las alas. El valor de  $c/l_w$  incrementa de forma proporcional con el aumento de la razón de carga axial  $n$ .

El Cuadro 21 muestra valores de las constantes  $c_1$  y  $c_2$  para diferentes formas de muros y cuantías de acero de refuerzo vertical. Para cuantías intermedias  $\rho_v$  entre 0.25 y 0.50%

puede considerarse, valores promedio de  $c_1 = 0.07$  y de  $c_2$  entre 1.20 y 1.80 para muros con valores de  $b$  entre  $t_w$  (rectangular) y  $0.5l_w$ , respectivamente.

Cuadro 21. Valores de  $c_1$  y  $c_2$  según configuración de muro.

Forma del muro	Razón $b/l_w$	Valores estimados según cuantía $\rho_v$ <sup>1)</sup>			
		0.25%		0.5%	
		$c_1$	$c_2$	$c_1$	$c_2$
Rectangular	-	0.05	1.25	0.09	1.15
Alado T, L con ala en compresión	$0.3 \pm 0.2$	$-0.2 \mp 0.18$	$1.6 \pm 0.25$	$-0.14 \mp 0.16$	$1.45 \pm 0.20$
Alado T, L con alma en compresión	$0.3 \pm 0.2$	0.05	$1.6 \pm 0.25$	0.09	$1.45 \pm 0.20$

Notas: 1) Se consideró  $f'_c=280$  kg/cm<sup>2</sup>,  $f_y = 4200$  kg/cm<sup>2</sup>,  $\rho_v = \rho_{b,t} = \rho_{b,c}$ ,  $\lambda = 1.25$ ,  $t_f = t_w$ . Los símbolos  $\pm$ ,  $\mp$  distinguen el orden de suma y resta de cada intervalo.

El Cuadro 22 muestra los valores de  $c/l_w$  derivados del Cuadro 21 para razones de carga axial de 0.1 y 0.2. Para muros alados con el ala en compresión (con ancho del ala de al menos  $0.1l_w$ ), para razones de carga axial moderadas ( $n = 0.10$ ), los valores de  $c/l_w$  se encuentran por debajo de 0.15, mientras que para razones de carga axial altas ( $n = 0.20$ ) los valores de  $c/l_w$  se encuentran por debajo de 0.27. Para estos muros, el extremo alado puede equilibrar las fuerzas de compresión con una mayor área de concreto, permitiendo que se desarrollen mayores deformaciones en tracción en el acero de refuerzo extremo, favoreciendo un modo de falla en flexión regido por un mecanismo de falla controlado por tracción.

Cuadro 22. Valores aproximados de  $c/l_w$  según razón de carga axial.

Forma del muro	Razón $b/l_w$	Rangos de $c/l_w$ , [valor promedio]	
		$n = 0.1$	$n = 0.2$
Rectangular	-	0.17 - 0.20, [0.19]	0.30 - 0.32, [0.31]
Alado T ó L, ala en compresión	$0.3 \pm 0.2$	0.01 - 0.15, [0.08]	0.01 - 0.27, [0.14]
Alado T ó L, alma en compresión	$0.3 \pm 0.2$	0.18 - 0.27, [0.23]	0.32 - 0.44, [0.38]

En el caso de muros rectangulares y muros alados con sección transversal tipo "T" o "L" con el alma en compresión, para razones de carga axial moderadas iguales a 0.10, se tienen valores de  $c/l_w$  menores a 0.27 de acuerdo con el Cuadro 22. En muros con bajas cuantías de acero de refuerzo vertical sometidos a cargas axiales bajas a moderadas ( $n \leq 0.1$ ), puede

esperarse la falla por ruptura en tracción del acero de refuerzo, en lugar de una falla por compresión [85]. Para razones de carga axial altas iguales a 0.2, los muros rectangulares y los muros alados con el alma en compresión pueden alcanzar valores de la zona de compresión extensos ( $c/l_w > 0.3$ ) favoreciendo un modo de falla en flexión regido por un mecanismo de falla controlado por compresión.

El valor límite de  $c/l_w$  en el que un muro deja de ser controlado por tracción (para una deformación unitaria  $\varepsilon_s < \varepsilon_y + 0.003$  según [51]) al alcanzar una deformación unitaria  $\varepsilon_c$  en la fibra extrema del muro, suponiendo un perfil lineal de deformación unitaria, es:

$$\frac{c}{l_w} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_y + 0.003} \quad (3.5)$$

Para concreto no confinado en muros delgados con  $\varepsilon_c = \varepsilon_{co} = 0.003$  para el inicio de la caída del recubrimiento y acero grado 60 ( $\varepsilon_y = 0.002$ ) se tiene  $c/l_w = 3/8$  (0.375).

### 3.2.2 Margen de seguridad ante agrietamiento

El margen de seguridad  $\Omega = M_n/M_{cr}$  determina la razón relativa entre la capacidad a flexión y la resistencia al agrietamiento de un muro de concreto reforzado. Al reducirse  $\Omega$ , mayor será la posibilidad de que el muro desarrolle una sola grieta primaria cuando se excede la resistencia a tracción del concreto, caracterizado por el esfuerzo de agrietamiento o módulo de ruptura  $f_r$  para muros de longitud corta y por el esfuerzo de tracción directa  $f_{ct}$  a partir de muros de longitud media [9]. A mayor  $\Omega$ , puede esperarse un agrietamiento más distribuido al desarrollarse la resistencia máxima del muro.

La capacidad nominal a flexión de un muro alado con sección transversal tipo "T" o "L" puede determinarse de forma aproximada suponiendo que la resultante de las fuerzas resistentes de compresión se ubica aproximadamente a  $a/2$  desde la fibra extrema en compresión, siendo  $a = \beta_1 c$  la profundidad del bloque de compresión equivalente, de acuerdo con la Figura 55. Tomando suma de momentos desde el extremo en tracción, con  $t_f = t_w$ , la capacidad nominal a flexión del muro para el caso del ala en compresión es:

$$M_n = \left( \frac{c}{l_w} A_s f_y + A_{sb.f} f_y + F_c \right) \left( l_w - \frac{a}{2} \right) - A_s f_y \frac{(l_w - c)^2}{2l_w} - \frac{P}{2} l_w \left( \frac{l_w + 2b}{l_w + b} \right) \quad (3.6)$$

El primer factor de la Ec. 3.6 puede sustituirse por  $P + A_{sb.w} \lambda f_y + (1 - c/l_w) A_s f_y$  a partir de la Ec. 3.1. Tomado  $A_{sb.w} = A_{sb.t}$  se obtiene reagrupando términos:

$$M_n = \frac{A_s f_y l_w}{2} \left[ \left( 1 + \lambda \frac{A_{sb,t}}{A_s} - \frac{c}{l_w} \right) \left( 2 - \frac{a}{l_w} \right) - \left( 1 - \frac{c}{l_w} \right)^2 + \frac{P}{A_s f_y} \left( \frac{k}{1 + b/l_w} - \frac{a}{l_w} \right) \right] \quad (3.7)$$

Donde  $k = 1$  para el caso del ala en compresión,  $k = 1 + 2b/l_w$  y  $A_{sb,t} = A_{sb,f}$  para el caso del ala en tracción. Normalizando la Ec. 3.7 por el factor  $f'_c A_w l_w$  e introduciendo la razón de carga axial  $n = P/(A_g f'_c)$ , con  $A_g = A_w(1 + b/l_w)$  se obtiene el momento nominal normalizado:

$$\frac{M_n}{f'_c A_w l_w} = \gamma_1 \omega_\rho + \gamma_2 n \quad (3.8)$$

Donde  $\gamma_1 = 0.5[(1 + \lambda A_{sb,t}/A_s - c/l_w)(2 - \beta_1 c/l_w) - (1 - c/l_w)^2]$  es un factor adimensional que influye en la capacidad a flexión que aporta la razón mecánica de acero de refuerzo  $\omega_\rho = \rho_v f_y / f'_c$  y  $\gamma_2 = 0.5(k - \beta_1 c/l_w - \beta_1 c b/l_w^2)$  es un factor adimensional que influye en la capacidad a flexión según la razón de carga axial  $n$ .

El momento de agrietamiento es dado por  $M_{cr} = (f_r + n f'_c) S$ , donde el esfuerzo de tracción por flexión  $f_r$  puede tomarse aproximadamente al esfuerzo de tracción directa  $f_{ct}$  para longitudes típicas de muros. El módulo de sección  $S = I_x / y_c$  puede aproximarse para muros delgados despreciando los términos que incluyen el cubo del espesor. Tomando  $t = t_f = t_w$  y normalizando  $M_{cr}$  por el factor  $f'_c A_w l_w$  se obtiene:

$$\frac{M_{cr}}{f'_c A_w l_w} = \gamma_3 \left( \frac{f_{ct}}{f'_c} + n \right) \quad (3.9)$$

Donde  $\gamma_3 = S/(A_w l_w) = (\frac{1}{6} + \frac{2}{3} b/l_w - bt/l_w^2)/m$  es un factor que depende de la geometría de la sección, con  $m = 1 + 2b/l_w - bt/l_w^2$  (ala en compresión) y  $m = 1 + bt/l_w^2$  (ala en tracción). El margen de seguridad  $\Omega = M_n/M_{cr}$  resultante es:

$$\Omega = \frac{\gamma_1 \omega_\rho + \gamma_2 n}{\gamma_3 (f_{ct}/f'_c + n)} \quad (3.10)$$

Para muros rectangulares se tiene valores de  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.5(1 - c/l_w)$  y  $\gamma_3 = 1/6$  considerando que  $b = 0$ ,  $A_{sb,t} = 0$  y aproximando  $a \approx c$ , caso particular abordado en [9]. Puede obtenerse la cuantía mínima de acero de refuerzo vertical distribuido según el margen de seguridad para muros alados tipo T o L aproximando  $f'_c/f_{ct} \approx 0.1$ :

$$\rho_v \geq \frac{f'_c}{f_y} \left[ \Omega \frac{\gamma_3}{\gamma_1} (n + 0.1) - \frac{\gamma_2}{\gamma_1} n \right] \quad (3.11)$$

La Figura 56 muestra el margen de seguridad calculado según Ec. 3.10 en función de la razón de carga axial en muros rectangulares y muros alados con el ala en tracción para diferentes longitudes de ala. Se considera una longitud de muro  $l_w$  igual a 1.4 m de 15 cm de espesor con razón mecánica de refuerzo  $\omega_\rho$  igual a 0.045 (correspondiente a  $\rho_v = 0.53\%$ ,  $f_y = 3060$  kg/cm<sup>2</sup> y  $f'_c = 363$  kg/cm<sup>2</sup>), valores ajustados a los ensayos en muros rectangulares descritos en [23]. Según las curvas analíticas, al aumentar el ancho de ala se tiene una reducción del margen de seguridad para todos los niveles de carga axial, mientras que el margen de seguridad tiende a incrementar hasta niveles moderados de la razón de carga axial para todas las configuraciones de muros, tendencia seguida por los datos experimentales. Los ensayos experimentales alcanzaron en promedio una razón entre momento máximo y momento de agrietamiento  $M_{\max\_test}/M_{cr\_test} = 1.57$ , cuyos valores promedio para cada nivel de carga axial se ajustan mejor a la curva correspondiente a muros rectangulares. Un valor de  $\Omega = 1.6$  un valor sugerido en [9], mientras que Paulay y Priestley [5] recomiendan un valor mínimo de  $\Omega = 1.5$  para muros estructurales.

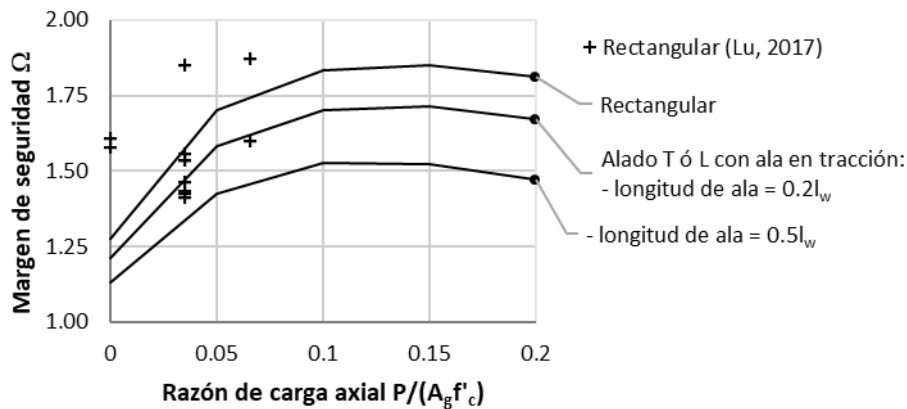


Figura 56. Margen de seguridad en función de la razón de carga axial en muros.

### 3.2.3 Coeficiente de agrietamiento parcial

Los muros ligeramente reforzados presentan una capacidad limitada para generar un agrietamiento bien distribuido, lo que afecta su capacidad de desplazamiento elástico. Puede definirse un coeficiente de agrietamiento parcial  $k_{cr}$  que influye en el desplazamiento elástico nominal según la altura de muro que se estima que puede agrietar, idealizando valores discretos de rigidez efectiva para un tramo inferior agrietado y para un tramo superior no agrietado. Para un muro agrietado en toda su altura,  $k_{cr} = 1$ , en otro

caso  $k_{cr} < 1$ . Para derivar el factor  $k_{cr}$  se supone que existe un fisuramiento bien distribuido dentro de la altura agrietada. El desplazamiento elástico nominal está dado por:

$$\delta_y = Ck_{cr}\phi_y h_w^2 \quad (3.12)$$

Donde  $C$  es un coeficiente numérico que depende del patrón de carga aplicado. Para una carga uniformemente distribuida se tiene  $C = 1/4$ , para una carga distribuida con forma de triángulo invertido  $C = 11/40$  y para una carga puntual en el extremo superior  $C = 1/3$ . Se puede considerar la curvatura de cedencia nominal como  $\phi_y = (M_n/M_y)\phi'_y$ , siendo  $\phi'_y$  la curvatura asociada a la primera fluencia del acero (ver Figura 21, sección 1.7.1).

Para el caso de una fuerza horizontal aplicada en el extremo superior de un muro se puede derivar un coeficiente de agrietamiento  $k_{cr1}$ , aplicable a un sistema de un grado de libertad (UGL), siendo un patrón de carga usual aplicado en pruebas experimentales que determinan la respuesta carga -desplazamiento en muros. Para sistemas de muros con múltiples grados de libertad (MGL), representativo de edificaciones, el desplazamiento elástico a nivel superior puede aproximarse aplicando un patrón de carga lateral coherente con la forma modal predominante del sistema, idealizado mediante una carga lateral triangular [6], para la cual se deriva un coeficiente de agrietamiento  $k_{crN}$ . La Figura 57 muestra el esquema considerado para sistemas de un grado de libertad y de  $N$  grados de libertad.

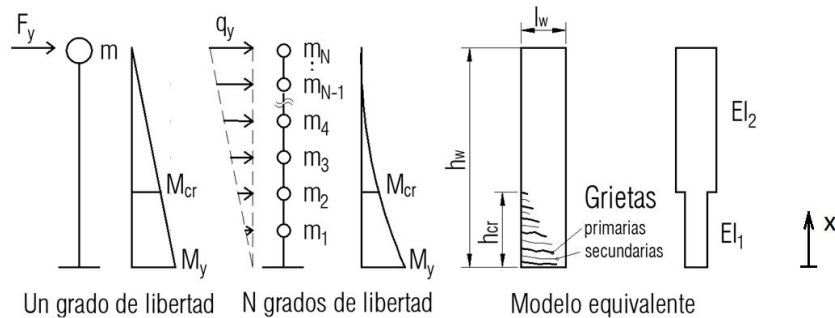


Figura 57. Modelo equivalente de muro parcialmente agrietado.

Para determinar el coeficiente  $k_{cr1}$ , se considera a un muro parcialmente agrietado sujeto a una carga horizontal en su extremo superior, con  $C = 1/3$ . Se define un tramo de muro agrietado con una altura  $h_{cr}$  y con una rigidez  $EI_1$  y un tramo no agrietado con una altura  $h_w - h_{cr}$  y una rigidez  $EI_2$ , de acuerdo con la Figura 57.

El desplazamiento asociado a la primera fluencia del acero es  $\delta'_y = Ck_{cr1}\phi'_y h_w^2$ . Para hallar el desplazamiento elástico  $\delta'_y(x)$  debe integrarse la rotación elástica  $\theta_y(x)$ , obtenida a su

vez integrando el perfil de curvatura dado por  $\phi(x) = F_y(h_w - x)/(EI_e)$ . Evaluando las condiciones de borde:  $\theta_{y1}(0) = 0$ ,  $\delta'_{y1}(0) = 0$ ,  $\theta_{y1}(h_{cr}) = \theta_{y2}(h_{cr})$ ,  $\delta'_{y1}(h_{cr}) = \delta'_{y2}(h_{cr})$ , se tienen las constantes mostradas en el Cuadro 23. Tomando la curvatura en la primera fluencia  $\phi'_y = F_y h_w / (EI_1)$  y evaluando la deformación máxima en el extremo superior del tramo no agrietado  $\delta'_y = \delta'_{y2}(h_w)$  se tiene:

$$\delta'_y = \frac{1}{3} \left[ 1 - \left(1 - \frac{EI_1}{EI_2}\right) \left(1 - \frac{h_{cr}}{h_w}\right)^3 \right] \phi'_y h_w^2 = \frac{1}{3} k_{cr1} \phi'_y h_w^2 \quad (3.13)$$

Definiendo el factor de rigidez relativa  $\alpha_{cr} = EI_1/(EI_2)$  y la razón de altura agrietada  $\beta_{cr} = h_{cr}/h_w$ , con  $\beta_{cr} = \beta_{cr1}$  para sistemas de UGL, de la Ec. 3.12 se tiene:

$$k_{cr1} = 1 - (1 - \alpha_{cr})(1 - \beta_{cr1})^3 \quad (3.14)$$

El factor  $\beta_{cr1}$  se determina por triángulos semejantes a partir del diagrama de momento flector basado en un perfil lineal de la curvatura, en función del momento flector  $M_{cr}$  que genera el agrietamiento y el momento  $M_y$  en la primera cedencia del acero de refuerzo:

$$\beta_{cr1} = 1 - M_{cr}/M_y \quad (3.15)$$

Cuadro 23. Determinación de constantes de integración.

Tramo agrietado $0 \leq x \leq h_{cr}$	Tramo no agrietado $h_{cr} \leq x \leq h_w$
$\theta_{y1}(x) = \frac{F_y}{2EI_1} (2h_w x - x^2) + C'_1$	$\theta_{y2}(x) = \frac{F_y}{2EI_2} (2h_w x - x^2) + C'_3$
$\delta'_{y1}(x) = \frac{F_y}{6EI_1} (3h_w x^2 - x^3) + C'_1 x + C'_2$	$\delta'_{y2}(x) = \frac{F_y}{6EI_2} (3h_w x^2 - x^3) + C'_3 x + C'_4$
$C'_1 = 0$	$C'_3 = \frac{F_y}{2} (2h_w h_{cr} - h_{cr}^2) \left( \frac{1}{EI_1} - \frac{1}{EI_2} \right)$
$C'_2 = 0$	$C'_4 = \frac{F_y}{6} (2h_{cr}^3 - 3h_w h_{cr}^2) \left( \frac{1}{EI_1} - \frac{1}{EI_2} \right)$

Puede definirse el coeficiente de agrietamiento parcial en función del margen de seguridad  $\Omega = M_n/M_{cr}$ . Considerando  $M_n \approx 1.25M_y$  para muros ligeramente reforzados [12], se tiene  $M_{cr}/M_y \approx 1.25/\Omega$ , por lo que de las Ecs. 3.14 y 3.15 se obtiene:

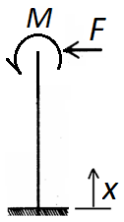
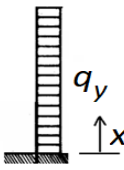
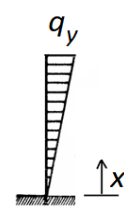
$$k_{cr1} = 1 - (1 - \alpha_{cr}) \left( \frac{1.25}{\Omega} \right)^3 \quad (3.16)$$

El desplazamiento de cedencia de un muro en voladizo puede obtenerse alternativamente mediante el principio de trabajo virtual, aplicando una fuerza horizontal unitaria  $F_v = 1$  en el extremo superior del muro, donde se desea obtener el desplazamiento, la cual genera un momento virtual  $m_v(x) = 1 \cdot (h_w - x)$ . De esta forma, se tiene:

$$\delta'_y = \int_0^{h_{cr}} \frac{M(x)}{EI_1} m_v(x) dx + \int_{h_{cr}}^{h_w} \frac{M(x)}{EI_2} m_v(x) dx \quad (3.17)$$

El Cuadro 24 muestra los parámetros considerados en la determinación del coeficiente  $k_{cr}$  para diferentes distribuciones de carga lateral determinados según la Ec. 3.17.

Cuadro 24. Coeficiente  $k_{cr}$  para diferentes condiciones de carga lateral.

Caso	Parám.	Expresión
 <p>(a) Carga puntual <math>F</math> y momento flector <math>M = (h_e - h_w)F</math> en extremo superior con:  <math>h_e = M_y/F,</math>  <math>\beta_e = h_w/h_e</math></p>	$M(x) \quad F(h_e - x)$ $\delta'_y \quad C k_{cr} \phi'_y h_w^2, C = \frac{1}{2} (1 - \frac{1}{3} \beta_e)$ $\phi'_y \quad \frac{F h_e}{EI_1}$	$k_{cr} \quad 1 - (1 - \alpha_{cr}) \left(1 - \frac{h_{cr}}{h_w}\right)^2 \left(1 - \frac{2\beta_e}{3 - \beta_e} \frac{h_{cr}}{h_w}\right)$
 <p>(b) Carga uniformemente distribuida <math>q(x) = q_y</math></p>	$M(x) \quad \frac{1}{2} q_y h_w^2 \left(1 - \frac{x}{h_w}\right)^2$ $\delta'_y \quad C k_{cr} \phi'_y h_w^2, C = 1/4$ $\phi'_y \quad \frac{1}{2} \frac{q_y h_w^2}{EI_1}$	$k_{cr} \quad 1 - (1 - \alpha_{cr}) \left(1 - \frac{h_{cr}}{h_w}\right)^4$
 <p>(c) Carga distribuida triangular invertida <math>q(x) = \frac{x}{h_w} q_y</math></p>	$M(x) \quad \frac{1}{3} q_y h_w^2 \left(1 - \frac{x}{h_w}\right)^2 \left(\frac{x}{2h_w} + 1\right)$ $\delta'_y \quad C k_{cr} \phi'_y h_w^2, C = 11/40$ $\phi'_y \quad \frac{1}{3} \frac{q_y h_w^2}{EI_1}$	$k_{cr} \quad 1 - (1 - \alpha_{cr}) \left(1 + \frac{4}{11} \frac{h_{cr}}{h_w}\right) \left(1 - \frac{h_{cr}}{h_w}\right)^4$

Puede extenderse la expresión de  $k_{cr1}$  para un muro parcialmente agrietado cargado en su extremo superior con una carga lateral puntual  $F$  más un momento flector  $M$ , tal como ilustra el caso (a) del Cuadro 24. Es un caso útil para contrastar el cálculo analítico con los resultados experimentales en muros ensayados con una altura efectiva  $h_e = h_w + M/F$  mayor a la altura del espécimen de prueba  $h_w$ . Para  $h_{cr}/h_w = 1 - 1.25/\Omega$  se obtiene:

$$k_{cr1} = 1 - (1 - \alpha_{cr}) \left( \frac{1.25}{\Omega} \right)^2 \frac{3 - (3 + 2.5/\Omega)h_w/h_e}{3 - h_w/h_e} \quad (3.18)$$

Para  $h_w/h_e = 1$ , de la expresión anterior se tiene el caso particular dado por la Ec. 3.16. Para sistemas a base de muros de MGL, el desplazamiento elástico a nivel superior puede aproximarse aplicando un patrón de carga lateral equivalente a una carga triangular invertida según muestra el caso c) del Cuadro 24. De esta forma se define:

$$k_{crN} = 1 - (1 - \alpha_{cr}) \left( 1 + \frac{4}{11} \beta_{crN} \right) (1 - \beta_{crN})^4 \quad (3.19)$$

El factor  $\beta_{crN} = h_{cr}/h_w$  para sistemas de MGL se puede obtener de forma implícita igualando el momento de agrietamiento  $M_{cr}$  al momento flector  $M(x)$  obtenido a la altura  $h_{cr}$  y dividiendo entre el momento de cedencia  $M_y = q_y h_w^2/3$ :

$$M_{cr}/M_y = (1 - \beta_{crN})^2 (1 + 0.5\beta_{crN}) \quad (3.20)$$

De las Ecs. 3.19 y 3.20, el coeficiente  $k_{crN}$  se puede redefinir como:

$$k_{crN} = 1 - (1 - \alpha_{cr}) \left[ \frac{1 + (4/11)\beta_{crN}}{(1 + 0.5\beta_{crN})^2} \right] \left( \frac{M_{cr}}{M_y} \right)^2 \quad (3.21)$$

El término entre corchetes de la Ec 3.21 varía con un margen reducido de  $0.91 \pm 0.02$  para un rango representativo de  $\Omega = 1.6 \pm 0.1$  al evaluar  $\beta_{crN}$  según la Ec. 3.20 con  $M_{cr}/M_y = 1.25/\Omega$ . Para un valor de  $\Omega = 1.6$  se obtiene como solución real de la Ec. 3.20 el valor de  $\beta_{crN} \approx 0.15$  por lo que  $h_{cr} = 0.15h_w$ . De esta manera, se aproxima el coeficiente  $k_{crN}$  en términos del margen de seguridad según la siguiente expresión:

$$k_{crN} = 1 - 0.9(1 - \alpha_{cr}) \left( \frac{1.25}{\Omega} \right)^2 \quad (3.22)$$

El Cuadro 25 muestra valores de  $k_{cr1}$  y  $k_{crN}$  para distintos valores del momento de inercia efectivo en muros sugeridos por algunos investigadores y normativas, tomando  $\Omega = 1.6$ . La

expresión sugerida por Adebar e Ibrahim [59] para el cálculo de la inercia efectiva en muros con razones de carga axial mayores a 0.10, resulta en valores del coeficiente de agrietamiento parcial superiores con respecto a los obtenidos según las normativas de diseño; utilizando la misma expresión para razones de carga axial bajas, se obtienen valores del coeficiente de agrietamiento más acordes a los obtenidos según normas. Los valores sugeridos por Paulay y Priestley [5] para el cálculo de la inercia efectiva en muros, resulta en menores valores para  $k_{cr}$  con respecto a las obtenidas según las normas.

Cuadro 25. Valores del coeficiente de agrietamiento.

Referencia	Razón de carga axial $n = \frac{P_u}{f'_c A_g}$	Momento de inercia		Factor $\alpha_{cr} = \frac{EI_1}{EI_2}$ (prom.)	Coeficiente (prom.)	
		Agrietado ( $I_1/I_g$ )	No agrietado ( $I_2/I_g$ )		$k_{cr1}$	$k_{crN}$
Adebar e	0 - 0.10	0.20 - 0.45	0.60 - 0.70	0.49	0.76	0.72
Ibrahim <sup>1)</sup> [59]	0.10 - 0.20	0.45 - 0.70	0.70 - 0.80	0.76	0.90	0.87
Paulay y	0 - 0.10	0.24 - 0.34	1.0	0.29	0.66	0.61
Priestley <sup>2)</sup> [5]	0.10 - 0.20	0.34 - 0.44	1.0	0.39	0.65	0.66
ACI 318-14 [41]	–	0.35	0.70	0.50	0.76	0.73
FEMA 356 [60]	–	0.50	0.80	0.63	0.82	0.80
Promedio				0.51	0.76	0.73

Notas: 1) Los autores sugieren para el tramo agrietado  $I_e = (0.2 + 2.5n)I_g \leq 0.7I_g$  y para el tramo no agrietado  $I_e = (0.6 + n)I_g \leq I_g$ . 2) Los autores proponen para secciones agrietadas  $I_e = (100/f_y + n)I_g$ , además se considera  $f_y = 413$  MPa.

Considerando un valor medio de  $\alpha_{cr}$  igual a 0.5, se obtienen los coeficientes de agrietamiento en función del margen de seguridad  $\Omega = M_n/M_{cr}$ :

$$k_{cr1} = 1 - \frac{1}{\Omega^3}, \quad k_{crN} = 1 - \frac{0.7}{\Omega^2} \quad (3.23, 3.24)$$

Donde  $k_{cr1}$  y  $k_{crN}$  corresponden a los coeficientes de agrietamiento parcial para sistemas de un UGL y de MGL, respectivamente, aplicables en la estimación del desplazamiento elástico de muros parcialmente agrietados. Para un margen de seguridad de  $\Omega = 1.6$ , se tiene  $k_{cr1} \approx 0.76$  y  $k_{crN} \approx 0.73$ .

### 3.2.4 Rigidez lateral efectiva a flexión

Puede determinarse un valor de rigidez efectiva a flexión  $EI_{ef}$  uniforme en toda la altura de un muro esbelto de manera que alcance el mismo desplazamiento elástico nominal con respecto a un muro parcialmente agrietado con rigidez  $EI_1$  en el tramo agrietado y rigidez  $EI_2$  en el tramo no agrietado. La Figura 58 muestra el esquema considerado.

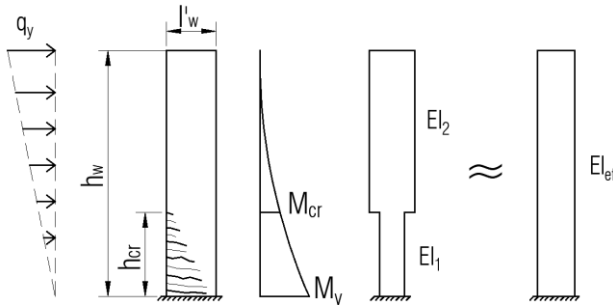


Figura 58. Rigidez efectiva equivalente a un sistema parcialmente agrietado.

Se puede partir de la siguiente equivalencia basada en deformaciones por flexión:

$$\delta_y = C k_{crN} \frac{M_y}{EI_1} h_w^2 = C \frac{M_y}{EI_{ef}} h_w^2 \quad (3.25)$$

Siendo  $k_{crN}$  el coeficiente de agrietamiento parcial representativo de un patrón de carga triangular, con  $\alpha_{cr} = EI_1/EI_2$ . El coeficiente  $k_{crN}$  toma un valor unitario si el agrietamiento se da en toda la altura de modo que  $EI_2 = EI_1$  siendo  $EI_{ef} = EI_1$ , y toma un valor menor a la unidad si  $EI_2 > EI_1$ , lo que implica una mayor rigidez en el tramo no agrietado. Para un muro no agrietado, por definición se tiene que  $EI_{ef} = EI_2$ . Despejando  $EI_{ef}$  de la Ec. 3.25 y dividiendo entre la rigidez basada en la inercia gruesa de la sección  $EI_g$  se define la razón de rigidez efectiva como:

$$\frac{EI_{ef}}{EI_g} = \frac{EI_1/EI_g}{1 - 0.9(1 - \alpha_{cr})(1.25/\Omega)^2} \quad (3.26)$$

El Cuadro 26 muestra distintos valores de la razón de rigidez efectiva  $EI_{ef}/EI_g$  calculada según la Ec. 3.26 para distintos valores de momento de inercia efectivo  $I_1 = I_e$  sugeridos por normas e investigaciones, donde los valores del coeficiente  $k_{crN}$  son tomados del Cuadro 25 para  $\Omega = 1.6$ . Para muros con cargas axiales bajas a moderadas ( $n \leq 0.1$ ) y moderadas a altas ( $n: 0.10 - 0.20$ ) se tiene valores promedio de  $EI_{ef}/EI_g$  entre 0.45 y 0.48, y entre 0.59 y 0.66, respectivamente. Al aplicar los valores de momento de inercia efectivo

$I_1 = I_e$  según algunas normativas, se obtiene valores promedio de  $EI_{ef}/EI_g$  entre 0.48 y 0.63, con un valor promedio de 0.56. El ACI 318 [41] sugiere alternativamente tomar un valor de reducción uniforme de la inercia gruesa igual a 0.50 en toda la altura del muro, valor cercano al obtenido según la razón de rigidez efectiva igual a 0.48.

Cuadro 26. Valores de la razón de rigidez efectiva  $EI_{ef}/EI_g$ .

Modelo de agrietamiento	$P_u/(f'_c A_g)$	$I_1/I_g$	$I_2/I_g$	$k_{crN}$	$EI_{ef}/EI_g$ (valores promedio)
Adebar e	0 – 0.10	0.20 – 0.45	0.60 – 0.70	0.72	0.45
Ibrahim <sup>1)</sup> [59]	0.1 – 0.20	0.45 – 0.70	0.70 – 0.80	0.87	0.66
Paulay y	0 – 0.10	0.24 – 0.34	1.0	0.61	0.48
Priestley <sup>2)</sup> [5]	0.1 – 0.20	0.34 – 0.44	1.0	0.66	0.59
ACI 318 [41]	–	0.35	0.70	0.73	0.48
FEMA 356 [60]	–	0.50	0.80	0.80	0.63

Notas: 1) Considera para el tramo agrietado  $I_e = (0.2 + 2.5n)I_g \leq 0.7I_g$  y para el tramo no agrietado  $I_e = (0.6 + n)I_g \leq I_g$ . 2) Considera para secciones agrietadas  $I_e = (100/f_y + n)I_g$ , con  $f_y = 413$  MPa.

### 3.2.5 Razón de agrietamiento secundario

La razón de agrietamiento secundario se define como  $k_\rho = \rho_v/\rho_{v.min}$ , donde la cuantía de acero vertical mínima para generar grietas secundarias [10] es  $\rho_{v.min} = (f_{ct}/f_u)t_{ef}/t_w$ . Para un agrietamiento bien distribuido,  $k_\rho = 1$ . Tomando el esfuerzo de tracción directa del concreto como  $f_{ct} = 0.56\sqrt{f'_c}$  (MPa),  $t_e \approx 0.9t_w$  y un valor mínimo de la razón entre el esfuerzo último y el esfuerzo de cedencia del refuerzo vertical  $f_u/f_y = 1.25$ , se tiene:

$$k_\rho = 2.5\rho_v f_y / \sqrt{f'_c} \leq 1 \quad (3.27)$$

Con  $k_\rho = 0.8\rho_v f_y / \sqrt{f'_c}$  (en kg/cm<sup>2</sup>). Con  $k_\rho = 1$  se tiene la cuantía mínima de refuerzo vertical requerida para generar agrietamiento secundario dada por  $\rho_v = 0.4\sqrt{f'_c}/f_y$ . Cuando se utiliza acero concentrado en bordes puede tomarse  $\rho_b$  en lugar de  $\rho_v$ .

### 3.2.6 Límites de deformación unitaria

Según la evidencia experimental, los límites de la capacidad de la deformación unitaria última requieren ajustarse a muros delgados ligeramente reforzados según la condición de

confinamiento, proponiéndose límites para tres niveles de desempeño estructural: sin daño, daño reparable y prevención de colapso según muestra el Cuadro 27. Se considera la siguiente expresión:

$$\varepsilon_{cu} = \lambda_c \varepsilon_{co} \leq 0.008 \quad (3.28)$$

Donde  $\lambda_c$  se define como factor de confinamiento. De acuerdo con pruebas experimentales en elementos de borde esbeltos no confinados [27], se toma  $\varepsilon_c = 0.002$  como límite de deformación unitaria para un nivel de desempeño sin daño en el que el elemento permanece esencialmente elástico y un valor de  $\varepsilon_{co} = 0.003$  para el inicio del desprendimiento del recubrimiento en bordes delgados no confinados. Para una separación del refuerzo transversal no mayor al espesor del elemento tal que la separación libre entre aros sea menor a la dimensión mínima del núcleo confinado, se logra alcanzar valores de deformación unitaria en compresión  $\varepsilon_{cu}$  de al menos  $1.5\varepsilon_{co}$  según el modelo de Mander et al. [45]. Según lo anterior puede tomarse:

- $\lambda_c = 1.00$  para bordes sin armadura de confinamiento o bordes con refuerzo transversal inefectivo con separación de aros mayor al espesor del elemento.
- $\lambda_c = 1.50$  para bordes con confinamiento básico, con aros o ganchos en forma de U con una separación igual al espesor del elemento.
- $\lambda_c = 1 + 1.4k_{ef}\rho_t(f_{yh}/f'_{cc})(\varepsilon_s/\varepsilon_{co}) \leq 0.008$  para bordes con confinamiento moderado, siendo  $\varepsilon_{cu}$  basado en el modelo de [29] con  $k_{ef}$  calculado según [45].

Un límite superior  $\varepsilon_{cu} \leq 0.008$ , se considera apropiado según las deformaciones unitarias obtenidas de ensayos experimentales en muros delgados con bordes confinados [19]. Para el acero de refuerzo se toma  $0.6\varepsilon_{su} \leq 0.04$  como límite de desempeño de prevención de colapso para muros ligeramente reforzados con falla por fatiga de bajo ciclaje, previendo el pandeo del acero vertical bajo carga cíclica según los ensayos de [19] y [23]. Los límites propuestos son inferiores a los considerados en [46] más apropiados para muros dúctiles.

Cuadro 27. Límites de deformación unitaria de materiales propuestos.

Deformación unitaria	Sin daño (servicio)	Control de daño (reparable)	Prevención de colapso
Compresión del concreto, $\varepsilon_c$	0.002	$(2/3)\varepsilon_{cu} \geq 0.003$	$\varepsilon_{cu}$
Tracción del acero, $\varepsilon_s$	$\varepsilon_y + 0.003$	0.015	$0.6\varepsilon_{su} \leq 0.04$

### 3.3 Propuesta de modelo de plasticidad concentrada en la base

El desplazamiento último de un muro de concreto reforzado en voladizo que presenta una sola rótula plástica en su base se puede expresar en su forma completa como (Figura 59):

$$\delta_u = \left[ (k_e h_w + L_{yp}) \phi_y h_w + l_p (\phi_u - \phi_y) \left( h_w - \frac{l_p}{2} + L_{yp} \right) \right] \left( 1 + \frac{\Delta_s}{\Delta_f} \right) \quad (3.29)$$

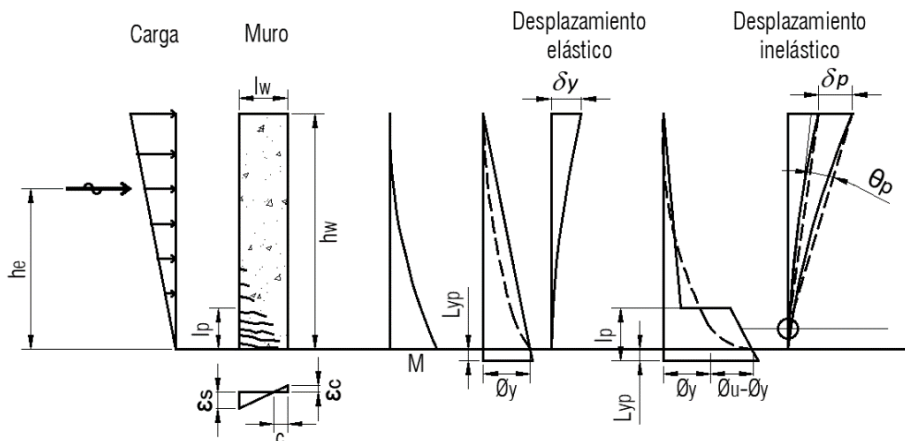


Figura 59. Curvaturas y desplazamientos a lo largo del muro.

Donde:

$\phi_y, \phi_u$  = curvatura de cedencia y curvatura última, respectivamente.

$h_w, l_w$  = altura y longitud del muro, respectivamente.

$k_e$  = Coeficiente de desplazamiento elástico.

$L_{yp}$  = longitud de penetración de la deformación dentro de la fundación.

$l_p$  = longitud equivalente de rótula plástica.

$\Delta_s/\Delta_f$  = razón entre el desplazamiento por cortante y el desplazamiento por flexión.

Se considera que el perfil de curvatura elástica  $\phi_f = M/EI_{ef}$  varía en proporción al momento flector  $M$ , suponiendo una rigidez efectiva  $EI_{ef}$ . La curvatura de cedencia nominal  $\phi_y$  corresponde al desarrollo de la capacidad de momento nominal, con cedencia del acero intermedio en el alma del muro. La curvatura última  $\phi_u$  corresponde al nivel de deformación asociada a la falla por tracción del acero de refuerzo o a la falla por compresión del concreto, la que ocurra primero. El perfil de curvatura inelástica varía linealmente dentro de la región plástica, aunque el modelo suele simplificar la zona plástica mediante

un rectángulo equivalente con base igual a la curvatura plástica  $\phi_p = \phi_u - \phi_y$  y una altura igual a la longitud equivalente de rótula plástica  $l_p$ .

Priestley et al. [29] parten de la expresión dada por la Ec. 3.29 para definir el método de DDBD. Los autores indican que, para muros esbeltos regidos por flexión, las deformaciones por cortante son pequeñas ( $\Delta_s/\Delta_f \ll 1$ ) y pueden despreciarse. Además, se supone el centroide de la rótula a nivel de la base ( $l_p \approx 2L_{yp}$ ) y se desprecia el pequeño aporte en la deformación elástica dado por el factor  $L_{yp}$ , el cual puede ser tomado en cuenta implícitamente dentro de la longitud  $l_p$  [12]. Considerando las simplificaciones sugeridas por [29] en la expresión general del modelo analítico con articulación plástica en la base, el desplazamiento último por flexión de un muro en voladizo se puede aproximar como:

$$\delta_u = \delta_y + \delta_p = k_e \phi_y h_w^2 + l_p (\phi_u - \phi_y) h_w \quad (3.30)$$

El desplazamiento último dado por la Ec. 3.30 se compone de dos desplazamientos diferenciados una vez se alcanza la curvatura de cedencia nominal  $\phi_y = k_y \varepsilon_y / l_w$ . De acuerdo con Sullivan et al. [46], el factor de curvatura de cedencia adimensional  $k_y$  varía entre 1.85 y 2.15 para muros rectangulares con acero concentrado en extremos y muros con acero distribuido, respectivamente. Un valor promedio de  $k_y = 2.0$  para muros rectangulares concuerda con lo sugerido por otros autores [5], [29]. Para muros alados tipo T,  $k_y$  varía entre 1.75 (ala en compresión) y 2.15 (ala en tracción) [46], [57]. Considerando un valor de  $k_y = 1.75$ , se tiene  $\phi_y l_w \approx 0.0035$  con  $\varepsilon_y = 0.002$  (acero grado 60). Se tiene que el rango de  $\phi_y l_w = 0.0035 \pm 0.0005$  es representativo para la gran mayoría de configuraciones de muros, con un valor medio de  $\phi_y l_w = 0.0035$ , siendo conservador según los datos experimentales descritos en la sección 2.5.2.

En la componente elástica del desplazamiento  $\delta_y = k_e \phi_y h_w^2$  se propone incorporar dos factores de ajuste reconociendo la capacidad limitada de agrietamiento en muros ligeramente reforzados. De esta manera se define  $k_e = C k_\rho k_{cr}$ , siendo  $k_{cr}$  el coeficiente de agrietamiento parcial y  $k_\rho$  el coeficiente de agrietamiento secundario definidos en la secciones previas. La componente plástica del desplazamiento total dado por la Ec. 3.30 es:

$$\delta_p = l_p (\phi_u - \phi_y) h_w = \theta_p h_w \quad (3.31)$$

Donde  $\theta_p$  es la rotación plástica. A continuación, se describe los parámetros inelásticos considerados en la estimación de la capacidad de desplazamiento en muros delgados.

### 3.3.1 Longitud equivalente de rótula plástica

Considerando la menor capacidad de generar agrietamiento distribuido en muros ligeramente reforzados con respecto a muros bien detallados con cuantías de acero longitudinal y transversal moderadas a altas, en la estimación de  $l_p$  se propone aplicar un factor de reducción igual a la razón de agrietamiento secundario  $k_\rho$ . Se recurre a la expresión sugerida por Priestley et al. [29] la cual se compone de un factor proporcional a la longitud del muro,  $0.2l_w$  y un factor proporcional a la altura efectiva del muro, dado por  $\kappa = 0.20(f_u/f_y - 1) \leq 0.08$ . La expresión propuesta está dada por:

$$l_p = k_\rho(\kappa h_e + 0.2l_w) \leq 0.5l_w \quad (3.32)$$

Donde  $f_u/f_y$  es la razón entre el esfuerzo de ruptura y el esfuerzo de cedencia del acero de refuerzo;  $h_e = M/V$  corresponde a la razón entre el momento flector  $M$  y la fuerza horizontal  $V$  a nivel de la base. Definiendo la razón de longitud de rótula plástica  $\lambda_p = l_p/l_w$ , se tiene:

$$\lambda_p = k_\rho(\kappa h_e/l_w + 0.2) \leq 0.5 \quad (3.33)$$

De acuerdo con los resultados experimentales del Anexo 2, se obtuvieron valores promedio de  $f_u/f_y = 1.3$ ,  $k_\rho = 0.8$ ,  $l_p = 0.29l_w$ ,  $l_p = 0.11h_e$  y  $h_e = 3.22l_w$ . Con base en estos resultados se tiene valor medio de  $l_p = (0.11h_e + 0.29l_w)/2 \approx 0.055h_e + 0.15l_w$ , por lo que para  $h_e = 3.22l_w$  de la expresión anterior se tiene con base en la longitud del muro  $l_p = 0.33l_w$  y con base en la altura efectiva  $l_p = 0.10h_e$ . Tomando en la Ec. 3.33 un valor de  $\kappa = 0.20(1.3 - 1) = 0.06$  y un valor de  $k_\rho = 0.8$ , puede alcanzarse un valor de  $l_p = \lambda_p l_w = 0.8(0.06 \cdot 3.22 + 0.2)l_w = 0.31l_w$ , por lo que  $\lambda_p$  es un estimador razonable de la longitud de rótula plástica con base a los datos promedio de los ensayos experimentales analizados. Incorporando  $k_\rho$  puede tomarse  $l_p = 0.40k_\rho l_w$  con base a la longitud del muro.

El valor de  $l_p$  también puede aproximarse como la mitad de la altura de la zona plástica comprendida entre la altura asociada al momento de cedencia  $M_y$  y el momento en la base  $M_{max}$  de un muro en voladizo, siendo  $l_p^* = (1 - M_y/M_{max})h_e$  según muestra la Figura 60.

Incorporando el factor  $k_\rho$  se tiene  $l_p = 0.5k_\rho(1 - M_y/M_{max})h_e$ . Tomando valores de  $l_p = 0.10h_e$  y  $k_\rho = 0.8$ , se tiene que el factor  $(1 - M_y/M_{max}) \approx 0.25$ , por lo que  $l_p = 0.125k_\rho h_e$ .

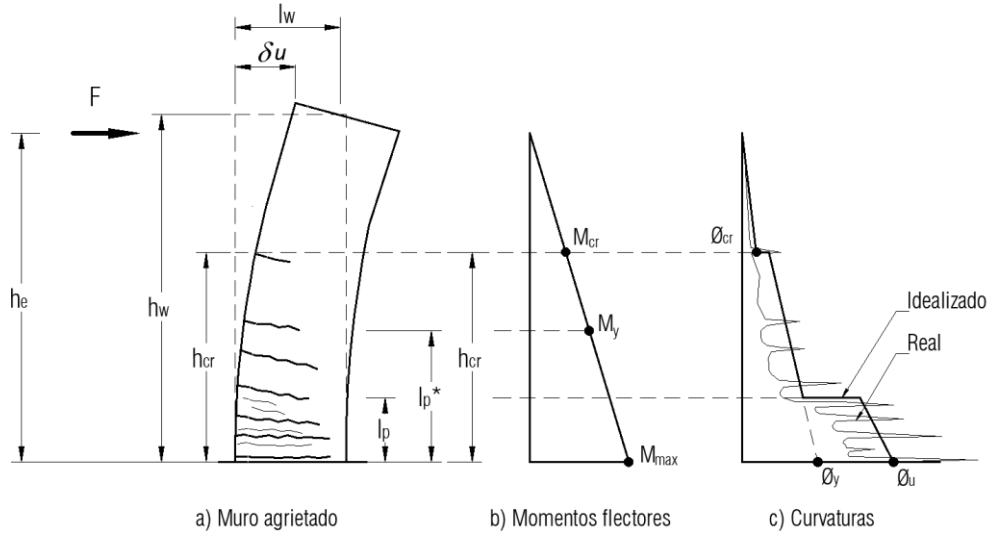


Figura 60. Longitud equivalente de rótula plástica.

La altura  $h_e$  determina la distancia desde la base hasta el punto de aplicación de la resultante de carga. En un sistema estructural, la altura efectiva asociada a la masa equivalente de un sistema de un grado de libertad obtenida a partir de un sistema de múltiples grados de libertad está dada por [29]:

$$h_e = \frac{\sum_{i=1}^N (m_i \Delta_i h_i)}{\sum_{i=1}^N (m_i \Delta_i)} \quad (3.34)$$

Suponiendo una masa uniforme  $m_i = m$  para todos grados de libertad, con un desplazamiento lateral proporcional a la altura:  $\Delta_i = \Delta_{max} h_i / h_w$ , una altura medida desde la base:  $h_i = nh_w / N$ , donde  $n$  es el número de nivel  $i$  y  $h_w$  es la altura del muro, se tiene:

$$\frac{h_e}{h_w} = \frac{\sum_{n=1}^N m \frac{\Delta_{max}}{h_w} \left(\frac{nh_w}{N}\right)^2}{\sum_{n=1}^N m \frac{\Delta_{max}}{h_w} \frac{nh_w}{N}} = \frac{1}{N} \frac{\sum_{n=1}^N n^2}{\sum_{n=1}^N n} = \frac{1}{6} \frac{(N+1)(2N+1)}{\frac{1}{2}N(N+1)} = \frac{1}{3N} (2N+1) \quad (3.35)$$

Para  $N$  igual a 5, 10 y 20 niveles de la Ec. 3.35 se tienen valores de  $h_e/h_w$  igual a 0.73, 0.70 y 0.68, respectivamente. Para  $N \gg 1$  se tiene  $h_e/h_w \approx 2/3$ . En [29] se sugiere un valor de  $h_e$  entre  $0.70$  y  $0.75h_w$  para muros no acoplados y de  $0.70h_w$  para muros acoplados.

### 3.3.2 Rotación plástica

La capacidad de rotación que ocurre en la zona de rótula plástica de un elemento regido por flexión está dada por:

$$\theta_p = l_p(\phi_u - \phi_y) \quad (3.36)$$

La curvatura última con base a una distribución lineal de la deformación unitaria a lo largo de la sección de un muro puede estimarse según la siguiente expresión:

$$\phi_u = \min \left( \phi_{u.t} = \frac{0.6\varepsilon_{su} \leq 0.04}{d - c}, \phi_{u.c} = k_\phi \frac{\varepsilon_{cu}}{c} \right) \quad (3.37)$$

La curvatura última  $\phi_u$  corresponde al nivel de curvatura  $\phi_{u.t}$  asociada a la falla por tracción del acero de refuerzo o al nivel de curvatura  $\phi_{u.c}$  asociada a la falla por compresión del concreto, lo que ocurra primero. Los valores límites de  $\varepsilon_{cu} = \lambda_c \varepsilon_{co}$  y  $\varepsilon_{su}$  se describen en la sección 3.2.6. En la Ec. 3.37 se propone un factor de curvatura  $k_\phi$  que corrige el valor de curvatura última teórica para falla en compresión  $\phi_{u.c} = \varepsilon_{cu}/c$  basada en un perfil lineal de deformación unitaria considerando las variaciones debido al efecto de rezago de cortante en muros alados, impacto de la esbeltez geométrica en muros delgados, efecto de confinamiento y contenido de acero de refuerzo en flexión. El factor  $k_\phi$  también captura la variaciones en el valor de deformación unitaria nominal con respecto al valor real. En [46] se considera un valor de  $1.5\varepsilon_{cu}$  para un nivel de desempeño de prevención de colapso, siendo equivalente a tomar  $k_\phi = 1.5$  para la evaluación de  $\phi_{u.c}$ . El factor  $k_\phi$  se determina más adelante con base a los resultados de ensayos experimentales.

La capacidad de rotación plástica basada en los parámetros  $c/t_w$  o  $cl_w/t_w^2$  (sección 2.5.4) es subestimada para valores altos de  $h_e/l_w = M/(Vl_w)$  [16]. Por otro lado, los modelos clásicos que predicen la extensión de la zona plástica [5], [29] incorporan un factor proporcional a la altura efectiva  $h_e$  para tomar en cuenta la propagación de la plasticidad debido al gradiente de momento flector y el endurecimiento por deformación. La expresión  $\lambda_p = k_\rho(\kappa h_e/l_w + 0.2)$  (sección 3.3.1) incorpora al factor  $h_e/l_w$  que reconoce el aumento proporcional de la extensión de la zona plástica con la altura del muro y al factor  $k_\rho$  que toma en cuenta la dispersión de plasticidad en grietas secundarias.

De acuerdo con la base de datos experimental, se tiene cierta correlación ( $R^2 = 0.58$ ) entre el factor  $\lambda_p$  y la capacidad de rotación plástica experimental  $\theta_{pu.exp} = \delta_{pu.exp}/h_w$ . Al

considerar el parámetro  $c/(t_w \lambda_p) = cl_w/(t_w l_p)$  en lugar del parámetro  $cl_w/t_w^2$  (Figura 53, sección 2.5.4) se logra una mejor estimación ( $R^2 = 0.79$ ) de  $\theta_{pu.exp}$  en muros según muestra la Figura 61. Al tomar  $l_p = nt_w$ , para  $n \approx 4$  el factor  $cl_w/(t_w l_p)$  aproxima la curva de mejor ajuste de  $cl_w/t_w^2$  vs  $\theta_{pu.exp}$ . Dado que los valores de  $n = l_{p.exp}/t_w$  varían de 1.6 a 11.3 según la base de datos experimental,  $\lambda_p$  es un mejor estimador de la longitud equivalente de rótula plástica con respecto al uso de  $l_p = 4t_w$ .

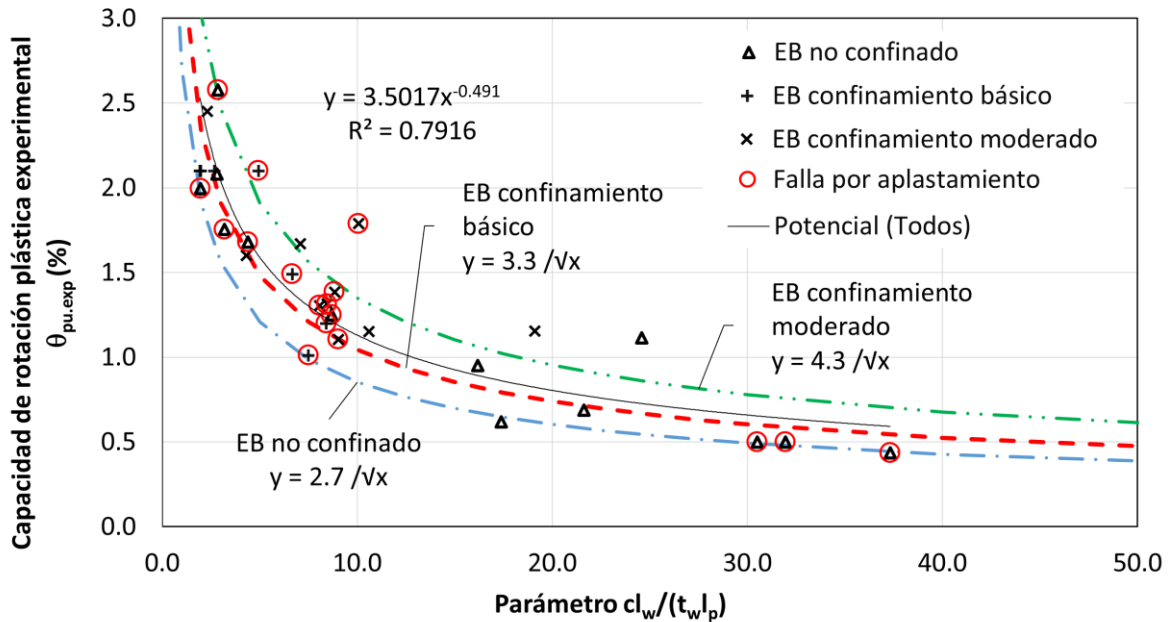


Figura 61. Capacidad de rotación plástica experimental en función de  $cl_w/(t_w l_p)$ .

En la Figura 61 se grafica la capacidad de rotación plástica experimental  $\theta_{pu.exp}$  en función del parámetro  $cl_w/(t_w l_p)$  para los resultados de ensayos experimentales, distinguiendo el tipo de confinamiento en bordes. Se considera un elemento de borde (EB) no confinado a aquel EB que no presenta ninguna armadura de confinamiento. Un EB con confinamiento básico presenta un confinamiento a base de aros o ganchos en forma de U con separación no mayor al espesor del muro. Un borde con confinamiento moderado presenta aros cerrados con separación menor al espesor del elemento. Se observa que todos los muros con EB con confinamiento moderado presentaron valores de  $\theta_{pu.exp}$  entre 1.11% y 2.45%. Los ensayos restantes presentaron valores de  $\theta_{pu.exp}$  entre 0.6% y 2.1% para falla por ruptura del acero y capacidades entre 0.44% y 2.58% para falla por aplastamiento del concreto. Los promedios de  $\theta_{pu.exp}$  para muros con EB con confinamiento moderado,

confinamiento básico y sin confinamiento fueron de 1.76%, 1.73% y 1.24%, respectivamente. El ASCE 41-17 [63] en muros con bordes no confinados propone un valor de  $\theta_p$  igual a 1.5% para  $P_u/(Af'_c) \leq 0.1$  (falla por tracción) e igual a 0.5% para  $P_u/(Af'_c) \geq 0.25$  (falla por compresión), usando interpolación lineal para valores intermedios de carga axial, siendo  $\theta_p = 0.015$  un límite inseguro según los valores de  $\theta_{pu.exp}$  para los puntos excluidos de un modo de falla por aplastamiento (con falla por tracción) según la Figura 61.

En la Figura 61 se grafican líneas discontinuas proporcionales a la línea de mejor ajuste según la condición de confinamiento en bordes, aplicando el factor  $\sqrt{\lambda_c}$  siendo  $\lambda_c$  el factor de confinamiento definido según la sección 3.2.6, con  $\lambda_c = 1.5$  para un confinamiento básico y  $\lambda_c = 2.5$  para un confinamiento moderado. De acuerdo con el análisis, se propone la siguiente expresión que estima la capacidad de rotación plástica para un límite de falla nominal última en muros delgados ligeramente reforzados:

$$\theta_{pe} = 0.027 \sqrt{\frac{\lambda_c \lambda_p}{c/t_w}} \quad (3.38)$$

Puede estimarse el factor de curvatura  $k_\phi$  al considerar que la capacidad analítica de rotación  $\theta_p = l_p(\phi_u - \phi_y)$  iguala a  $\theta_{pe}$  (Ec. 3.38) tomando  $\phi_{u.c} = k_\phi(\lambda_c \varepsilon_{co}/c)$  para falla por compresión en el borde del muro, con  $\varepsilon_{co} = 0.003$  y  $l_p \phi_y \approx 0$  (conservadoramente). Considérese un factor  $k_\phi = k_{\phi.1}$  para una dispersión de plasticidad proporcional a la longitud del muro con  $l_p = 0.4k_\rho l_w$  ó  $\lambda_p = 0.4k_\rho$  y un factor  $k_\phi = k_{\phi.2}$  para una dispersión de plasticidad proporcional a la altura efectiva del muro tal que  $\lambda_p = 0.125k_\rho h_e/l_w$ :

$$k_{\phi.1} = 14.2 \sqrt{\frac{c}{l_w} \frac{t_w}{l_w} \frac{1}{\lambda_c} \frac{1}{k_\rho}}, \quad k_{\phi.2} = 25.5 \sqrt{\frac{c}{l_w} \frac{t_w}{h_e} \frac{1}{\lambda_c} \frac{1}{k_\rho}} = 1.8 \frac{k_{\phi.1}}{\sqrt{h_e/l_w}} \quad (3.39, 3.40)$$

El factor  $k_{\phi.1}$  incorpora la profundidad relativa de la zona de compresión  $c/l_w$ , la esbeltez de la sección transversal  $t_w/l_w$ , el factor confinamiento  $\lambda_c$  y la razón de agrietamiento secundario  $k_\rho$ , parámetros relevantes en la capacidad de desplazamiento de muros delgados. El factor  $k_{\phi.2}$  incorpora adicionalmente a la razón  $h_e/l_w$ , siendo un estimador más preciso que  $k_{\phi.1}$  al capturar la dispersión de plasticidad en la altura  $h_e$ . Para valores de  $h_e/l_w < 3.2$  se tiene  $k_{\phi.2} > k_{\phi.1}$ , siendo conservador acotar  $h_e/l_w = 3$  para  $h_e/l_w < 3$  al evaluar  $k_{\phi.2}$ . Se propone entonces el factor de curvatura como  $k_\phi = k_{\phi.2}$ :

$$k_\phi = 26 \sqrt{\frac{c}{l_w} \frac{t_w}{l_w} \frac{l_w}{h_e} \frac{1}{\lambda_c} \frac{1}{k_\rho}} \geq 1 \quad (3.41)$$

### 3.3.3 Modelo de plasticidad concentrada propuesto

La siguiente expresión estima la capacidad de desplazamiento en muros delgados ligeramente reforzados con falla regida por flexión:

$$\delta_u = k_e \phi h_w^2 + l_p (\phi_u - \phi_y) h_w \quad \frac{\delta_u}{h_w} = \frac{\delta_y}{h_w} + \theta_p \quad (3.42)$$

(a) Desplazamiento (b) Deriva global

Donde  $\delta_y/h_w = C k_\rho k_{cr} \phi_y h_w$  es la deriva elástica y  $\theta_p = l_p (\phi_u - \phi_y)$  es la rotación plástica en la región crítica a flexión. El Cuadro 28 resume los parámetros involucrados.

Cuadro 28. Parámetros del modelo de plasticidad concentrada en la base propuesto.

Parámetro	Expresión	Comentario
Curvatura de cedencia nominal	$\phi_y = k_y \varepsilon_y / l_w$	Puede tomarse $\phi_y = 0.0035 / l_w$ .
Coeficiente elástico	$k_e = C k_{cr} k_\rho$	C según patrón de carga lateral.
	$C = 1/3, k_{cr1} = 1 - 1/\Omega^3$	Carga puntual superior
	$C = \frac{1}{2} (1 - \frac{1}{3} h_w / h_e), k_{cr1}$ Ec.3.18	Carga puntual y momento flector superior.
	$C = 11/40, k_{crN} = 1 - 0.7/\Omega^2$	Carga triangular.
Margen de seguridad	$\Omega = M_n / M_{cr}$	Puede tomarse $\Omega = 1.6$ .
Longitud equivalente de rótula plástica	$l_p = k_\rho (\kappa h_e + 0.2 l_w) \leq 0.5 l_w$ $\kappa = 0.20 (f_u / f_y - 1)$	
Razón de agrietamiento secundario	$k_\rho = 0.8 \rho_v f_y / \sqrt{f'_c} \leq 1$	Puede tomarse $\rho_b$ en lugar de $\rho_v$ para muros con refuerzo concentrado en extremos.
Curvatura última	$\phi_u = \min(\phi_{u,t}, \phi_{u,c})$	Según modo de falla.
	$\phi_{u,t} = (0.6 \varepsilon_{su} \leq 0.04) / (l_w - c)$ $\phi_{u,c} = k_\phi \lambda_c \varepsilon_{co} / c$	Ruptura a tracción del acero vert. Falla por compresión en borde.
Factor de curvatura	$k_\phi = 26 \sqrt{\frac{c}{l_w} \frac{t_w}{l_w} \frac{l_w}{h_e} \frac{1}{\lambda_c} \frac{1}{k_\rho}} \geq 1$	$\lambda_c$ según sección 3.2.6. Tomar $h_e / l_w = 3$ para $h_e / l_w < 3$ .

El modelo de plasticidad concentrada en la base expuesto en [29] denominado en adelante como “modelo clásico”, apropiado para muros dúctiles bien detallados, corresponde a aquel modelo que resulta de tomar los valores  $k_{cr} = 1$ ,  $k_{\rho} = 1$  y  $k_{\phi} = 1.5$ . Un valor del coeficiente de agrietamiento parcial  $k_{cr} = 1$  supone que el muro se encuentra agrietado en toda su altura. Un valor de la razón de agrietamiento  $k_{\rho} = 1$  supone que el muro logra alcanzar un agrietamiento bien distribuido dentro de la zona agrietada. Un factor de  $k_{\phi} = 1.5$  es equivalente a estimar  $\phi_u$  con base a una deformación unitaria de  $1.5\varepsilon_{cu}$  propuesta por [46] para un límite de desempeño de prevención de colapso. El modelo de plasticidad concentrada propuesto según la Ec. 3.42 difiere del modelo clásico al ajustar los valores de  $k_{cr}$ ,  $k_{\rho}$  y  $k_{\phi}$  según las condiciones de esbeltez geométrica, cuantía de refuerzo en flexión y nivel de confinamiento en bordes.

### 3.3.4 Validación del modelo propuesto según la base de datos experimental

Se verifica la validez del modelo propuesto según la Ec. 3.42 al estimar la capacidad de deriva global  $\delta_u/h_w$  para aproximar la capacidad de deriva  $\delta_{u.exp}/h_w$  según los resultados experimentales en muros delgados (sección 2.5). Los valores de  $\delta_u/h_w$  para el modelo propuesto son calculados para  $\phi_y = 0.0035/l_w$ ,  $\theta_p$  de Ec. 3.36,  $\phi_u$  de la Ec. 3.37, tomando para  $\phi_{u.c} = k_{\phi}\lambda_c\varepsilon_{co}/c$  valores de  $\lambda_c = 1$  para muros sin confinamiento en bordes,  $\lambda_c = 1.5$  para muros con confinamiento básico en bordes y  $\lambda_c = 2.5$  para muros con bordes con confinamiento moderado. Se toma un valor de  $k_{cr} = k_{cr1} = 0.8$  y  $C = 0.5(1 - \frac{1}{3}h_w/h_e)$ , donde  $h_e > h_w$  para ensayos en los que se aplicó una carga que simula una altura efectiva mayor a la altura del muro.

La Figura 62 muestra la capacidad de deriva predicha  $\delta_u/h_w$  vs la capacidad de deriva  $\delta_{u.exp}/h_w$  para los resultados de ensayos experimentales distinguiendo el tipo de confinamiento en bordes y aquellas pruebas que presentaron un modo de falla por aplastamiento. Los valores estimados por el modelo cercanos a la recta de ajuste ideal (valor predicho = valor experimental) con pendiente unitaria logran una buena predicción del valor experimental, en tanto que los valores por encima y por debajo de la recta subestiman y sobrestiman, respectivamente, la capacidad de deriva experimental. Comparando las

gráficas (a) y (b) se logra mayor precisión del modelo propuesto considerando el factor  $k_\phi$  según la Ec. 3.41 con respecto al uso de  $k_\phi = k_{\phi,1}$  Ec. 3.39.

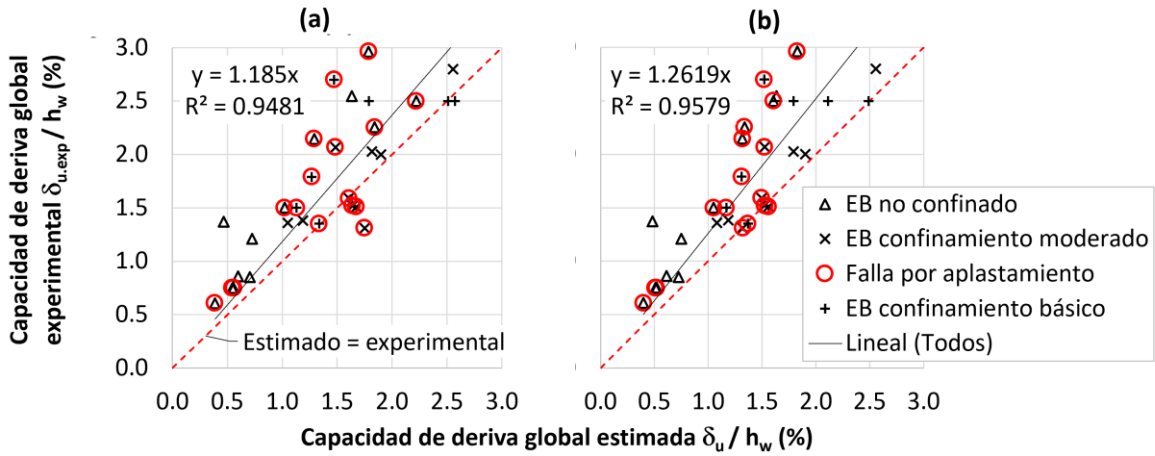


Figura 62. Modelo propuesto con a)  $k_\phi = k_{\phi,1}$  Ec. 3.39; b)  $k_\phi = k_{\phi,2}$  Ec. 3.41.

La Figura 63 muestra la comparativa entre el modelo clásico y el modelo propuesto. La Figura 63(a) con  $k_{cr1} = 1$ ,  $k_\rho = 1$  y  $k_\phi = 1.5$  muestra una dispersión de datos considerable, donde  $\delta_u/h_w$  sobrestima a  $\theta_{u,exp} = \delta_{u,exp}/h_w$  para derivas mayores al 0.75%. Al considerar el modelo propuesto, la Figura 63(b) muestra que los factores de ajuste  $k_{cr1}$ ,  $k_\rho$  y  $k_\phi$  aplicados al modelo de plasticidad concentrada logran una mejor estimación.

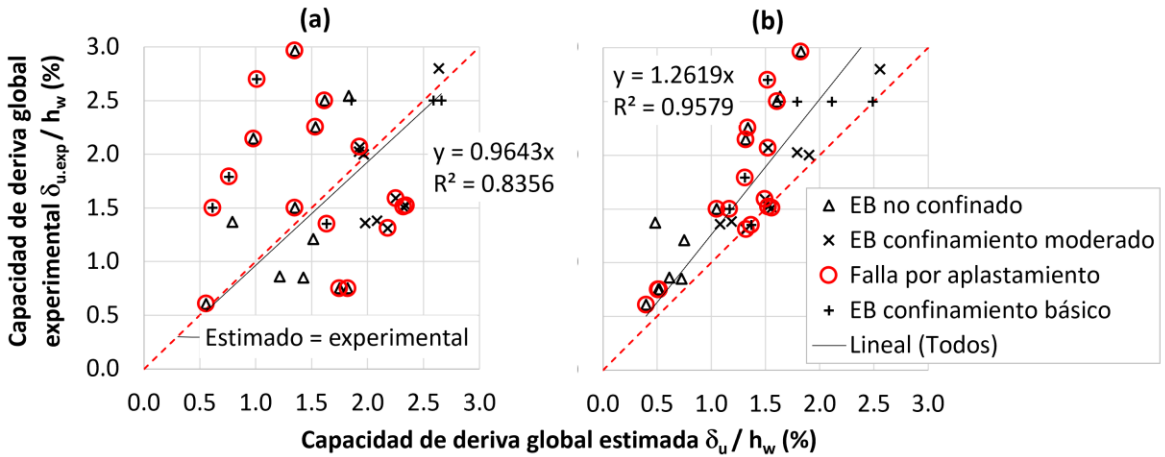


Figura 63. (a) Modelo clásico. (b) Modelo propuesto.

### 3.4 Estimación de ductilidad en muros delgados

#### 3.4.1 Ductilidad por desplazamiento

La ductilidad local por desplazamiento de un muro en voladizo regido por flexión definida a partir del modelo de plasticidad concentrada en la base (Ec. 3.29) puede expresarse como:

$$\mu_{\delta} = 1 + \delta_p / \delta_y = 1 + \frac{l_p(\phi_u - \phi_y)(h_w - 0.5l_p)}{k_e \phi_y h_w^2} \quad (3.43)$$

A partir de la expresión anterior puede determinarse una ductilidad por desplazamiento representativa de muros delgados esbeltos considerando  $k_e = C$  como cota superior para el desplazamiento elástico, con  $C = 0.5[1 - (1/3)h_w/h_e]$ ,  $\phi_y l_w = 0.0035$ ,  $l_p = 0.125k_{\rho}h_e$  ó  $\lambda_p = 0.125k_{\rho}h_e/l_w$ . La ductilidad por desplazamiento corresponde al menor valor de: i)  $\mu_{\delta.c}$  para falla por compresión del borde; ii)  $\mu_{\delta.t}$  para falla por tracción del acero de refuerzo en flexión; iii)  $\mu_{\delta.max}$  para un valor máximo prescrito de rotación plástica, por lo que  $\mu_{\delta} = \min(\mu_{\delta.c}, \mu_{\delta.t}, \mu_{\delta.max})$ . Para falla controlada por compresión se tiene de la Ec. 3.43 con  $\phi_u = \phi_{u.c} = k_{\phi} \lambda_c \varepsilon_{co} / c$  y  $\varepsilon_{co} = 0.003$ :

$$\mu_{\delta.c} = 1 + \frac{1}{4} k_{\rho} \left( k_{\phi} \frac{6}{7} \frac{\lambda_c}{c/l_w} - 1 \right) \frac{(1 - 0.0625k_{\rho}h_e/h_w)}{h_e/h_w - 1/3} \left( \frac{h_e}{h_w} \right)^2 \quad (3.44)$$

Para falla controlada por tracción se tiene de la Ec. 3.43 con un valor de curvatura última de  $\phi_u = \phi_{u.t} = (0.6\varepsilon_{su} \leq 0.04)/(l_w - c)$ :

$$\mu_{\delta.t} = 1 + \frac{1}{4} k_{\rho} \left( \frac{2000}{7} \frac{0.6\varepsilon_{su} \leq 0.04}{1 - c/l_w} - 1 \right) \frac{(1 - 0.0625k_{\rho}h_e/h_w)}{h_e/h_w - 1/3} \left( \frac{h_e}{h_w} \right)^2 \quad (3.45)$$

Se define una cota superior  $\mu_{\delta} \leq 1 + \theta_{p.max} h_w / (k_e \phi_y h_w^2)$  para una rotación plástica máxima  $\theta_{p.max}$ :

$$\mu_{\delta.max} = 1 + \frac{4000}{7} \frac{\theta_{p.max}}{\left(1 - \frac{1}{3} \frac{h_w}{h_e}\right) \frac{h_w}{l_w}} \quad (3.46)$$

Un valor de  $\theta_{p.max} = 0.015$  corresponde a una cota superior para ensayos con valores de  $c/(t_w \lambda_p) > 7$  (Figura 61). La Figura 64 muestra la comparativa entre la ductilidad por desplazamiento estimada  $\mu_{\delta}$  y la ductilidad por desplazamiento  $\mu_{\delta.exp}$  según la base de datos experimental, distinguiéndose la condición de confinamiento en bordes y el modo de

falla por aplastamiento evidenciado en los ensayos. Comparando las gráficas (a) y (b), para el modo de falla por aplastamiento en bordes se logra una mejor estimación de las ductilidades por desplazamiento al tomar  $k_\phi$  según la Ec. 3.41 con respecto al uso de  $k_\phi = 1.5$ . Se distinguen dos ensayos (TW1 y TW4, Almeida et al [24]) que obtuvieron bajos valores de ductilidad experimental, los cuales fueron armados con una sola malla de refuerzo, con altos valores de esbeltez de la zona de compresión ( $c/t_w = 4.3$ ) siendo el espécimen TW4 sometido a carga bidireccional, forzando un modo de falla combinado con inestabilidad lateral, lo que explica la mayor desviación con respecto a los valores predichos.

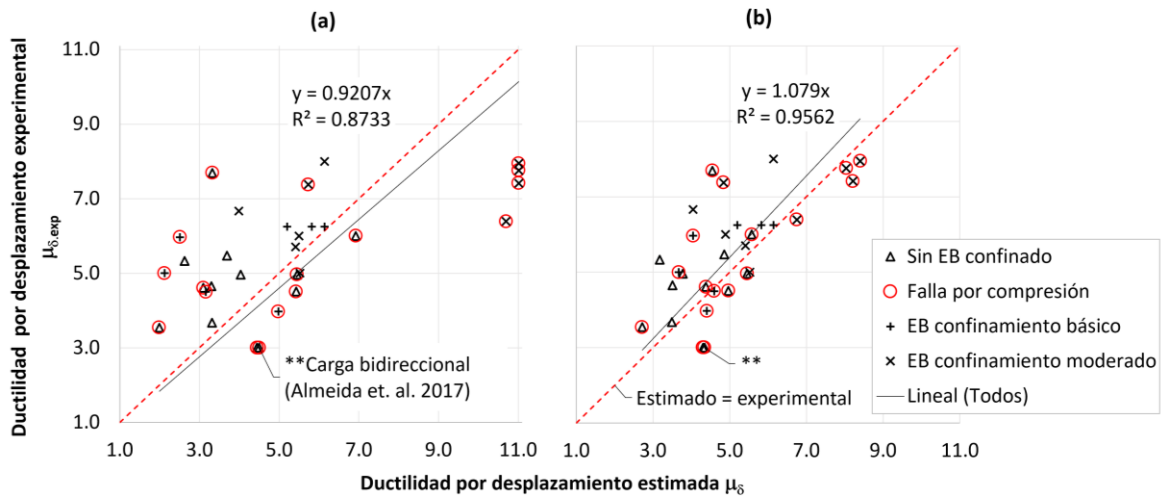


Figura 64. Ductilidad por desplazamiento estimada vs ductilidad por desplazamiento experimental según modelo propuesto para: (a)  $k_\phi = 1.5$ ; (b)  $k_\phi$  Ec. 3.41.

La ductilidad por desplazamiento de muros delgados regidos por una falla controlada por compresión puede estimarse para un patrón de carga triangular tomando  $h_e = 0.7h_w$  en la Ec. 3.44, con  $k_\phi$  según Ec. 3.41 y  $\mu_\delta \leq \mu_{\delta,max}$ :

$$\mu_{\delta,c} = 1 + 8.5 \sqrt{\frac{\lambda_c k_\rho}{\left(\frac{c}{t_w} \frac{h_w}{l_w}\right)}} \tag{3.47}$$

La Ec. 3.47 determina la ductilidad por desplazamiento en función de parámetros característicos de muros esbeltos de bajo espesor ligeramente reforzados. El incremento de la razón de aspecto  $h_w/l_w$  se asocia a un aumento proporcional de la capacidad de deriva elástica  $\delta_y/h_w = (k_e \phi_y l_w \approx cte) \cdot h_w/l_w$ , siendo una condición geométrica que restringe la reducción de fuerzas por ductilidad en edificios altos ya abordada en la literatura [5].

Examinando la curvatura asociada a la falla por compresión  $\phi_{u.c} = \varepsilon_c/c$ , al aumentar la profundidad de la zona de compresión debido al aumento de carga axial, la capacidad de curvatura se reducirá una vez se alcance la deformación unitaria última  $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$ , reduciendo la capacidad de desplazamiento inelástico y, por lo tanto, el nivel de ductilidad. Al reducirse el espesor  $t_w$  de un muro, la sección remanente de concreto una vez ocurrido el desprendimiento del recubrimiento será más propensa al pandeo de la sección y al pandeo del refuerzo vertical. De ahí que la esbeltez de la zona de compresión  $c/t_w$  sea un parámetro significativo en la capacidad de desplazamiento. El nivel de confinamiento dado por el factor de confinamiento  $\lambda_c$  favorece la ductilidad al aumentar la capacidad de deformación del borde en compresión. Al incrementar la cuantía de acero en flexión, se favorece la dispersión de plasticidad en la zona agrietada, efecto asociado al factor  $k_\rho$ .

La Figura 65 muestra la gráfica de  $\mu_{\delta.c}$  Ec. 3.47 en función de los parámetros  $c/t_w$  y  $h_w/l_w$  según la condición de confinamiento en bordes tomando  $k_\rho = 1$ . Se muestran valores de  $c/t_w$  iguales a 10 y 16, que pueden corresponder a muros delgados ( $t_w = 0.15 \text{ m}$ ) de longitud media ( $l_w = 5 \text{ m}$ ) y gran longitud ( $l_w = 8 \text{ m}$ ), respectivamente, que alcanzan su capacidad nominal a flexión bajo cargas axiales moderadas ( $c/l_w = 0.3$ ). Así, por ejemplo, para alcanzar ductilidades por desplazamiento  $\mu_{\delta.c}$  no menores a 2.0, se requiere que  $h_w/l_w \leq 4.5$  cuando se alcanza  $c/t_w = 16$  para muros sin bordes confinados. Para las mismas condiciones geométricas, al utilizar un confinamiento básico ( $\lambda_c = 1.5$ ) y moderado ( $\lambda_c = 2.5$ ), la ductilidad puede incrementarse a valores de 2.2 y 2.6, respectivamente.

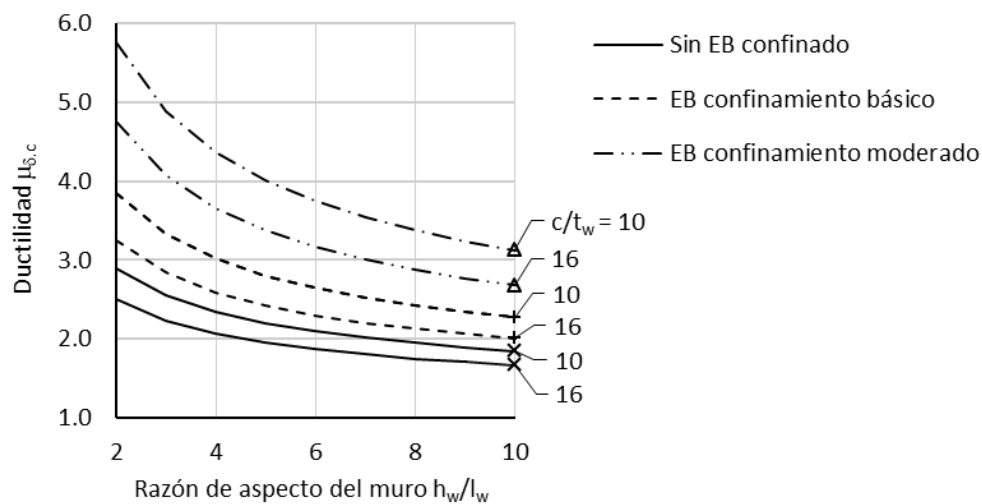


Figura 65. Ductilidad por desplazamiento para falla por compresión en muros delgados esbeltos.

### 3.4.2 Ductilidad por curvatura

La relación analítica entre la ductilidad por desplazamiento  $\mu_\delta$  y la ductilidad por curvatura  $\mu_\phi = \phi_u/\phi_y$  se obtiene a partir de la Ec. 3.43:

$$\mu_\delta = 1 + l_p \frac{h_w - 0.5l_p}{k_e h_w^2} (\mu_\phi - 1) \quad (3.48)$$

Redefiniendo la Ec. 3.48 en términos de la ductilidad por curvatura resulta en:

$$\mu_\phi = 1 + \frac{k_e h_w^2}{l_p (h_w - 0.5l_p)} (\mu_\delta - 1) \quad (3.49)$$

Tomando los parámetros  $l_p = 0.125k_\rho h_e$ ,  $k_e = Ck_{cr}k_\rho$ , con  $C = 0.5[1 - (1/3)h_w/h_e]$ ,  $k_{cr} = 0.76$  (Ec. 3.23 con  $\Omega = 1.6$ ), de la Ec. 3.49 se tiene:

$$\mu_\phi = 1 + 3 \frac{1 - (1/3)h_w/h_e}{h_e/h_w(1 - \frac{1}{16}h_e/h_w)} (\mu_\delta - 1) \quad (3.50)$$

Para  $h_e = h_w$  la Ec. 3.50 se simplifica con redondeo a:

$$\mu_\phi = 2\mu_\delta - 1 \quad (3.51)$$

Tomando en la Ec. 3.50 valores de  $l_p = 0.125k_\rho h_e$ ,  $h_e = 0.70h_w$ ,  $k_\rho = 0.75$ ,  $C = 11/40$  y  $k_{crN} = 0.73$  para evaluar  $k_e$  en sistemas de MGL, se obtiene aproximadamente los mismos coeficientes numéricos de la expresión de la Ec. 3.51.

La Figura 66 muestra la relación entre la ductilidad por curvatura experimental  $\mu_{\phi.exp}$  y el estimador  $\mu_\phi = 2\mu_{\delta.exp} - 1$  tomando  $\mu_\delta = \mu_{\delta.exp}$  en la Ec. 3.51 según los datos de ductilidad por desplazamiento experimental del Anexo 2. Para el caso de los ensayos con un modo de falla por compresión, las ductilidades por curvatura alcanzadas resultan ser no mayores a 15, para las cuales se obtiene una buena correlación entre datos. No así para los ensayos con un modo de falla por tracción que alcanzaron grandes ductilidades por curvatura, con valores de  $\mu_{\phi.exp}$  mayores a 15, atribuibles a picos de deformación unitaria por tracción del acero vertical concentrados en pocas grietas primarias a nivel de la base, observadas en los ensayos de Lu [23] y Altheeb [21] con bajas razones de carga axial.

Según la Ec. 3.51, para aquellos muros con valores de ductilidad por desplazamiento bajos a moderados menores a 4, representativos de muros delgados sin confinamiento en bordes,

se estiman ductilidades por curvatura  $\mu_\phi < 7$ , cercanos a los valores de  $\mu_{\phi.exp}$  obtenidos experimentalmente según muestra la Figura 66. Valores de  $\mu_\phi > \mu_{\phi.exp}$  calculados según la Ec. 3.51 para  $\mu_\delta = \mu_{\delta.exp}$  sobreestiman la capacidad de ductilidad por curvatura experimental en mayor medida para valores de  $\mu_{\delta.exp} > 4$ . Si se toma la demanda de ductilidad por curvatura  $\mu_{\phi.d}$  igual a la capacidad por curvatura dada por la Ec. 3.51, esta expresión logra una mejor estimación de  $\mu_{\phi.d}$  para valores de ductilidad por desplazamiento bajos a moderados ( $\mu_\delta \leq 4$ ), siendo conservadora al estimar  $\mu_{\phi.d}$  en muros con falla por compresión en bordes para valores de ductilidad moderados a altos ( $\mu_\delta > 4$ ).

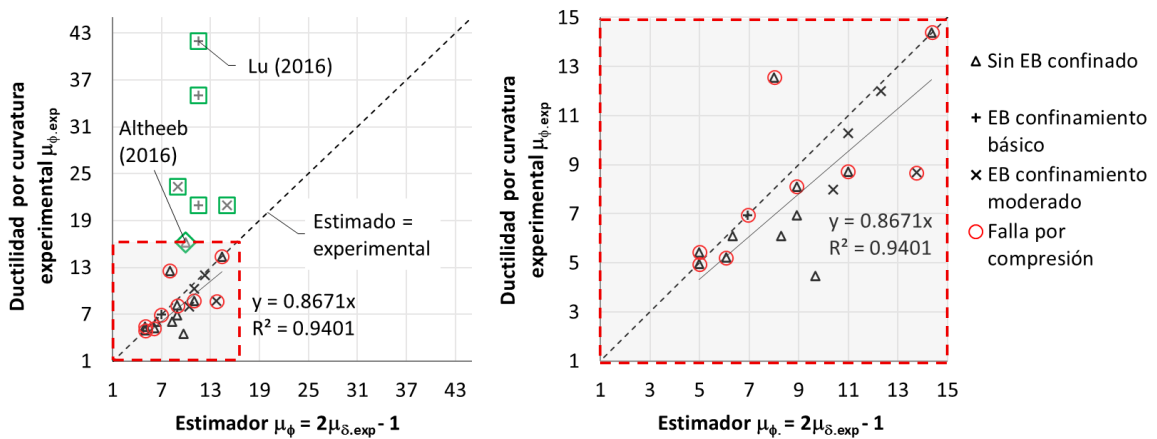


Figura 66. Relación entre ductilidad por curvatura y ductilidad por desplazamiento.

### 3.5 Predicción del modo de falla por flexión en muros delgados

El incremento del confinamiento en bordes de muros esbeltos regidos por flexión puede asociarse a un aumento de la ductilidad hasta que el modo de falla controlado por compresión (FC) cambie a un modo de falla controlado por tracción (FT), siendo efectivo proveer confinamiento siempre que  $\mu_{\delta.c} < \mu_{\delta.t}$ . Se puede reemplazar la expresión para  $k_\phi$  (Ec. 3.41) en la expresión de  $\mu_{\delta.c}$  (Ec. 3.44), e igualar las expresiones de  $\mu_{\delta.c}$  y  $\mu_{\delta.t}$  (Ec. 3.45) suponiendo acero dúctil con  $0.6\varepsilon_{su} \geq 0.04$ , con lo cual se obtiene el factor de confinamiento máximo asociado al cambio del modo de falla (FC a FT):

$$\lambda_{c,max} = 0.27k_\rho \frac{c/l_w}{(1 - c/l_w)^2} \frac{l_w h_e}{t_w l_w} \quad (3.52)$$

El aumento del confinamiento transversal en bordes asociado al factor  $\lambda_c = \varepsilon_{cu}/\varepsilon_{co}$  es efectivo si  $\lambda_c \leq \lambda_{c,max}$ . De acuerdo con la Ec. 3.52, el aumento de los valores de  $c/l_w$ ,  $l_w/t_w$  y  $h_e/l_w$ , implica un aumento del límite máximo para  $\lambda_c$ . Como ejemplo numérico,

para  $c/l_w = 0.25$  correspondiente a cargas axiales moderadas,  $l_w/t_w = 15$ ,  $h_e/l_w = 2$  y  $k_\rho = 1$  se tiene que habrá un incremento en la ductilidad para un aumento del nivel de confinamiento en bordes dentro del límite  $\lambda_c \leq \lambda_{c,max} = 3.6$ . Bajo este análisis, un muro delgado esbelto de gran longitud capaz de alcanzar un agrietamiento bien distribuido ( $k_\rho = 1$ ), ante cargas axiales moderadas a altas, se espera que la ductilidad por desplazamiento sea regida por un mecanismo de falla por compresión en el borde. Para un muro de igual geometría que el muro del ejemplo previo con cargas axiales bajas tal que  $c/l_w = 0.14$ , y una cuantía de acero mínimo distribuido en flexión ( $\rho_v = 0.25\%$ ) con  $k_\rho = 0.5$  se tiene  $\lambda_{c,max} = 1.0$ , siendo inefectivo el confinamiento en bordes para incrementar la ductilidad. En el caso de muros con bajo contenido de refuerzo por flexión ( $k_\rho \ll 1$ ), con cargas axiales de compresión bajas a moderadas, el mecanismo de falla tiende a ser regido por ruptura del acero de refuerzo con daño concentrado en pocas grietas primarias, coherente con la evidencia experimental [23].

La falla controlada por tracción es más probable que ocurra para valores de  $\lambda_{c,max}/\lambda_c < 1$ , lo que implica que se ha proveído suficiente armadura de confinamiento para que el modo de falla sea controlado por tracción. A menor valor de  $\lambda_{c,max}$ , un muro será más propenso en alcanzar la falla por tracción del refuerzo en flexión. La Figura 67 muestra los modos de falla obtenidos para ensayos experimentales mostrados en el Anexo 2, donde la escala vertical es reducida con la raíz cuadrada del parámetro  $\lambda_{c,max}/\lambda_c$ . El criterio con base al parámetro  $\lambda_{c,max}/\lambda_c$  predice bien el tipo de falla obtenido para un 93% de los ensayos.

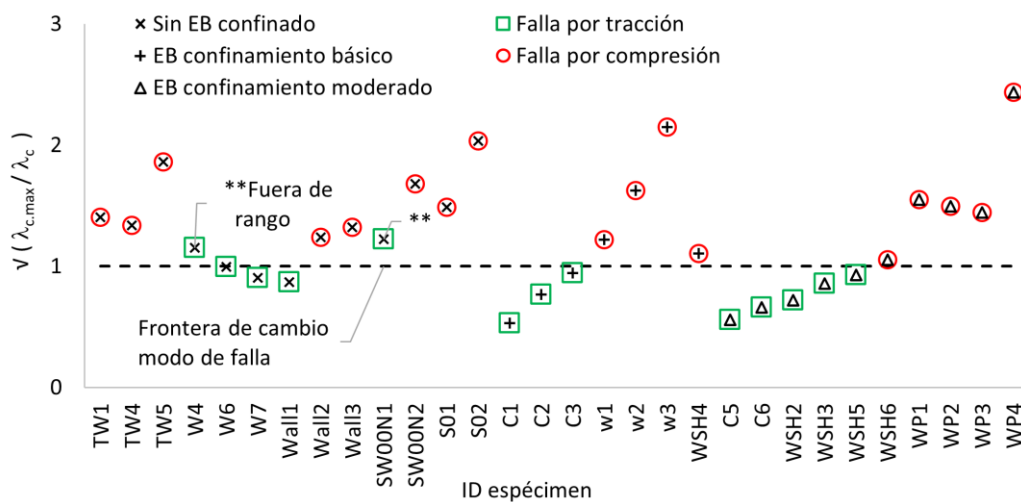


Figura 67. Predicción del modo de falla de muros según ensayos experimentales.

## CAPÍTULO 4

# Respuesta sismorresistente de sistemas MLP tipo cajón

---

### 4.1 Generalidades

Primeramente, se abordan los principales resultados de algunas investigaciones previas en edificios con sistema tipo cajón analizados mediante modelos no lineales estáticos y dinámicos, los cuales son utilizados en el presente estudio como base numérica para la caracterización general de la respuesta sismorresistente en términos de sobrerresistencia, ductilidad y deriva global.

Bajo un enfoque por desplazamientos, se determina los niveles mínimos de deriva global asociados a una respuesta nominal dúctil. Se implementa un modelo predictivo del periodo de vibración afín a sistemas rígidos con alta densidad de muros, verificado según modelos numéricos y con mediciones del periodo de baja y moderada amplitud en edificaciones reales. Se realiza un estudio analítico de la demanda de deriva en edificaciones de muros con losas planas con base a espectros sísmicos de diseño del CSCR [1], según las condiciones locales de suelo y de amenaza sísmica local, incorporando efectos que modifican el desplazamiento en sistemas de periodo corto que responden inelásticamente.

Se analiza la relación entre la demanda de ductilidad global en sistemas a base de muros y la demanda de ductilidad local en muros, siendo contrastado con la capacidad por ductilidad que deriva del modelo de plasticidad concentrada en la base desarrollado en el Capítulo 3. Se incluyen algunas consideraciones de verificación para muros de sistemas MLP tipo cajón, tales como resistencia al cortante, nivel de carga axial y estabilidad por pandeo.

A partir de los resultados de análisis no lineales estáticos de investigaciones previas, se realiza un análisis simplificado con variación de parámetros de rigidez y resistencia de los modelos previos, lo que permite determinar el impacto de la densidad de muros, contenido de acero de refuerzo y nivel de confinamiento en bordes de muros.

## 4.2 Revisión de estudios en edificios residenciales

En esta sección se describen los principales resultados obtenidos en investigaciones afines a edificios residenciales con sistema tipo cajón, utilizados como base para una posterior caracterización de su respuesta sismorresistente. En el Anexo 1 se muestran datos adicionales de los edificios considerados.

### 4.2.1 Edificios residenciales construidos en Costa Rica

En [31] se analizó el comportamiento de losas de acople de edificios residenciales con sistema estructural MLP tipo muro regulares en planta y en altura de entre 6 y 18 niveles con índices de muros entre 3.7 y 5.5% construidos en Costa Rica. Se aplicó el método de capacidad espectral con base en modelos estáticos no lineales empotrados en la base analizados con elemento finito mediante el software comercial ETABS versión 2013. En el diseño de todos los edificios se consideró una ductilidad global asignada igual a 1.50 y un factor de sobrerresistencia igual a 2.0, tipo de sitio de cimentación  $S_3$  y zona sísmica III según el CSCR [1]. Se consideraron muros de 15 cm de espesor armados con doble malla de refuerzo #3 sin elementos de borde confinantes, excepto, el edificio de seis niveles, con muros de 12 cm de espesor armados con una sola malla de refuerzo. Para el edificio de 18 niveles se analizaron dos modelos adicionales reduciendo el espesor de muros en un 75% (B.C.-75) y en un 50% (B.C.-50) para determinar el efecto de variación de la densidad de muros, manteniendo iguales cuantías de acero de refuerzo respecto al modelo base (edificio B.C.). La respuesta no lineal fue asignada a los muros del primer nivel mediante un modelo basado en fibras, considerando el modelo de Mander sin confinar [45] para el concreto, siendo  $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ . Se consideró acero de refuerzo acero ASTM A706 grado 60. Para las vigas y losas se supuso un comportamiento lineal con una reducción de la rigidez a flexión igual a 0.30 para vigas con comportamiento de acople tales como banquetas y dinteles, siendo el factor de reducción igual a 0.50 para las losas.

El Cuadro 29 muestra algunos parámetros obtenidos del estudio de [31] según las curvas equivalentes bilineales. Se muestra la razón de cedencia efectiva  $V_y/W_s$ ; los valores de deriva global obtenidos según análisis en la dirección corta para: el desplazamiento de cedencia efectivo del sistema  $\delta_{ys}$ , el desplazamiento demandado en el punto de desempeño  $\delta_u$  y el desplazamiento último en la falla  $\delta_{ult}$  (según desplazamientos definidos

en la Figura 26); la demanda de ductilidad global ( $\mu_{GD}$ ) y la sobrerresistencia  $\Omega_o = V_y/V_d$  igual a la razón entre la resistencia de cedencia efectiva del sistema  $V_y$  y el cortante asociado al espectro de diseño reducido  $V_d$ .

Cuadro 29. Resultados del método de capacidad espectral en edificios de muros con losas planas según resultados (dirección transversal).

Edificio	# niveles	$p_y$ (%)	$\frac{V_y}{W_s}$	$\frac{\delta_{ys}}{h_w}$ (%)	$\frac{\delta_u}{h_w}$ (%)	$\frac{\delta_{ult}}{h_w}$ (%)	$\Omega_o$	$\mu_{GD}$
T.G.	6	4.05	1.53	0.060	0.017	0.45	5.49	1.00
B.E.	7	3.70	1.28	0.078	0.048	0.58	5.28	1.00
S.S.	8	4.00	1.25	0.150	0.056	0.90	3.62	1.00
T.V.	9	4.31	1.29	0.190	0.060	0.71	4.03	1.00
A.M.	12	4.42	0.68	0.089	0.068	0.52	2.14	1.00
B.C.	18	4.68	0.39	0.175	0.223	0.50	2.69	1.27
B.C. - 75	18	3.51	0.33	0.155	0.216	0.49	2.53	1.40
B.C. - 50	18	2.34	0.25	0.150	0.239	0.37	2.18	1.60

Según el Cuadro 29, los edificios menores o iguales a 12 pisos presentaron una respuesta esencialmente elástica ( $\delta_{ys} > \delta_u$ ), considerando el grado de degradación supuesto en los sistemas horizontales de entrepiso. La reducción en la densidad de muros para el edificio de 18 niveles resultó en pequeñas variaciones de los desplazamientos y derivas en el punto de desempeño, con un incremento en la demanda de ductilidad global. En [31] se concluye que las razones de deriva de piso alcanzadas en los edificios analizados son inferiores a los niveles de deriva asociados a la falla de cortante por punción de las losas de acople.

#### 4.2.2 Edificios residenciales construidos en Chile

En [33] se investigaron los valores de sobrerresistencia elástica (sin considerar el desarrollo de plasticidad) basados en análisis dinámicos elásticos para 3 edificios chilenos de uso residencial construidos en Santiago de Chile, caracterizados por no presentar daño observable tras el terremoto de Chile de 2010 ( $M_w$  8.8), evidenciando una respuesta esencialmente elástica. Los muros presentaron un confinamiento básico en bordes, consistiendo en ganchos en forma de U y amarres complementarios. Se estimó valores de sobrerresistencia elástica como  $\Omega_e = 1/\max(D/C)$  tomando el inverso de la máxima razón

demanda - capacidad  $D/C$  para valores de flexocompresión, cortante y deriva de piso, rigiendo los valores de  $D/C$  para flexocompresión, excepto para el edificio de 5 pisos en la dirección corta. Los valores de demanda se basan en el sismo de diseño según la normativa NCh433-Of.96 [82]. Para el cálculo de capacidad se consideró valores esperados para las resistencias de materiales de  $1.3f'_c$  y  $1.17f_y$ , con  $f'_c$  igual a 20 MPa para los edificios de 5 y 17 niveles y de 25 MPa para el edificio de 26 niveles, con  $f_y = 420$  MPa para todos los casos. En el modelado se consideró un factor de reducción de rigidez de  $0.7I_g$  para muros, con cargas gravitacionales que incluyen el 100% de la carga muerta y 25% de la carga viva, se consideró además la flexibilidad de las losas de entrepiso, sin restricciones multipunto de tipo diafragma, ni efectos de torsión accidental. El Cuadro 30 muestra los valores de sobrerresistencia elástica  $\Omega_e$  obtenidos. El estudio concluye que los altos valores de  $\Omega_e$  obtenidos en el edificio de baja altura justifica su buen desempeño con ausencia de daño observable, no así los bajos valores de  $\Omega_e$  obtenidos para los edificios de media y gran altura sin daño aparente, a pesar de que los valores del espectro de diseño reducido por el factor de reducción  $R$  fueron inferiores a los valores del espectro de aceleraciones para el sismo de Chile de 2010.

Cuadro 30. Valores de sobrerresistencia elástica en edificios residenciales analizados en [33].

Edificio	Número niveles	Factor $R$ (diseño)		Sobrerresistencia $\Omega_e$		
		Long.	Transv.	Long.	Transv.	Promedio
5N	5	3.12	4.4	2.96	4.12	3.54
17N	17 (+ 2 sot.)	7.48	3.88	1.84	1.73	1.79
26N	26 (+ 4 sot.)	3.68	3.17	1.54	1.45	1.50

Tras los resultados poco conclusivos obtenidos en [33] para los edificios de 17 y 26 niveles, en [34] se amplió los análisis con modelos no lineales de elemento finito mediante el software comercial PERFORM-3D. Se realizaron análisis estáticos de empuje progresivo (pushover) basados en el primer modo, con un modelo base que incorpora efectos tales como: flexibilidad de la base (resortes elásticos no lineales sin capacidad a tracción), efecto P-Delta, pandeo del refuerzo vertical (considerando reducción de resistencia a compresión del acero), plasticidad concentrada de elementos barra representativos de vigas y columnas, relación no lineal para cortante (elástica perfectamente plástica), reducción del

90% de la rigidez por cortante de muros y uso de elementos de área elásticos con 25% de su inercia gruesa para el modelaje de las losas de entrepiso. Del análisis de sensibilidad con modelos adicionales, donde cada modelo omitió a su vez cada uno de los efectos anteriormente descritos, se obtuvo que, al no considerar las losas de entrepiso en el modelo, utilizando solamente restricciones de tipo diafragma, se genera una caída sensible de la resistencia lateral. La reducción de la rigidez a cortante de muros y la flexibilidad en la base tuvieron menor impacto, siendo los demás efectos poco relevantes en la respuesta global. Los modelos analizados sugieren un mecanismo de deformación con degradación de rigidez y degradación de resistencia.

En [34] se definió la sobrerresistencia como  $\Omega_o = V_{max}/V_d$ , igual a la razón entre la capacidad de carga lateral máxima obtenida del análisis de pushover entre el cortante que deriva del espectro de diseño reducido según la norma NCh433-Of.96 [82]. El Cuadro 31 muestra los resultados obtenidos. La resistencia máxima normalizada con respecto al peso sísmico  $V_{max}/W_s$  se alcanzó para derivas de techo de entre 0.6% y 1.0%. Se obtuvo que el valor de  $\Omega_o$  decrece al aumentar la altura de la edificación (misma tendencia observada en el Cuadro 30), siendo mayor para la dirección longitudinal en el caso del edificio de 17 niveles con configuración rectangular en planta, con valores similares en ambas direcciones para el edificio de 26 niveles con una configuración en planta más cuadrada.

Cuadro 31. Valores de sobrerresistencia en edificios residenciales analizados en [34].

Edif.	Número niveles	Factor $R$ (diseño)		$V_{max}/W_s$		Sobrerresistencia $\Omega_o$	
		Long.	Transv.	Long.	Transv.	Long.	Transv.
17N	17 (+ 2 sot.)	7.48	3.88	0.50	0.15	6.34	3.11
26N	26 (+ 4 sot.)	3.68	3.17	0.11	0.10	2.12	2.03

En [34] también se realizaron análisis de respuesta no lineal tiempo - historia (RHA) utilizando los registros el sismo de Chile de 2010 ( $M_w$  8.8). Se obtuvieron derivas globales máximas de 0.36% y 0.39% para los edificios de 17 y 26 niveles, respectivamente, valores por debajo de las derivas asociadas a las resistencias máximas alcanzadas según las curvas del análisis pushover, siendo coherentes con la respuesta esencialmente elástica observada. Mediante análisis de capacidad espectral, para los puntos de desempeño definidos en la intersección de las curvas de capacidad con el espectro de respuesta

utilizado para el RHA, se encuentra que los valores de periodos efectivo fueron mayores a los valores de periodo considerados en el diseño, siendo el alargamiento del periodo un factor que reduce los valores espectrales de aceleración considerandos para diseño.

En [90] se investigó el efecto del agrietamiento de muros en el periodo fundamental de 8 edificaciones residenciales a base de muros portantes ubicadas en la ciudad de Antofagasta, Chile, con alturas de entre 13 y 28 pisos, de los cuales 7 edificios son de 18 pisos o menos. Los modelos numéricos son basados en análisis dinámicos elásticos empotrados en la base analizados mediante el software ETABS, con muros y losas modelados con elemento finito. En el estudio se aplicaron diferentes modelos de agrietamiento a cada edificio, considerando muros agrietados en los 3 niveles inferiores (17-23% de la altura), excepto que se tomó 5 niveles agrietados para el edificio de 28 pisos (18% de la altura), considerando muros no agrietados en los niveles superiores. Esto obedece a que tras el terremoto de Chile de 2010 ( $M_w$  8.8) se observó daño estructural en los primeros dos niveles. Los autores indican que, al variar el número de pisos agrietados en el rango  $3 \pm 1$ , se tiene una variación del periodo menor al 10% para edificios menores o iguales a 18 niveles, en tanto que al variar de  $5 \pm 1$  pisos agrietados para el caso del edificio de 28 pisos, la variación es menor al 4%. El Cuadro 32 muestra los resultados de regresión lineal para la razón entre el periodo con sección agrietada  $T_{cr}$  y el periodo inicial  $T_o$ . Se obtuvo un valor promedio de  $T_{cr}/T_o$  igual a 1.3, valor representativo según los modelos de ACI 318 – 14.

Cuadro 32. Razón entre el periodo agrietado y el periodo no agrietado en edificios residenciales [90].

Modelo de agrietamiento	Rigidez relativa $I_e/I_g$		$T_{cr}$ (s) <sup>3)</sup> (regresión lineal)	$T_{cr}/T_o$ <sup>4)</sup>	
	Agrietado	No agrietado		$T_o = 0.5$ s	1.0 s
Adebar e Ibrahim [59]	$I_e/I_g$ <sup>1)</sup>	0.70	$1.35 T_o + 0.0448$	1.44	1.39
Paulay y Priestley [5]	$I_e/I_g$ <sup>2)</sup>	0.80	$1.28 T_o + 0.0347$	1.35	1.31
ACI 318 - 14 [41]	0.35	0.70	$1.25 T_o + 0.0302$	1.31	1.28
ACI 318 - 14 [41]	0.50	0.50	$1.26 T_o + 0.0164$	1.29	1.28
FEMA 356 [60]	0.50	0.80	$1.16 T_o + 0.0070$	1.17	1.17
Promedio			$1.26 T_o + 0.0266$	1.31	1.29

Notas: 1) El modelo considera para el tramo agrietado  $I_e = (0.2 + 2.5n)I_g \leq 0.7I_g$  y para el tramo no agrietado  $I_e = (0.6 + n)I_g \leq I_g$ . 2) El modelo considera para secciones agrietadas  $I_e = (100/f_y + n)I_g$ . 3) Tomado de [90]. 4) Valores calculados según las expresiones obtenidas de regresión lineal.

### 4.2.3 Edificios residenciales característicos de Perú y Colombia

En [91] se realizó una investigación la vulnerabilidad sísmica de siete edificios residenciales de 5 pisos de altura construidos en Perú, con densidades de muros en cada dirección entre 2 y 5%, con muros delgados de 10 cm de espesor armados con una sola malla de refuerzo electrosoldada más refuerzo vertical adicional en bordes no confinados, con losas de 12 cm de espesor. Se compararon análisis estáticos no lineales (pushover) con análisis dinámicos no lineales mediante modelos de fibras utilizando el programa de análisis PERFORM 3D. Se consideró además la interacción suelo - estructura. El mecanismo de falla principal para los estados límites de desempeño analizados se alcanzan primeramente en las vigas de acople, seguidamente de la falla por flexión en la zona inferior de muros. El tipo de detallado de vigas fue de una sola capa de refuerzo, sin confinamiento, por lo que el estudio recomienda una mejora en el detallado para el control de la falla por cortante. El estudio concluye que los análisis no lineales estáticos tienden a sobreestimar los parámetros de daño obtenidos para los análisis dinámicos no lineales.

En [92] se evaluó la vulnerabilidad sísmica de tres tipologías de edificios de uso residencial ubicados en la ciudad de Armenia, Colombia, considerando espesores de muros de 10, 12 y 15 cm para edificios de 5, 10 y 15 niveles, respectivamente, armados con acero mínimo en el alma a base de malla de refuerzo electrosoldada, con refuerzo vertical adicional en bordes, con bordes no confinados para los edificios de 5 y 10 niveles. Los edificios se diseñaron según la norma NSR-10 §A.6 [81] considerando un factor de reducción de las fuerzas elásticas de  $R = 5$ . Los modelos analizados suponen que la resistencia y rigidez lateral es proporcionada únicamente por los muros estructurales, despreciando el aporte de las losas de entrepiso, considerando solamente su efecto como diafragma rígido, simplificación que puede afectar sensiblemente la resistencia lateral [34], lo que explica los bajos valores de sobrerresistencia  $\Omega = V_{max}/V_{b.dis}$  obtenidos según análisis estáticos no lineales con modelos planos, siendo iguales a 4.1, 1.9 y 1.6 para los edificios de 5, 10 y 15 niveles, respectivamente. De acuerdo con análisis dinámicos no lineales, se presenta mayor vulnerabilidad en ausencia de refuerzo dúctil en el detallado, identificando un potencial modo de falla por aplastamiento en extremos de muros alados, atribuido a una pequeña porción de la longitud de muro, obteniéndose un mejor comportamiento al considerar una capacidad de deformación del concreto de  $\varepsilon_{cu} = 0.6\%$ .

#### 4.2.4 Edificios residenciales con sistema tipo túnel

En [37] se desarrolló una expresión empírica para la estimación del periodo fundamental de edificaciones construidas con la técnica de encofrado tipo túnel típicas de Turquía. Los estudios abarcan edificaciones de 5, 10, 12, 15, 18, 20 y 25 niveles con 20 diferentes configuraciones en planta tomados de planos constructivos, para un total de 140 variantes, idealizados mediante modelos tridimensionales de elemento finito (FEM). Se consideran muros de 12 cm de espesor para edificios de 15 pisos o menos, 15 cm para edificios con 18 niveles y 20 cm para alturas mayores. La altura típica de piso se consideró en 2.8 m. La expresión propuesta por los autores para la estimación del periodo es independiente del modo de oscilación, el cual está dado por  $T = Ch\sqrt{R}/(R_l^a + R_w^a)$ , donde  $h$  es la altura total de la edificación,  $R$  es la razón entre el lado largo y el lado corto del edificio,  $R_l^a$  y  $R_w^a$  son los índices de muros (área de muro entre área de entrepiso) orientados en la dirección longitudinal y transversal del edificio, respectivamente,  $C = 0.138$  y  $a = -0.4$  son estimadores obtenidos del análisis por regresión. La Figura 68(a) muestra los periodos de oscilación iniciales (sin agrietar) obtenidos para los modos de oscilación principales en función del número de niveles de la edificación para los modelos analizados. La Figura 68(b) muestra la comparativa entre periodo obtenido del modelo FEM y el periodo estimado.

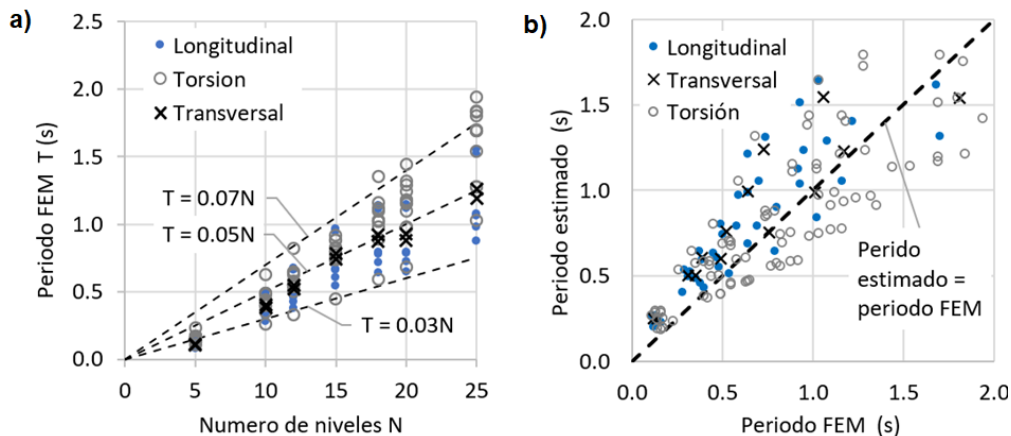


Figura 68. a) Periodos obtenidos del modelo FEM en función del número de niveles. b) Comparativa entre periodo del modelo FEM vs periodo estimados según [37].

La mayoría de los periodos mostrados en la Figura 68 se encuentran comprendidos entre las rectas  $T = 0.03N$  y  $T = 0.07N$ . Se tiene un predominio del periodo fundamental para el modo torsional (60% de los datos), siendo  $T = 0.05N$  un mejor estimador del periodo para el modo de oscilación transversal y en menor medida, para el modo de oscilación

longitudinal dada la mayor flexibilidad en el sentido largo. La baja densidad de muros en el sentido longitudinal de estos sistemas favorece una respuesta torsional reflejada en los modos de oscilación principales.

En [93] se investigó la influencia de la densidad de muros y de los elementos de borde confinantes en muros en el comportamiento sísmico de edificios residenciales con sistema tipo túnel de 5 y 10 niveles utilizando modelos tridimensionales no lineales de elemento finito mediante el software comercial PERFORM-3D. Se consideró un modelo base de edificio ( $M_0$ ) con muros de 20 cm de espesor, un segundo modelo con espesor de muros reducido a 15 cm ( $M_1$ ) y un tercer modelo que incluyó el confinamiento en bordes y acero de refuerzo concentrado en extremos ( $M_2$ ). Los modelos  $M_0$  y  $M_1$  consideraron muros con acero distribuido sin confinamiento en bordes. Los resultados indican que el requerimiento de un valor mínimo de área de muros en cada dirección principal igual al 3% del área de piso según el Estándar 2800 del Código Sísmico Iraní es conservador e innecesario.

La investigación de [93] indica que los elementos de borde no afectan significativamente la respuesta sísmica (periodos, formas modales y cortantes basales) y el nivel de desempeño de los edificios, siendo factible prescindir de ellos para los casos analizados, incluso para niveles de sacudida sísmica correspondientes al sismo máximo considerado (MCE). Mediante el análisis de balance energético con análisis tiempo historia para registros sintéticos asociados al MCE (con una aceleración pico de 0.52 g), se determina que la contribución individual a la energía total disipada es de 56.5% para el refuerzo central de muros, 37.8% para vigas de acople y de 6.8% para el refuerzo en bordes de muros en el caso del edificio de 5 niveles, porcentajes que cambian, en orden respectivo, a 61.8%, 24.5%, y 13.6% para el edificio de 10 niveles. Esto indica una mayor contribución de los elementos de borde en edificios de mayor altura con un modo de falla en muros predominantemente en flexión. De acuerdo con análisis estáticos no lineales que incorporan la no linealidad de muros y vigas de acople, se tiene una formación inicial de rótulas en vigas, siendo elementos fusibles que anticipan la incursión inelástica de muros.

### **4.3 Sobrerresistencia en sistemas MLP tipo cajón**

A mayor exceso de resistencia asignada a una edificación con respecto a la resistencia requerida por diseño, menor será su demanda de ductilidad (y menor su grado de daño)

para un nivel dado de sacudida sísmica, siendo la sobrerresistencia un parámetro relevante para caracterizar la respuesta sismorresistente de edificaciones con sistemas tipo cajón.

### 4.3.1 Factores que influyen en la sobrerresistencia

Un sistema estructural puede presentar mayor o menor exceso de resistencia atribuible a múltiples factores. Bajo el enfoque propuesto por FEMA 450 [78] puede establecerse tres categorías de sobrerresistencia, asociadas al diseño ( $\Omega_D$ ), al material ( $\Omega_M$ ) y al sistema ( $\Omega_S$ ), donde el factor por sobrerresistencia está dado por:

$$\Omega_o = \Omega_D \Omega_M \Omega_S \quad (4.1)$$

La sobrerresistencia por diseño  $\Omega_D$  incluye los factores que afectan la resistencia asignada por diseño, por ejemplo, el factor de importancia de una edificación según su uso. El diseño basado en factores de incremento de carga y reducción de resistencia (LRFD) considera factores según el tipo de carga, ya sea sostenida (gravitacional), transitoria (viento, tránsito vehicular) o accidental (sismo), lo cual favorece una asignación de resistencia que no es exigida de forma plena para solicitaciones de carga lateral. El patrón de carga lateral real con respecto al supuesto en el diseño puede incrementar o reducir la sobrerresistencia. Si la respuesta del sistema es inelástica, los efectos de confinamiento generan un aumento de la resistencia ante demandas altas de ductilidad y de carga axial. Las consideraciones de modelado y análisis estructural que simulan el modelo real a nivel de: interacción con el medio en apoyos, flexibilidad de vínculos, torsión accidental, rigidez en materiales, diafragmas, elementos y uniones, distribución de carga, entre otros, pueden alterar la sobrerresistencia obtenida analíticamente. El exceso de resistencia puede darse por estructuraciones regidas por requisitos funcionales, por cumplimiento de requisitos de control de deriva o por sobredimensionamiento por restricción de tamaños disponibles en el mercado. La sobrerresistencia por diseño puede reducirse ante un mal detallado (carencia de confinamiento, poca longitud de anclaje, efecto fusible a nivel conexiones y uniones) o por una estructuración deficiente que presenta pisos blandos, columnas cortas, irregularidades graves o elementos muy esbeltos.

La sobrerresistencia debido al material  $\Omega_M$  considera que la resistencia real es mayor a la resistencia nominal especificada según el estándar de calidad del material. También debe considerarse que los modelos de falla de materiales resultan en envolventes conservadoras

al ser contrastadas contra pruebas experimentales. En el caso de ciertos aceros de refuerzo, a mayor deformación requerida para alcanzar cierto nivel de ductilidad, habrá un incremento en la resistencia del material debido al efecto del endurecimiento por deformación. Por otro lado, los protocolos de carga cuasi estáticos en un solo plano, ampliamente utilizados en pruebas experimentales de las que derivan las propiedades nominales de materiales y algunos modelos empíricos de plasticidad adoptados en el análisis no lineal de estructuras, permiten una degradación gradual de la rigidez y de la resistencia con una mayor disipación de la energía histerética en contraste con los ciclos reales producto de la acción sísmica que pueden contener largas amplitudes iniciales, altos contenidos de frecuencia y ciclos parciales de reversión de carga, lo que incide en una menor propagación de la plasticidad y agrava efectos tales como la fatiga de bajo ciclaje. Los efectos degradantes de la naturaleza cíclica y aleatoria de la excitación sísmica pueden ser compensados en parte por el efecto favorable de la acción dinámica en la resistencia del material inherente a la velocidad de deformación.

La sobrerresistencia del sistema  $\Omega_S$  se incrementa al existir redundancia estructural, lo que implica que la estructura puede generar mecanismos de transferencia de carga alternos al existir hiperestaticidad con una cantidad considerable de líneas de defensa resistentes. El incremento de sobrerresistencia atribuido a cambios en la respuesta lineal dinámica del sistema incluyen los efectos de la interacción suelo – estructura ante pequeñas deformaciones en la base que incrementan el periodo y el amortiguamiento. En el rango no lineal, los cambios en la respuesta dinámica incluyen el alargamiento de periodos debido a la degradación de rigidez lateral, incluyendo variaciones no lineales en la interacción suelo – estructura producto de sacudidas sísmicas moderadas a fuertes. Ante cambios en la respuesta modal que genera la incursión no lineal, bajo una adecuada redundancia, se da una redistribución de los flujos de carga hacia elementos y componentes con menor degradación de rigidez y resistencia, degradación que es mayor conforme el sistema estructural incursiona progresivamente en su rango no lineal. Por otro lado, puede darse un incremento de resistencia en el sistema al existir elementos estructurales y no estructurales no considerados en el diseño, según el nivel de precisión del modelo de análisis. La geometría real puede diferir de la geometría especificada en planos debido a tolerancias o ajustes mayores en el proceso de construcción, lo que afecta la resistencia global. En el caso de sistemas con altas demandas de ductilidad, la formación de un

mecanismo de rotulación plástica múltiple favorece el aporte local de sobrerresistencia de las regiones plásticas en la capacidad global.

El factor de sobrerresistencia  $\Omega_o$  también puede ser expresado en términos de dos componentes que dependen del nivel de deformación alcanzado por el sistema:

$$\Omega_o = \Omega_e \Omega_i \quad (4.2)$$

Donde  $\Omega_e$  es el factor de sobrerresistencia elástica que se desarrolla en el rango lineal de deformación y  $\Omega_i$  es el factor de sobrerresistencia inelástica que incluye los efectos de plasticidad por incursión inelástica, tal como el endurecimiento por deformación en el acero de refuerzo, la redistribución plástica (con formación secuencial de rótulas) y los efectos de confinamiento en la rama no lineal de deformación de los materiales. El factor de sobrerresistencia elástica puede expresarse como:

$$\Omega_e = \Omega_{e.min} \cdot \Omega_R \quad (4.3)$$

Donde  $\Omega_{e.min}$  es el factor de sobrerresistencia elástica mínima que excluye los efectos incluidos en el factor  $\Omega_R = \phi R_n / R_u$  asociados al exceso de capacidad por diseño ( $\phi R_n$  para la capacidad nominal reducida) sobre la demanda de capacidad ( $R_u$ ) debido, por ejemplo, a un diseño regido por acero mínimo con estructuraciones que obedecen a requisitos funcionales o al sobredimensionamiento para el cumplimiento de derivas o deformaciones permisibles. Para el caso de elementos en flexión,  $\Omega_R = \phi M_n / M_u$ . La sobrerresistencia debido al factor de reducción de resistencia  $\phi$  es incluida en el factor  $\Omega_{e.min}$ .

En el Cuadro 33 se muestran rangos de valores de sobrerresistencia para sistemas estructurales a base de muros según la respuesta sísmica predominante. Se distingue las fuentes de sobrerresistencia según el nivel de demanda de ductilidad esperado para el sistema. Para cada fuente de sobrerresistencia se considera un valor mínimo de 1.05, basado en la investigación previa [94]. Los valores de sobrerresistencia consideran que el sistema mantiene su estabilidad local y global hasta alcanzar su capacidad máxima (baja influencia de los efectos de segundo orden), evitando además posibles mecanismos de falla frágil asociados a cortante, defectos constructivos sensibles en la capacidad estructural producto del error humano, falla por adherencia del acero de refuerzo, así como efectos torsionales debido a irregularidades importantes, considerando edificaciones apegadas a las buenas prácticas de diseño y construcción.

Cuadro 33. Valores de sobrerresistencia en sistemas estructurales a base de muros.

Respuesta	Diseño $\Omega_D$	Material $\Omega_M$	Sistema $\Omega_S$	$\Omega_o$ [prom]
Esencial- mente elástica $\mu: 1 - 1.25$	Factores LRFD: Flexión ( $1/\phi$ ): 1.11	Resistencia real vs nominal: 1.13 <sup>2)</sup>	Redundancia: 1.05	$\Omega_R \times$ (1.52 a 1.75) [1.6]
	Cargas reales vs cargas diseño: 1.05 – 1.10	Acción dinámica real vs idealizada en incremento neto de $R_n/R_u$ : 1.00	Cambios en respuesta lineal dinámica: 1.05 – 1.10	
	Exceso de resistencia asociada a $\Omega_R$ : $\geq 1.00$		Geometría real vs especificada, sistemas estructurales y no estructurales no considerados: 1.05 – 1.10	
$\Omega_{e.min}$ : 1.52 a 1.75 [1.6 en promedio]				
Inelástica (ductilidad baja a moderada) $\mu: 1.5 - 2.0$	$\Omega_{e.min}$ : 1.52 a 1.75			
	Efectos de confinamiento: 1.05	Endurecimiento por deformación: 1.10 <sup>1)</sup>	Cambios en respuesta no lineal dinámica: 1.05 – 1.10	1.85 a 2.22 [2.0]
	$\Omega_{e.min}$ : 1.52 a 1.75			
Inelástica (dúctil) $\mu \geq 3.0$	Efectos de confinamiento: 1.10	Endurecimiento por deformación: 1.30 <sup>2)</sup>	Cambios en respuesta no lineal dinámica: 1.05 – 1.15	2.28 a 2.88 [2.6]
			Mecanismo plástico completo: 1.05 <sup>1)</sup>	

Notas: 1) Valores recomendados por Mitchell et al. [94]. 2) Basado en acero G60 ASTM A706.

Considerando los datos del Cuadro 33, para sistemas con respuesta esencialmente elástica, la sobrerresistencia aumenta conforme aumenta el exceso de resistencia atribuido a la componente  $\Omega_R$  de sobrerresistencia elástica, factor que es significativo en sistemas tipo cajón regidos por cuantías de acero mínimo según el número de niveles y la densidad de muros, por lo que su valor debe ser estimado para cada caso particular. Considerando  $\Omega_R =$

1, se tiene un rango de valores de  $\Omega_e$  entre 1.5 y 1.8 con un valor promedio de 1.6, cercano al valor mínimo (1.5) del rango de valores de sobrerresistencia considerado en [78] para sistemas a base de muros portantes. Estos valores son cercanos a los obtenidos en [33] considerando los valores de sobrerresistencia elástica promedio (Cuadro 30) para edificios de media (17 niveles) y gran altura (26 niveles).

La sobrerresistencia alcanzada por un sistema incrementa conforme la respuesta incursiona en el rango no lineal según el Cuadro 33, siendo los valores promedio de  $\Omega_o$  iguales a 2.0 y 2.6 para una respuesta moderadamente dúctil y dúctil, respectivamente, siendo coherente con el aumento del valor de sobrerresistencia en función del nivel de ductilidad que suponen algunas normas de diseño [80]. Por otro lado, si un diseño considera la reducción de fuerzas sísmicas suponiendo el desarrollo de ductilidad, habrá menor asignación de resistencia al sistema y por lo tanto menor sobrerresistencia con respecto a la resistencia nominal asignada, por lo que debe limitarse el factor de reducción de fuerzas por sobrerresistencia para evitar demandas de ductilidad sensiblemente mayores al valor de ductilidad supuesto en el diseño. De los estudios de [33], [34] y [92], se tiene que la sobrerresistencia de edificios con sistema tipo cajón tiende a reducirse al incrementar el número de niveles del sistema. Esto puede atribuirse a que la sobrerresistencia por exceso de capacidad  $\Omega_R$  es mayor en edificios con sistema tipo cajón de baja altura que son regidos por requisitos mínimos (siendo insensible al factor de reducción de fuerzas de diseño), margen que se reduce conforme la demanda de resistencia se aproxima a aquella capacidad asignada con fuerzas reducidas a partir de edificios de media altura.

### 4.3.2 Reducción de fuerzas por sobrerresistencia

En un sistema con respuesta elástica para cierto nivel de sacudida sísmica no se desarrolla sobrerresistencia debido al desarrollo de plasticidad de los materiales, ni a cambios en la respuesta no lineal dinámica a nivel de sistema, siendo el factor de sobrerresistencia  $\Omega_o$  igual a la sobrerresistencia elástica  $\Omega_e$ . Esto se ilustra en la Figura 69, la cual muestra esquemáticamente, las curvas espectrales de capacidad y de demanda sísmica con reducción por ductilidad de un edificio de muros que presenta una respuesta elástica ( $\mu = 1$ ) para la demanda sísmica de diseño. La fuerza sísmica reducida para la revisión de fuerzas en sistemas con respuesta elástica para una demanda sísmica dada debe considerar un factor de reducción por sobrerresistencia coherente con el comportamiento esperado. Si

se considera un factor de sobrerresistencia  $\Omega_o > \Omega_e$  para la reducción de fuerzas de diseño en sistemas con respuesta elástica, se requiere escalar dichas fuerzas por la razón  $\Omega_o/\Omega_e$  en la asignación de resistencia a cortante.

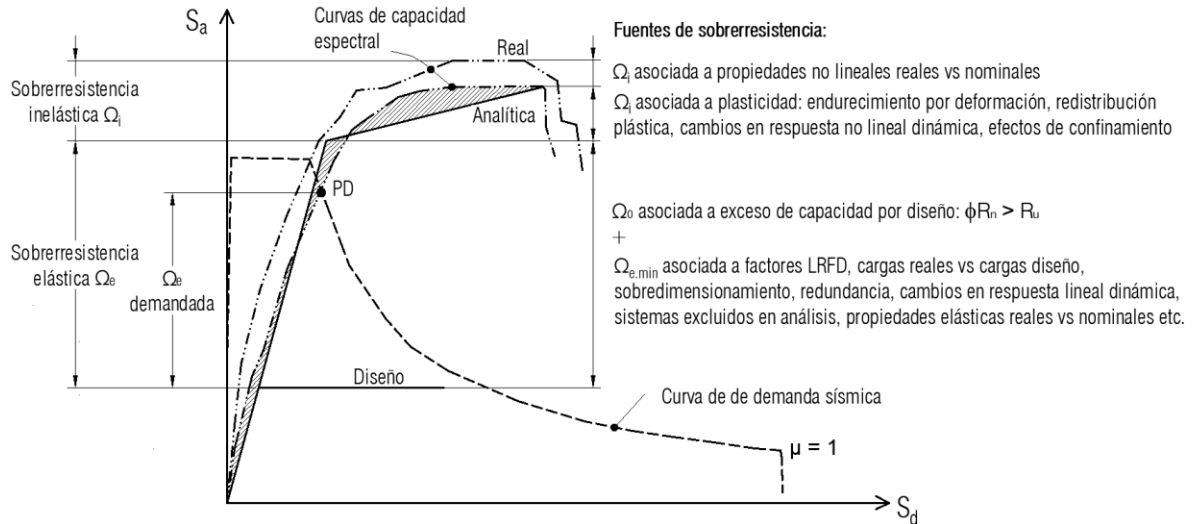


Figura 69. Sobrerresistencia en sistemas con respuesta elástica.

Para sistemas de ductilidad restringida, en [5] se recomienda que la fuerza de diseño reducida a cortante  $V_u$  según normas sea escalada a la correspondiente a una demanda elástica,  $\mu_\delta V_u / \phi$  (con  $\phi = 1$  para la estimación de límite superior de la resistencia requerida), la cual no necesita ser mayor a la fuerza de diseño amplificada por la razón de capacidad - demanda a flexión del muro e incrementada por los efectos dinámicos de modos superiores. El uso de un factor de ductilidad  $\mu_\delta$  en la amplificación de fuerzas es basado en el principio de igual desplazamiento de forma conservadora. De acuerdo con lo expuesto, para muros de sistemas MLP tipo cajón, en la región crítica donde se espera el desarrollo de plasticidad, puede amplificarse la demanda de capacidad para la verificación de la resistencia a cortante según la expresión:

$$\phi V_n \geq \frac{SR}{\Omega^*} \mu_\delta V_u \tag{4.4}$$

Donde  $\Omega^* = SR$  para  $\mu_\delta > 1$ ,  $\Omega^* = 1.6$  para  $\mu_\delta = 1$ ,  $\mu_\delta = \mu_{GA}$  es la ductilidad global asignada de diseño y  $SR$  es el factor sobrerresistencia, definidos según el CSCR [1],  $V_u$  es la fuerza cortante según análisis. El valor de  $\Omega^*$  considera un valor del factor de sobrerresistencia elástica  $\Omega_e = \Omega_{e,min} \cdot \Omega_R = 1.6$ , con  $\Omega_R = 1$  sin considerar el exceso de resistencia por flexión que no es atribuible a la resistencia por cortante, con  $\Omega_{e,min} = 1.6$

según el valor medio tomado del Cuadro 33. La verificación a cortante según la Ec. 4.4 pretende que, en sistemas con respuesta elástica, las fuerzas cortantes de diseño sean reducidas solamente por aquel valor de sobrerresistencia que puede desarrollarse sin considerar los efectos de plastificación del material y del sistema, descontando el exceso de resistencia por flexión.

#### 4.4 Ductilidad en sistemas MLP tipo cajón

Dada la naturaleza cíclica y aleatoria de las solicitaciones sísmicas, en un sistema sismorresistente se debe asegurar una capacidad mínima de deformación inelástica de sus elementos y uniones. A nivel local, el comportamiento dúctil para elementos gobernados por desplazamientos puede lograrse si los elementos pueden mantener al menos el 80% de su capacidad máxima cuando sus deformaciones alcanzan el doble de la deformación de cedencia [1] (Figura 70), lo que implica que  $\mu_{\delta} \geq 2$ .

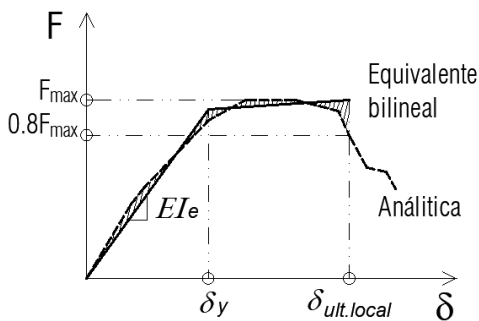


Figura 70. Aproximación bilineal de la curva carga – desplazamiento en zonas plásticas.

Con base al análisis de campañas experimentales, en la sección 3.4 se determinó una expresión para estimar la ductilidad por desplazamiento para falla por compresión en bordes de muros delgados regidos por flexión ligeramente reforzados, la cual se reescribe a continuación:

$$\mu_{\delta,c} = 1 + 8.5 \sqrt{\frac{\lambda_c k_\rho}{\left(\frac{c}{t_w} \frac{h_w}{l_w}\right)}} \quad (4.5)$$

Para lograr una respuesta dúctil puede ser necesario el confinamiento en bordes ( $\lambda_c > 1$ ) acompañado de un incremento de la cuantía de acero vertical en bordes (tal que  $k_\rho \rightarrow 1$ ), sobre todo para valores altos de la razón de aspecto  $h_w/l_w$  y de la razón de esbeltez de la

zona de compresión  $c/t_w$ . En edificios con sistemas tipo cajón de gran altura, las restricciones geométricas junto a niveles elevados de carga axial pueden limitar el desarrollo de ductilidades locales  $\mu_{\delta,c} \geq 2$ , aun para niveles moderados a altos de confinamiento, siendo impráctico en estos casos incrementar la cuantía de acero transversal en bordes. Una salida apropiada es limitar la demanda de ductilidad hacia una respuesta más elástica para mantener un margen adecuado con respecto a la capacidad intrínseca de desplazamiento del sistema. Mediante la Ec. 4.5, la ductilidad local que puede alcanzar los muros de sistemas MLP tipo cajón pueden ser estimados preliminarmente bajo ciertas aproximaciones razonables de la profundidad relativa de la zona de compresión y del nivel de carga axial asociado, según se detalla a continuación.

Puede estimarse  $c/l_w = c_1 + c_2 n$  calculada según la sección 3.2.5 para muros rectangulares y para muros alados con sección transversal tipo “T” o “L” con el alma en compresión. En muros alados, el ancho sobresaliente efectivo del ala a cada lado del alma se toma no mayor a la mitad de la distancia entre almas de muros adyacentes. Tomando  $b$  igual al ancho total efectivo de ala, valores de  $b/l_w \leq 0.5$  son casos típicos según las configuraciones en planta del inventario de edificios residenciales mostradas en el Anexo 1. Para el caso de muros con ala en sus dos extremos, es conservador tomar valores de  $c/l_w$  calculados para una sección rectangular de igual longitud. La razón de carga axial  $n = P_u/(A_g f'_c)$  puede estimarse como:

$$n = \frac{[f_A A_{f,t} w_u + 1.05 \cdot 1.1 \rho_m A_{f,t} (h_s - t_s) \gamma_c] 1.33 N}{\rho_m A_{f,t} f'_c} \quad (4.6)$$

Para la determinación de la carga mayorada  $P_u$ , se considera una altura de piso  $h_s$  igual a 2.8 m, una losa de concreto de entrepiso típica con espesor  $t_s$  de 15 cm, una carga permanente sobrepuesta de 150 kg/m<sup>2</sup> y una carga temporal de 200 kg/m<sup>2</sup>, lo que resulta en una carga gravitacional mayorada de entrepiso para la condición de sismo  $w_u$  igual a 0.636 ton/m<sup>2</sup> ( $1.05CP + 0.5CT$ ). Considerando un área tributaria de entrepiso uniforme  $A_{f,t}$ , el área gruesa de muro puede expresarse como  $A_g = \rho_m A_{f,t}$ , siendo  $\rho_m$  la densidad de muros. Se incluye un factor de incremento de  $f_A$  en el área de entrepiso que tributa hacia los muros más cargados, más un factor de amplificación de la carga axial gravitacional en muros igual a 1.33 dado por el efecto de acoplamiento entre muros ante cargas sísmicas.

De acuerdo con la práctica constructiva de sistemas MLP tipo cajón se considera: i) espesores de muros de 12 cm, 15 cm, 17 cm, 20 cm y 22 cm para edificios de 5 a 6, 7 a 15, 16 a 19, 20 a 23 y 24 a 25 niveles, respectivamente; ii) resistencias  $f'_c$  iguales a 210, 245 y 280 kg/cm<sup>2</sup> para edificios de 5 a 11, 12 a 17, 18 a 25 niveles, respectivamente; iii) cuantías de acero vertical  $\rho_b$  en bordes no confinados ( $\lambda_c = 1$ ) iguales a 0.25% para edificios de 5 a 7 niveles ( $k_\rho$ : 0.57 - 0.59), de 0.32% para edificios de 8 a 17 niveles ( $k_\rho$ : 0.69 - 0.73) y de 0.36% para edificios de 18 a 25 niveles ( $k_\rho$ : 0.71 - 0.72); iv) Para bordes con confinamiento básico ( $\lambda_c = 1.5$ ) y moderado ( $\lambda_c = 2.5$ ) se toma  $k_\rho = 1$  considerando una cuantía apropiada de acero en flexión en bordes. Se considera  $f_A = 1.5$  para los muros principales.

La Figura 71 muestra la relación entre la ductilidad local por desplazamiento  $\mu_{\delta,c}$  (Ec. 4.5) en muros principales y el número de niveles  $N$  para los datos de edificios descritos previamente para  $\rho_m$  entre 0.05 y 0.07. Se muestra los rangos usuales en las geometrías de muros comprendidas entre secciones rectangulares y secciones aladas con ancho efectivo total de ala no mayor a  $0.5l_w$ . Para un mismo número de niveles, la ductilidad por desplazamiento es más sensible al efecto del confinamiento en bordes (comparando los diferentes rangos mostrados en las gráficas (a) y (b) según tipo de confinamiento), que al efecto geométrico del ala (comparando los valores dentro de cada rango según sea sección rectangular o alada) o al efecto de la densidad de muros (comparando gráficas (a) y (b)). Nótese que para alcanzar  $\mu_{\delta,c} \geq 2$ , se requiere al menos un confinamiento básico en extremos de almas de muros alados para edificios de media altura ( $N > 9$ ), y un confinamiento moderado en el caso de edificios de gran altura ( $N > 20$ ).

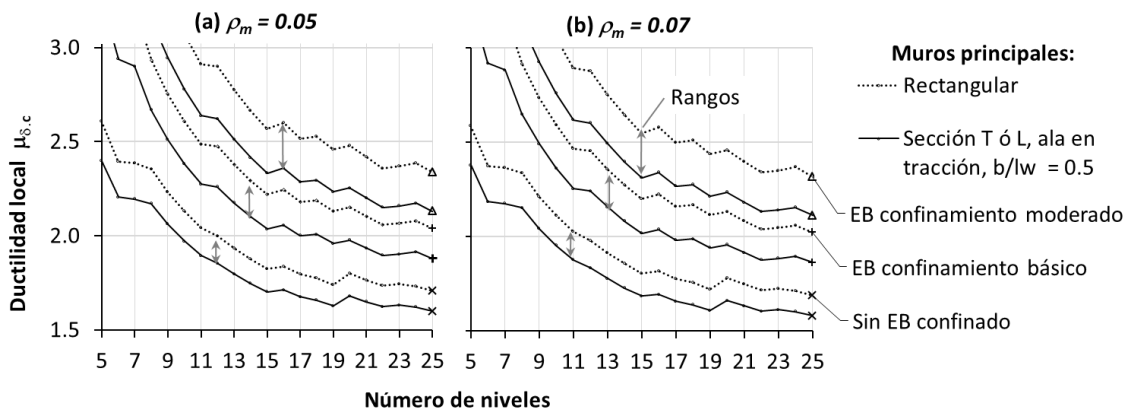


Figura 71. Ductilidad por desplazamiento en muros de sistemas MLP tipo cajón.

## 4.5 Deriva global mínima

Puede establecerse un nivel mínimo de deformación en términos de deriva global. La capacidad de deriva elástica para un muro en voladizo regido por flexión de acuerdo con el modelo descrito en la sección 3.3.3 está dada por  $\delta_y/h_w = Ck_{cr}k_\rho\phi_y h_w$ , donde  $k_\rho \leq 1$  es un factor asociado a la capacidad de generar un agrietamiento bien distribuido según la cuantía de refuerzo vertical. Tomando  $\phi_y = 0.0035/l_w$ , valores de  $C = 11/40$  y  $k_{crN} = 0.73$  para sistemas de MGL, se tiene la deriva global elástica  $\delta_y/h_w = 0.0007k_\rho h_w/l_w$ . La capacidad mínima de deriva global inelástica asociada al doble de la deformación de cedencia nominal en los muros principales del sistema de longitud  $l_{w,max}$  tal que  $\mu_\delta \geq 2$  es  $\delta_{u,min}/h_w = 2\delta_y/h_w = 0.0014k_\rho h_w/l_{w,max}$ . Para edificios con sistema tipo cajón de baja altura (con  $k_\rho = 0.7$  para cuantías cercanas al acero mínimo) puede establecerse un valor máximo de  $\delta_{u,min}/h_w$  en edificios de hasta  $N = 7$  niveles (con valores de  $h_w = Nh_s = 7 \cdot 3 \text{ m} = 21 \text{ m}$  y  $l_{w,max} \geq 6.0 \text{ m}$ , siendo  $h_w/l_{w,max} \leq 3.5$ ) igual a  $0.0014 \cdot 0.7 \cdot 3.5 \approx 0.0035$  y en edificios de hasta 10 niveles (con valores típicos de  $h_w/l_{w,max} \leq 5.0$ ) un valor máximo de  $\delta_{u,min}/h_w = 0.0014 \cdot 0.7 \cdot 5 \approx 0.005$ , obteniéndose por interpolación lineal que  $\delta_{u,min}/h_w = 0.0005N$ . A partir de  $N > 10$  puede extrapolarse la expresión anterior, siendo  $\delta_{u,min}/h_w$  proporcional a  $N$ .

De acuerdo con lo anterior se propone la deriva global mínima como:

$$0.0035 \leq \frac{\delta_{u,min}}{h_w} = 0.0005N \leq 0.0065 \quad (4.7)$$

El límite inferior de 0.0035 rige para edificios menores a 7 niveles, en tanto que el límite superior de 0.0065 rige para edificios mayores a 13 niveles. El ACI 318 [41] define un valor mínimo de deriva global  $\delta_u/h_w$  igual 0.005 para asegurar una capacidad mínima de deformación al establecer requisitos para confinamiento en bordes de muros bajo un enfoque por desplazamientos, aplicando un factor de 1.50 para escalar el desplazamiento último con aquel generado por el sismo máximo considerado pretendiendo una baja probabilidad de colapso, lo que amplifica la deriva mínima a un valor de 0.0075. En la presente investigación para sistemas tipo cajón se adopta un valor de deriva global mínima no mayor a 0.0065. Un valor máximo de deriva global de 0.0065 es propuesto en [95] para un nivel de desempeño de seguridad de vida en sistemas tipo túnel, siendo un límite conservador al tomarse como cota inferior de la deriva global mínima.

#### 4.6 Densidad mínima de muros

Los muros portantes de los sistemas MLP tipo cajón, según el número de niveles y la densidad de muros, pueden experimentar altas cargas axiales, efecto que influye en la capacidad de desplazamiento y el nivel de ductilidad que pueden desarrollar. Despejando  $\rho_m$  de la Ec. 4.6 con  $h_s - t_s = 2.8 \text{ m} - 0.15 \text{ m} = 2.65 \text{ m}$ ,  $\gamma_c = 2.4 \text{ ton/m}^3$ ,  $w_u = 0.636 \text{ ton/m}^2$  y  $f_A = 1.5$  puede obtenerse una densidad mínima de muros  $\rho_{m.min}$  en sistemas tipo cajón:

$$\rho_{m.min} = \frac{1}{8} \frac{1}{nf'_c/N - 1} \quad (4.8)$$

La expresión anterior determina el límite inferior para la densidad de muros  $\rho_m \geq \rho_{m.min}$  en función de la resistencia  $f'_c$  (en  $\text{kg/cm}^2$ ), el número de niveles  $N$  y la razón de carga axial  $n$ . Puede estimarse un valor apropiado de  $n$  para muros delgados esbeltos gobernados por desplazamientos [1] considerando los factores geométricos y de detallado que afectan a muros delgados bajo cargas axiales moderadas a altas. A partir de la Ec. 4.5 considerando  $\mu_{\delta,c} = 2.0$  y un valor de  $c/l_w = c_1 + c_2 n$  (sección 3.2.5) se tiene la razón de carga axial máxima:

$$n_{max} = \frac{72}{c_2} \lambda_c k_\rho \frac{t_w}{h_w} - \frac{c_1}{c_2} \quad (4.9)$$

La expresión anterior determina el límite superior para la razón de carga axial  $n \leq n_{max}$  en función de la condición del confinamiento en bordes dada por  $\lambda_c$ , de la razón de esbeltez  $t_w/h_w$ , de la cuantía de acero vertical dada por  $k_\rho$  y de los parámetros de resistencia de materiales implícitos en  $k_\rho$ ,  $c_1$  y  $c_2$ .

Como ejemplo numérico, puede estimarse la densidad mínima de muros  $\rho_{m.min}$  según la Ec. 4.8 requerida en sistemas MLP tipo cajón para valores de la razón de carga axial de: i)  $n = 0.20$  (límite superior sugerido por [20] para muros), ii)  $n = 0.40$  (valor máximo sugerido por el Eurocódigo 8 [47] para la revisión sismorresistente de clases de muros de ductilidad moderada) y iii)  $n = n_{max}$  (Ec. 4.9) según la condición de confinamiento en bordes ( $\lambda_c = 1.0$  para EB no confinados,  $\lambda_c = 1.5$  para EB con confinamiento básico y  $\lambda_c = 2.5$  par EB con confinamiento moderado). Se consideran rangos usuales en las geometrías de muros comprendidas entre secciones rectangulares y secciones aladas con ancho efectivo total de ala no mayor a  $0.5l_w$ . Para los valores de los demás parámetros necesarios se consideran

los datos típicos para sistemas MLP tipo cajón descritos en la sección previa. La Figura 72 muestra los resultados de graficar  $\rho_{m.min}$  Ec. 4.8 según el número de niveles.

De acuerdo con la Figura 72, los valores de densidad mínima calculados para  $n = 0.20$  subestiman los valores calculados según  $n = n_{max}$  (asociado a  $\mu_{\delta,c} = 2.0$ ) en muros sin confinamiento en bordes para  $N > 9$  aun considerando la banda baja del rango de geometrías correspondiente a muros rectangulares. Los valores de  $\rho_{m.min}$  calculados para  $n = 0.40$  se ajustan dentro de los rangos para muros alados con confinamiento moderado en el borde del alma a partir de edificios de media altura. Las densidades típicas de sistemas tipo cajón oscilan entre 0.05 y 0.10, para este rango se requiere de al menos un confinamiento básico a partir de edificios de media altura ( $N > 9$ ), si se requiere obtener una respuesta dúctil en muros.

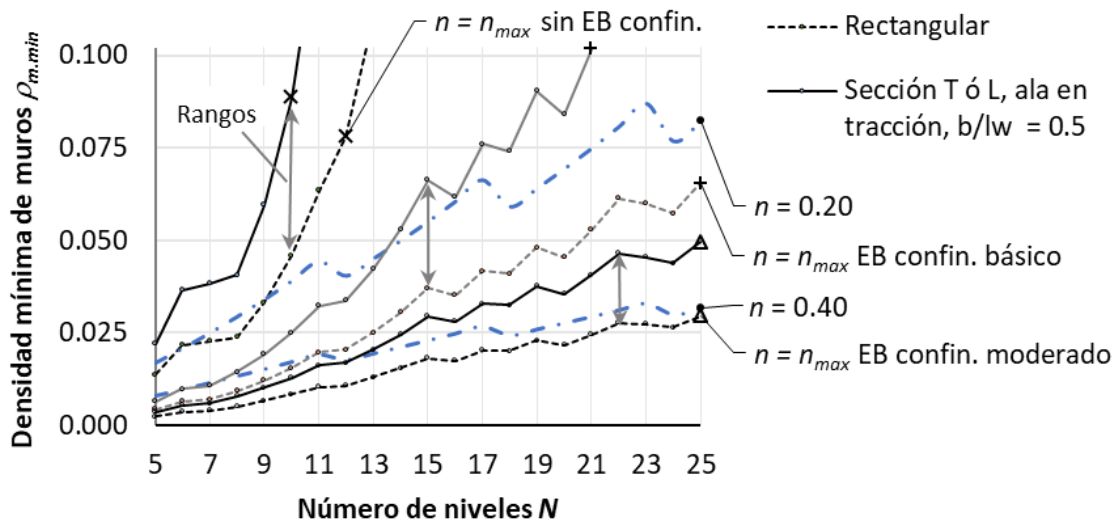


Figura 72. Densidad mínima de muros en sistemas MLP tipo cajón.

De acuerdo con el análisis previo, para sistemas MLP tipo cajón con densidades de muros  $\rho_m$  usuales entre 0.05 y 0.10, un límite del nivel máximo de carga axial de  $n = 0.20$  resulta ser apropiado al evaluar la Ec. 4.8 considerando niveles de confinamiento básico a partir de edificios de media altura, mayor a 9 niveles.

## 4.7 Periodo de vibración de sistemas MLP tipo cajón

Se describe en este apartado un modelo predictivo del periodo de vibración traslacional, evaluado según mediciones de periodo en edificaciones reales y a partir de modelos numéricos de investigaciones afines. El modelo es utilizado posteriormente para la estimación de desplazamientos y derivas globales asociados a espectros de diseño sísmico.

### 4.7.1 Periodo fundamental traslacional

Para la estimación de la respuesta dinámica de edificios con losas planas con muros portantes regidos por flexión, se utiliza el modelo matemático propuesto en [72] modificado por [75] (ver derivación en el Anexo 4) el cual supone un sistema equivalente con distribución uniforme de masa y rigidez cuyo periodo fundamental es dado por:

$$T = \frac{2\pi h_w}{1.875^2 \sqrt{1 + (\alpha H / 1.875)^2}} N \sqrt{\frac{w_s h_s A}{gpEI}} \quad (4.10)$$

Donde  $h_w$  es la altura de los muros del sistema,  $H$  se toma igual a la altura total del edificio,  $H = h_w$ ,  $h_s$  es la altura de piso,  $w_s$  es el peso sísmico por unidad de área,  $A$  es el área total de muros alineados en la dirección de análisis,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  es la aceleración de la gravedad,  $p = A/A_f$  es el índice de muros,  $A_f$  es el área de piso,  $EI$  es la suma de las rigideces a flexión de los muros,  $\alpha^2 = ((GA) + \eta)/EI$ , donde  $(GA)$  es la rigidez efectiva a cortante de la componente asociada a marcos resistentes a momento definida según [72] siendo  $(GA) = 0$  para edificios sin marcos,  $\eta$  es un factor de rigidez rotacional a flexión de los elementos horizontales que interconectan muros [75],  $\alpha H$  es el factor de comportamiento que determina el modo de deformación dominante del sistema.

Puede definirse un sistema auxiliar con una distribución homogénea de muros de sección rectangular uniforme equivalente a un sistema conformado por muros de sección transversal arbitraria (configuraciones tipo  $L$ ,  $T$ ,  $U$  o combinación de estas) con distribución no homogénea, en donde ambos sistemas posean el mismo periodo (Ec. 4.10), según muestra la Figura 73. La longitud del muro del sistema equivalente se define como longitud característica de muro, estimado según la expresión  $l'_w = \sqrt{12I/A}$ . Para un sistema con una distribución homogénea de muros compuesto de  $n$  muros de sección rectangular en una dirección principal dada, se tiene  $A = nt_w l_w$ ,  $I = nt_w l_w^3 / 12$ , por lo que  $l'_w = l_w$ .

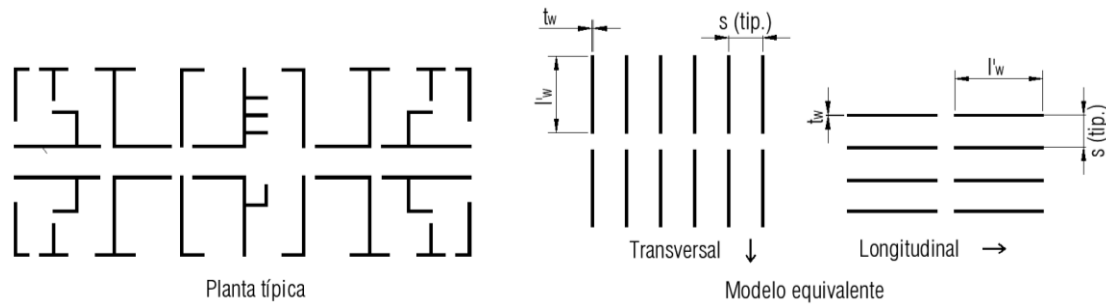


Figura 73. Modelo equivalente basado en la longitud característica de muro.

#### 4.7.2 Alargamiento del periodo debido al agrietamiento

El agrietamiento de los elementos sismorresistentes en edificios de concreto reforzado genera una degradación de la rigidez lateral, lo que modifica sus periodos de vibración. Para edificios con predominio de muros portantes esbeltos regidos por flexión puede definirse un factor de agrietamiento en muros dado por  $\gamma_{cr} = \sqrt{k_g/k_e}$ , siendo  $k_g = EI_g$  la rigidez lateral por flexión basada en la sección gruesa de muros y  $k_e = EI_{ef}$  la rigidez lateral efectiva de muros considerada uniforme en toda su altura. El Cuadro 34 muestra los valores de  $\gamma_{cr}$  calculados según los valores de la razón de rigidez efectiva  $EI_{ef}/EI_g$  correspondientes a diferentes modelos de agrietamiento. Para niveles de carga axial bajos a moderados ( $n$ : 0 - 0.10) y moderados a altos ( $n$ : 0.10 - 0.20) se obtienen valores medios de  $\gamma_{cr}$  iguales a 1.47 y 1.27, respectivamente.

Cuadro 34. Valores del factor de agrietamiento según diferentes modelos.

Modelo de agrietamiento	$n = \frac{P_u}{f'_c A_g}$	$EI_{ef}/EI_g$ (promedio) <sup>1)</sup>	$\gamma_{cr} = \sqrt{EI_g/EI_{ef}}$
Adebar e Ibrahim [59]	0.00 – 0.10	0.45	1.50
	0.10 – 0.20	0.66	1.23
Paulay y Priestley [5]	0.00 – 0.10	0.48	1.44
	0.10 – 0.20	0.59	1.30
ACI 318 [41]	–	0.48	1.44
FEMA 356 [60]	–	0.63	1.26

Notas: 1) Valores tomados del Cuadro 26, sección 3.2.4.

Los modelos de agrietamiento descritos en el Cuadro 34 no asocian la degradación de rigidez con la demanda de ductilidad impuesta al sistema. Para examinar esta relación, el

Cuadro 35 muestra valores de la razón de rigidez efectiva correspondientes a un factor de reducción de resistencia  $R$ , igual a la razón entre la demanda sísmica elástica y la resistencia a flexión de muros según el análisis realizado en [87] con modelos dinámicos no lineales en elemento finito con periodos iniciales de entre 0.5 s y 3 s. Aquellos muros con factores de reducción moderados ( $R = 4$ ) alcanzaron valores de  $EI_{ef}/EI_g$  entre 0.59 y 0.70, rango coherente con los valores mostrados en el Cuadro 34 para razones de carga axial moderadas ( $n \geq 0.1$ ). A partir de los valores de  $R$  se obtienen valores de  $R_\mu$ .

Cuadro 35. Factor de agrietamiento en muros según el factor de reducción  $R$ .

Factor de reducción $R$	Factor $R_\mu$ <sup>1)</sup>	$EI_{ef}/EI_g$ <sup>2)</sup>	$\gamma_{cr} = \sqrt{EI_g/EI_{ef}}$
		Rango, [valor promedio]	
2	1.0	0.85 – 0.95, [0.90]	1.03 – 1.08, [1.06]
3	1.5	0.70 – 0.77, [0.74]	1.14 – 1.20, [1.17]
4	2.0	0.59 – 0.70, [0.65]	1.20 – 1.30, [1.25]
5	2.5	0.51 – 0.60, [0.56]	1.29 – 1.40, [1.35]

Notas 1) Se considera  $R_\mu = R/\Omega_{of}$  con un valor medio de sobrerresistencia  $\Omega_o$  igual a 2.0. 2) Rangos tomados de [87].

Considerando la demanda de ductilidad  $\mu_D \approx R_\mu$  según el principio de igual desplazamiento según los valores de periodo analizados en [87], mediante regresión lineal de los valores superiores de los rangos de  $\gamma_{cr}$  del Cuadro 35 se obtiene la siguiente relación aproximada:

$$\gamma_{cr} = 0.2\mu_D + 0.9 \quad (4.11)$$

Según la expresión anterior, para una respuesta elástica con  $\mu_D = 1.0$  se obtiene  $\gamma_{cr} = 1.1$ , lo que corresponde a  $EI_{ef} = EI_g/\gamma_{cr}^2 \approx 0.83EI_g$ . Un valor de rigidez efectiva inicial menor a la rigidez basada en la sección gruesa es atribuible a las características inherentes al concreto reforzado (agrietamiento por retracción, porosidad, distribución no uniforme de la mezcla) y a los requerimientos constructivos y funcionales (juntas frías entre coladas, elementos electromecánicos embebidos). Un valor de  $EI_{ef} = 0.8EI_g$  es considerado por FEMA 356 [60] para muros no agrietados. El Cuadro 36 muestra valores del factor de agrietamiento  $\gamma_{cr}$  calculados en función de  $EI_g/EI_{ef}$  y  $\mu_D$ .

Cuadro 36. Valores del factor de agrietamiento  $\gamma_{cr}$  según la demanda de ductilidad.

Demanda de ductilidad del sistema	$\mu_D$	Factor de agrietamiento en muros, $\gamma_{cr}$	
		$\sqrt{EI_g/EI_{ef}}^1)$	$0.2\mu_D + 0.9$
Elástica	1.00	1.08	1.10
Esencialmente elástica	1.25	1.14	1.15
Baja	1.50	1.20	1.20
Moderada	2.00	1.30	1.30
Alta	3.00	1.51	1.50

Notas: 1) Basado en interpolación o extrapolación de los valores máximos de  $\gamma_{cr}$  del Cuadro 35.

En el caso de los sistemas horizontales que interconectan muros conformados por losas de acople y dinteles, se considera que su degradación ante carga lateral ocurre previo a la formación de rótulas en muros principales [91], [93]. Estos elementos presentan bajas demandas a flexión (menores a su capacidad de agrietamiento) ante cargas de servicio dada su corta longitud, con una reducción inicial de rigidez atribuible al comportamiento del concreto y a los factores constructivos descritos previamente. Una vez superado el límite de cedencia del acero de refuerzo, habrá una degradación gradual de la rigidez y de la resistencia ante reversiones cíclicas por sismo, efecto que es idealizado mediante el uso de rigideces efectivas adoptadas por las normativas de diseño sismorresistente. Valores acotados entre  $0.50I_g$  y  $0.25I_g$  son sugeridos por ACI 318 [3] al estimar momentos de inercia para análisis elástico de vigas y losas planas sometidos a cargas mayoradas, según factores geométricos y de cuantía de acero de refuerzo. Para dinteles y losas de acople tiende a regir el límite inferior de  $0.25I_g$ .

Para un sistema agrietado, el factor  $\alpha H$  presente en la Ec. 4.10 asociado a rigideces elásticas puede ser reemplazado por  $\alpha_{ef}H = \sqrt{\eta_{ef}/EI_{ef}}H$ , donde  $\eta_{ef} = (EI_{ef,h}/EI_{g,h})\eta$  y  $\eta = \alpha^2EI$  son, respectivamente, el factor de rigidez rotacional efectivo y el factor de rigidez rotacional de la sección gruesa de los elementos horizontales,  $EI_{g,h}$  y  $EI_{ef,h}$  son, respectivamente, la rigidez de la sección gruesa y la rigidez efectiva de los sistemas horizontales, y  $EI_{ef} = EI/\gamma_{cr}^2$  es la rigidez efectiva de los muros del sistema. Definiendo el factor de agrietamiento para los sistemas horizontales como  $\gamma_{cr,h} = \sqrt{EI_{g,h}/EI_{ef,h}}$ , se tiene que  $\alpha_{ef}H = (\gamma_{cr}/\gamma_{cr,h})\alpha H$ .

Según la respuesta sísmica del sistema (Cuadro 37), se plantea un valor del factor  $EI_{ef,h}/EI_{g,h}$  igual a 0.50 para una demanda elástica ( $\mu_D = 1$ ) con una degradación de rigidez producto de las solicitaciones de servicio y de las condiciones constructivas e inherentes al concreto, e igual a 0.25 para una respuesta inelástica con demandas moderadas de ductilidad, a partir de los cuales se obtiene mediante regresión lineal la siguiente expresión:

$$\gamma_{cr,h} = 0.6\mu_D + 0.8 \quad (4.12)$$

Cuadro 37. Valores del factor de agrietamiento  $\gamma_{cr,h}$  según la demanda de ductilidad.

Demanda de ductilidad del sistema	$\mu_D$	$\frac{EI_{ef,h}}{EI_{g,h}}$	$\gamma_{cr,h} = \sqrt{\frac{EI_{g,h}}{EI_{ef,h}}}$	$\gamma_{cr,h} = 0.6\mu_D + 0.8$
Elástica	1.00	0.50	1.41	1.40
Moderada	2.00	0.25	2.00	2.00

A partir de las Ecs. 4.11 y 4.12 se obtiene:

$$\frac{\alpha_{ef}H}{\alpha H} = \frac{\gamma_{cr}}{\gamma_{cr,h}} \approx \frac{1}{3 - 2/\gamma_{cr}} \quad (4.13)$$

### 4.7.3 Evaluación del modelo para la estimación del periodo

Tomando la expresión del periodo fundamental (Ec. 4.10) y sustituyendo  $EI$  por  $EI_{ef} = EI/\gamma_{cr}^2$ ,  $\alpha H$  por  $\alpha_{ef}H$  (Ec. 4.13), tomando  $l'_w = \sqrt{12I/A}$ ,  $h_w = Nh_s$  y definiendo la constante característica del sistema  $C_T = (2\pi/1.875^2)\sqrt{12w_s h_s/(gE)}$ , se obtiene la siguiente expresión para la estimación del periodo de vibración de un sistema agrietado:

$$T_{cr} = \gamma_{cr} \frac{C_T}{\sqrt{1 + \left( \frac{1}{3 - 2/\gamma_{cr}} \frac{1}{1.875} \alpha H \right)^2}} \frac{h_w}{l'_w} \frac{1}{\sqrt{p}} N \quad (4.14)$$

Un valor de  $\gamma_{cr} = 1.0$  se asocia al periodo fundamental  $T$  basado en las secciones gruesas, mientras que un valor de  $\gamma_{cr,o} = 1.1$  se asocia al periodo inicial  $T_o$  de un sistema con degradación inicial de rigidez ante solicitaciones de servicio. Un valor medio de  $C_T = 0.002$  se obtiene según valores típicos para edificios tipo cajón de:  $w_s = 0.95 \text{ ton/m}^2$ ,  $h_s = 2.75 \text{ m}$  y  $E = 2.53 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ . El número de niveles  $N$  es un parámetro usual utilizado en códigos

de diseño para definir el periodo fundamental de un sistema estructural. La razón de aspecto  $h_w/l'_w$  es una medida de la esbeltez de los muros del sistema, al incrementar su valor son más significativas las deformaciones por flexión. El índice de muros  $p$  incorpora la densidad de muros alineados en cada dirección principal, su incremento se asocia a una mayor rigidez de la edificación. El factor  $\gamma_{cr}$  incorpora el alargamiento el periodo debido a la degradación de la rigidez lateral. El parámetro  $\alpha H$  reconoce el aporte de la rigidez de los elementos a flexión vinculados a los muros. Sistemas con similar valor de  $\alpha H$  presentan un perfil de deformación similar.

En el Cuadro 38 se muestra la estimación del parámetro  $\alpha H$  a partir de la Ec. 4.14 tomando el periodo agrietado  $T_{cr}$  igual al periodo medido  $T_{medido}$  en edificaciones reales, con valores de  $\gamma_{cr} = 1.1$  para vibraciones de baja amplitud y 1.15 para mediciones de movimientos sísmicos moderados, según los datos de periodos medidos en edificaciones de entre 10 y 23 niveles construidas en Chile [96] (ver Anexo 1). Se obtienen valores de  $\alpha H < 7$ , limite recomendado por [71] al aproximar la frecuencia natural según el primer modo de oscilación para sistemas regidos por flexión. Se tienen valores promedio de  $\alpha H$  de 1.58 para edificios de 15 pisos o menos, y de 2.74 para edificios no menores a 20 pisos, siendo  $\alpha H = (0.055 \text{ 1/m})h_w$  y  $C_T = 0.0020$  en promedio.

Cuadro 38. Estimación de  $\alpha h_w$  a partir de periodos medidos en edificios chilenos.

Edificio	$T_{medido}$ (s) <sup>1)</sup>		$C_T$ ·10 <sup>3</sup>	$\gamma_{cr}$	N	$h_w$ (m)	$\frac{h_w}{l'_w}$ <sup>2)</sup>		Índice de muros $p$ <sup>2)</sup>		$\alpha H$	
	T	L					T	L	T	L	T	L
	Plaza del Mar	1.29					1.13	2.07	1.10	23	63.7	7
Festival	0.72	0.61	1.86	1.10	15	41.0	4	4	0.026	0.024	0.65	1.41
Acapulco	0.83	0.67	1.96	1.10	15	41.3	7	5	0.025	0.044	2.64	1.37
T. del Miramar	1.06	1.06	2.00	1.10	22	57.3	6	6	0.028	0.026	2.42	2.42
Villa Real <sup>3)</sup>	0.54	0.71	1.84	1.15	10	28.2	4	7	0.036	0.038	---	1.85
Torres del Sol	1.08	1.08	2.03	1.10	22	61.3	8	7	0.034	0.028	3.19	2.64
Marina Real	0.95	0.90	2.10	1.10	20	54.3	8	8	0.047	0.024	2.80	3.21
T. Almendral	1.00	1.20	1.87	1.10	23	60.0	6	7	0.023	0.034	2.96	3.36

Notas: 1) T y L: dirección transversal y longitudinal, respectivamente. 2) Valores tomados de [6], con valores de  $h_w/l'_w$  para los muros principales del sistema. 3) Mediciones de periodo para movimientos sísmicos moderados.

El Cuadro 39 muestra la comparativa entre periodos estimados según la Ec. 4.14 y periodos efectivos determinados según FEMA 356 a partir de curvas de capacidad obtenidas del análisis no lineal estático (ANLE) de edificios residenciales. Los periodos estimados consideran  $\alpha H = (0.055 \text{ 1/m})h_w$  y  $\gamma_{cr} = 1.3$  (Cuadro 36) para una rigidez efectiva acorde a la respuesta completa de carga – desplazamiento de sistemas capaces de alcanzar demandas moderadas de ductilidad.

Cuadro 39. Periodos estimados vs periodos efectivos según análisis en sentido transversal de modelos numéricos de edificios residenciales.

Referencia	Edif.	N	$h_w$ (m)	$\frac{h_w}{l'_w}$ 1)	$p$	Periodo (s)		% error
						Estimado	Efectivo	
González [30]	T.G.	6	16.44	2.35	0.029	0.17	0.15	10.4
	B.E.	7	21.0	2.92	0.022	0.25	0.21	20.9
	S.S.	8	22.32	3.30	0.020	0.31	0.35	4.45
	T.V.	9	27.45	3.92	0.028	0.42	0.41	18.8
	A.M.	12	31.68	3.17	0.036	0.39	0.41	4.06
	B.C.	18	50.22	6.88	0.047	1.08	0.98	10.6
Ugalde et al. [34]	17N	17	42.16	7.20	0.025	1.43	1.85	22.9
	26N	26	72.24	10.0	0.024	2.50	2.49	0.41

Notas: 1) Valores de  $h_w/l'_w = h_w/l_{w,max}$  para los muros principales del sistema.

La Figura 74(a) compara los periodos estimados según la Ec. 4.14 con  $\alpha H = (0.055 \text{ 1/m})h_w$  con los periodos medidos en edificaciones reales mostrados en el Cuadro 38 y con los periodos efectivos mostrados en el Cuadro 39. Los valores cercanos a la recta unitaria tienen una mejor aproximación entre los periodos a predecir (medidos o efectivos) y los periodos estimados, en tanto que los valores por encima de la recta tienen a subestimar los valores de periodo a predecir. La Figura 74(b) muestra la estimación del periodo agrietado con base a la expresión simplificada  $T = 0.05N$  considerado por el CSCR [1] como estimador preliminar del periodo fundamental de sistemas tipo muro, la cual presenta mayor variabilidad en la predicción ( $R^2 = 0.903$ ) con respecto al uso de la Ec. 4.14 ( $R^2 = 0.981$ ), sobreestimando valores de periodos cortos y subestimando en mayor medida los valores de periodos largos. Los mayores valores de periodo efectivo tomados de [34] corresponden a modelos no lineales con mayor grado de refinamiento.

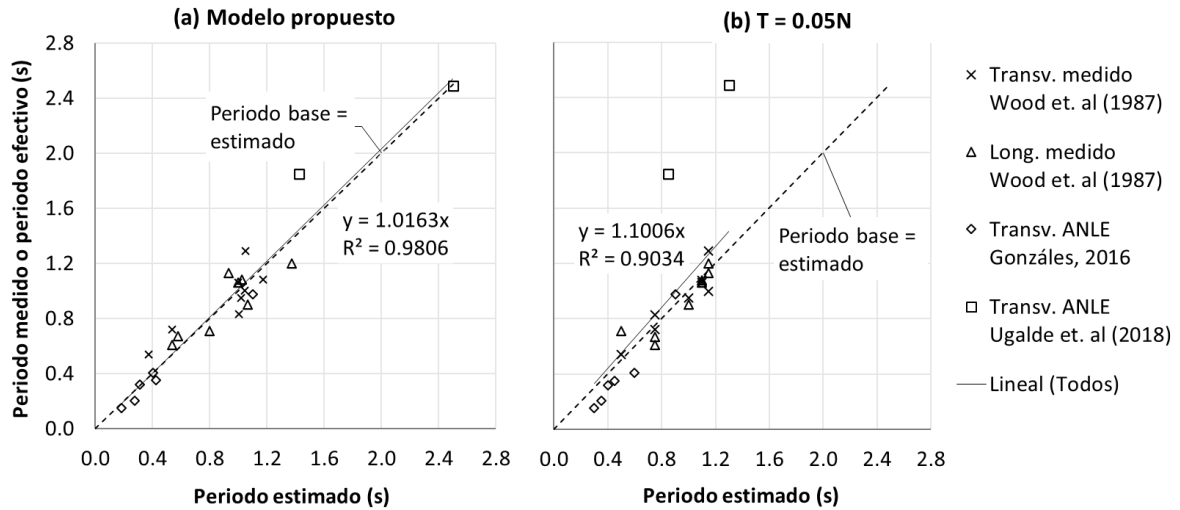


Figura 74. Comparación entre periodos estimados (Ec. 4.14) y periodos medidos o efectivos.

La Figura 75 muestra la comparativa entre periodos según el modelo propuesto (Ec. 4.14 con  $p = 0.03$ ) y  $T = 0.05N$ . Considerando  $\alpha H = 0$  (sin acoplamiento) se tiene un incremento considerable en el periodo fundamental con respecto al uso de  $\alpha H = (0.055 \text{ 1/m})h_w$ , lo que sugiere una contribución importante de la rigidez de los sistemas horizontales en la respuesta del sistema. Para edificios de media y gran altura, la aproximación  $T = 0.05N$  puede subestimar sensiblemente los periodos y los desplazamientos en estos sistemas al incrementar la degradación de la rigidez lateral, sobreestimando las fuerzas de diseño según norma derivadas de análisis estáticos lineales.

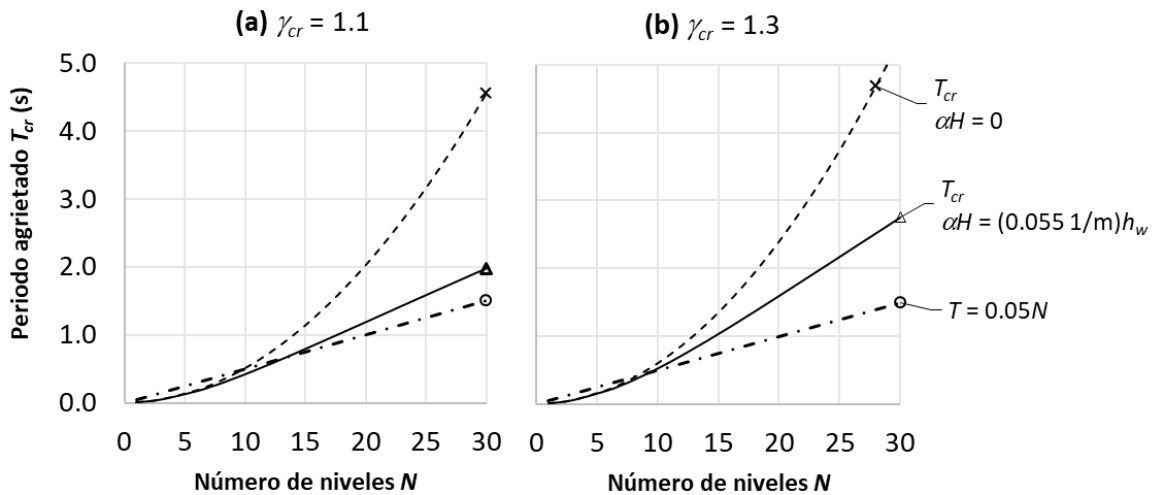


Figura 75. Periodo inicial vs número de niveles según modelo propuesto.

A partir de la Ec. 4.14 puede estimarse la razón  $T_{cr}/T_o$ , siendo  $T_o$  el periodo inicial basado en un factor de agrietamiento inicial de  $\gamma_{cr.o} = 1.1$ . La razón  $T_{cr}/T_o$  es sensible al parámetro  $\alpha H$  y a la demanda de ductilidad del sistema  $\mu_D$  implícita en el parámetro  $\gamma_{cr}$  según la Ec. 4.11. La razón  $T_{cr}/T_o$  puede ser contrastada con la relación considerada por FEMA 440 [28] dada por  $T_{ef}/T_o = G(\mu_D - 1)^2 + H(\mu_D - 1)^3 + 1$  para valores de  $1 < \mu_D < 4$  y periodos  $0.2 s \leq T_o \leq 2.0 s$ , donde las constantes  $G$  y  $H$  toman valores de  $G = 0.18, 0.17, 0.20$  y  $H = -0.037, -0.032, -0.038$  para razones de rigidez post-elástica  $\alpha_k$  iguales a  $0.05, 0.00$  y  $-0.05$ , respectivamente, considerando un modelo histérico bilineal con degradación de rigidez ( $\alpha_k > 0$ ) y con degradación de rigidez y resistencia ( $\alpha_k \leq 0$ ). La Figura 76 muestra los valores de  $T_{ef}/T_o$  para el valor crítico de  $\alpha_k = -0.05$ .

Según se observa en la Figura 76, los valores de  $T_{cr}/T_o$  aumentan proporcionalmente con el número de niveles, con una razón de cambio mayor conforme aumenta la demanda de ductilidad del sistema, rigiendo sobre los valores de  $T_{ef}/T_o$  para una respuesta elástica y para demandas moderadas de ductilidad ( $\mu_D = 2$ ), rigiendo también para demandas altas de ductilidad ( $\mu_D = 3$ ) a partir de edificios de media altura.

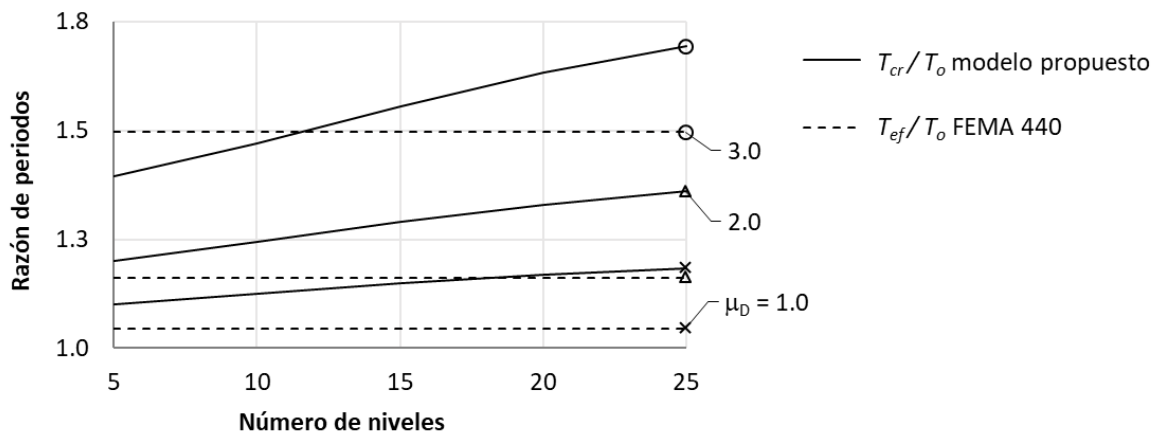


Figura 76. Razón de periodos según el número de niveles.

## 4.8 Demanda de deriva global en sistemas MLP tipo cajón

### 4.8.1 Desplazamiento de techo

El desplazamiento del techo de un sistema de múltiples grados de libertad sometido a fuerzas laterales puede ser expresado como:

$$\delta_u = C_\delta S_d = C_\delta \left( \frac{T_e}{2\pi} \right)^2 S_a \quad (4.15)$$

Donde  $C_\delta$  es un factor de amplificación del desplazamiento espectral  $S_d$  de un sistema de un grado de libertad equivalente,  $S_a$  es la aceleración espectral que resulta del espectro elástico de diseño y  $T_e$  es el periodo efectivo del sistema. Para las zonas de aceleración y velocidad constante definidas en el CSCR 2025 [76] (en revisión), pueden aproximarse los valores de la aceleración espectral como:

$$S_a = \begin{cases} S_{a.max} & (T_b \leq T_e \leq T_c) \\ S_{a.max} T_c / T_e & (T_c < T_e \leq T_d) \end{cases} \quad (4.16)$$

Donde  $S_{a.max}$  es el valor máximo de aceleración espectral asociado con la plataforma del espectro de diseño (Cuadro 11, sección 1.9.3). Para periodos cortos donde  $T < T_b = 0.125$  s, propias de edificaciones rígidas de baja altura, resulta conservador el uso de  $S_{a.max}$  para efectos de la estimación de desplazamientos.

El coeficiente  $C_\delta = C_o C_1 C_2$  se expresa como el producto de tres factores de modificación, tomando  $C_1$  y  $C_2$  iguales a los factores adoptados por el ASCE 41-17 [63] a partir de las recomendaciones contenidas en FEMA 440 [28] como mejora a los factores propuestos por FEMA 356 [60] para el cálculo del desplazamiento objetivo (sección 1.9.8.21.9.8).

El factor  $C_o$  relaciona el desplazamiento equivalente de un sistema de un grado de libertad con el desplazamiento del techo de un edificio con múltiples grados de libertad, tomado igual al factor de participación que resulta de un vector de forma coherente con la forma deformada del sistema. Para un patrón de carga triangular puede aproximarse la deformada mediante un vector de desplazamiento lateral proporcional a la altura:  $\varphi_{i1} = h_i / h_w = i / N$ , siendo la altura medida desde la base igual a  $h_i = i h_w / N$ , donde  $N$  es el número de niveles,  $i$  es el número de nivel y  $h_w$  es la altura del muro. Suponiendo una masa uniforme  $m_i = m$  para todos grados de libertad, de la Ec. 1.37(c) se tiene el factor de participación:

$$C_o = \frac{\sum_{i=1}^N (m_i \varphi_{i1} = m \frac{i}{N})}{\sum_{i=1}^N [m_i \varphi_{i1}^2 = m (\frac{i}{N})^2]} = \frac{\frac{1}{N} \frac{1}{2} N(N+1)}{(\frac{1}{N})^2 \frac{1}{6} N(N+1)(2N+1)} = \frac{3N}{2N+1} \quad (4.17)$$

El factor  $C_1$  representa la razón entre la deformación máxima asociada a la respuesta no lineal dinámica en sistemas estables de UGL con comportamiento elastoplástico con lazos histeréticos bien formados con respecto a la deformación obtenida para sistemas elásticos:

$$C_1 = 1 + \frac{R_d - 1}{a T_e^2} \quad (4.18)$$

Donde  $a = 130, 90$  y  $60$  para sitios de clase B, C y D definidos por FEMA 356 [60], correspondientes a los tipos de sitio de cimentación  $S_1, S_2$  y  $S_3$  de [76]. El factor  $C_1 = 1.0$  para  $T_e > 1$  s. Si  $T_e < 0.2$  s se toma  $T_e = 0.2$  s. La razón de resistencia es definida como:

$$R_d = C_m \frac{S_a/g}{V_y/W_s} \quad (4.19)$$

Siendo  $V_y/W_s$  la razón entre la resistencia de cedencia efectiva del sistema y su peso sísmico. El factor de masa efectiva  $C_m$  de un sistema equivalente de UGL (con un valor mínimo de 0.8 considerando la influencia de los modos superiores), puede aproximarse con el coeficiente de masa modal que deriva de un patrón de carga triangular suponiendo una masa uniforme concentrada en cada grado de libertad del sistema de MGL:

$$C_m = \frac{[\sum_{i=1}^N (m_i \varphi_{i1} = m i/N)]^2}{\sum_{i=1}^N (m_i = m) \cdot \sum_{i=1}^N [m_i \varphi_{i1}^2 = m (i/N)^2]} = \frac{3}{2} \frac{N+1}{2N+1} \geq 0.8 \quad (4.20)$$

El factor  $C_2$  representa los efectos debido al estrangulamiento en la forma histerética, a la degradación de la resistencia y a la degradación de la rigidez, el cual está dado por:

$$C_2 = 1 + \frac{(R_d - 1)^2}{800 T_e^2} \quad (4.21)$$

Donde  $C_2 = 1.0$  para  $T_e > 0.7$  s y para  $T_e < 0.2$  s se debe tomar  $T_e = 0.2$  s. El periodo efectivo considerado por FEMA 356 está dado por  $T_e = \sqrt{k_o/k_e} T_o$  donde  $k_o$  es la rigidez inicial del sistema y  $k_e$  la rigidez lateral efectiva calculada para una fuerza cortante igual al 60% de la resistencia de cedencia  $V_y$ . El periodo efectivo puede ser aproximado como  $T_e \approx T_{cr}$  siendo  $T_{cr}$  el periodo de un sistema a base de muros con sección agrietada según la Ec. 4.14 tomando  $\alpha = 0.055$  1/m y  $C_T = 0.002$ :

$$T_{cr} = \gamma_{cr} \frac{0.002}{\sqrt{1 + \left(\frac{0.055}{3 - 2/\gamma_{cr}} \frac{h_w}{1.875}\right)^2}} N \frac{h_w}{l'_w} \frac{1}{\sqrt{p}} \quad (4.22)$$

La demanda de ductilidad correspondiente al desplazamiento de diseño es  $\mu_D = \delta_u/\delta_{ys}$ , siendo el desplazamiento de cedencia efectivo de un sistema de MGL igual a:

$$\delta_{ys} = C_o \left(\frac{T_e}{2\pi}\right)^2 \frac{S_a}{R_d} \quad (4.23)$$

De las Ecs. 4.15 y 4.23 se obtiene  $\mu_D = \delta_u/\delta_{ys} = C_1 C_2 R_d$ . Para obtener el factor de amplificación del desplazamiento  $C_\delta = C_o C_1 C_2$  se requiere resolver de forma iterativa la relación entre  $\mu_D$ ,  $\gamma_{cr}$  y  $T_e \approx T_{cr}$  (Ec. 4.22) tomando  $\gamma_{cr} = 0.2\mu_D + 0.9$  (Ec. 4.11) según muestra la Figura 77).

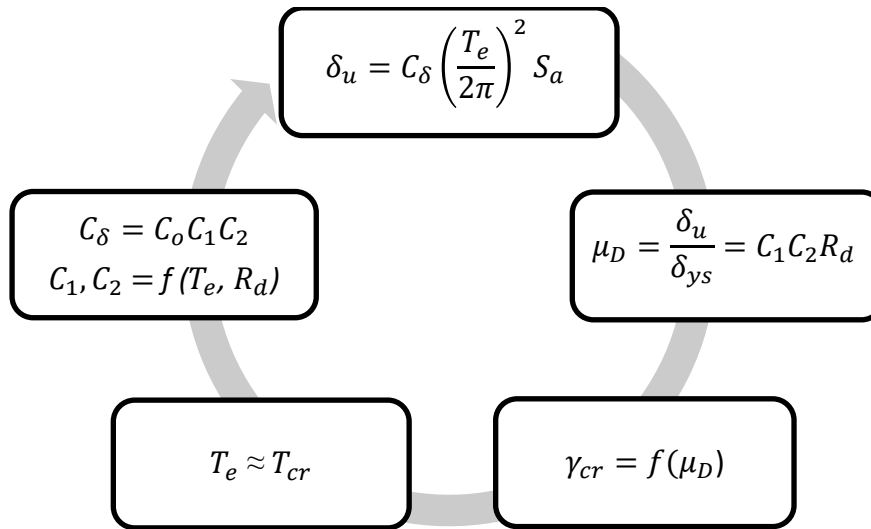


Figura 77. Estimación iterativa de los factores de desplazamiento.

La Figura 78 muestra la relación entre  $C_\delta$  y  $T_{cr}$  para sistemas MLP tipo cajón con respuesta inelástica para razones de resistencia  $R_d$  iguales a 1.5 y 2.0, con longitudes características  $l'_w$  de muros principales iguales a 6 m y 8 m e índices de muros  $p$  iguales a 0.025 y 0.035. Para  $T_{cr} \geq 0.7$  s el factor  $C_\delta$  presenta una cota superior con un valor de 1.5. Se tiene un ligero incremento en el factor  $C_\delta$  para periodos bajos al rigidizar el sistema aumentando los valores de  $l'_w$  y  $p$ .

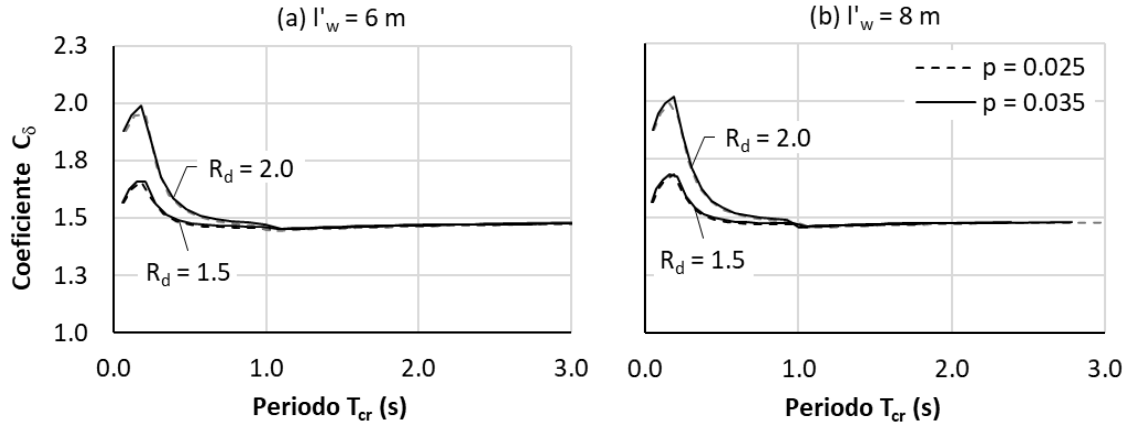


Figura 78. Coeficiente de amplificación de desplazamiento en función del periodo.

Puede establecerse la relación entre el desplazamiento  $\delta_u = C_\delta S_d = (C_1 C_2)(C_o S_d)$  y el desplazamiento elástico  $\delta_E = R_d \delta_{ys} = C_o S_d$  que experimenta un sistema de MGL perfectamente elástico para el sismo de diseño considerando que  $C_1 C_2 = \mu_D / R_d$ :

$$\delta_u = \left( \frac{\mu_D}{R_d} \right) \delta_E \quad (4.24)$$

El CSCR [1] a partir del método estático o dinámico de análisis estima el desplazamiento inelástico absoluto como  $\delta_i = (\alpha \mu S R) \delta_i^e$ . El factor de desplazamiento inelástico  $\alpha = 0.7$  refleja la baja probabilidad de que se demande simultáneamente la ductilidad global asignada  $\mu$  en todos y cada uno de los pisos. Considerando que el desplazamiento elástico obtenido del análisis con espectros reducidos por ductilidad es  $\delta_i^e = \delta_E / (R_\mu S R)$ , se tiene que  $\delta_i = (\mu / R_\mu) \alpha \delta_E$ , siendo  $\mu = (R_\mu^2 + 1) / 2$  para  $T_{cr} \leq T'_c$  (aproximación de igual energía) y  $\mu = R_\mu$  para  $T_{cr} > T'_c$  (aproximación de igual desplazamiento) (véase sección 1.9.5). La razón entre el desplazamiento  $\delta_u$  según la Ec. 4.24 y  $\delta_i$  calculado según el CSCR [1] resulta ser entonces  $\delta_u / \delta_i = (\mu_D / R_d) / (\alpha \mu / R_\mu)$ .

La Figura 79 muestra los valores de  $\delta_u / \delta_i$  en función del periodo para sistemas MLP tipo cajón para valores de  $l'_w = 6$  m y  $p = 0.025$  para tipo de sitio de cimentación  $S_3$  en zonas sísmicas Z3 y Z4 según [76], con valores de  $R_d = R_\mu$  iguales a 1.50 y 2.0. Para periodos largos donde rige la aproximación de igual desplazamiento, la razón  $\delta_u / \delta_i$  tiende a  $1 / 0.7 = 1.43$  asociado al factor  $\alpha$  no considerando en el método de coeficientes. Para ciertos rangos de periodos cortos menores a  $T'_c$  los valores de  $\mu$  resultan ser mayores a los valores de  $\mu_D = C_1 C_2 R_d$ , por ejemplo, se tiene que  $\mu > \mu_D$  para valores de  $T_{cr}$  mayores a 0.32 s y 0.28 s,

correspondientes a valores de  $R_d$  iguales a 1.5 ( $\mu = 1.625$ ) y a 2.0 ( $\mu = 2.5$ ), respectivamente, lo que genera los picos inferiores de las curvas de la Figura 79, siendo menos pronunciados al considerar menor incursión inelástica según el factor  $R_d$  utilizado. Por otro lado, se alcanzan los valores máximos de  $\delta_u/\delta_i$  para periodos cortos próximos al periodo de control de 0.2 s. El desplazamiento  $\delta_u$  obtenido según el método de coeficientes parte de un análisis no lineal estático ajustando el desplazamiento según efectos que reducen la energía absorbida y la capacidad de disipación, lo cual influye en mayor medida en sistemas con periodos cortos. Para sistemas con bajas demandas de ductilidad para el sismo de diseño, el uso de  $\alpha = 0.7$  asociado a la no simultaneidad de rótulas podría subestimar los desplazamientos alcanzados por el sistema, siendo  $\delta_u$  un estimador más apropiado de las demandas de deriva en sistemas estructurales con ductilidad restringida tales como los sistemas MLP tipo cajón.

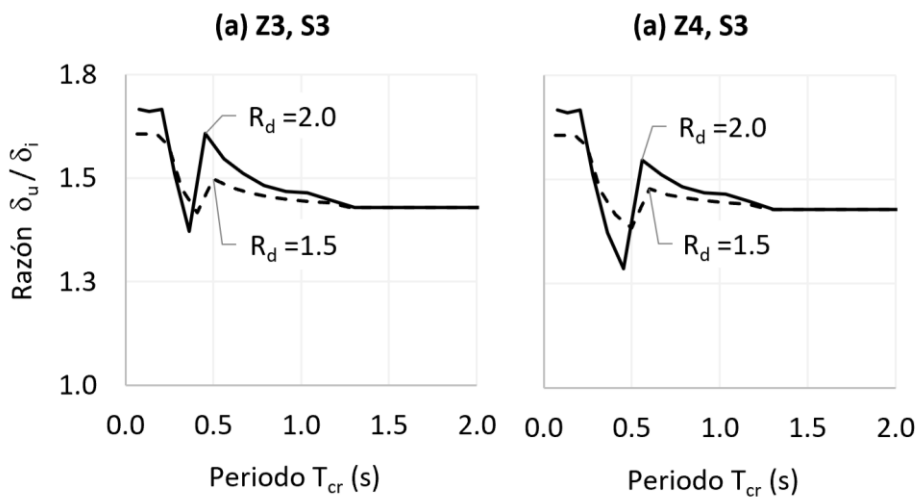


Figura 79. Razón  $\delta_u/\delta_i$  en función del periodo para sistemas MLP tipo cajón con  $l'_w = 6$  m y  $p = 0.025$ .

#### 4.8.2 Deriva global

La demanda de deriva global en sistemas MLP tipo cajón puede estimarse a partir de las Ecs. 4.15 y 4.16 resultando en la siguiente expresión:

$$\frac{\delta_u}{h_w} = C_\delta \frac{S_{a,max}}{4\pi^2 h_w} \cdot \begin{cases} T_{cr}^2 & (T_b \leq T_{cr} \leq T_c) \\ T_c T_{cr} & (T_c < T_{cr} \leq T_d) \end{cases} \quad (4.25)$$

La expresión anterior puede ser contrastada con la capacidad de deriva requerida para proveer una respuesta dúctil en sistemas MLP tipo cajón, dada por la deriva global mínima  $\delta_{u,min}/h_w = \max(0.0035, 0.0005N) \leq 0.0065$  (Ec. 4.7) descrita en la sección 4.5.

La Figura 80 muestra los resultados de graficar la demanda de deriva global dada por la Ec. 4.25 en función del número de niveles de la edificación para tipo de sitio de cimentación  $S_3$  según [76], considerando los valores de periodo y aceleración espectral del Cuadro 11, índices de muros  $p$  de 0.025 y 0.035, longitudes  $l_{w,max}$  iguales a 6 y 8 m para muros principales del sistema y un valor de  $R_d$  igual a 2.0. Se grafica también la expresión  $\delta_{u,min}/h_w$  asociada a una capacidad mínima de deformación inelástica en muros. La deriva global mínima tiende a regir sobre la demanda de deriva para edificios más rígidos con mayor longitud de muros y mayor índice de muros, para edificaciones más flexibles rige según la zona sísmica considerada. Valores de deriva no mayores a  $0.5\delta_{u,min}/h_w = 0.00025N$  corresponden a una respuesta esencialmente elástica del sistema.

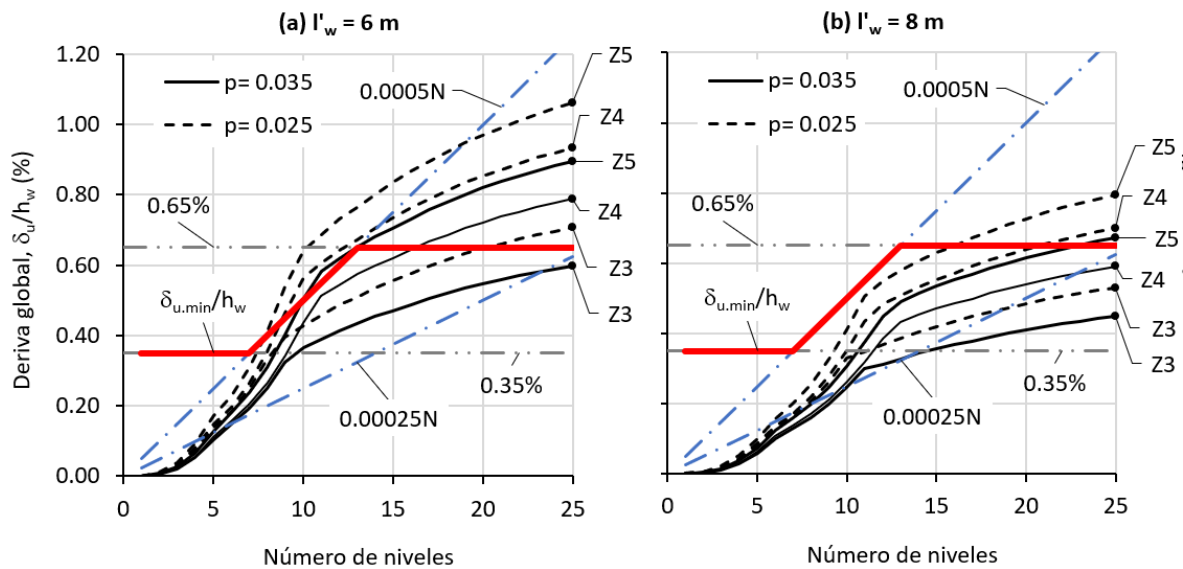


Figura 80. Demanda de deriva global en edificaciones con sistema MLP tipo cajón ubicadas en tipo de suelo de cimentación  $S_3$  para zonas sísmicas según el CSCR 2025 [76].

#### 4.9 Respuesta no lineal de sistemas MLP tipo cajón

En edificaciones a base de muros de diferente geometría integrados por sistemas horizontales, el mecanismo de disipación de energía ocurre con una formación secuencial de rótulas plásticas, lo que implica que la demanda de deformación local en algunos elementos sea mayor que la demanda de ductilidad del sistema. Estudios en sistemas tipo cajón [91], [93] indican que las primeras rótulas ocurren en elementos horizontales tales como losas de acople y dinteles, seguido de una incursión inelástica en la base de los muros principales. Esta condición es usualmente considerada en la simplificación del análisis no

lineal de sistemas a base de muros partiendo de una condición asociada a un sistema horizontal degradado por agrietamiento, consideración utilizada en el presente estudio dado su enfoque en el comportamiento sismorresistente de muros.

Según la condiciones de apoyo, geometría y detallado, las losas de acople pueden aportar resistencia y rigidez al sistema [31], con un efecto sustancial en la respuesta [34]. Si la degradación inicial de los sistemas horizontales, que puede ser acompañada de disipación de energía histerética, ocurre de forma anticipada a la incursión inelástica de muros principales, la demanda de ductilidad local  $\mu_{\delta,D}$  en muros principales se aproximará a la demanda de ductilidad del sistema  $\mu_D$ . La aproximación  $\mu_{\delta,D} \approx \mu_D$  ha sido considerada por el Eurocódigo 8 [47] para vincular las demandas de deformación local en zonas de rótulas plásticas con el factor de ductilidad por desplazamiento considerado para diseño. Bajo un enfoque por desempeño [1], debe asegurarse que la demanda de ductilidad del sistema sea no mayor al 70% de su capacidad intrínseca de desplazamiento lateral para la cual se alcanza el límite de deformación nominal previo al colapso, debiéndose limitar:

$$\mu_D \leq 0.7\mu_{GI} \quad (4.26)$$

Independientemente de la ductilidad asignada para diseño, el CSCR [1] requiere que se alcance una ductilidad global intrínseca  $\mu_{GI}$  de al menos 1.5. De acuerdo con la Ec. 4.26, la demanda de ductilidad del sistema debe mantener un margen de seguridad previo a la falla nominal de sus elementos principales para asegurar un nivel de desempeño aceptable, usualmente asociado a un nivel de seguridad de vida para un determinado nivel de sacudida sísmica. A nivel local de muros principales de sistemas MLP tipo cajón, un nivel de desempeño aceptable en zonas de rótulas plásticas puede lograrse limitando la ductilidad local máxima  $\mu_{\delta,max}$  tal que  $\mu_{\delta,D} \leq \mu_{\delta,max} = 0.7\mu_{\delta}$ , siendo  $\mu_{\delta}$  la ductilidad por desplazamiento que alcanzan los muros principales. Considerando la aproximación  $\mu_{\delta,D} \approx \mu_D$ , un nivel de desempeño adecuado se logra al restringir la demanda de ductilidad del sistema tal que  $\mu_D \leq 0.7\mu_{\delta}$ .

#### 4.9.1 Estimadores de la respuesta no lineal estática

##### 4.9.1.1 Demanda de ductilidad del sistema

Los sistemas MLP tipo cajón se caracterizan por presentar una alta densidad de muros delgados detallados con bajas cuantías de acero de refuerzo, con poco o nulo confinamiento

en bordes, características que afectan su comportamiento ante cargas cíclicas. Para estructuras de periodo medio y largo, el nivel de ductilidad demandado es mayormente insensible a la forma de los lazos histeréticos, sin embargo, para estructuras de periodo corto propio de sistemas rígidos, la reducción de la energía disipada debido a lazos histeréticos pobres genera un incremento sensible en la demanda de ductilidad [5]. Con base al análisis estadístico de osciladores no lineales de UGL considerado en las mejoras propuestas por FEMA 440 [28], se obtiene la demanda de ductilidad asociada al desplazamiento impuesto por el sismo de diseño:

$$\mu_D = C_1 C_2 R_d = \left[ 1 + \frac{(R_d - 1)^2}{800 T_e^2} \right] \left[ 1 + \frac{R_d - 1}{a T_e^2} \right] R_d \quad (4.27)$$

Si se considera  $T_e = T_{cr}$  según Ec. 4.22 con  $\gamma_{cr} = 0.2\mu_D + 0.9$ , puede resolverse la relación la relación  $\mu_D - R_d - T_e$  de forma iterativa (ver Figura 77), siendo  $R_d$  dependiente del valor de aceleración espectral  $S_a(T_{cr})$ . La Figura 81 muestra la demanda de ductilidad según la Ec. 4.27 en función del periodo  $T_{cr}$  para valores de la razón de resistencia  $R_d$  iguales a 1.5 y 2.0. Los valores de  $\mu_D$  alcanzan un máximo acotado para periodos menores al periodo de control de 0.20 s definido por FEMA 440 [28], siendo  $\mu_D = R_d$  para periodos mayores a 1.0 s. Valores de periodo menores a 0.20 s son típicos de edificios rígidos chatos con valores de  $h_w/l_w < 2$  con un mecanismo de falla influenciado en mayor medida por los efectos de cortante.

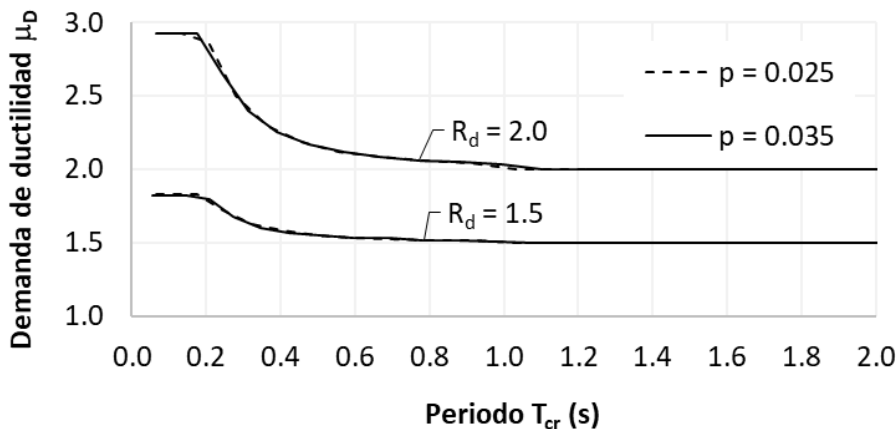


Figura 81. Demanda de ductilidad  $\mu_D$  vs razón de resistencia  $R_d$  en sistemas MLP tipo cajón.

En el método de capacidad espectral del CSCR [1], para estimar la demanda de ductilidad impuesta por el sismo de diseño (punto de desempeño) debe definirse la ductilidad  $\mu$  de

aquel espectro reducido por el factor de reducción por ductilidad  $R_\mu$  que coincide con la ductilidad demandada por el sistema  $\mu_D$ , siendo  $\mu = (R_\mu^2 + 1)/2$  para  $T_{cr} \leq T'_c$  según la aproximación de igual energía y  $\mu = R_\mu$  para  $T_{cr} > T'_c$  de acuerdo con la aproximación de igual desplazamiento). Bajo estas consideraciones, tomando  $R_\mu \approx R_d$ , la demanda de ductilidad puede estimarse como  $\mu_D = C_1 C_2 R_d \geq R_d$  tomando  $\mu_D \geq (R_d^2 + 1)/2$  para sistemas con periodos cortos con  $T_{cr} \leq T'_c$ .

#### 4.9.1.2 Sobrerresistencia del sistema

FEMA 440 [28] indica que la razón de resistencia  $R_d$  equivale a la razón entre el coeficiente de modificación de respuesta  $R$  adoptado por normas y el factor de reducción por sobrerresistencia  $\Omega_o$ , por lo que  $R_d = R/\Omega_o$  según se define en FEMA 450 [78]. A partir del factor de reducción por ductilidad  $R_\mu$  considerado por el CSCR [1] para la reducción de espectros por ductilidad y el factor de sobrerresistencia  $SR$  asignado al sistema estructural para la reducción de las fuerzas de diseño, se obtiene  $R = R_\mu SR$ . Puede entonces expresarse el factor de sobrerresistencia  $\Omega_o = R/R_d$  como:

$$\Omega_o = \frac{R_\mu}{R_d} SR = \frac{V_y}{F_E} R_\mu SR \quad (4.28)$$

Siendo  $V_y$  la resistencia de cedencia efectiva del sistema y  $F_E = C_m W_s S_a / g$  la fuerza que experimenta un sistema elástico para un nivel de aceleración espectral  $S_a$ . El valor de  $SR$  se aproxima a  $\Omega_o$  en la medida que la ductilidad asignada para diseño se aproxima a la demanda de ductilidad del sistema, principalmente para valores de  $T_{cr} > T'_c$ .

#### 4.9.2 Evaluación numérica de la demanda de ductilidad

Para la evaluación de la respuesta no lineal estática de edificios residenciales con sistema MLP tipo cajón se toman valores de la resistencia de cedencia efectiva del sistema  $V_y$  a partir de las curvas de capacidad obtenidas en [31] (edificios diseñados para FED:  $\mu_{GA} = 1.50$ , ZIII,  $S_3$  con  $SR = 2.0$  según el CSCR, siendo  $S_{a,max}/g = 0.90$ ). Con base a los edificios AM y BC, de 12 y 18 niveles, respectivamente, se generan variantes en altura correspondientes a los edificios AM\*, BC\* y BC\*\* de 15, 22 y 25 niveles. El modelo base considera  $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$  y  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$ . El Cuadro 40 muestra los parámetros considerados. El parámetro  $C_y$  representa la razón entre la resistencia de cedencia efectiva  $V_y$  y el peso sísmico  $W_s$  del

sistema. En el Anexo 3 se muestran datos adicionales para la determinación de las demandas de ductilidad.

La demanda de ductilidad es estimada a partir de la Ec. 4.27 con  $\mu_D \geq (R_d^2 + 1)/2$  para  $T_{cr} \leq T'_c$ . Los valores de ductilidad local que pueden desarrollar los muros principales del sistema para un nivel de desempeño de seguridad de vida se toman como  $\mu_{max} = 0.7\mu_\delta$  con  $\mu_\delta = \mu_{\delta,c}$  según la Ec. 4.5 para falla regida por compresión en bordes. Para bordes no confinados se toma  $\lambda_c = 1$  y  $k_\rho$  según la cuantía de acero de refuerzo vertical en bordes. Para bordes con confinamiento básico y moderado se toman valores de  $\lambda_c$  iguales a 1.5 y 2.5, respectivamente, tomando  $k_\rho = 1$  considerando una cuantía apropiada de acero de refuerzo vertical en bordes. Se considera que el efecto de confinamiento en bordes no es significativo en los parámetros de respuesta dinámica (periodo) y de resistencia lateral global para sistemas MLP tipo cajón de baja altura según los resultados de [93], supuesto conservador a partir de edificios de media altura. Aquellos valores de demanda de ductilidad  $\mu_D \leq \mu_{max}$  se consideran adecuados según lo descrito previamente.

Cuadro 40. Parámetros de análisis de edificios residenciales según modelo base.

Edif.	TG	BE	SS	TV	AM	AM*	BC	BC*	BC**
N	6	7	8	9	12	15	18	22	25
$\rho_v$ (%)	0.252	0.316	0.316	0.316	0.252	0.316	0.355	0.355	0.355
$p_x$ (long.)	0.055	0.036	0.029	0.031	0.041	0.041	0.036	0.036	0.036
$p_y$ (transv.)	0.041	0.037	0.040	0.043	0.044	0.044	0.047	0.047	0.047
$C_y = V_y/W_s^{1)}$	1.53	1.28	1.25	1.29	0.68	0.52	0.39	0.29	0.24
$T_e$ (s)	0.15	0.21	0.31	0.35	0.41	0.59	0.97	1.28	1.50

Notas: 1) Valores tomados de las curvas de capacidad determinadas en [31].

La Figura 82 muestra las demandas de ductilidad para los modelos base de los diferentes edificios considerando una demanda sísmica para zona sísmica Z3 en tipos de sitio de cimentación  $S_2$  y  $S_3$  ( $S_{a,max}/g = 1.04$  y  $0.923$ , respectivamente) según el CSCR 2025 [76].

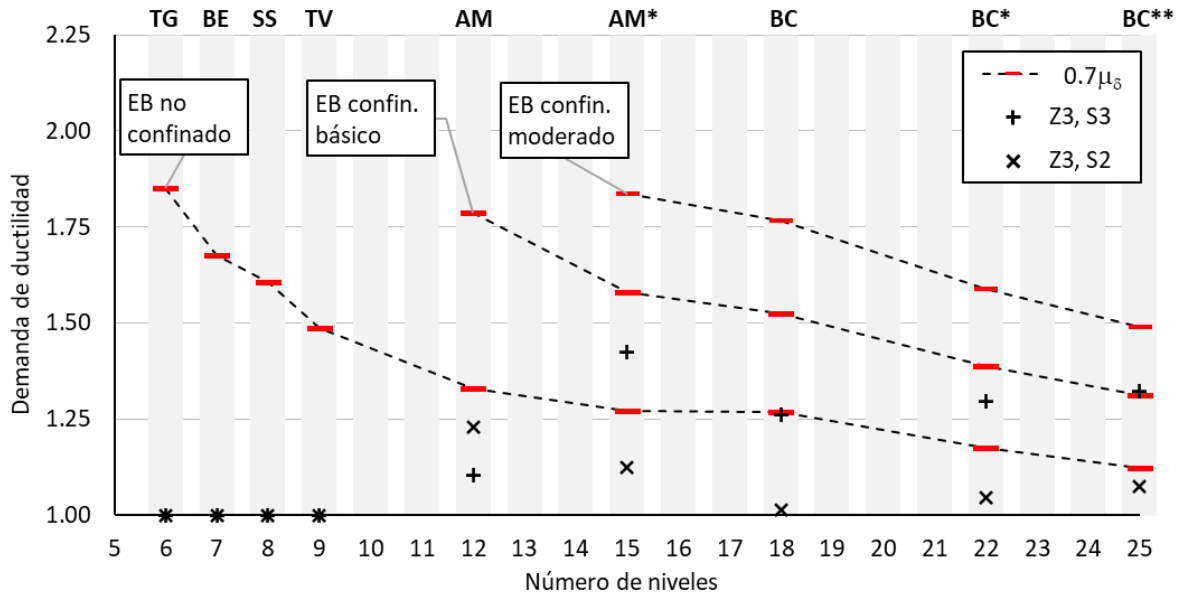


Figura 82. Demanda de ductilidad en edificios residenciales según modelo base.

A partir de los modelos base de cada edificio, puede reducirse la resistencia y la rigidez del sistema utilizando un “modelo modificado” según muestra el Cuadro 41. El parámetro  $C'_y$  representa la razón entre la resistencia de cedencia efectiva  $V'_y$  y el peso sísmico  $W'_s$  correspondientes al sistema modificado.

Cuadro 41. Parámetros de análisis de edificios residenciales según modelo modificado.

Edif.	TG	BE	SS	TV	AM	AM*	BC	BC*	BC**
N	6	7	8	9	12	15	18	22	25
$f'_c$ (kg/cm <sup>2</sup> )	210	210	210	210	245	280	280	280	280
$\rho_v$ (%)	0.252	0.252	0.270	0.316	0.316	0.351	0.355	0.355	0.355
$p_x$ (long.)	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.030	0.035	0.035
$p_y$ (transv.)	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.030	0.035	0.035
$C'_y = V'_y/W'_s$	1.56	1.04	0.92	0.99	0.62	0.47	0.32	0.25	0.20
$C'_y/C_y$	1.02	0.82	0.74	0.77	0.91	0.90	0.84	0.86	0.86
$T_{cr}$ (s) <sup>1)</sup>	0.15	0.22	0.36	0.40	0.43	0.61	1.03	1.35	1.58
$T_o$ (s) <sup>2)</sup>	0.11	0.17	0.29	0.30	0.34	0.47	0.76	0.97	1.13

Notas: 1) Valores de periodo estimados para demandas moderadas de ductilidad con  $\gamma_{cr} = 1.3$ . 2) Valores de periodo inicial estimados con  $\gamma_{cr} = 1.1$ .

Para cada modelo modificado del Cuadro 41 se reducen los índices de muros dentro del rango  $0.025 \leq p = 0.5\rho_{m.min} \leq 0.035$ , donde la densidad mínima de muros  $\rho_{m.min}$  es basada en la Ec. 4.8 (sección 4.6) para una razón de carga axial límite de  $n = 0.20$ , obteniéndose valores de  $p$  iguales a 0.025 para los edificios de 6 a 15 niveles, 0.03 para el edificio de 18 niveles y 0.035 para los edificios de 22 y 25 niveles. Se modifica además las cuantía  $\rho_v$  y los valores de  $f'_c$ , manteniendo los valores de  $f_y$ . Valores de  $C'_y < C_y$  implican una reducción de la resistencia lateral del modelo modificado con respecto al modelo base.

La Figura 83 muestra la demanda de ductilidad en edificios residenciales según los modelos modificados. Para el caso de edificios de media y gran altura con respuesta inelástica según el modelo base, se mantiene la misma demanda sísmica para zona sísmica Z3, acorde al nivel de fuerzas de diseño utilizado para asignar resistencia, manteniendo también las cuantías de acero vertical con respecto al modelo original. Para el caso de los edificios de baja altura con respuesta elástica según el modelo original, se incorporan las demandas sísmicas correspondientes a zonas sísmicas Z4 y Z5 para tipos de sitio  $S_2$  y  $S_3$  con el propósito de valorar si existe demanda de ductilidad para niveles mayores de sacudidas sísmicas asociados a mayores valores de aceleración espectral.

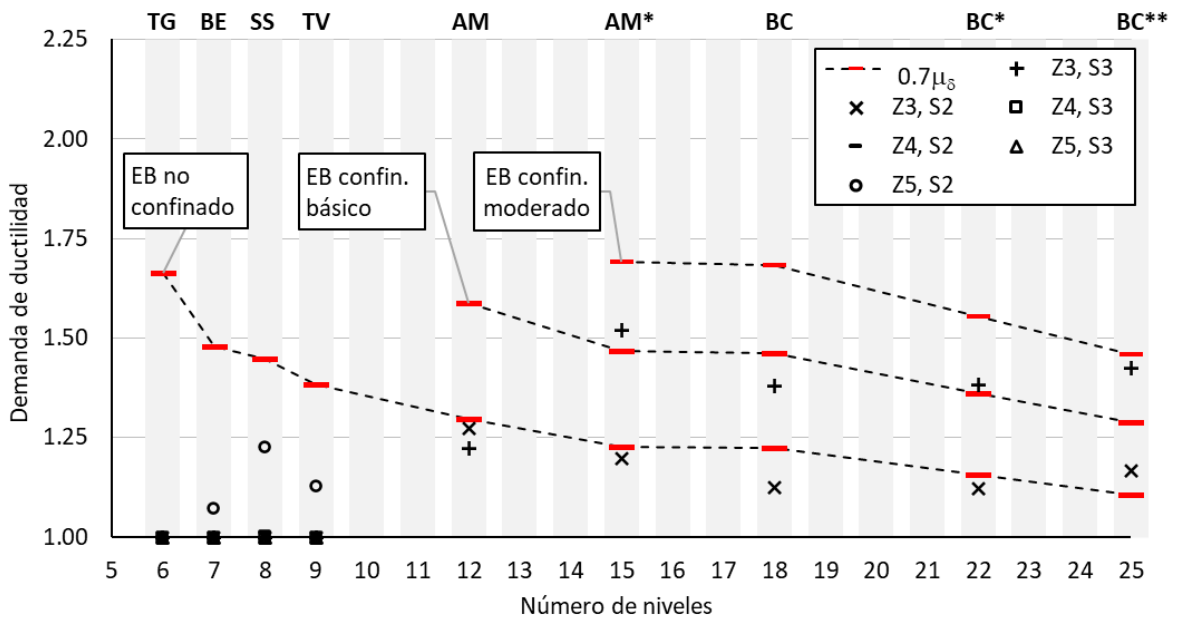


Figura 83. Demanda de ductilidad en edificios residenciales según modelo modificado.

### 4.9.3 Evaluación numérica de la sobrerresistencia

Para el modelo modificado de cada edificio se calculan los valores de sobrerresistencia según la Ec. 4.28 para valores de  $SR = 2.0$ ,  $R_{\mu} = 1.41$  y  $R_{\mu} = 1.5$  para valores de  $T_{cr} \leq T'_c$  y  $T_{cr} > T'_c$ , respectivamente ( $\mu_{GA} = 1.5$  según diseño), lo cual se muestra en la Figura 84.

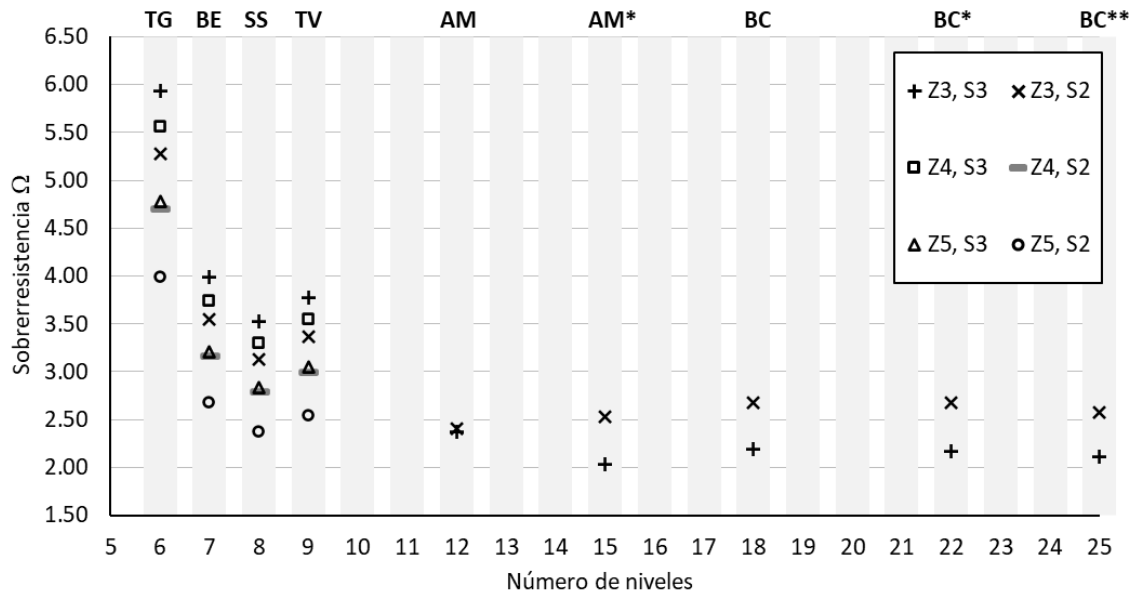


Figura 84. Sobrerresistencia en edificios residenciales según modelo modificado.

### 4.9.4 Discusión

Según las demandas de ductilidad para los modelos base de la Figura 82, para edificios menores a 10 niveles se tiene una respuesta elástica para los cuales no se requiere del confinamiento en bordes de muros dado que  $\mu_D < \mu_{max} = 0.7\mu_{\delta}$ . Para tipo de sitio de cimentación  $S_3$ , los edificios con alturas de entre 15 y 22 niveles requieren de un confinamiento básico en bordes de muros principales, mientras que el edificio de 25 niveles requiere de un confinamiento moderado en bordes. Estos edificios presentan altos valores de índices de muros, con mayor exceso de resistencia en edificios de baja altura, lo cual explica su respuesta elástica a esencialmente elástica según el número de niveles para la demanda sísmica considerada.

Según las demandas de ductilidad para los modelos modificados de la Figura 83, en el cual se reducen los valores de índices de muros y parámetros de resistencia (Cuadro 41) para zonas sísmicas Z3 a Z5 y tipos de sitio de cimentación  $S_2$  y  $S_3$  del CSCR 2025 [76], los edificios

de baja altura de menos de 10 niveles, con índices de muros iguales a 0.025 y con cuantías de acero entre 0.25% y 0.32%, presentan demandas de ductilidad elásticas a esencialmente elásticas con  $\mu_D \leq 1.25$ , para los cuales no se requiere el confinamiento en bordes de muros principales ( $\mu_D \leq \mu_{max}$ .) Los edificios de media y gran altura con índices de muros entre 0.025 y 0.035 y cuantías de acero de refuerzo vertical entre 0.32% y 0.36% presentan una respuesta inelástica, con bajas demandas de ductilidad, menores a 1.52 considerando el modelo modificado. Para zona sísmica Z3 (con demanda similar a la de diseño), puede requerirse de un confinamiento básico a moderado según el tipo de sitio de cimentación y el número de niveles.

Para las zonas sísmicas y tipos de sitio de cimentación considerados en la Figura 84, los valores de sobrerresistencia  $\Omega_o$  en edificios de baja altura, menores a 10 niveles, varían entre 2.37 y 5.92. La sobrerresistencia por exceso de capacidad ( $\Omega_R$ , sección 4.3.1) resulta ser significativa en edificios baja altura, usualmente regidos por requisitos mínimos, siendo la asignación de resistencia insensible al factor de reducción de fuerzas de diseño. A partir de edificios de media altura la sobrerresistencia se reduce a valores estables dentro del rango de 2.03 a 2.67, dado que, al aumentar la altura de la edificación, la demanda espectral de aceleración (sensible al periodo) y la resistencia de cedencia efectiva  $V_y$  mantienen una reducción proporcional, con poca variación de la razón  $V_y/F_E$  asociada a  $\Omega_o$  (Ec. 4.28).

## CAPÍTULO 5

### Propuesta de requerimientos de diseño

---

#### 5.1 Generalidades

Se proponen requerimientos para el diseño sismorresistente de muros delgados de sistemas estructurales MLP tipo cajón, enfocados en la determinación de la necesidad de confinamiento en bordes de muros y de los requisitos de detallado en bordes, incluyendo criterios complementarios para el dimensionamiento y refuerzo de muros.

Para determinar la necesidad de confinamiento en bordes de muros, primeramente, se desarrollan dos propuestas bajo un enfoque por desplazamientos para muros regidos por flexión diseñados con fuerzas de sismo reducidas, bajo las cuales se espera una respuesta inelástica del sistema. Una primera propuesta considera la profundidad máxima que puede desarrollar la zona de compresión de un muro al alcanzar la falla por compresión definida en términos de la deformación unitaria límite del concreto no confinado, análogo al enfoque implementado por el comité ACI 318. Una segunda propuesta es basada en la demanda - capacidad de curvatura. Un tercer enfoque es propuesto para muros de sistemas con una respuesta predominantemente elástica, ya sea bajo un enfoque por desplazamientos para sistemas con bajas demandas de deriva afines a edificios de baja altura, o un enfoque basado en la revisión de capacidad – demanda bajo fuerzas elásticas.

Para el control de falla por compresión en bordes de muros se proponen dos niveles de confinamiento, básico o moderado, según la extensión y el tipo de detallado. Dada la baja demanda de ductilidad que presentan los muros de sistemas tipo cajón, no se considera necesario determinar requisitos de confinamiento especial asociados al desarrollo de alta ductilidad en muros, más afín a sistemas duales. Para determinar la cuantía de acero transversal se utiliza un modelo de confinamiento acorde a demandas moderadas de ductilidad, el cual toma en cuenta el nivel de carga axial, la efectividad del confinamiento y el nivel de ductilidad esperado. Se proponen algunos esquemas para el armado del acero de refuerzo transversal en bordes de muros de acuerdo con los criterios analizados.

## 5.2 Requerimiento de elemento de borde en muros

### 5.2.1 Enfoque según profundidad de la zona de compresión

La capacidad de deriva de un muro regido por flexión con falla por aplastamiento en el extremo en compresión, de acuerdo con el modelo de plasticidad concentrada en la base propuesto en la sección 3.3.3 está dada por:

$$\delta_u/h_w = \delta_y/h_w + l_p(\phi_u - \phi_y) \quad (5.1)$$

Donde  $\delta_y/h_w = k_e \phi_y h_w$  es la deriva global elástica. Sustituyendo el factor de rótula plástica  $\lambda_p = l_p/l_w$  y tomando la curvatura última  $\phi_u$  igual a  $\phi_{u.c} = k_\phi \varepsilon_{cu}/c_u$  para falla por compresión en el borde, con  $\varepsilon_{cu} = \lambda_c \varepsilon_{co}$ , la Ec. 5.1 puede ser expresada en términos de la profundidad de la zona de compresión  $c_u$ :

$$c_u = \frac{k_\phi \lambda_c \varepsilon_{co}}{\frac{1}{\lambda_p} \left( \frac{\delta_u}{h_w} - \frac{\delta_y}{h_w} \right) + \phi_y} l_w \quad (5.2)$$

Siendo  $\delta_u$  el desplazamiento de diseño (igual al desplazamiento inelástico absoluto  $\delta_i$  [1]). Según la Ec. 5.2, a mayor demanda en la deriva  $\delta_u/h_w$ , menor deberá ser el valor de  $c_u$  al alcanzar la deformación límite de  $\varepsilon_{co}$ . La demanda de rotación plástica asociada a  $\delta_u$  es:

$$\theta_{pd} = \frac{\delta_u}{h_w} - \frac{\delta_y}{h_w} \quad (5.3)$$

Tomando  $k_e = 11/40 k_{crN} k_\rho$  con  $k_{crN} = 0.73$  para sistemas de MGL y  $\phi_y = 0.0035/l_w$ , se tiene  $\delta_y/h_w \approx 0.0007 k_\rho h_w/l_w$ . Considerando que no todos los muros de un sistema alcanzan el desplazamiento elástico  $\delta_y$  de forma simultánea, se propone limitar los valores de desplazamiento elástico local según el desplazamiento elástico del sistema  $\delta_u/\mu_{GD}$ , con tal de asegurar una capacidad mínima de deformación inelástica en cada muro del sistema al evaluar los requisitos de confinamiento en bordes. De esta forma la demanda de rotación plástica debe cumplir con la siguiente expresión:

$$\theta_{pd} \geq \frac{\delta_u}{h_w} \left( 1 - \frac{1}{\mu_{GD}} \right) \quad (5.4)$$

Considerando valores de  $\phi_y l_w = 0.0035$ ,  $\lambda_p = 0.33$ ,  $k_\phi = 1$  con  $\varepsilon_{co} = 0.003$  para el inicio de la caída del recubrimiento del concreto no confinado, de las Ecs. 5.2 y 5.3 se obtiene:

$$c_u \approx \frac{\lambda_c}{1000 \theta_{pd} + 1} l_w \quad (5.5)$$

Donde  $\lambda_c = 1.0$  para bordes no confinados y  $\lambda_c = 1.5$  para bordes con confinamiento básico acorde con los requisitos expuestos en la sección 5.3. Si el valor de la profundidad de la zona de compresión  $c$  obtenida según análisis para el momento nominal  $M_n$  y la carga axial máxima  $P_u$  según la Figura 85(a) coherente con el desplazamiento de diseño  $\delta_u$  iguala o excede el valor de  $c_u$  de la Ec. 5.5, se requiere del confinamiento en bordes.

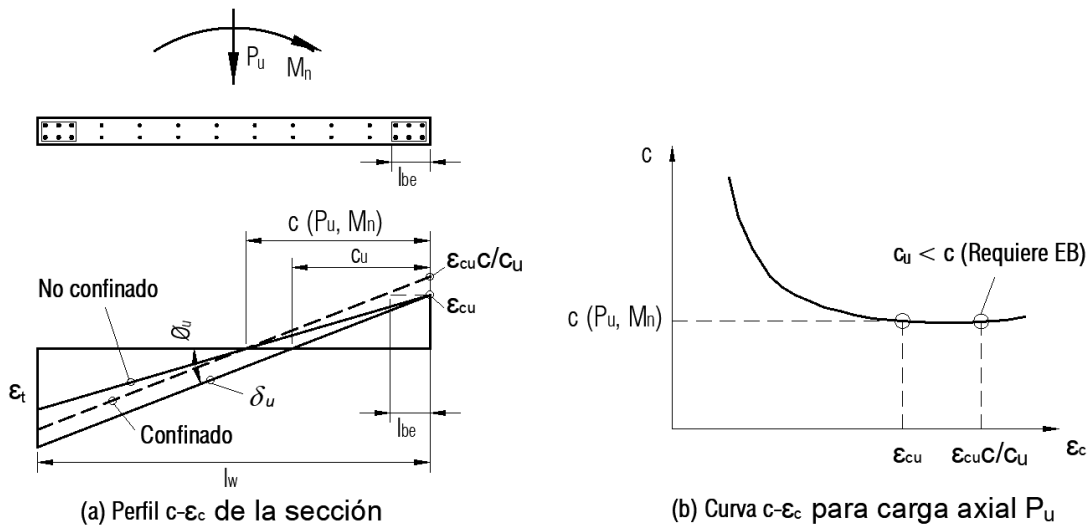


Figura 85. Esquema de análisis basado en profundidad del eje neutro.

Debe lograrse valores de  $c_u$  que aseguren una ductilidad local mínima por desplazamiento  $\mu_{\delta,c}$  para la falla por compresión en el borde del muro. Considerando la relación entre la ductilidad por curvatura y la ductilidad por desplazamiento dada por  $\mu_{\phi,c} = 2\mu_{\delta,c} - 1$  (sección 3.4), donde  $\mu_{\phi,c} = \phi_{u,c}/\phi_y$ , con  $\phi_{u,c} = k_\phi \lambda_c \epsilon_{co}/c_u$ , se tiene en términos de  $c_u$ :

$$c_u \leq \frac{1}{2\mu_{\delta,c} - 1} \frac{\lambda_c \epsilon_{co}}{\phi_y l_w} l_w \quad (5.6)$$

Para un valor mínimo de  $\mu_{\delta,c} = 2.0$ , un valor de  $k_\phi = 1$  como cota inferior y un rango característico de  $\phi_y l_w$ : 0.0035 – 0.0040, de la Ec. 5.6 se tiene  $c_u/l_w \leq 0.25$  a 0.29 para muros con EB no confinados ( $\lambda_c \epsilon_{co} = 0.003$ ) y  $c_u/l_w \leq 0.375$  a 0.43 para muros con EB con confinamiento básico ( $\lambda_c \epsilon_{co} = 0.0045$ ). Se propone  $0.25l_w \leq c_u \leq 0.35l_w$  del lado de la seguridad. Así, para  $c < 0.25l_w$  no se requiere confinar el borde, para  $0.25l_w \leq c < c_u$  se requiere un confinamiento básico y para  $c_u \leq c$  se requiere un confinamiento moderado en el borde. El límite de  $c_u \leq 0.35l_w$  es sugerido en [97] como límite superior de la zona de

compresión para muros con ductilidad moderada. A partir de la versión 2014 del ACI 318 [41], el requerimiento de EB en muros especiales se activa para un valor de  $c_u = l_w / (600 \cdot 1.5\delta_u/h_w) = 0.22l_w$  al regir la deriva mínima  $\delta_u/h_w = 0.005$ .

La Figura 86 muestra las curvas de  $c_u/l_w$  (Ec. 5.5) vs  $N$  para valores de  $\mu_{GA}$  igual a 1.5 y 2.0, índice de muros  $p$  igual a 0.035, muros principales con  $l_w = 6$  m,  $l'_w = l_w$ ,  $h_w = 2.75N$ , cuantías de acero vertical  $\rho_b$  de 0.25% para  $N \leq 10$  y de 0.32% para  $N > 10$ , con  $k_\rho = 1$  para elementos de borde con confinamiento básico, con una demanda de deriva global  $\delta_u/h_w$  (Ec. 4.25) para zona sísmica Z4 en sitio de cimentación  $S_3$  según el CSCR 2025 [76] no menor a la deriva global mínima  $\delta_{u.min}/h_w$  (Ec. 4.7). Con respecto a la Figura 86(a), los puntos A, B y C por encima de la curva límite de  $c_u/l_w$  obtenida según ACI 318 requieren confinarse con elemento de borde especial de acuerdo con la norma. Conforme al procedimiento propuesto en esta sección, el punto A con un valor de  $c/l_w$  por debajo de la curva límite de  $c_u/l_w$  para EB no confinado no requiere de confinamiento en borde. El punto B ubicado por encima de la curva límite para EB no confinado requiere de un confinamiento básico en el borde del muro, mientras que el punto C que sobrepasa la curva límite para EB con confinamiento básico requiere de un confinamiento moderado en el borde del muro.

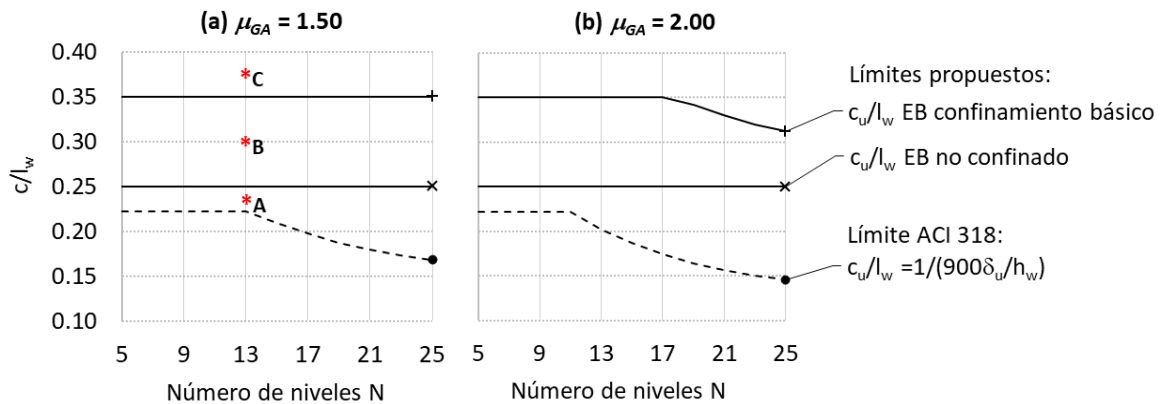


Figura 86. Parámetro  $c_u/l_w$  en función del número de niveles para zona Z4 en tipo de sitio  $S_3$ .

De la Figura 86 se puede inferir que: i. Al considerar un menor valor de  $\mu_{GA}$ , el requerimiento de EB se activa admitiendo valores mayores de  $c_u/l_w$  para muros con EB no confinados en muros de edificios de mayor altura, capaces de desarrollar mayores derivas elásticas. ii. Al considerar un EB con confinamiento básico, el requerimiento de confinamiento moderado se activa para mayores valores de  $c_u/l_w$  respecto a EB no confinados.

### 5.2.2 Enfoque basado en la demanda - capacidad de curvatura

Se requiere de confinamiento en el borde del muro si la capacidad nominal de curvatura  $\phi_n(\varepsilon_c)$  calculada para una deformación unitaria en compresión  $\varepsilon_c = 0.003\lambda_c$  es menor o igual a la demanda de curvatura  $\phi_{u.d}$  correspondiente al desplazamiento de diseño,  $\phi_n \leq \phi_{u.d}$ . Para bordes sin confinamiento y bordes con confinamiento básico se toman valores de  $\lambda_c$  iguales a 1.0 y 1.5, respectivamente. Así, el requerimiento de confinamiento básico se activa cuando  $\phi_n(\varepsilon_c = 0.003) \leq \phi_{u.d}$ , mientras que el requerimiento de confinamiento moderado se activa cuando  $\phi_n(\varepsilon_c = 0.0045) \leq \phi_{u.d}$  correspondiente a un valor de  $\varepsilon_c = 1.5 \cdot 0.003 = 0.0045$ . El valor de  $\phi_n$  puede ser determinado a partir del análisis momento - curvatura de la sección. La Figura 87 muestra el esquema de verificación considerado.

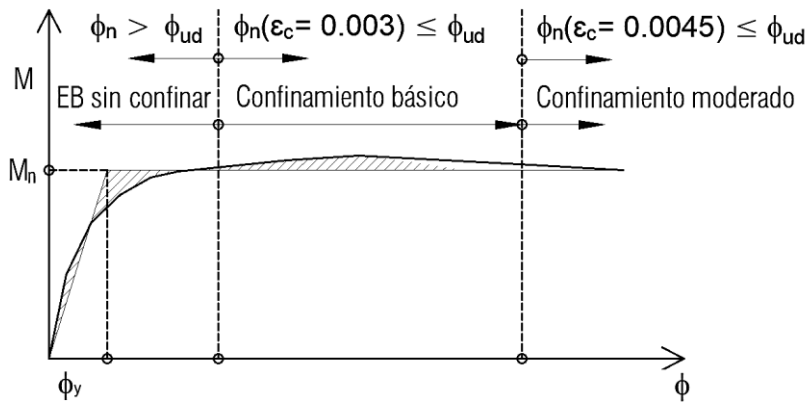


Figura 87. Esquema según enfoque basado en la demanda - capacidad de curvatura.

La demanda de curvatura última  $\phi_{u.d}$  asociada al desplazamiento de diseño puede obtenerse a partir de la Ec. 5.1:

$$\phi_{u.d} = \frac{1}{\lambda_p l_w} \left( \frac{\delta_u}{h_w} - \frac{\delta_y}{h_w} \right) + \phi_y \quad (5.7)$$

De la Ecs. 5.3 y 5.7, con  $\lambda_p = 0.33$  (sección 3.3.1), se tiene la demanda de curvatura  $\phi_{u.d}$ :

$$\phi_{u.d} = 3\theta_{pd}/l_w + \phi_y \geq 0.01/l_w \quad (5.8)$$

Se propone un límite inferior para  $\phi_{u.d}$  de  $\mu_{\phi.c}\phi_y = (2\mu_{\delta.c} - 1)\phi_y = 3\phi_y \approx 0.01/l_w$  asociado al desarrollo de una ductilidad local por desplazamiento  $\mu_{\delta.c} \geq 2$  con  $\phi_y = 0.0035/l_w$ .

### 5.2.3 Enfoque alternativo para sistemas con respuesta elástica

Este enfoque es apropiado para edificios de baja altura con respuesta esencialmente elástica, siempre que  $c \leq 0.35l_w$  con zonas de compresión asociadas a niveles de carga axial bajas a moderadas. Debe cumplirse lo estipulado en el enfoque (a) o (b).

#### (a) Verificación basada en deriva global elástica

Se requiere de EB confinado en muros cuando la deriva global correspondiente al desplazamiento de diseño  $\delta_u$  amplificado por un factor de 1.5 es mayor o igual al 50% de la deriva global mínima  $\delta_{u.min}/h_w$  (sección 4.5), siendo  $0.5\delta_{u.min}/h_w$  igual a  $0.00025N$ . El criterio bajo el cual se requiere un EB confinado está dado por:

$$\frac{1.5\delta_u}{h_w} \geq 0.00025N \quad (5.9)$$

Donde  $N$  es el número de pisos. Una deriva de  $0.5\delta_{u.min}/h_w$  se asocia a una respuesta esencialmente elástica en sistemas MLP tipo cajón. El factor de 1.50 pretende alcanzar una baja probabilidad de colapso ante el sismo máximo considerado conforme a ACI 318 [41].

#### (b) Verificación basada en fuerzas elásticas

Para sistemas analizados con fuerzas elásticas, se requiere elemento de borde si la capacidad a flexión del muro  $\phi M_n$ , congruente con la carga axial mayorada  $P_u$ , es menor o igual al momento último  $M_u$  del análisis. El criterio bajo el cual se requiere un EB confinado está dado por:

$$M_u(\mu_{GA} = 1.0, SR = 1.6) \geq \phi M_n(\varepsilon_{co} = 0.003, P = P_u) \quad (5.10)$$

La demanda elástica considera una ductilidad global asignada  $\mu_{GA} = 1.0$  [1] y un factor de sobrerresistencia  $SR$  igual a  $\Omega_{e.min} = 1.6$  asociado a la sobrerresistencia elástica que excluye los efectos de plastificación del material y los factores atribuidos a la respuesta no lineal del sistema según se describe en la sección 4.3.1, por lo que la verificación pretende comprobar que la demanda sísmica no exige la incursión inelástica del sistema. La capacidad nominal  $M_n$  para elementos en flexocompresión es calculada usualmente para alcanzar una deformación unitaria del extremo en compresión de  $\varepsilon_{co} = 0.003$ . Si el valor de  $M_u$  calculado para una demanda elástica es menor que  $\phi M_n$ , entonces puede esperarse que la deformación unitaria del extremo en compresión no sobrepase el valor de  $\varepsilon_{co}$ .

**5.2.4 Procedimiento de verificación del requerimiento de EB**

La Figura 88 muestra el diagrama de flujo para la verificación del requerimiento de EB en muros de edificaciones con sistema estructural MLP tipo cajón. Un primer enfoque basado en fuerzas es apropiado para sistemas con respuesta elástica. Para edificaciones con muros regidos por flexión ( $h_w/l_w \geq 2$ ), se propone un enfoque por desplazamientos, verificando primeramente si la deriva global sobrepasa la deriva elástica del sistema, en cuyo caso se espera una respuesta inelástica para el cual se establecen dos enfoques: verificación basada en la profundidad del eje neutro y revisión de la demanda - capacidad de curvatura.

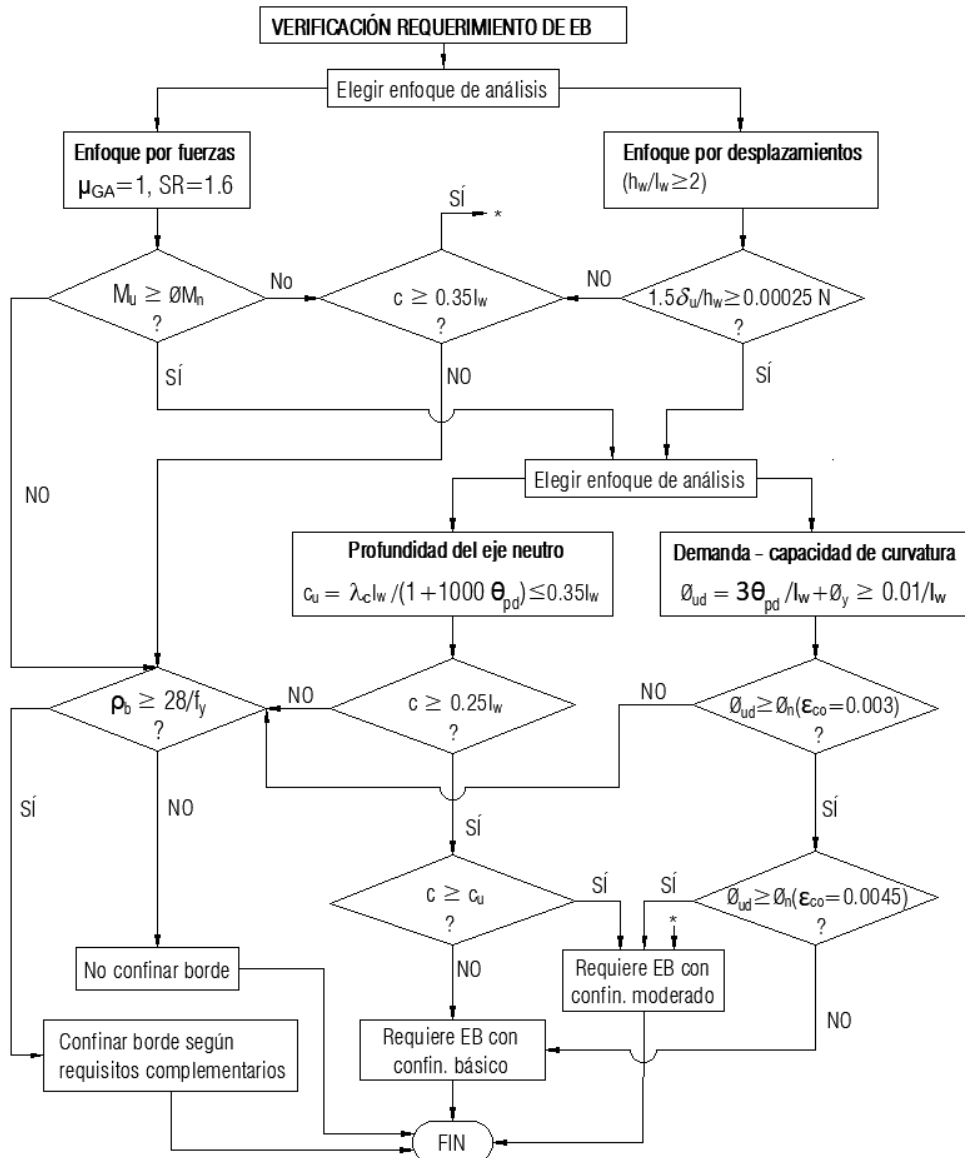


Figura 88. Diagrama de flujo para la verificación del requerimiento de borde en muros.

El Cuadro 42 resume la propuesta para la verificación del requerimiento de borde según el enfoque de la profundidad de la zona de compresión.

Cuadro 42. Propuesta para la verificación del requerimiento de borde en muros de sistemas estructurales MLP tipo cajón según la profundidad de la zona de compresión.

Enfoque basado en profundidad de la zona de compresión	Ref.
<p>Para muros con razón de aspecto <math>h_w/l_w \geq 2</math> continuos en toda su altura, diseñados con una demanda sísmica inelástica para la cual se presenta una sola sección crítica a flexión y carga axial, las zonas en compresión deben ser reforzadas con elemento de borde con confinamiento moderado cuando la profundidad del eje neutro <math>c</math> es mayor o igual a:</p>	
$c_u = \frac{\lambda_c}{1000 \theta_{pd} + 1} l_w \leq 0.35l_w$	
<p>La profundidad <math>c</math> debe ser calculada para la resistencia nominal a momento y para la fuerza axial mayorada congruente con el desplazamiento de diseño <math>\delta_u</math> que genere el mayor valor de <math>c</math>. Se tiene <math>\lambda_c = 1.0</math> para bordes no confinados y <math>\lambda_c = 1.5</math> para bordes con confinamiento básico. No se necesita elemento de borde cuando <math>c &lt; 0.25l_w</math>. Cuando <math>c \geq 0.25l_w</math> debe utilizarse elemento de borde con al menos un confinamiento básico. Si la cuantía de acero vertical en bordes excede el valor <math>28/f_y</math> debe cumplirse con los requisitos complementarios.</p>	Sec. 5.2.1
<p>La demanda de rotación plástica <math>\theta_{pd} = \delta_u/h_w - \delta_y/h_w</math> debe ser no menor a <math>\delta_u/h_w(1 - 1/\mu_{GA})</math> siendo <math>\delta_u/h_w</math> no menor a <math>\delta_{u.min}/h_w</math>, donde:</p>	
<p><math>\delta_{u.min}/h_w = \max(0.0035, 0.0005N) \leq 0.0065</math> es la deriva global mínima.</p>	Sec. 4.5
<p><math>\delta_y/h_w = 0.0007k_\rho h_w/l_w</math> es la deriva global elástica.</p>	
<p><math>k_\rho = 0.8\rho_v f_y / \sqrt{f'_c} \leq 1</math> es la razón de agrietamiento secundario.</p>	Sec. 3.2.5
<b>Excepciones:</b>	
<p>En muros con <math>c \leq 0.35l_w</math> no se requiere elemento de borde si se cumple alguna de las siguientes condiciones:</p>	Sec. 5.2.3
<p>1. <math>1.5\delta_u/h_w &lt; 0.00025N</math>.</p>	
<p>2. <math>M_u &lt; \phi M_n</math> para muros analizados con <math>\mu_{GA} = 1</math> y <math>SR = 1.6</math>.</p>	

### 5.3 Consideraciones de detallado

#### 5.3.1 Espesor mínimo del elementos de borde

Debe limitarse el espesor mínimo del extremo no alado de un muro para el control de la falla por pandeo global fuera del plano. Un espesor crítico  $b_{crit} = l_o \sqrt{\phi_y l_w \mu_\phi / (10\beta \xi_c)}$  es requerido para evitar la inestabilidad por pandeo en la zona extrema en compresión de un muro rectangular, producto de las deformaciones que generan los ciclos de reversión sísmica en el acero de refuerzo [5]. El desplazamiento crítico normalizado en el umbral de pandeo fuera del plano es de  $\xi_c = 1/3$ , con  $\beta = 0.50$  para una malla de refuerzo,  $\beta = 0.80$  para dos mallas de refuerzo y una altura efectiva de pandeo  $l_o = l_p \leq 0.8h_u$ , siendo  $h_u$  la altura no apoyada lateralmente en la zona de compresión del muro. Tomando  $\mu_\phi = 2\mu_\delta - 1$  (sección 3.4.2),  $\phi_y l_w = 0.0035$ , con un límite superior de  $l_o = 0.8h_u$  se tiene:

$$b_{crit} = h_u \sqrt{\frac{2\mu_\delta - 1}{1500\beta}} \quad (5.11)$$

En muros regidos por flexión con  $h_w/l_w \geq 2$ , para lograr una ductilidad por desplazamiento mínima de  $\mu_\delta = 2$  para elementos gobernados por desplazamientos [1], de la Ec. 5.11 se tiene  $b_{crit} = 0.05h_u$  para muros con dos mallas de refuerzo y  $b_{crit} = 0.063h_u \approx h_u/16$  para muros con una malla central de refuerzo.

En muros diseñados para tener una respuesta elástica en flexión, al desarrollar una capacidad intrínseca por desplazamiento de al menos  $\mu_\delta = 1.5$  [1], se tiene de la Ec. 5.11 un valor de  $b_{crit} \approx 0.05h_u$  para muros armados con una sola malla de refuerzo. En el caso de considerar dos mallas de refuerzo, se obtiene un valor de  $b_{crit} = 0.037h_u$ , sin embargo, para alturas libres típicas de piso entre 2.5 m y 3 m, se tiene  $b_{crit}$  entre 9 cm y 11 cm, siendo impráctico para el acomodo de dos mallas de refuerzo y de los sistemas electromecánicos.

En muros regidos por deformaciones por cortante propio de edificios chatos con  $h_w/l_w \leq 2$ , con respuesta elástica en flexión ( $\mu_\delta = 1$ ) se obtiene para muros armados con una sola malla de refuerzo un valor de  $b_{crit} = 0.037h_u$ , siendo  $h_u/25$  un límite conservador. En edificios de baja altura con bajas cargas axiales donde  $P/(A_g f'_c) \leq 0.10$  se tiene menor probabilidad de falla por pandeo en la zona de compresión, tomando relevancia otros modos de falla asociados a altos esfuerzos cortantes.

El Cuadro 43 resume los límites para espesores de muros delgados de sistemas MLP tipo cajón según la configuración del acero de refuerzo y el tipo de respuesta esperada en el sistema.

Cuadro 43. Espesores mínimos de extremos rectangulares en muros.

Respuesta	Razón de aspecto	No. mínimo de mallas de refuerzo	Espesor $b_{eb}$ mínimo
Inelástica	$h_w/l_w \geq 2$	1	$h_u/16$
		2	$h_u/20$
Elástica	$h_w/l_w \geq 2$	1	$h_u/20$
	$h_w/l_w < 2$	1	$h_u/25$

A partir de la ductilidad por desplazamiento de muros delgados regidos por una falla controlada por compresión (Ec 3.47 sección 3.4.1), pues estimarse el espesor requerido en bordes  $b_{eb}$  para lograr una ductilidad local mínima de  $\mu_{\delta,c} = 2.0$  en muros diseñados para responder inelásticamente:

$$b_{eb} \geq \frac{h_w}{l_w} \frac{c}{70\lambda_c k_\rho} \quad (5.12)$$

Con  $k_\rho = 0.8\rho_v f_y / \sqrt{f'_c}$  para datos en kg/cm<sup>2</sup>.

Para EB confinados, como criterio de constructibilidad se considera un espesor  $b_{eb}$  mínimo de 15 cm para acomodo de la canasta de confinamiento e igual a 20 cm en zonas de compresión extensas que activan el uso de confinamiento moderado, tales como almas de muros alados con sección transversal tipo T o L [6].

### 5.3.2 Separación vertical del refuerzo transversal en bordes

Un confinamiento básico considera una separación vertical del refuerzo transversal igual al espesor del elemento, para el cual se alcanzan valores de deformación unitaria en compresión  $\varepsilon_{cu}$  de al menos 0.0045 según el modelo de Mander et al. [45], siendo la separación libre de aros  $s' < 2h_{c2}$ , donde  $h_{c2}$  es la dimensión mínima del núcleo confinado medida centro a centro entre aros perimetrales según muestra la Figura 89.

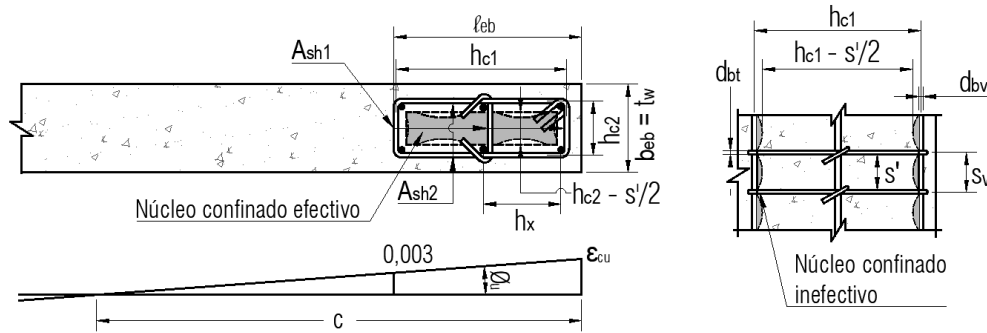


Figura 89. Esquema de confinamiento.

Para el control de pandeo del refuerzo vertical en bordes de muros, se recomienda usar una separación vertical  $s$  dada por [5]:

$$6 \leq s/d_{bl} = 16 - 2\mu_{\delta} \leq 12 \quad (5.13)$$

Para una demanda de ductilidad local en muros de  $\mu_{\delta} = 4$  se tiene  $s = 8d_{bl}$ . Esta separación vertical del refuerzo transversal se considera adecuada para un nivel de confinamiento moderado.

Para reducir la falla por pandeo del acero de refuerzo vertical en zonas de compresión en muros, en [5] se recomienda proveer refuerzo transversal como restricción lateral cuando la cuantía de refuerzo vertical en bordes  $\rho_b$  excede el valor  $3/f_y$  con  $f_y$  en MPa. Este requisito es considerado por el CSCR [1] con un límite de  $28/f_y$  con  $f_y$  en  $\text{kg/cm}^2$ , con una separación vertical del refuerzo transversal  $s$  no mayor a 20 cm.

Para un nivel de confinamiento básico se propone una separación entre barras verticales soportadas lateralmente  $h_x \leq 1.5b_{eb}$  pero no mayor a 35 cm para mejorar la efectividad del arco de confinamiento con respecto al uso de  $h_x \leq 35$  cm dado en [1]. Para un nivel de confinamiento moderado se propone  $h_x \leq b_{eb}$  pero no mayor a 35 cm.

El CSCR [1] considera una separación vertical máxima entre aros para elementos de ductilidad local óptima dada por  $10 \text{ cm} \leq S_o = 10 + (35 - h_x)/3 \leq 15$  cm. Para elementos de borde con confinamiento moderado se propone  $h_x = b_{eb} \geq 20$  cm, por lo que  $S_o \leq 15$  cm.

De acuerdo con lo anterior se propone para la separación del refuerzo transversal:

- i. Nivel de confinamiento básico:  $s \leq \min(b_{eb}, 20 \text{ cm})$ .
- ii. Nivel de confinamiento moderado:  $s \leq \min(8d_b, 15 \text{ cm})$ .
- iii. Cuando  $\rho_b > 28/f_y$ :  $s \leq \min(b_{eb}, 20 \text{ cm})$ .

### 5.3.3 Extensión horizontal del confinamiento

La longitud horizontal del extremo del muro  $\ell_{eb}$  que requiere confinamiento donde se excede  $\varepsilon_c = 0.003$  hasta alcanzar  $\varepsilon_{cu} = c\phi_{u,d}$  ( $\phi_{u,d}$  según Ec. 5.7), puede obtenerse suponiendo un perfil lineal de deformación unitaria con  $c/\varepsilon_{cu} = (c - \ell_{eb})/\varepsilon_c$ :

$$\ell_{eb} = c[1 - 0.003/(c\phi_{u,d})] \quad (5.14)$$

Donde se considere  $\varepsilon_{cu} = 0.0045$  para un confinamiento básico en bordes, la profundidad de la zona a confinar con valores de  $\varepsilon_c \geq 0.003$  es  $\ell_{eb} = c(1 - 0.003/0.0045) = c/3$ . Para una profundidad máxima de  $c = 0.35l_w$  a partir de la cual rige un confinamiento moderado, se tiene  $\ell_{eb} = 0.35l_w/3 \approx 0.12l_w$ . Por lo tanto, se propone  $\ell_{eb} = 0.12l_w$  para bordes con confinamiento básico.

Para un diseño basado en demandas moderadas de ductilidad ( $\mu_{GA} = 2$ ) y un valor máximo para  $\delta_u/h_w = 0.01$  en sistemas MLP tipo cajón, de la Ec. 5.4 se define una demanda de rotación plástica máxima de  $\theta_{pd} = \delta_u/h_w(1 - 1/\mu_{GA}) = 0.005$ , siendo  $\phi_{u,d} = 3 \cdot 0.005/l_w + 0.0035/l_w = 0.0185/l_w$  (Ec. 5.7). Sustituyendo  $\phi_{u,d} = 0.0185/l_w$  en la Ec. 5.14 se propone del lado de la seguridad  $\ell_{eb} \geq c - 0.15l_w$  para bordes con confinamiento moderado, pero no menor a  $c/2$  para tener una longitud mínima de confinamiento [4].

### 5.3.4 Extensión vertical del confinamiento

La extensión vertical del confinamiento  $h_{eb}$  desde la sección crítica a flexión se propone no menor al mayor valor entre:

- i. El doble de la longitud equivalente de rótula plástica resultando en una extensión máxima igual a  $l_w$  para  $l_p \leq 0.5l_w$ .
- ii. El mayor valor entre  $M_u/(4V_u)$  [1] y una altura agrietada de muro  $h_{cr} = 0.15h_w$  ( $\beta_{crN} = 0.15$  para sistemas de MGL con  $\Omega = 1.6$  según sección 3.2.3). Considerando que en sistemas a base de muros  $M_u/(4V_u) \approx h_w/6 > 0.15h_w$ , rige el valor de  $M_u/(4V_u)$ .

### 5.3.5 Cuantía de acero transversal para confinamiento moderado

Para determinar la cuantía de acero de confinamiento en elementos de borde de muros con demandas moderadas de ductilidad se propone el uso del modelo de Paultre y Légeron [48], según siguiente expresión:

$$\frac{A_{sh}}{sh_c} = 0.01274 \mu_\phi k_n k_p \frac{A_g f'_c}{A_{ch} f_{yt}} \quad (5.15)$$

Donde  $A_{sh}$  es el área de acero de refuerzo trasversal,  $h_c$  es la distancia máxima, medida centro a centro, entre esquinas del aro o entre amarres suplementarios,  $s$  es la separación del refuerzo trasversal,  $\mu_\phi$  es la ductilidad a la curvatura,  $k_n = n_l / (n_l - 2)$  es el factor de efectividad de confinamiento,  $n_l$  es el número total de varillas longitudinales individuales que son soportadas lateralmente por esquinas de aros o por amarres,  $k_p = P / (A_g f'_c)$  es la razón de carga axial,  $A_g$  es el área gruesa del elemento,  $A_{ch}$  es el área del núcleo confinado,  $f'_c$  es la resistencia a la compresión del concreto y  $f_{yt}$  es el esfuerzo de cendecia del acero.

Si se considera un límite inferior para  $\mu_\phi$  igual a  $2\mu_\delta - 1$  para muros ligeramente reforzados de acuerdo con la sección 3.4.2 y una ductilidad local por desplazamiento máxima de  $\mu_{\delta,c} = 4$ , se requiere desarrollar  $\mu_\phi = 7$ . Considerando que  $\phi_u = \varepsilon_{cu} / c$  y  $\mu_\phi = \phi_u / \phi_y$ , se puede expresar la deformación unitaria última como  $\varepsilon_{cu} = c \mu_\phi \phi_y$ . Tomando  $\mu_\phi = 7$ , una curvatura de cedencia nominal  $\phi_y = 0.0035 / l_w$  y una profundidad de la zona de compresión máxima  $c = 0.375 l_w$  para falla controlada por compresión (sección 3.2.1), se tiene  $\varepsilon_{cu} = 0.375 l_w \cdot 7 \cdot 0.0035 / l_w \approx 0.01$ .

La norma CSA A23.3-04 [40] incorpora el modelo dado en [48] considerando en el caso de tomar  $\varepsilon_{cu} > \varepsilon_{co}$  un factor  $k_p$  igual a  $0.1 + 30\varepsilon_{cu}$ , para el cual se obtiene  $k_p = 0.4$  con  $\varepsilon_{cu} = 0.01$ . Tomando  $\mu_\phi = 7$  y  $k_p = 0.4$  en la Ec. 5.15, la cuantía de acero de confinamiento en bordes de muros con demandas moderadas de ductilidad resulta en:

$$\frac{A_{sh}}{sh_c} = 0.04 k_n \frac{A_g f'_c}{A_{ch} f_{yt}} \quad (5.16)$$

La Figura 90 muestra valores de  $A_{sh}/sh_c$  en función de  $k_n$  según el modelo de confinamiento propuesto (Ec. 5.16). Se muestra el caso de un elemento de borde de 100 cm x 20 cm con un arreglo de 8 varillas sujetadas lateralmente con  $n_l = 8$  y  $k_n = 8 / (8 - 2) = 1.33$ ,  $A_g / A_{ch} = 100 \cdot 20 \text{ cm}^2 / (94.1 \cdot 14.1 \text{ cm}^2) = 1.51$  y  $f'_c / f_{yt} = 210 \text{ kg/cm}^2 / (4200 \text{ kg/cm}^2) = 0.067$ , por lo que  $A_{sh}/A_{ch} = 0.54\%$ . Esta cuantía resulta ser ligeramente inferior a la requerida por el CSCR [1] (0.6%) según los parámetros considerados.

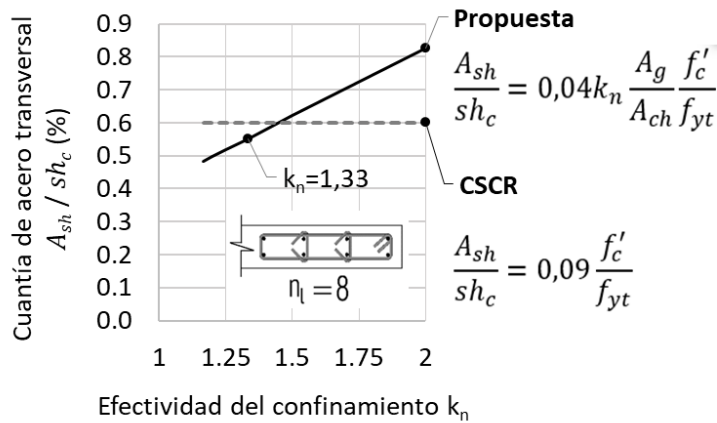


Figura 90. Modelo de confinamiento propuesto.

### 5.3.6 Cuantía de acero vertical dentro del elemento de borde

Para lograr el desarrollo de un agrietamiento bien distribuido se propone una cuantía mínima de acero vertical  $\rho_b$  en el borde del muro, para la cual la razón de agrietamiento secundario (sección 3.2.5) requiere ser de  $k_\rho = 0.8\rho_b f_y / \sqrt{f'_c} = 1$ , por lo que:

$$\rho_b \geq 1.25\sqrt{f'_c}/f_y \quad (5.17)$$

Con  $f'_c$  y  $f_y$  en  $\text{kg}/\text{cm}^2$ . Para  $f'_c = 280 \text{ kg}/\text{cm}^2$  y  $f_y = 4200 \text{ kg}/\text{cm}^2$  se tiene  $\rho_b \geq 0.50\%$ .

### 5.3.7 Cuantía mínima de acero vertical distribuido

La cuantía mínima de acero vertical distribuido en muros se propone según la siguiente expresión:

$$\rho_v \geq \frac{f'_c}{f_y} \left[ \Omega \frac{\gamma_3}{\gamma_1} (n + 0.1) - \frac{\gamma_2}{\gamma_1} n \right] \quad (5.18)$$

Para muros rectangulares puede tomarse  $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.5(1 - c/l_w)$ ,  $\gamma_3 = 1/6$  y  $c/l_w = 0.07 + 1.20n$ . Para muros alados se requiere evaluar los parámetros  $\gamma_{i=1,2,3}$  según lo descrito en la sección 3.2.2. Puede tomarse un valor del margen de seguridad de  $\Omega = 1.6$ .

### 5.3.8 Detallado de elementos de borde

El Cuadro 44 muestra la propuesta para los requisitos de detallado de elementos de borde en muros de sistemas estructurales MLP tipo cajón, la cual hace referencia a la sección del documento donde se determina el requisito. La Figura 91 muestra los esquemas de

detallado de elementos de borde en muros para confinamiento básico y confinamiento moderado. En el Anexo 5 se presenta un ejemplo numérico de aplicación del procedimiento propuesto.

Cuadro 44. Propuesta de requisitos para elementos de borde en muros de sistemas MLP tipo cajón.

	$b_{eb} \geq \frac{h_w}{l_w} \frac{c}{70\lambda_c k_\rho} \geq 15 \text{ cm}$	Sec. 5.3.1
	No menor a valores del Cuadro 43.	
EB con confinamiento básico	Aros #3 y amarres #2 con $s \leq \min(b_{eb}, 20 \text{ cm})$	Sec. 5.3.2
	$h_x \leq \min(1.5b_{eb}, 35 \text{ cm})$	
	$\ell_{eb} \geq 0.12l_w$	Sec. 5.3.3
	$\ell_{eb} \geq 30 \text{ cm}$ en muros con alas	
	$h_{eb} \geq \max[l_w, M_u/(4V_u)]$	Sec. 5.3.4
	$\rho_b \geq 1.25\sqrt{f'_c}/f_y$	Sec. 5.3.6
	$b_{eb} \geq \frac{h_w}{l_w} \frac{c}{70\lambda_c k_\rho} \geq 20 \text{ cm}$	Sec. 5.3.1
	No menor a valores del Cuadro 43.	
EB con confinamiento moderado	$s \leq \min(8d_{bl}, 15 \text{ cm})$	Sec. 5.3.2
	$h_x \leq \min(b_{eb}, 35 \text{ cm})$	
	$\ell_{eb} \geq \max(c - 0.15l_w, c/3)$	Sec. 5.3.3
	$\ell_{eb} \geq 30 \text{ cm}$ en muros con alas	
	$h_{eb} \geq \max[l_w, M_u/(4V_u)]$	Sec. 5.3.4
	La cuantía de acero transversal no debe ser menor a:	
	$\frac{A_{sh}}{sh_c} = 0.04k_n \frac{A_g}{A_{ch}} \frac{f'_c}{f_{yt}}$	Sec. 5.3.4
	Donde: $k_n = n_l/(n_l - 2)$	
	$\rho_b \geq 1.25\sqrt{f'_c}/f_y$	Sec. 5.3.6
Requisitos complementarios	Igual a requisitos de confinamiento básico con $\ell_{eb} \geq \max(c - 0.15l_w, c/2)$	Sec. 5.3.3

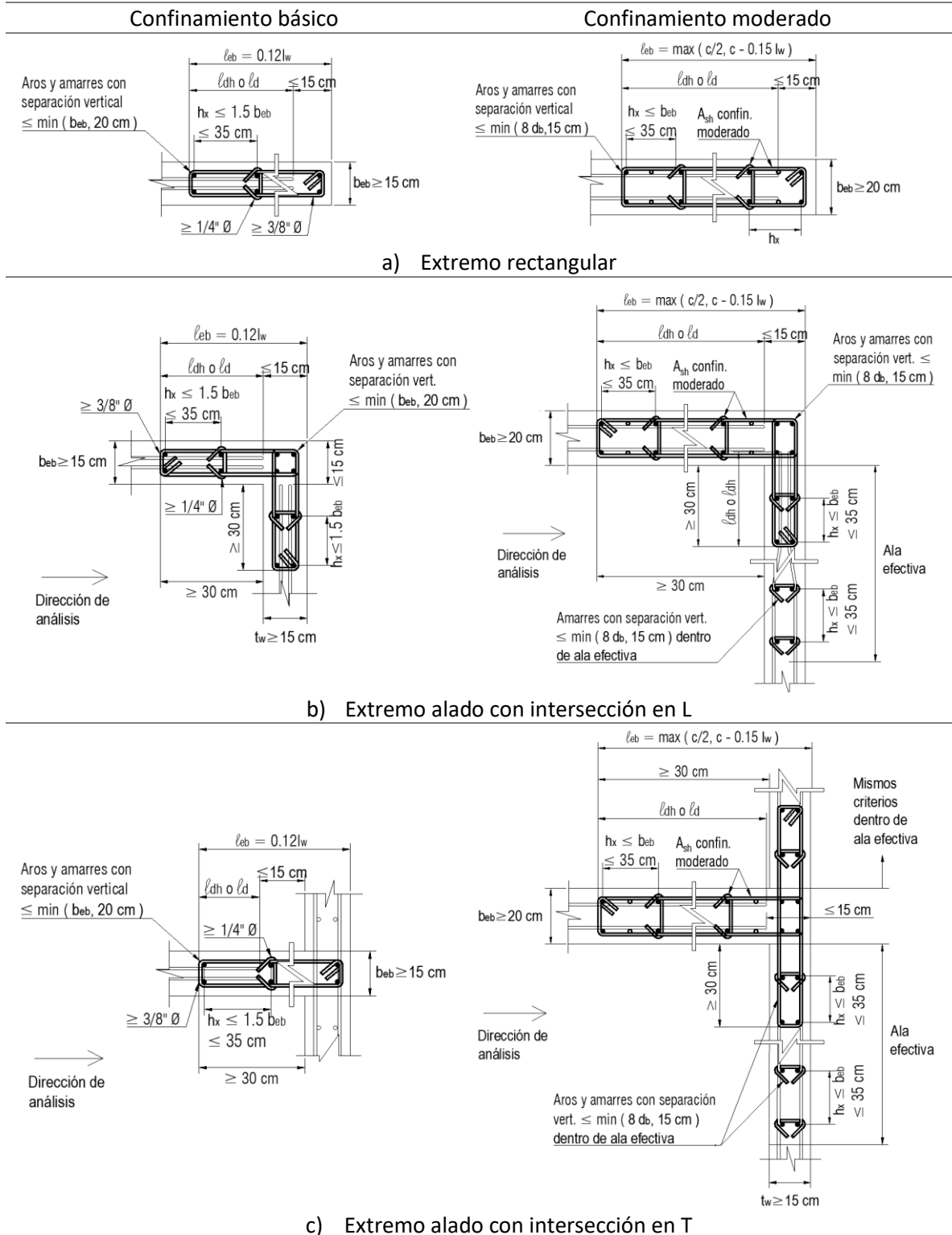


Figura 91. Esquemas de confinamiento de elementos de borde en muros.

## Conclusiones

---

### Capítulo 1

En Costa Rica, a nivel de su código sísmico se han introducido los sistemas estructurales de tipo mixto con losa plana, dentro de los cuales se clasifican los sistemas a base de muros estructurales o sistemas tipo cajón, de amplio uso en edificios residenciales, cuya densidad de muros les confiere una respuesta con bajas demandas de ductilidad. La norma vigente en el país incluye requisitos para controlar el comportamiento de losas de acople, sin encontrarse requisitos específicos para el detallado de bordes en muros delgados con bajo contenido de acero de refuerzo afines a estos sistemas.

En algunas normativas de diseño sismorresistente de la región latinoamericana para sistemas estructurales de muros con ductilidad limitada, que incluye los sistemas constructivos tipo cajón o túnel, se han incluido algunas variantes en los factores de reducción de fuerzas elásticas de diseño respecto a otros sistemas convencionales. Sin embargo, estas normativas definen los criterios de diseño de elementos de borde en muros estructurales basados en su mayoría en las disposiciones del Comité 318 de ACI, los cuales son enfocados en el comportamiento de muros dúctiles bien detallados. La experiencia en regiones sísmicas como Chile y Turquía han evidenciado en general un buen comportamiento de los sistemas tipo cajón para niveles altos de sacudidas sísmicas, favorecido por una respuesta esencialmente elástica.

### Capítulo 2

Se investigaron los principales parámetros que afectan la capacidad de desplazamiento de muros delgados ligeramente reforzados. El análisis se basa en los resultados de 10 campañas experimentales afines. Se determina que:

- i. Una mayor cuantía de acero vertical influye a favor de la capacidad de un muro para alcanzar un agrietamiento bien distribuido a lo largo de su longitud y altura.
- ii. El incremento de la esbeltez de la zona de compresión de un muro de acuerdo con el parámetro  $c/t_w$  reduce su ductilidad por desplazamiento.
- iii. El confinamiento en bordes de muros puede incrementar la capacidad de deriva y la ductilidad por desplazamiento a partir de cierto umbral de la profundidad de la zona en

compresión del muro o para cierto nivel exigido de curvatura, asociados a un nivel límite de deformación unitaria en compresión.

### Capítulo 3

El modelo de plasticidad concentrada en la base permite estimar la respuesta global de muros en términos de desplazamientos de forma más eficiente y directa con respecto al uso de otras técnicas de modelado, sin embargo, el modelo es limitado para capturar la respuesta local en términos de agrietamiento y deformación unitaria. Para estimar adecuadamente la capacidad de deriva de muros delgados ligeramente reforzados regidos por flexión es necesario aplicar factores de ajuste asociados con la capacidad de agrietamiento y con los efectos de esbeltez de la sección transversal. Mediante el análisis de resultados experimentales de 30 especímenes ensayados, se logra corroborar la validez del modelo propuesto.

El incremento del confinamiento en bordes de muros regidos por flexión puede asociarse a un aumento de la ductilidad hasta que el modo de falla controlado por compresión cambie a un modo de falla controlado por tracción, para lo cual se propuso un indicador del cambio de modo de falla con base a parámetros de esbeltez geométrica y profundidad de la zona de compresión. En el caso de muros con bajo contenido de refuerzo por flexión, con cargas axiales de compresión bajas a moderadas, el mecanismo de falla puede ser regido por ruptura del acero de refuerzo con daño concentrado en pocas grietas primarias, con picos marcados en el nivel de curvatura.

Según los datos de los programas experimentales analizados, se determinó que la ductilidad por desplazamiento en muros delgados sometidos a cargas axiales y laterales es afectada por parámetros como la esbeltez de la zona de compresión  $c/t_w$ , la razón de aspecto del muro  $h_w/l_w$ , la cuantía de acero de refuerzo vertical y el nivel de confinamiento en bordes. La profundidad de la zona de compresión  $c$  asociada a la capacidad nominal a flexión de un muro depende principalmente de la razón de carga axial. Un aumento de  $c$  reduce la capacidad de curvatura y su ductilidad asociada. El aumento de la razón de aspecto  $h_w/l_w$  de un muro restringe su ductilidad por desplazamiento debido al mayor incremento de la componente elástica de la deformación con respecto a la componente plástica. La cuantía de acero en flexión favorece la dispersión de plasticidad en la zona agrietada.

## Capítulo 4

Se analizaron diferentes investigaciones afines a edificios con sistema tipo cajón de uso residencial construidos en diferentes latitudes. La práctica constructiva de estos sistemas en diferentes regiones sugiere la ausencia de elementos de borde confinantes para edificios chatos y de baja altura dado el uso de muros de bajo espesor no mayor a 12 cm, siendo más frecuente el uso de bordes confinados en edificios de media y gran altura. Los estudios numéricos incluyen análisis estáticos y dinámicos no lineales en modelos de elemento finito que suelen omitir el efecto de confinamiento en el análisis, sobre todo en muros con espesores menores a 15 cm en los que el núcleo confinado resulta inefectivo. Los análisis no lineales de edificios de baja altura, de 5 a 10 niveles, construidos con muros de bajo espesor (8 cm a 12 cm) y detallados con una sola malla electrosoldada sin elementos de borde confinantes, muestran un desempeño sísmico inadecuado en zonas de alta sismicidad. Los análisis que omiten la contribución a flexión y corte de las losas de entrepiso muestran una reducción significativa en la resistencia lateral, siendo necesario su incorporación en el análisis para lograr una mejor predicción en la respuesta sismorresistente.

Se propuso un modelo predictivo del periodo de vibración de sistemas MLP tipo cajón, el cual logra una buena estimación de los periodos de baja y moderada amplitud medidos en edificaciones reales y de aquellos periodos efectivos estimados a partir de curvas de capacidad según modelos no lineales estáticos en elemento finito. Se implementó un parámetro de agrietamiento que incrementa con la demanda de ductilidad del sistema, el cual se incorporó en el modelo de estimación del periodo para sistemas agrietados.

Se realizó un análisis de la demanda de deriva global en sistemas MLP tipo cajón bajo el enfoque probabilista de la demanda sísmica que considera el uso de los espectros elásticos de diseño del CSCR 2025 (en revisión), siendo contrastada contra la propuesta de una deriva global mínima en función del número de niveles de la edificación, la cual se ajusta de mejor manera a edificios rígidos con respecto al uso de un valor fijo de deriva global como lo estipula ACI 318 para la verificación de la necesidad de elemento de borde en muros.

Según el análisis de demanda de ductilidad basado en modelos estáticos no lineales de edificios residenciales con sistema MLP tipo cajón (diseñados para  $\mu_{GA} = 1.50$ ,  $SR = 2.0$ ), para los valores de aceleración espectral del CSCR 2025, los edificios de baja altura menores

a 10 niveles con valores de índices de muros no menores a 0.025 presentan una respuesta esencialmente elástica para los cuales no se requiere el confinamiento en bordes de muros, mientras que los edificios de media y gran altura con índices de muros entre 0.025 y 0.035 pueden presentar demandas de ductilidad no mayores a 1.5, para los cuales se requiere generalmente de un confinamiento básico, justificándose el uso de un confinamiento moderado para muros con sección transversal tipo T o L según el tipo de sitio de cimentación y el número de niveles. Los índices de muros considerados en los modelos de análisis modificados obedecen a una densidad mínima de muros propuesta para el control del nivel de carga axial. Los valores de demanda de ductilidad son tolerables según las ductilidades locales que pueden alcanzar muros delgados de sistemas tipo cajón, justificándose utilizar ductilidades globales no mayores a 1.50 para el diseño de sistemas MLP tipo cajón.

Los valores de sobrerresistencia alcanzada por sistemas tipo cajón son mayores en edificios de baja altura debido al exceso de resistencia asociado al cumplimiento de requisitos mínimos de diseño. En edificaciones de media y gran altura, la sobrerresistencia que puede ser alcanzada por el sistema es sensible a la resistencia asignada mediante fuerzas de diseño reducidas. Según los valores máximos de demanda de ductilidad obtenidos, se logran valores de sobrerresistencia superiores a 2.0.

### **Capítulo 5**

Se investigó la necesidad de confinamiento en bordes de muros esbeltos de sistemas MLP tipo cajón mediante un enfoque por desplazamientos. Una primera propuesta considera la profundidad de la zona de compresión ( $c$ ) de un muro con respecto a su longitud ( $l_w$ ) al alcanzar la falla por aplastamiento definida en términos de la deformación unitaria límite del concreto no confinado. La propuesta alternativa es basada en la demanda - capacidad de curvatura que alcanza la sección de un muro sin confinamiento en bordes.

Cuando se espera una respuesta del sistema predominantemente elástica se establecen algunas excepciones para determinar la necesidad de confinamiento en bordes. Bajo un enfoque por desplazamientos puede omitirse la necesidad de confinamiento en bordes cuando la deriva global es inferior a  $0.00025N$ . Bajo un enfoque basado en fuerzas, puede omitirse el requerimiento de confinamiento en bordes si la capacidad reducida a flexión es

mayor a la demanda de capacidad según fuerzas sísmicas reducidas con un valor de ductilidad global asignada igual a 1.0 y una sobrerresistencia igual a 1.6.

Para el control de falla por compresión en bordes de muros esbeltos se propuso dos niveles de confinamiento, ya sea básico o moderado, los cuales varían según la extensión y densidad del acero de refuerzo, siendo innecesario establecer requisitos para el desarrollo de ductilidad local óptima en muros de sistemas MLP tipo cajón dada su baja incursión inelástica asociada a bajas demandas de deriva. El confinamiento básico provee un nivel de transición en el detallado que permite incrementar la capacidad del muro ante la falla por compresión previo a requerir de un confinamiento moderado. Un confinamiento básico consiste en el uso de aros con una separación no mayor al espesor del elemento. Este tipo de confinamiento requiere de muros con espesores no menores a 15 cm, con tal de que el núcleo confinado sea aún efectivo y permita su constructibilidad. Un confinamiento moderado requiere mayores cuantías de acero de refuerzo con respecto a un confinamiento básico, limitándose a espesores de muros no menores a 20 cm.

Para determinar la cuantía de acero transversal para un nivel de confinamiento moderado se utilizó un modelo de confinamiento acorde a demandas moderadas de ductilidad, el cual toma en cuenta el nivel de carga axial, la efectividad del confinamiento y el nivel de ductilidad esperado. El confinamiento propuesto es adecuado para deformaciones unitarias en compresión  $\varepsilon_{cu} \leq 0.01$  y valores de deriva para el desplazamiento de diseño de  $\delta_u/h_w \leq 0.01$ . Se incluyeron algunos esquemas para el armado del acero refuerzo transversal en bordes de muros para niveles de confinamiento básico y moderado.

## Recomendaciones

---

Para el diseño de elementos de borde de muros esbeltos ( $h_w/l_w \geq 2$ ) dentro de regiones plásticas de sistemas MLP tipo cajón con índices de muros no menores a 0.025 en cada dirección principal se recomienda implementar los siguientes criterios:

1. En muros con  $c \leq 0.35l_w$  puede omitirse la necesidad de confinamiento en bordes cuando la deriva global calculada con 1.5 veces el desplazamiento de diseño es inferior a  $0.00025N$  o cuando la capacidad reducida a flexión es mayor a la demanda de capacidad acorde con fuerzas sísmicas reducidas con un valor de ductilidad global asignada igual a 1.0 y una sobrerresistencia igual a 1.6.
2. En muros con  $c < 0.25l_w$  no se requiere de confinamiento en el borde del muro; en otro caso el nivel de confinamiento puede ser: básico ( $c < c_u$ ) o moderado ( $c_u \leq c$ ), con  $0.25l_w \leq c_u \leq 0.35l_w$ , siendo  $c_u = \lambda_c l_w / (1000 \theta_{pd} + 1)$ .
3. Uso de una deriva global mínima  $0.0035 \leq \delta_{u.min}/h_w = 0.0005N \leq 0.0065$  para determinar la demanda de capacidad rotacional en la zona plástica.
4. Verificar los requisitos de detallado para niveles de confinamiento básico y confinamiento moderado en bordes según el Cuadro 44 y los esquemas de la Figura 91.

A nivel de normativa sísmica se recomienda incorporar algunos criterios complementarios a los requisitos de confinamiento en bordes para lograr un diseño integral de sistemas estructurales MLP tipo cajón según los puntos descritos a continuación:

1. Uso de  $\mu_{GA} = 1.0$  cuando se espera una respuesta esencialmente elástica en edificios de baja altura, menores a 10 niveles; Uso de  $\mu_{GA} \leq 1.5$  a partir de edificios de media altura.
2. Revisión de la resistencia a cortante en muros para fuerzas elásticas con  $\mu_{GA} = 1.0$  y  $SR = 1.6$  cuando se espera una respuesta elástica del sistema.
3. Uso de espesores de extremos rectangulares no menores a  $h_u/16$  y  $h_u/20$  para muros regidos por flexión diseñados para una respuesta inelástica, armados con una y dos mallas de acero de refuerzo, respectivamente, siendo  $h_u/20$  y  $h_u/25$  para muros diseñados para una respuesta elástica con  $h_w/l_w \geq 2$  y  $h_w/l_w < 2$ , respectivamente.
4. Limitar el índice de muros en cada dirección principal a valores no menores a  $p_{min}$  donde  $0.025 \leq p_{min} = 0.5\rho_{m.min} \leq 0.035$  con  $\rho_{m.min} = 1/(1.6f'_c/N - 8)$ .

## **Futuras líneas de investigación**

---

Se requiere ampliar la investigación experimental en muros delgados para determinar la respuesta carga - desplazamiento de secciones con razones de esbeltez de la zona en compresión del muro ( $c/t_w$ ) mayores a 5, verificando el impacto del confinamiento en bordes y la influencia del contenido de acero de refuerzo vertical.

Se sugiere el estudio experimental de los efectos geométricos que ocurren en muros de sección irregular que forman ductos compuestos típicos de edificios con sistema tipo cajón, lo que incluye el efecto de rezago de cortante en la interfaz ala – alma para verificar el ancho efectivo de ala y el efecto de la excentricidad del centro de cortante ante carga lateral.

Es necesario ampliar el estudio de la respuesta sísmica de sistemas MLP tipo cajón mediante análisis dinámicos no lineales que incorporen espectros sísmicos locales, investigando el efecto de las cargas cíclicas en la deformación unitaria del concreto y en el acero de refuerzo en zonas de rótulas plásticas. Es deseable incorporar los efectos de: pandeo local del acero de refuerzo en compresión, rigidización por tracción en muros con bajo contenido de refuerzo a flexión, influencia de la interacción suelo – estructura, respuesta no lineal de sistemas horizontales y la rigidez efectiva a cortante en muros y elementos de acople.

Bajo los enfoques alternativos expuestos en esta investigación, puede extenderse el estudio de los requisitos para verificar la necesidad de elementos de borde en muros de sistemas estructurales tipo dual, verificando los niveles de confinamiento requeridos en bordes para demandas moderadas y altas de ductilidad.

## Referencias

---

- [1] Colegio Federado de Ingenieros y de Arquitectos de Costa Rica, *Código Sísmico de Costa Rica 2010 Revisión 2014*. Cartago: Editorial Tecnológica, 2014.
- [2] Colegio Federado de Ingenieros y Arquitectos de Costa Rica, «Suplemento al Código Sísmico de Costa Rica 2010 Rev.2014: Especificaciones para diseño y construcción de sistemas de estructuras tipo mixto con losa plana», *Diario Oficial La Gaceta*, San José, Costa Rica, 2021.
- [3] ACI Committee 318, *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-08) and Commentary*. Farmington Hills, Michigan, 2008.
- [4] J. W. Wallace y K. Orakcal, «ACI 318-99 provisions for seismic design of structural walls», *Structural Journal*, vol. 99, n.º 4, pp. 499-508, 2002.
- [5] T. Paulay y M. Priestley, *Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings*. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1992.
- [6] J. W. Wallace y J. P. Moehle, «Ductility and Detailing Requirements of Bearing Wall Buildings», *Journal of Structural Engineering*, vol. 118, n.º 6, pp. 1625-1644, jun. 1992.
- [7] K. Beyer, A. Dazio, y MJN. Priestley, «Seismic design of torsionally eccentric buildings with U-shaped RC walls», IUSS Press, Pavia, Italy, dic. 2007.
- [8] R. S. Henry, «Assessment of minimum vertical reinforcement limits for RC walls», *Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering*, vol. 46, n.º 2, pp. 88-96, 2013, doi: 10.5459/BNZSEE.46.2.88-96.
- [9] Y. Lu y R. S. Henry, «Minimum vertical reinforcement in RC walls: Theoretical requirements for low and high ductility demands», *Bulletin of the NZSEE*, vol. 50, n.º 4, pp. 471-481, dic. 2017.
- [10] R. Hoult, «Universal plastic hinge length for reinforced concrete walls», *ACI Struct J*, vol. 119, n.º 4, pp. 75-83, 2022.
- [11] Y. Lu, «Seismic design of lightly reinforced concrete walls», ResearchSpace@ Auckland, 2017.

- [12] A. Wibowo, J. L. Wilson, N. T. K. Lam, y E. F. Gad, «Seismic performance of lightly reinforced structural walls for design purposes», *Magazine of Concrete Research*, vol. 65, n.º 13, pp. 809-828, 2013.
- [13] R. Hoult, H. Goldsworthy, y E. Lumantarna, «Plastic hinge analysis for lightly reinforced and unconfined concrete structural walls», *Bulletin of Earthquake Engineering*, vol. 16, n.º 10, pp. 4825-4860, oct. 2018.
- [14] S. J. Menegon, «Displacement behaviour of reinforced concrete walls in regions of lower seismicity», *Doctor of Philosophy thesis, Department of Civil and Construction Engineering, Swinburne University of Technology*, 2018.
- [15] S. Menegon, J. Wilson, T. Lam, y E. Gad, «Review of Confinement Requirements for the Seismic Design of Rectangular RC Walls in Australia», en *Australian Earthquake Engineering Society 2019 Conference*, Newcastle NSW, dic. 2019.
- [16] C. L. Segura Jr y J. W. Wallace, «Impact of geometry and detailing on drift capacity of slender walls», *ACI Struct J*, vol. 115, n.º 3, pp. 885-895, 2018.
- [17] S. A. Abdullah y J. W. Wallace, «Drift capacity at axial failure of RC structural walls and wall piers», *Journal of Structural Engineering*, vol. 147, n.º 6, 2021.
- [18] M. Tomazevic y I. Klemenc, «Seismic behaviour of confined masonry walls», *Earthq Eng Struct Dyn*, vol. 26, n.º 10, pp. 1059-1071, 1997.
- [19] A. Dazio, K. Beyer, y H. Bachmann, «Quasi-static cyclic tests and plastic hinge analysis of RC structural walls», *Eng Struct*, vol. 31, n.º 7, pp. 1556-1571, 2009.
- [20] C. Alarcon, M. A. Hube, y J. C. la Llera, «Effect of axial loads in the seismic behavior of reinforced concrete walls with unconfined wall boundaries», *Eng Struct*, vol. 73, pp. 13-23, 2014.
- [21] A. H. Altheeb, «Seismic drift capacity of lightly reinforced concrete shear walls», PhD thesis, The University of Melbourne, 2016.
- [22] Abdulrahman Sulaiman Albidah, «Vulnerability and Risks of Collapse of Structural Concrete Walls in Regions of Low to Moderate Seismicity», PhD thesis, University of Melbourne, 2016.

- [23] Y. Lu, «Seismic design of lightly reinforced concrete walls», ResearchSpace@ Auckland, 2017.
- [24] J. Almeida, O. Prodan, A. Rosso, y K. Beyer, «Tests on thin reinforced concrete walls subjected to in-plane and out-of-plane cyclic loading», *Earthquake Spectra*, vol. 33, n.º 1, pp. 323-345, 2017.
- [25] C. A. Blandon, C. A. Arteta, R. L. Bonett, J. Carrillo, K. Beyer, y J. P. Almeida, «Response of thin lightly-reinforced concrete walls under cyclic loading», *Eng Struct*, vol. 176, pp. 175-187, 2018.
- [26] S. J. Menegon, J. L. Wilson, N. T. K. Lam, y E. F. Gad, «Experimental testing of reinforced concrete walls in regions of lower seismicity», *Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering*, vol. 50, n.º 4, pp. 494-503, 2017.
- [27] P. Adebar y A. Lorzadeh, «Compression failure of thin concrete walls», *Canadian Journal of Civil Engineering*, vol. 40, n.º 8, pp. 711-721, 2012.
- [28] Applied Technology Council (ATC), *Improvement of nonlinear static seismic analysis procedures. Report No. FEMA 440*. Washington, D.C, 2005.
- [29] M. J. N. Priestly, G. M. Calvi, y M. J. Kowalsky, «Displacement-based seismic design of structures», *Displacement-Based Seismic Design of Structures*, IUSS PRESS, Pavia, ITALY, 2007.
- [30] J. Schwaighofer y M. P. Collins, «Experimental Study of the Behavior of Reinforced Concrete Coupling Slabs», en *Journal Proceedings*, 1977, pp. 123-127.
- [31] A. Gónzales y M. Cruz, «Losas de acople en edificios de tipo mixto de muros de corte con losa plana», Tesis de Maestría, Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica, 2016.
- [32] R. Lagos *et al.*, «Seismic performance of high-rise concrete buildings in Chile», *International Journal of High-Rise Buildings*, vol. 1, n.º 3, pp. 181-194, 2012.
- [33] D. Ugalde y D. Lopez-Garcia, «Elastic overstrength of reinforced concrete shear wall buildings in Chile», en *16th World Conference on Earthquake Engineering*, 2017.

- [34] D. Ugalde, P. F. Parra, y D. Lopez-Garcia, «Assessment of the seismic capacity of tall wall buildings using nonlinear finite element modeling», *Bulletin of Earthquake Engineering*, vol. 17, n.º 12, pp. 6565-6589, 2019.
- [35] SEAOC Vision 2000 Committee, *Performance based seismic engineering of buildings*. Sacramento, C.A.: Structural Engineering Association of California, 1995.
- [36] C. Balkaya y E. Kalkan, «Estimation of fundamental periods of shear-wall dominant building structures», *Earthq Eng Struct Dyn*, vol. 32, n.º 7, pp. 985-998, 2003.
- [37] C. Balkaya y E. Kalkan, «Seismic vulnerability, behavior and design of tunnel form building structures», *Eng Struct*, vol. 26, n.º 14, pp. 2081-2099, 2004.
- [38] CEN, *European Standard EN 1998-1:2004 Eurocode 8: Design of Structures for Earthquake Resistance. Part 1: General Rules, Seismic Actions and Rules for Buildings*. 2004.
- [39] New Zealand Standards, *Concrete Structures Standard Part 1&2 NZS 3101.1&2:2006*. Standards New Zealand, 2015.
- [40] Canadian Standards Association, *Design of Concrete Structures CSA A23.3:19*, 2019.<sup>a</sup> ed. Mississauga, ON, Canada, 2004.
- [41] ACI Committee 318, *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-14) and Commentary*. 2014.
- [42] R. Hoult, H. Goldsworthy, y E. Lumantarna, «Plastic Hinge Length for Lightly Reinforced Rectangular Concrete Walls», *Journal of Earthquake Engineering*, vol. 22, n.º 8, pp. 1447-1478, sep. 2018.
- [43] R. D. Hoult, H. M. Goldsworthy, y E. Lumantarna, «Plastic hinge analysis for lightly reinforced and unconfined concrete structural walls», *Bulletin of Earthquake Engineering*, vol. 16, pp. 4825-4860, 2018.
- [44] F. E. Richart, A. Brandtzæg, y R. L. Brown, «Failure of plain and spirally reinforced concrete in compression», *University of Illinois. Engineering Experiment Station. Bulletin; no. 190*, 1929.

- [45] J. B. Mander, M. J. N. Priestley, y R. Park, «Theoretical stress-strain model for confined concrete», *Journal of structural engineering*, vol. 114, n.º 8, pp. 1804-1826, 1988.
- [46] T. Sullivan, M. Priestley, y G. Calvi, *A model code for the displacement based seismic design of structures*. Pavia, Italy: IUSS Press, 2012.
- [47] M. N. Fardis, *Seismic design, assessment and retrofitting of concrete buildings: based on EN-Eurocode 8*, vol. 8. Springer, 2009.
- [48] P. Paultre y F. Légeron, «Confinement Reinforcement Design for Reinforced Concrete Columns», *Journal of Structural Engineering*, vol. 134, n.º 5, pp. 738-749, may 2008.
- [49] A. W. Beeby, «The prediction of crack widths in hardened concrete», 1979.
- [50] J. Moehle, *Seismic design of reinforced concrete buildings*. New York: McGraw-Hill Education LLC, 2015.
- [51] 318 ACI Committee, *Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-19) and Commentary*. Farmington Hills, Michigan, 2019.
- [52] F. Dashti, R. P. Dhakal, y S. Pampanin, «Validation of a numerical model for prediction of out-of-plane instability in ductile structural walls under concentric in-plane cyclic loading», *Journal of structural engineering*, vol. 144, n.º 6, p. 4018039, 2018.
- [53] FEMA, «NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings. Report No. 273», Washington DC, 1997.
- [54] NTE 0.30 Reglamento Nacional de Edificaciones, *Norma E.030 Diseño Sismorresistente*. Lima, Perú, 2020.
- [55] Asociación Guatemalteca de Ingeniería Estructural y Sísmica, *NSE 7.9 Diseño de edificaciones de concreto reforzado con muros de ductilidad baja*. Ciudad de Guatemala, 2018.
- [56] B. Wang, W. Cai, y S. Qingxuan, «Simplified data-driven model for the moment curvature of T-shaped RC shear walls», *Hindawi Advances in Civil Engineering*, pp. 1-16, 2019.

- [57] E. Smyrou, T. Sullivan, N. Priestley, y M. Calvi, «Sectional response of T-shaped RC walls», *Bulletin of Earthquake Engineering*, vol. 11, n.º 4, pp. 999-1019, 2013.
- [58] R. Constantin, «Seismic behaviour and analysis of U-shaped RC walls», Lausanne, 2016.
- [59] P. Adebar y A. M. M. Ibrahim, «Simple nonlinear flexural stiffness model for concrete structural walls», *Earthquake Spectra*, vol. 18, n.º 3, pp. 407-426, 2002.
- [60] FEMA-356, *Prestandard and Commentary for Seismic Rehabilitation of Buildings*. Washington DC: Federal Emergency Management Agency, 2000.
- [61] S. Kono, T. Obara, R. Taleb, H. Watanabe, M. Tani, y M. Sakashita, «Simulation of drift capacity for RC walls with different section configurations», en *Proceedings of the 10th Pacific Conference on Earthquake Engineering*, 2015, pp. 181-188.
- [62] A. Bohl y P. Adebar, «Plastic hinge lengths in high-rise concrete shear walls», *ACI Struct J*, vol. 108, n.º 2, pp. 148-157, 2011.
- [63] ASCE/SEI 41, *Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings*. Reston, VA: Structural Engineering Institute, 2017.
- [64] Y. P. Yuen y J. S. Kuang, «Effect of axial compression on ductility design of RC walls», *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings*, vol. 168, n.º 8, pp. 554-569, 2015.
- [65] S. J. Menegon, J. L. Wilson, N. T. Lam, y E. F. Gad, «Development of Simple and Transparent Non-Linear Analysis Methods for RC Walls», en *Proceedings of the Australian Earthquake Engineering Society 2018 Conference, Perth, WA, USA*, 2018, pp. 16-18.
- [66] B. Belletti, C. Damoni, y A. Gasperi, «Modeling approaches suitable for pushover analyses of RC structural wall buildings», *Eng Struct*, vol. 57, pp. 327-338, 2013.
- [67] J. S. Pugh, L. N. Lowes, y D. E. Lehman, «Seismic design of concrete walled buildings», en *Second European conference on earthquake engineering and seismology. Istanbul*, 2014.

- [68] K. Kolozvari, T. A. Tran, K. Orakcal, y J. W. Wallace, «Modeling of cyclic shear-flexure interaction in reinforced concrete structural walls. II: Experimental validation», *Journal of Structural Engineering*, vol. 141, n.º 5, p. 4014136, 2015.
- [69] X. Lu, L. Xie, H. Guan, Y. Huang, y X. Lu, «A shear wall element for nonlinear seismic analysis of super-tall buildings using OpenSees», *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 98, pp. 14-25, 2015.
- [70] FEMA 450, «Recommended Provisions for Seismic Regulations for New Buildings and Other Structures», Washington, DC, USA, 2003.
- [71] A. Rutenberg y A. C. Heidebrecht, «Approximations for Natural Frequencies of Interconnected Walls and Frames», *Canadian Journal of Civil Engineering*, vol. 2, n.º 1, pp. 116-119, mar. 1975, doi: 10.1139/L75-010.
- [72] A. C. Heidebrecht y B. S. Smith, «Approximate analysis of tall wall-frame structures», *Journal of the Structural Division*, vol. 99, n.º 2, pp. 199-221, 1973.
- [73] R. K. Goel y A. K. Chopra, «Period Formulas for Concrete Shear Wall Buildings», *Journal of Structural Engineering*, vol. 124, n.º 4, pp. 426-433, abr. 1998.
- [74] k. Shimasaki y M. A. Sozen, «Seismic Drift of Reinforced Concrete Structures», 1984.
- [75] İ. Kazaz, «Dynamic characteristics and performance assessment of reinforced concrete structural walls», Ankara, Turkey, 2010.
- [76] C. F. de Ingenieros y de Arquitectos de Costa Rica, *Código Sísmico de Costa Rica 2025 (en prensa)*. Editorial Tecnológica, 2025.
- [77] N. Newmark y W. Hall, «Earthquake spectra and design», *Engineering monographs on earthquake criteria*, 1982.
- [78] I. S. Safety, «Recommended Provisions for Seismic Regulations for New Buildings and Other Structures (FEMA 450)», *FEMA: Washington, DC, USA*, 2003.
- [79] C.-M. Uang, «Establishing R (or  $R_w$ ) and C d factors for building seismic provisions», *Journal of structural Engineering*, vol. 117, n.º 1, pp. 19-28, 1991.
- [80] Canadian Commission on Building and Fire Codes, *National Building Code of Canada 2020*, vol. 1. Ottawa, Canada: National Research Council of Canada, 2020.

- [81] V. y D. T. Ministerio de Ambiente, *Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente NSR-10*. Bogotá D.C., 2010.
- [82] Instituto Nacional de Normalización INN, *NCh 433.Of1996*, 2012.<sup>a</sup> ed. Santiago, Chile, 2012.
- [83] Applied Technology Council, *Seismic evaluation and retrofit of concrete building. Volume 1 and 2*, vol. Report N° SSC-96-01. Redwood City, California, 1996.
- [84] Applied Technology Council (ATC), *ATC 40: Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings*. Redwood City, CA, 1996.
- [85] R. Hout, H. Goldsworthy, y E. Lumantana, «Displacement capacity of lightly reinforced rectangular concrete walls», *Australian Earthquake Engineering Society 2016 Conference, Melbourne, Victoria*, 2016.
- [86] 318 ACI Committee, «Building code requirements for structural concrete (ACI 318-14) and commentary», Farmington Hills, Michigan, 2014.
- [87] E. Dezhdar y P. Adebar, «Effective stiffness of high-rise cantilever shear walls», en *Proceedings of the 9th US National, and 10th Canadian Conference on Earthquake Engineering, Toronto, Ont. July*, 2010.
- [88] R. K. Fenton, «Thin lightly-reinforced concrete walls in concrete shear wall buildings», University of British Columbia, 2020.
- [89] A. V Shegay, C. J. Motter, R. S. Henry, y K. J. Elwood, «Experimental study on reinforced concrete walls with high axial loads», en *2017 NZSEE Annual Conference*, 2017.
- [90] C. López y J. Music, «Análisis del periodo y desplazamiento de edificios de hormigón armado considerando distintos grados de rigidez en sus elementos resistentes», *Obras y proyectos*, n.º 19, pp. 33-47, 2016.
- [91] H. F. Gonzales Fernández, «Comportamiento sísmico de edificios con muros delgados de hormigón: aplicación a zonas de alta sismicidad de Perú», 2011.
- [92] G. A. Araújo Rodríguez y others, «Seismic Risk Assessment of the Thin and Lightly Reinforced Concrete Wall Building System», 2021.

- [93] V. Mohsenian y L. Di-Sarno, «Investigation of the influence of relative wall area in plan and the role of their boundary elements in the seismic behavior of tunnel-form concrete system», *Journal of Building Engineering*, vol. 99, p. 111609, 2025.
- [94] D. Mitchell, R. Tremblay, E. Karacabeyli, P. Paultre, M. Saatcioglu, y D. L. Anderson, «Seismic force modification factors for the proposed 2005 edition of the National Building Code of Canada», *Canadian Journal of Civil Engineering*, vol. 30, n.º 2, pp. 308-327, 2003.
- [95] V. Mohsenian y A. Mortezaei, «New proposed drift limit states for box-type structural systems considering local and global damage indices», *Advances in Structural Engineering*, vol. 22, pp. 3352-3366, jun. 2019, doi: 10.1177/1369433219863299.
- [96] S. L. Wood, J. K. Wight, y J. P. Moehle, «The 1985 Chile earthquake: observations on earthquake-resistant construction in Viña del Mar», *Civil Engineering Studies SRS-532*, 1987.
- [97] P. Adebar, J. Mutrie, y R. Devall, «Displacement-based design of concrete wall buildings: the 2004 Canadian Code provisions», *Proceedings, 13th World Conference on Earthquake Engineering, 2004*, ago. 2004.
- [98] Í. Kazaz y Yakut A, «Evaluation of period formula for shear wall buildings», *9th US National and 10th Canadian Conference on Earthquake Engineering, Toronto, Canadá*, 2010.

# ANEXOS

---

## ANEXO 1. Inventario de edificios

### Edificios construidos en Costa Rica

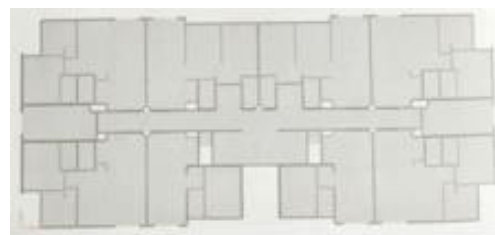
Cuadro A1.1. Características de edificios residenciales construidos en Costa Rica [31].

Edificio	Número niveles	Altura total $h_w$ (m)	Altura de piso $h_s$ (m)	Área de entrepiso (m <sup>2</sup> )	Índice de muros <sup>2)</sup>	
					$p_x$ (%)	$p_y$ (%)
T.G.	6	16.44	2.74	385	5.50	4.05
B.E.	7	21.00	3.00	531	3.61	3.70
S.S.	8	22.32	2.79	608	2.91	4.00
T.V.	9	27.45	3.05	609	3.13	4.31
A.M.	12	31.68	2.64	907	4.05	4.42
B.C.	18	50.22	2.79	544	3.61	4.68

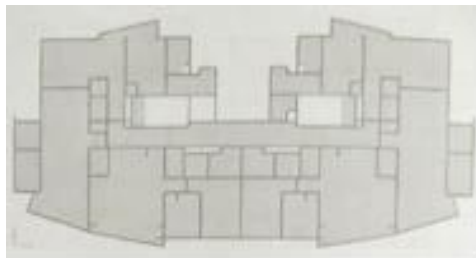
Notas: 1) Aplicable al primer nivel. 2) Subíndices  $x, y$  refieren a dirección longitudinal y transversal, respectivamente.



a) Edificio A.M.



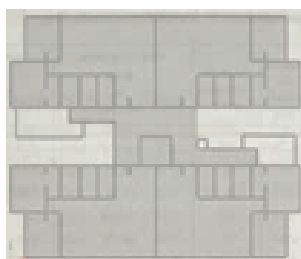
b) Edificio B.C.



c) Edificio B.E.



d) Edificio T.V.



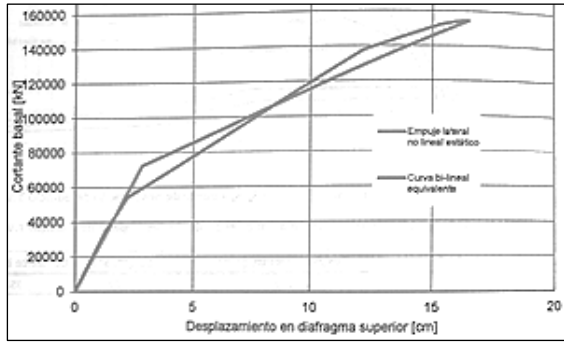
e) Edificio T.G.



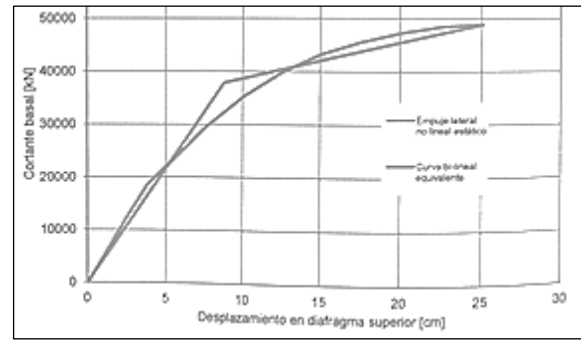
f) Edificio S.S.

Figura A1.1. Plantas de edificios de losas planas construidos en Costa Rica [31].

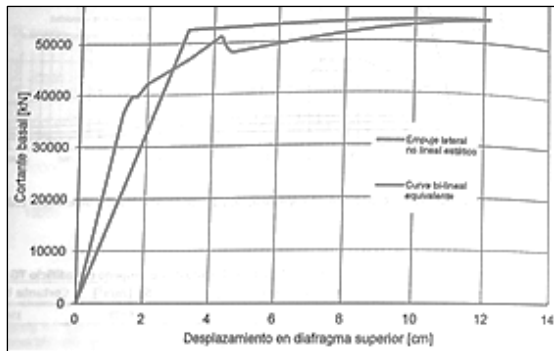
ANEXO 1. Inventario de edificios



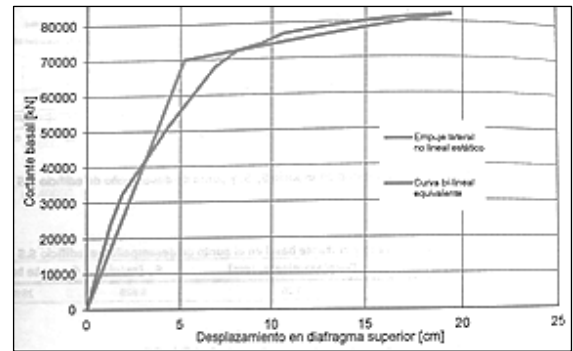
a) Edificio A.M.



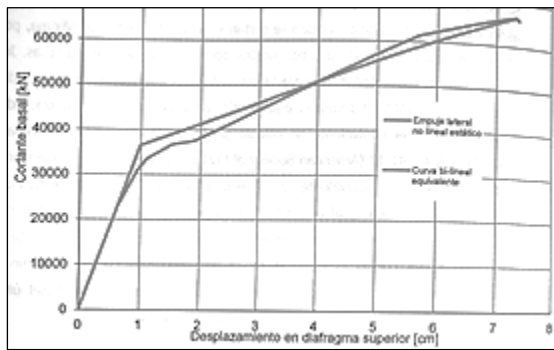
b) Edificio B.C.



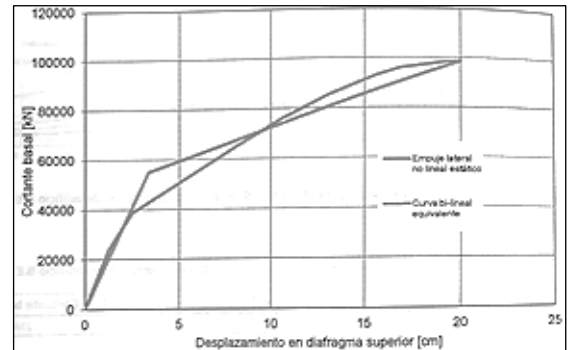
c) Edificio B.E.



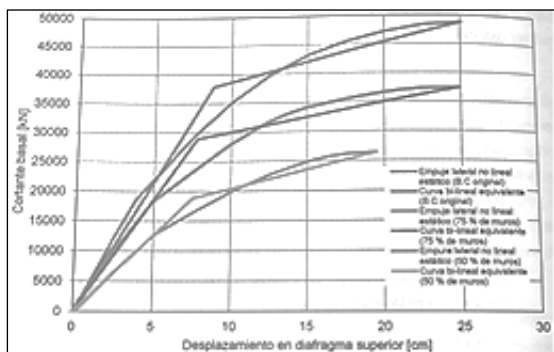
d) Edificio T.V.



e) Edificio T.G.



f) Edificio S.S.



g) Edificios B.C., BC-75 y B.C.-50.

Figura A1.2. Curvas de capacidad de edificios analizados en [31].

## Edificios construidos en Chile

Cuadro A1.2. Periodos medidos mediante vibraciones de baja amplitud en edificaciones con muros portantes construidas en Viña del Mar, Chile [96].

Edificio	Año de construcción	Altura piso $h_s$ (m)	# pisos	Daño estructural <sup>1)</sup>	Periodo medido (s)	
					Transversal	Longitudinal
Acapulco	1964	2.75	15	Severo	0.83	0.67
Festival	1979	2.65	15	Moderado	0.72	0.61
Marina Real	1983	2.70	20	Leve	0.95	0.90
Plaza del Mar	1983	2.68	23	Leve	1.29	1.13
Torre del Almendral <sup>2)</sup>	> 1972	2.55	23	Sin dato	1.00	1.20
Torres del Miramar	1976	2.55	22	Sin daño	1.06	1.06
Torres del Sol	1982	2.65	22	Leve	1.08	1.08
Villa Real <sup>3)</sup>	1983	2.55	10	Leve	0.54	0.71

Notas: 1) Daño observado tras terremoto de Chile de 1985 Mw 8.0. 2) Sin datos del año de construcción y del daño observado, se tiene planos constructivos de 1972. 3) Mediciones para movimientos sísmicos moderados.

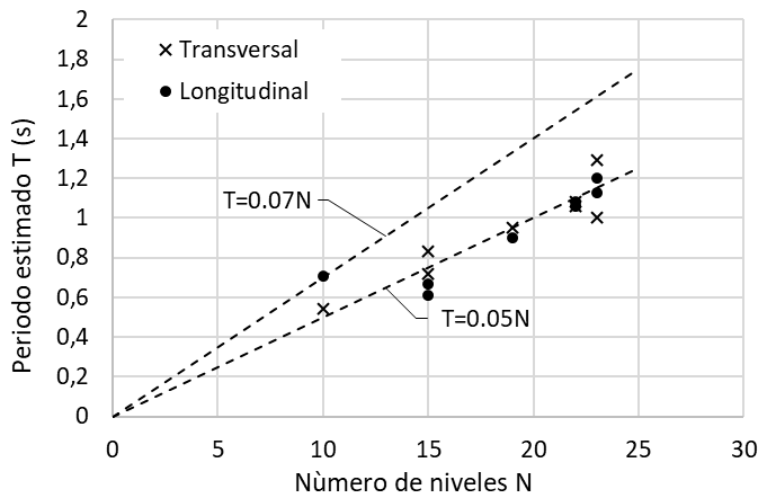
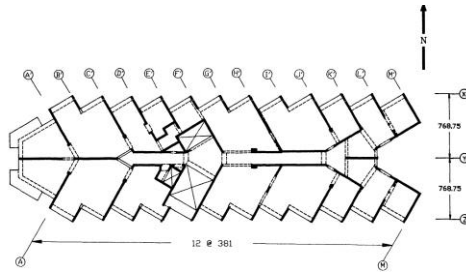
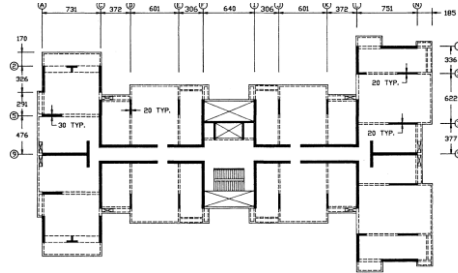


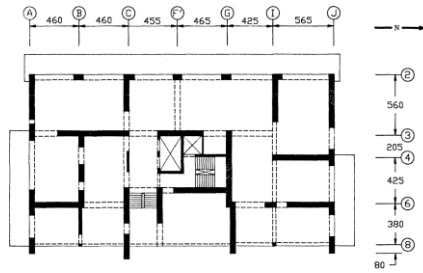
Figura A1.3. Periodos medidos mediante vibraciones de baja amplitud en edificaciones construidas en Viña del Mar, Chile [96].



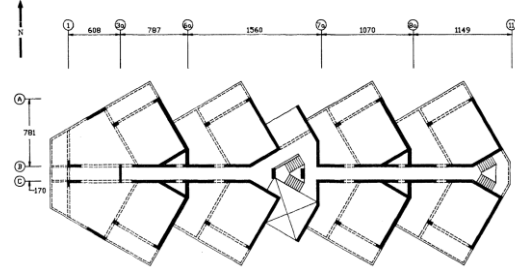
a) Acapulco (pisos 2 a 6)



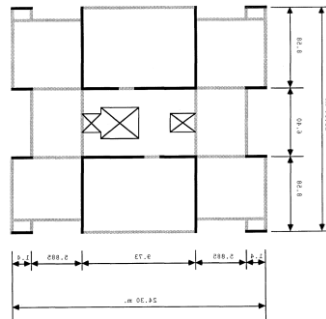
b) Festival (primer piso)



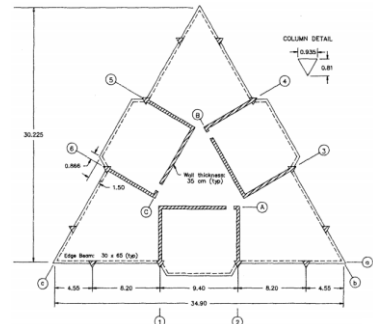
c) Marina Real (primer piso)



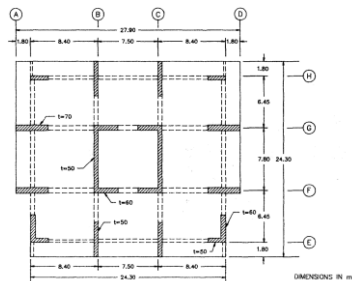
d) Plaza del Mar (piso típico)



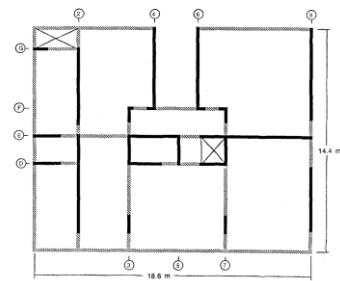
e) Torre del almendral (primer piso)



f) Torres del Miramar (Pisos 3 y 5)



g) Torres del Sol (primer piso)



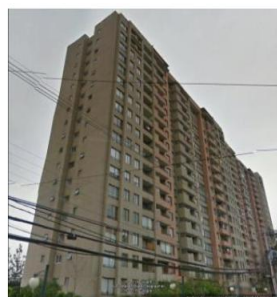
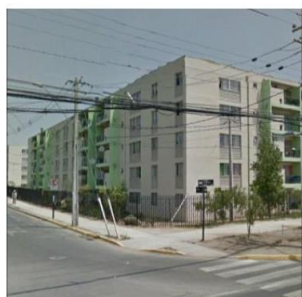
h) Villa Real (segundo piso)

Figura A1.4. Configuraciones en planta de edificios construidos en Viña del Mar, Chile [96].

ANEXO 1. Inventario de edificios

Cuadro A1.3. Características de edificios residenciales construidos en Santiago de Chile.

Edif.	Año	Espesor de muros nivel típico	Número niveles	Altura (m)	Dim. Planta típica (m)	Densidad de muros (%)		Periodo fundamental (s)	
						L	T	L	T
5N	2009	15 cm	5	12.11	41.2 x 8.7	2.9	2.6	0.11	0.25
17N	2006	15 – 17 cm (20 cm sot.)	17 (+ 2 sot.)	42.16	49.4 x 13.2	2.6	2.4	0.43	1.11
26N	2003	17 cm (20-25 cm sot.)	26 (+ 4 sot.)	72.24	23.3 x 18.4	2.5	2.4	1.49	1.73



5 pisos



17 pisos



26 pisos

Figura A1.5. Configuraciones de edificios residenciales construidos en Santiago de Chile.

Cuadro A1.4. Características de edificios residenciales construidos en Antofagasta, Chile [90].

Edificio	Año de construcción	Altura (m)	Área total (m <sup>2</sup> )	# pisos	# sótanos
Barlovento	2009	41.42	5342	16	1
Grecia	1999	33.7	2305	13	1
Las Palmas	1997	38.58	6580	15	1
Los Sauces	1999	37.85	15215	15	0
Mar del Sur	1993	33.2	1614	13	0
Mirador del Sur	1999	41.41	6054	16	1
Perez Zujovic	1978	74.49	14104	28	1
Plaza Floresta	2002	46.88	5501	18	1

Notas: 1) Basado en análisis modal elástico.

Cuadro A1.5. Periodos fundamentales calculados según análisis dinámicos lineales en edificios residenciales construidos en Antofagasta, Chile [90].

Edificio	Periodo fundamental (s)	
	T <sub>ox</sub> (s)	T <sub>oy</sub> (s)
Barlovento	0.368	0.74
Grecia	0.496	0.397
Las Palmas	0.478	0.53
Los Sauces	0.35	0.451
Mar del Sur	0.463	0.712
Mirador del Sur	0.533	0.76
Perez Zujovic	1.143	1.624
Plaza Floresta	0.469	0.743

ANEXO 1. Inventario de edificios



a) Barlovento



b) Grecia



c) Las Palmas



d) Los Sauces



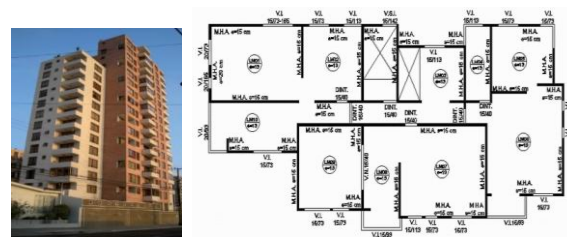
e) Mar del Sur



f) Mirador del Sur



g) Pérez Zujovic



h) Plaza Foresta

Figura A1.6. Configuraciones de edificios residenciales construidos en Antofagasta, Chile [90].

## ANEXO 2. Datos de ensayos experimentales en muros

Cuadro A2.1. Propiedades de especímenes de ensayos en muros delgados.

Autor	ID	Forma	No. mallas	Borde confin.	$h_w$ (m)	$h_e$ (m)	$l_w$ (m)	$t_w$ (m)	$\frac{h_e}{l_w}$	$\frac{h_w}{l_w}$	$\frac{h_w}{h_e}$	$\rho_v$ (%)	$f'_c$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	$\epsilon_{su}$
Dazio et al. (2009)	WSH1	R	2	Sí	4.56	4.56	2.0	0.15	2.28	2.28	1.00	0.30	45	547.3	619.9	0.046
	WSH2	R	2	Sí	4.56	4.56	2.0	0.15	2.28	2.28	1.00	0.30	40.5	583.1	747.4	0.077
	WSH3	R	2	Sí	4.56	4.56	2.0	0.15	2.28	2.28	1.00	0.54	39.2	601.0	725.5	0.077
	WSH4	R	2	No	4.56	4.56	2.0	0.15	2.28	2.28	1.00	0.54	40.9	576.0	674.9	0.073
	WSH5	R	2	Sí	4.56	4.56	2.0	0.15	2.28	2.28	1.00	0.27	38.3	583.7	714.4	0.079
	WSH6	R	2	Sí	4.53	4.53	2.0	0.15	2.27	2.27	1.00	0.54	45.6	576.0	674.9	0.073
Lu (2016)	C1	R	2	No	2.8	2.8	1.4	0.15	2.00	2.00	1.00	0.53	36.6	300.0	409.0	0.15
	C2	R	2	No	2.8	5.6	1.4	0.15	4.00	2.00	0.50	0.53	36.6	300.0	409.0	0.15
	C3	R	2	No	2.8	8.4	1.4	0.15	6.00	2.00	0.33	0.53	36.6	300.0	409.0	0.15
	C4	R	2	No	2.8	2.8	1.4	0.15	2.00	2.00	1.00	0.53	36.6	300.0	409.0	0.16
	C5	R	2	Sí	2.8	2.8	1.4	0.15	2.00	2.00	1.00	0.53	36.6	300.0	409.0	0.15
	C6	R	2	Sí	2.8	5.6	1.4	0.15	4.00	2.00	0.50	0.53	36.6	300.0	409.0	0.15
Alarcon et al. (2014)	w1	R	2	No	1.6	1.6	0.7	0.1	2.29	2.29	1.00	1.30	27.4	469.2	675.7	0.166
	w2	R	2	No	1.6	1.6	0.7	0.1	2.29	2.29	1.00	1.30	27.4	469.2	675.7	0.166
	w3	R	2	No	1.6	1.6	0.7	0.1	2.29	2.29	1.00	1.30	27.4	469.2	675.7	0.166
Almeida et al. (2017)	TW1	T	1	No	2	10	2.7	0.08	3.70	0.74	0.20	0.15	28.8	460.0	625.0	0.141
	TW4	T	1	No	2	10	2.7	0.08	3.70	0.74	0.20	0.15	31.2	460.0	625.0	0.127
	TW5	T	2	No	2	7.35	2.7	0.12	2.72	0.74	0.27	0.50	33.6	460.0	618.0	0.099
Blandon et al. (2018)	W4	T	1	No	2.4	5.2	2.5	0.1	2.08	0.96	0.46	0.27	39.1	563.0	691.0	0.060
	W6	T	1	No	2.4	5.2	2.5	0.1	2.08	0.96	0.46	0.27	39.2	419.0	630.0	0.060
	W7	T	1	No	2.4	5.2	2.5	0.1	2.08	0.96	0.46	0.27	47	419.0	630.0	0.060
Altheeb (2016)	Wall1	R	1	No	2.75	2.75	0.9	0.12	3.06	3.06	1.00	0.36	35.19	500.0	720.0	0.130
	Wall2	R	1	No	2.75	2.75	0.9	0.12	3.06	3.06	1.00	0.73	34.66	500.0	720.0	0.130
Albidah (2016)	Wall3	R	1	No	2.75	2.75	0.9	0.12	3.06	3.06	1.00	0.90	42.71	530.0	630.0	0.11
	SW00N1	R	1	No	1.4	2.3	0.97	0.05	2.37	1.44	0.61	0.26	41.1	478.0	531.0	-
Tomazevic et al. (1996)	SW00N2	R	1	No	1.4	2.3	0.97	0.05	2.37	1.44	0.61	0.26	41.1	478.0	531.0	-
Menegon et al. (2017)	S01	R	2	No	2.6	7.8	1.2	0.2	6.50	2.17	0.33	1.8	41.9	532.2	637.0	0.126
	S02	Ducto	2	No	2.6	7.8	1.2	0.13	6.50	2.17	0.33	1.4	31.6	544.2	698.1	0.11
Segura y Wallace (2018)	WP1	R	2	Sí	2.134	8.56	2.286	0.152	3.74	0.93	0.25	0.463	35.9	578.0	726.0	0.111
	WP2	R	2	Sí	2.134	8.56	2.286	0.152	3.74	0.93	0.25	0.463	41.7	578.0	726.0	0.111
	WP3	R	2	Sí	2.134	8.56	2.286	0.152	3.74	0.93	0.25	0.463	42.4	578.0	726.0	0.111
	WP4	T	2	Sí	2.134	13.4	2.286	0.152	5.86	0.93	0.16	0.463	46	578.0	726.0	0.111

Cuadro A2.2. Parámetros geométricos de los muros ensayados.

Autor	ID	Forma	$\frac{h_w}{l_w}$	$\frac{h_e}{l_w}$	$\frac{h_w}{h_e}$	$\frac{c}{l_w}$	$\frac{c}{t_w}$	$\frac{l_w}{t_w}$	$\frac{cl_w}{t_w^2}$
Dazio et al. [19]	WSH2	R	2.28	2.28	1.00	0.16	2.09	13.33	27.82
	WSH3	R	2.28	2.28	1.00	0.16	2.09	13.33	27.82
	WSH4	R	2.28	2.28	1.00	0.16	2.09	13.33	27.82
	WSH5	R	2.28	2.28	1.00	0.23	3.11	13.33	41.53
	WSH6	R	2.27	2.27	1.00	0.21	2.79	13.33	37.26
Lu [23]	C1	R	2.00	2.00	1.00	0.10	0.93	9.33	8.65
	C2	R	2.00	4.00	0.50	0.10	0.97	9.33	9.02
	C3	R	2.00	6.00	0.33	0.12	1.14	9.33	10.63
	C5	R	2.00	2.00	1.00	0.16	1.49	9.33	13.87
	C6	R	2.00	4.00	0.50	0.12	1.14	9.33	10.63
Alarcon et al. [20]	w1	R	2.29	2.29	1.00	0.27	1.89	7.00	13.23
	w2	R	2.29	2.29	1.00	0.36	2.55	7.00	17.85
	w3	R	2.29	2.29	1.00	0.46	3.22	7.00	22.54
Almeida et al. [24]	TW1	T	0.74	3.70	0.20	0.13	4.46	33.75	150.61
	TW4	T	0.74	3.70	0.20	0.13	4.26	33.75	143.86
	TW5	T	0.74	2.72	0.27	0.15	3.36	22.50	75.56
Blandon et al. [25]	W4	T	0.96	2.08	0.46	0.15	3.74	25.00	93.50
	W6	T	0.96	2.08	0.46	0.15	3.74	25.00	93.50
	W7	T	0.96	2.08	0.46	0.14	3.35	25.00	83.75
Altheeb [21]	Wall1	R	3.06	3.06	1.00	0.12	0.90	7.50	6.75
	Wall2	R	3.06	3.06	1.00	0.17	1.27	7.50	9.50
Albidah [22]	Wall3	R	3.06	3.06	1.00	0.18	1.38	7.50	10.38
Tomazevic et al. [18]	SW00N1	R	1.44	2.37	0.61	0.17	3.23	19.40	62.60
	SW00N2	R	1.44	2.37	0.61	0.25	4.90	19.40	95.09
Menegon et al. [26]	S01	R	2.17	6.50	0.33	0.15	0.90	6.00	5.39
	S02	Ducto	2.17	6.50	0.33	0.17	1.59	9.23	14.69
Segura y Wallace [16]	WP1	R	0.93	3.74	0.25	0.23	3.46	15.04	52.02
	WP2	R	0.93	3.74	0.25	0.22	3.31	15.04	49.76
	WP3	R	0.93	3.74	0.25	0.21	3.16	15.04	47.50
	WP4	T	0.93	5.86	0.16	0.30	4.51	15.04	67.86

ANEXO 2. Datos de ensayos experimentales en muros

Cuadro A2.3. Resultados de ensayos experimentales en muros delgados.

Autor	ID	$\frac{P}{Af'_c}$	$l_{p,exp}$ (mm)	$\lambda_{p,exp}$	$\frac{l_p}{h_e}$	$\phi_{y,exp}$ (rad/m)	$\phi_{u,exp}$ (rad/m)	$M_{\phi,exp}$	$M_{\delta,exp}$	$\delta_{y,exp}$ (mm)	$\delta_{u,exp}$ (mm)	$\delta_{y,exp}/h_w$	$\delta_{p,exp}/h_w$	$\delta_{u,exp}/h_w$	Modo falla
Dazio et al. (2009)	WSH1	0.051	528.7	0.26	0.12	0.0027	0.0165	6.0	4.32	11.00	47.50	0.24	0.80	1.04	FL
	WSH2	0.057	393.6	0.20	0.09	0.0029	0.0300	10.3	6.00	10.50	63.00	0.23	1.15	1.38	FL
	WSH3	0.058	541.8	0.27	0.12	0.0030	0.0240	8.0	5.70	16.20	92.40	0.36	1.67	2.03	FL
	WSH4	0.057	710.7	0.36	0.16	0.0029	0.0200	6.9	3.97	15.50	61.60	0.34	1.01	1.35	AC
	WSH5	0.128	343.1	0.17	0.08	0.0029	0.0350	12.0	6.67	9.30	62.00	0.20	1.16	1.36	FL
	WSH6	0.108	736.5	0.37	0.16	0.0029	0.0250	8.7	7.38	12.70	93.70	0.28	1.79	2.07	FT/AC
Lu (2016)	C1	0.035	309.5	0.22	0.11	0.0021	0.0900	42.0	6.25	11.20	70.00	0.40	2.10	2.50	FL
	C2	0.035	245.0	0.18	0.04	0.0021	0.0450	21.0	6.25	11.20	70.00	0.40	2.10	2.50	FL
	C3	0.035	392.0	0.28	0.05	0.0021	0.0750	35.0	6.25	11.20	70.00	0.40	2.10	2.50	FL
	C4	0.00	258.7	0.18	0.09	0.0021	0.0600	28.0	4.46	8.96	40.00	0.32	1.11	1.43	FL
	C5	0.066	235.8	0.17	0.08	0.0021	0.0500	23.3	5.00	11.20	56.00	0.40	1.60	2.00	FL
	C6	0.035	372.8	0.27	0.07	0.0021	0.0450	21.0	8.00	9.80	78.40	0.35	2.45	2.80	FL
Alarcon et al. (2014)	w1	0.15	243.0	0.35	0.15	-	-	-	4.50	9.60	43.2	0.60	2.10	2.70	AC
	w2	0.25	243.0	0.35	0.15	-	-	-	5.97	4.80	28.64	0.30	1.49	1.79	AC
	w3	0.35	243.0	0.35	0.15	-	-	-	5.00	4.80	24	0.30	1.20	1.50	AC
Almeida et al. (2017)	TW1	0.043	906.0	0.34	0.09	0.0021	0.0104	5.0	3.00	5.00	15.00	0.25	0.50	0.75	AC/IL
	TW4	0.033	709.0	0.26	0.07	0.0019	0.0104	5.4	3.00	5.00	15.00	0.25	0.50	0.75	AC/IL
	TW5	0.048	570.0	0.21	0.08	0.0017	0.0149	8.7	6.00	5.00	30.00	0.25	1.25	1.50	AC
Blandon et al. (2018)	W4	0.048	277.3	0.11	0.05	0.0023	0.0156	6.9	4.96	4.16	20.64	0.17	0.69	0.86	FL
	W6	0.048	704.2	0.28	0.14	0.0017	0.0102	6.1	3.68	5.55	20.40	0.23	0.62	0.85	FL
	W7	0.04	943.7	0.38	0.18	0.0017	0.0102	6.1	4.65	6.24	29.04	0.26	0.95	1.21	FL
Altheeb (2016)	Wall1	0.05	246.3	0.27	0.09	0.0056	0.0900	16.2	5.47	12.80	70.00	0.47	2.08	2.55	FL
	Wall2	0.05	346.3	0.38	0.13	0.0056	0.0800	14.4	7.69	10.60	81.50	0.39	2.58	2.96	AC
	Wall3	0.05	492.5	0.55	0.18	-	-	-	4.61	12.80	59.00	0.47	1.68	2.15	AC
Tomazevic et al. (1996)	SW00N1	0.072	-	-	-	0.0027	0.0120	4.5	5.33	3.60	19.2	0.26	1.11	1.37	FL
	SW00N2	0.144	-	-	-	0.0027	0.0140	5.2	3.54	2.40	8.5	0.17	0.44	0.61	AC
Menegon et al. (2017)	S01	0.058	445.7	-	-	0.0044	0.0360	8.1	4.96	13.10	65.00	0.50	2.00	2.50	AC
	S02	0.077	488.9	0.41	0.06	0.0045	0.0570	12.6	4.51	13.00	58.60	0.50	1.75	2.25	AC
Segura y Wallace (2018)	WP1	0.100	-	-	-	-	-	-	7.76	4.37	33.93	0.21	1.39	1.59	AC
	WP2	0.100	-	-	-	-	-	-	8.00	4.37	32.44	0.19	1.33	1.52	AC
	WP3	0.100	-	-	-	-	-	-	7.37	4.37	32.22	0.21	1.31	1.51	AC
	WP4	0.100	-	-	-	-	-	-	6.39	4.37	27.96	0.21	1.11	1.31	AC

Notas: 1) Modos de falla: AC = Aplastamiento del concreto, IL = Inestabilidad lateral, FL = Fractura del refuerzo longitudinal, FT = Fractura del refuerzo transversal, PR = Pandeo del refuerzo vertical.

## ANEXO 3. Datos de análisis de demanda de ductilidad

Cuadro A3.1 Datos según modelo de análisis original de edificios residenciales.

Edificio	TG	BE	SS	TV	AM	AM*	BC	BC*	BC**
Número de niveles N	6	7	8	9	12	15	18	22	25
Altura $h_w$ (m)	16.4	21.0	22.3	27.5	31.7	39.6	50.2	61.4	69.8
Espesor de losa $t_s$ (m)	0.12	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14
Área de piso ( $m^2$ )	385	531	608	609	907	907	544	544	544
Altura de piso $h_s$ (m)	2.74	3	2.79	3.05	2.64	2.64	2.79	2.79	2.79
Espesor de muros $t_w$ (m)	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.15	0.2	0.2	0.2
Resistencia $f'_c$ ( $kg/cm^2$ )	280	280	280	280	280	280	280	280	280
Esf. cedencia $f_y$ ( $kg/cm^2$ )	4200	4200	4200	4200	4200	4200	4200	4200	4200
Índice de muros long. $p_x$	0.055	0.036	0.029	0.031	0.041	0.041	0.036	0.036	0.036
Índice de muros trans. $p_y$	0.041	0.037	0.040	0.043	0.044	0.044	0.047	0.047	0.047
Cuantía ref. vert. $\rho_v$ (%)	0.252	0.316	0.316	0.316	0.252	0.316	0.355	0.355	0.355
Coefficiente $C_m$	0.81	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80
Coefficiente $C_v = V_y/W_s$	1.53	1.28	1.25	1.29	0.68	0.52	0.39	0.29	0.24
Coefficiente $\alpha$ ( $1/m$ ) <sup>1)</sup>	0.127	0.135	0.060	0.097	0.052	0.052	0.068	0.068	0.068
Peso sísmico $W_s/A_f$ ( $t/m^2$ )	1.05	0.99	0.92	1.01	1.00	1.00	1.02	1.02	1.02
$c/l_w$ muros principales	0.123	0.168	0.183	0.198	0.213	0.260	0.310	0.364	0.405
Coefficiente $C_T$	0.002	0.002	0.002	0.0022	0.0020	0.0020	0.002	0.002	0.002
Periodo efectivo $T_e$ (s)	0.15	0.21	0.31	0.35	0.41	0.59	0.97	1.28	1.50

Notas: 1) Valores obtenidos suponiendo valores de periodo efectivo obtenido según FEMA 356 iguales al periodo  $T_{cr}$ .

Cuadro A3.2 Demanda de ductilidad según modelo de análisis original.

Caso	Parámetro	TG	BE	SS	TV	AM	AM*	BC	BC*	BC**
Z3, S <sub>2</sub>	$T_{cr}$ (s)	0.12	0.15	0.25	0.26	0.34	0.48	0.72	0.94	1.11
	$S_a/g$	1.04	1.04	1.04	1.04	1.02	0.73	0.49	0.37	0.32
	$R_d$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.21	1.12	1.02	1.04	1.08
	$\gamma_{cr}$	1.10	1.10	1.10	1.10	1.15	1.13	1.10	1.11	1.12
	$\mu_D$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.23	1.13	1.02	1.05	1.08
Z3, S <sub>3</sub>	$T_{cr}$ (s)	0.12	0.15	0.25	0.26	0.33	0.52	0.78	1.02	1.21
	$S_a/g$	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.91	0.61	0.46	0.39
	$R_d$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.09	1.39	1.25	1.30	1.32
	$\gamma_{cr}$	1.10	1.10	1.10	1.10	1.12	1.18	1.15	1.16	1.16
	$\mu_D$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.10	1.42	1.26	1.30	1.32

ANEXO 3. Datos de análisis de demanda de ductilidad

Cuadro A3.3 Datos según modelo de análisis modificado de edificios residenciales.

Edificio	TG	BE	SS	TV	AM	AM*	BC	BC*	BC**
Resistencia $f'_c$	210	210	210	210	245	280	280	280	280
Peso sísmico $W_s/A_f$	0.74	0.82	0.79	0.83	0.77	0.77	0.86	0.93	0.93
Índ. muros long. $p_x$	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.030	0.035	0.035
Índ. muros trans. $p_y$	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.025	0.030	0.035	0.035
Cuantía $\rho_v$ (%)	0.252	0.252	0.270	0.316	0.316	0.351	0.355	0.355	0.355
$c/l_w$ muros princ.	0.20	0.24	0.27	0.30	0.32	0.34	0.37	0.40	0.44
Razón $M'_n/M_n$	0.72	0.67	0.63	0.62	0.70	0.69	0.70	0.79	0.78
$C_y = V_y/W_s$	1.56	1.04	0.92	0.99	0.62	0.47	0.32	0.25	0.20
Razón $C'_y/C_y$	1.02	0.82	0.74	0.77	0.91	0.90	0.84	0.86	0.86
Coefficiente $C_T$	0.0019	0.0021	0.0020	0.0021	0.0018	0.0018	0.0019	0.0020	0.0020
Periodo inicial $T_0$	0.11	0.17	0.29	0.30	0.34	0.47	0.76	0.97	1.13
Periodo agriet. $T_{cr}$	0.15	0.22	0.36	0.40	0.43	0.61	1.03	1.35	1.58

Cuadro A3.4 Demanda de ductilidad según modelo de análisis modificado.

Caso	Parámetro	TG	BE	SS	TV	AM	AM*	BC	BC*	BC**
Z3, S <sub>2</sub>	$T_{cr}$ (s)	0.11	0.17	0.29	0.30	0.36	0.50	0.78	1.02	1.19
	$S_a/g$	1.04	1.04	1.04	1.04	0.96	0.70	0.45	0.35	0.30
	$R_d$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.25	1.19	1.12	1.12	1.17
	$\gamma_{cr}$	1.10	1.10	1.10	1.10	1.15	1.14	1.12	1.12	1.13
	$\mu_D$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.27	1.20	1.12	1.12	1.17
Z3, S <sub>3</sub>	$T_{cr}$ (s)	0.11	0.17	0.29	0.30	0.36	0.54	0.85	1.11	1.30
	$S_a/g$	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.87	0.55	0.43	0.36
	$R_d$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.19	1.48	1.37	1.38	1.43
	$\gamma_{cr}$	1.10	1.10	1.10	1.10	1.14	1.20	1.18	1.18	1.18
	$\mu_D$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.22	1.52	1.38	1.38	1.42

Cuadro A3.5 Demanda de ductilidad según modelo de análisis modificado.

Caso	Parám.	TG	BE	SS	TV	Caso	Parám.	TG	BE	SS	TV
Z4, S <sub>2</sub>	T <sub>cr</sub> (s)	0.11	0.17	0.29	0.30	Z5, S <sub>2</sub>	T <sub>cr</sub> (s)	0.11	0.17	0.30	0.31
	S <sub>a</sub> /g	1.16	1.16	1.16	1.16		S <sub>a</sub> /g	1.37	1.37	1.37	1.37
	R <sub>d</sub>	1.00	1.00	1.01	1.00		R <sub>d</sub>	1.00	1.06	1.19	1.11
	γ <sub>cr</sub>	1.10	1.10	1.10	1.10		γ <sub>cr</sub>	1.10	1.11	1.14	1.13
	μ <sub>D</sub>	1.00	1.00	1.01	1.00		μ <sub>D</sub>	1.00	1.07	1.22	1.13
Z4, S <sub>3</sub>	T <sub>cr</sub> (s)	0.11	0.17	0.29	0.30	Z5, S <sub>3</sub>	T <sub>cr</sub> (s)	0.11	0.17	0.29	0.30
	S <sub>a</sub> /g	0.98	0.98	0.98	0.98		S <sub>a</sub> /g	1.14	1.14	1.14	1.14
	R <sub>d</sub>	1.00	1.00	1.00	1.00		R <sub>d</sub>	1.00	1.00	1.00	1.00
	γ <sub>cr</sub>	1.10	1.10	1.10	1.10		γ <sub>cr</sub>	1.10	1.10	1.10	1.10
	μ <sub>D</sub>	1.00	1.00	1.00	1.00		μ <sub>D</sub>	1.00	1.00	1.00	1.00

**Ecuaciones consideradas**

*Razón de resistencias*  $V'_y/V_y$

La resistencia de cedencia efectiva  $V'_y$  de un sistema de muros con altura  $h'_w$  y capacidad a flexión de muros  $[\Sigma M_n]'$  se obtiene de forma aproximada a partir de un sistema con distribución equivalente de muros con altura  $h_w$  y capacidad  $\Sigma M_n$  asociada a  $V_y$ :

$$\frac{V'_y}{V_y} = \frac{[\Sigma M_n]' h_w}{\Sigma M_n h'_w} \tag{A3.1}$$

*Razón de periodos*  $T_{cr}/T_o$

El periodo del sistema agrietado para una demanda de ductilidad  $\mu_D$  dada se obtiene a partir del periodo inicial del sistema como:

$$\frac{T_{cr}}{T_o} = \frac{\gamma_{cr}}{\gamma_o} \sqrt{\frac{1 + (\alpha_{ef.o}H/1.875)^2}{1 + (\alpha_{ef.cr}H/1.875)^2}} \tag{A3.2}$$

Con  $\alpha_{ef.o}H = \alpha H / (3 - 2/\gamma_o)$ ,  $\alpha_{ef.cr}H = \alpha H / (3 - 2/\gamma_{cr})$ ,  $\gamma_o = 1.1$  y  $\gamma_{cr} = 0.2\mu_D + 0.9$ .

## ANEXO 4. Determinación del periodo fundamental

La respuesta dinámica de un sistema estructural compuesto de muros y marcos puede aproximarse a través de un sistema equivalente conformado por dos subestructuras cuyo comportamiento difiere según el tipo de deformación predominante [75].

De acuerdo con la Figura A4.1, se tiene una subestructura 1 comprendida entre el nivel superior y el punto de inflexión de las columnas del primer nivel que ocurre a una altura  $h_{cc}$ , y una subestructura 2 comprendida entre la base y la altura  $h_{cc}$ . Las cargas distribuidas  $q(x)$  y  $m(x)$  representan la acción de las fuerzas horizontales y momentos flectores que son transmitidos hacia el muro, respectivamente. El modelo requiere la aplicación de una carga puntual  $Q$  en el extremo superior para mantener el equilibrio de fuerzas y la compatibilidad de deformación entre las componentes de flexión y corte del sistema.

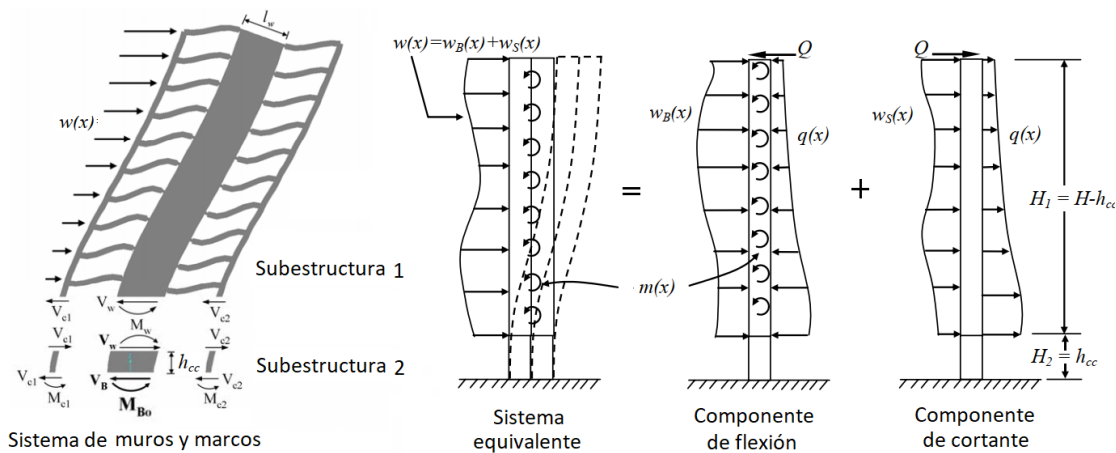


Figura A4.1. Modelo matemático del sistema equivalente para la subestructura 1 [75].

La subestructura 2 se modela con elementos en voladizo con cargas puntuales aplicadas en el extremo superior. Dada la bajo razón de aspecto del muro ( $h_{cc}/l_w$ ) del segmento inferior, los efectos de cortante en el muro son significativas y son tomados en cuenta por el modelo derivado en [75] según la teoría de vigas de Timoshenko (Figura A4.2), la cual considera que las secciones planas permanecen planas después de la deformación, pero no necesariamente permanecen perpendiculares al eje longitudinal, existiendo deformaciones por corte transversales. Para el caso de las columnas, la deformaciones por cortante se consideran pequeñas, suponiéndose el enfoque clásico de vigas (Euler - Bernoulli).

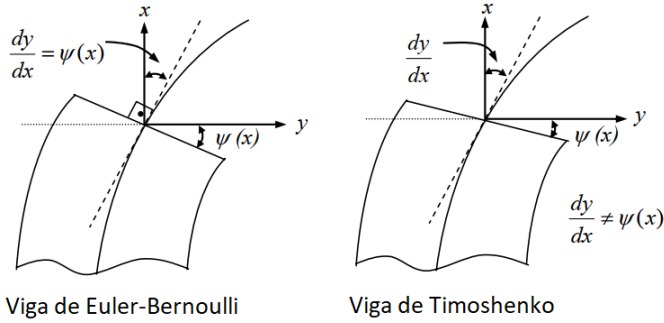


Figura A4.2. Modelos teóricos de deformación de vigas [75].

La subestructura 1 presenta una componente de flexión que considera las deformaciones por flexión del muro debido a las cargas laterales y al momento distribuido  $m(x)$ ; además presenta una componente de cortante que equilibra las cargas laterales según la rigidez lateral de los marcos. Las ecuaciones diferenciales que gobiernan el comportamiento de las componentes de flexión y cortante están dadas por:

$$\begin{cases} EI \frac{d^4 y}{dx^4} - \frac{dm(x)}{dx} = w_B(x) - q(x) & (\text{componente de flexión}) \\ (GA) \left( \frac{d\psi_s}{dx} - \frac{d^2 y}{dx^2} \right) = w_S(x) + q(x) & (\text{componente de cortante}) \end{cases} \quad (A4.1)$$

Donde  $B$  y  $S$  denotan las componentes de flexión y cortante,  $EI$  es la rigidez a flexión de muros,  $(GA)$  representa la rigidez efectiva a cortante de la componente asociada a marcos resistentes a momento definida según [72]. Así, para una fuerza cortante  $Q$  transmitida entre pisos consecutivos con una altura entre niveles  $h_s$  que genera una deformación lateral  $\delta$ , la rigidez del marco puede expresarse como  $(GA) = Qh_s/\delta$ .

El momento distribuido a lo largo del muro debido a las rotaciones en extremos de vigas y al par que generan los cortantes en extremos de vigas puede expresarse como  $m(x) = \eta\theta_w$ , donde el factor  $\eta$  denota la rigidez a flexión de los elementos horizontales conectados a los muros, para el caso mostrado en la Figura A3.3 está dado por [75]:

$$\eta = \left( \frac{6EI_b}{\ell_b h} \right) \left( 1 + \frac{l_w}{\ell_b} \right) \left( n_b + \frac{l_w}{n_b \ell_b} \right) \quad (A4.2)$$

Donde  $EI_b$  y  $\ell_b$  son la rigidez a flexión y la longitud de las vigas que conectan al muro, respectivamente,  $l_w$  la longitud del muro y  $h$  la altura típica de piso,  $n_b = 1$  para el caso de una viga a un solo lado del muro y  $n_b = 2$  para una viga a cada lado del muro.

La Figura A4.3 muestra el esquema de deformación de la interacción viga – muro. El factor  $\eta$  dado por la Ec. A4.2 supone que la rotación del muro  $\theta_w = dy/dx$  es igual a la rotación de los extremos de vigas ( $\theta_l^j = \theta_r^j$ ) considerando un valor de  $\gamma = 0.5$  para la rotación  $\phi_{l,r}$  que se da en las vigas debido al giro del muro.

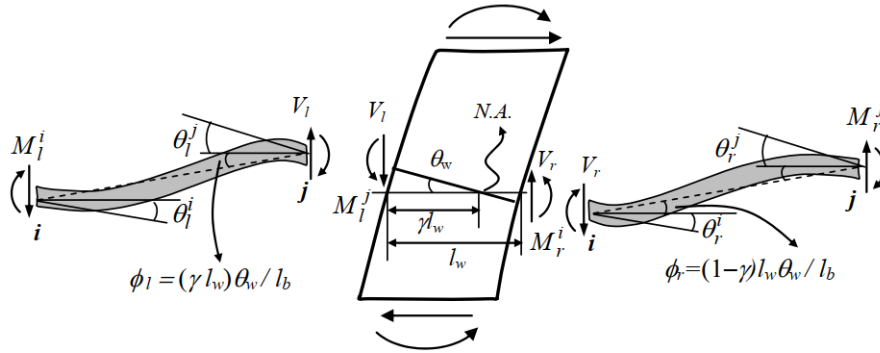


Figura A4.3. Configuración deformada de un muro conectado por dos vigas [75].

Se considera que la rotación de la losa de piso debido al acortamiento de las columnas externas es despreciable ( $\psi_s(x) \approx 0$ ), siendo de mayor relevancia en estructuras de gran altura, lo cual se aborda en [72]. Por lo tanto, sumado los dos componentes de la Ec. A4.1 con  $m(x) = \eta dy/dx$  se obtiene:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} - (GA) \frac{d^2 y}{dx^2} - \eta \frac{d^2 y}{dx^2} = w(x) \quad (A4.3)$$

Por lo tanto, la ecuación que gobierna la vibración libre del sistema equivalente sujeto a la fuerza inercial  $w(x) = -m\partial^2 y/\partial t^2$  está dada por:

$$\frac{d^4 y}{dx^4} - \alpha^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{a^2} \cdot \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (A4.4)$$

Donde  $\alpha^2 = ((GA) + \eta)/EI$  y  $a^2 = EI/m$ , siendo  $m$  la masa del sistema por unidad de longitud.

La frecuencia natural asociada a la solución de la ecuación diferencial Ec. A4.4 es:

$$\omega = \omega_o \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha H}{\lambda_o H}\right)^2} \quad (A4.5)$$

El término adimensional  $\alpha H$ , denominado como factor de comportamiento [98], determina el modo de deformación dominante del sistema. El término  $\lambda_o H$  toma los valores propios de  $\lambda_F H = 1.875, 4.694, 7.855, 10.996$  y  $14.137$  para los primeros cinco modos de un voladizo

en flexión, respectivamente, siendo los valores propios de  $\lambda_s H = 1.571, 4.712, 7.854, 10.966, \dots [2n - 1]\pi/2$  para los modos de oscilación de un voladizo en cortante, respectivamente. Rutenberg y Heidebrecht [71] indican que la aproximación de la frecuencia natural dada por la Ec. A4.5 para el primer modo de oscilación de una viga en voladizo, tomando solamente los efectos de flexión, es recomendable para valores de  $\alpha H < 7$ , rango aplicable para edificios a base de muros de corte y una alta proporción de sistemas duales.

El periodo natural del primer modo de oscilación se obtiene tomando  $T = 2\pi/\omega$ , y  $\omega_o = \alpha\lambda_o^2$ , en la Ec. A4.5:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{EI}{m} \left(\frac{1.875}{H}\right)^2 \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha H}{1.875}\right)^2}}} \quad (A4.6)$$

Tomando  $H = Nh_s$  donde N es el número de niveles y  $h_s$  es la altura de piso,  $m = w_s A / (gph)$ , donde  $w_s$  es el peso por unidad de área, A es el área total de muros alineados en la dirección de análisis, g es la aceleración de la gravedad,  $p = A/A_f$  donde  $A_f$  es el área de piso, de la Ec. A4.6 se tiene la expresión derivada en [75]:

$$T = \frac{2\pi H}{1.875^2 \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha H}{1.875}\right)^2}} N \sqrt{\frac{w_s h_s A}{gpEI}} \quad (A4.7)$$

## ANEXO 5. Ejemplo de aplicación

### Diseño de elemento de borde de muro principal en torre residencial de 15 pisos

A continuación, se realiza el diseño de un elemento de borde de un muro estructural según el CSCR 2010 Rev. 2014 (CSCR 2010-14) y según el procedimiento propuesto en la presente investigación (Capítulo 5). La Figura A5.1 muestra la configuración en planta del edificio y el muro principal por analizar.

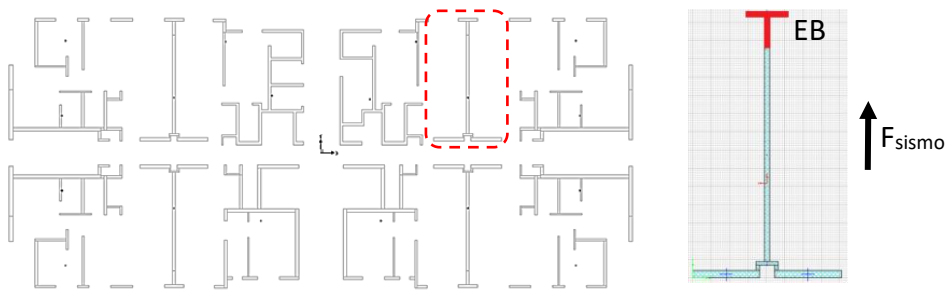


Figura A5.1. Planta del edificio y muro principal de análisis.

#### Datos de análisis

- Ductilidad global asignada de diseño  $\mu_{GA} = 1.5$ .
- Desplazamiento de diseño  $\delta_u = 0.152$  m.
- Fuerzas de análisis:  $P_u = 864$  ton,  $M_u = 1607$  ton-m,  $V_u = 90.3$  ton.
- $M_u/V_u = 17.8$  m.
- Deriva global:  $\delta_u/h_w = (0.152 \text{ m}) / (41.85 \text{ m}) = 0.00363$ .

#### Propiedades de muro

- |  |  |
|--|--|
| ▪ Altura: $h_w = 41.85$ m.                           | ▪ Momento nominal:                           |
| ▪ Espesor: $t_w = b_{eb} = 0.15$ m.                  | $M_n(P = P_u) = 4847$ ton-m.                 |
| ▪ Longitud: $l_w = 7.30$ m.                          | ▪ Resistencia del concreto:                  |
| ▪ Razón de aspecto: $A_r = h_w/l_w = 5.73$ .         | $f'_c = 280$ kg/cm <sup>2</sup> .            |
| ▪ Área gruesa: $A_g = 2.302$ m <sup>2</sup> .        | ▪ Esfuerzo de cedencia acero Grado 60:       |
| ▪ Momento de inercia: $I_x = 16.04$ m <sup>4</sup> . | $f_y = 4200$ kg/cm <sup>2</sup> .            |
| ▪ Recubrimiento = 2.5 cm.                            | ▪ Cuantía de acero de ref. distribuido:      |
| ▪ Razón de carga axial $P_u/(A_g f'_c) = 0.134$ .    | $\rho_v = 0.00379$ (doble malla #3 @ 25 cm). |

Deformaciones unitarias y curvaturas

Según el análisis momento – curvatura de la sección para  $P = P_u$  se obtiene:

$$M_n = 4847 \text{ ton-m}, \phi = 0.001316 \text{ m}^{-1}, \varepsilon_c = 0.003 \rightarrow$$

$$c = 0.003 / 0.001316 \text{ m}^{-1} = 2.28 \text{ m} (0.31l_w).$$

Determinación del requerimiento de elemento de bordeSegún CSCR 2010-14

Se utiliza el criterio de la profundidad máxima de la zona de compresión.

- Deriva global:  $\delta_u/h_w = 0.00363 < 0.007$ . Tomar  $\delta_u/h_w = 0.007$ . [8.6.5(b) CSCR]
- $c_u = l_w/(600\delta_u/h_w) = l_w/(600 \cdot 0.007) = 0.24l_w = 1.74 \text{ m}$ . [Ec. 8-7 CSCR]
- $c = 0.31l_w > c_u = 0.24l_w$  **se requiere EB confinado**. [8.6.5(b) CSCR]
- $\ell_{eb} \geq \max(c - 0.15l_w, c/2) \rightarrow$  [8.6.5(f)i CSCR]  
 $\ell_{eb} \geq \max(0.31l_w - 0.15l_w, 0.31l_w/2) = 0.16l_w = 1.17 \text{ m}$ .
- $\ell_{eb} = 1.17 \text{ m} \geq 0.30 \text{ m}$  en muros con alas [Cumple]. [8.6.5(f)ii CSCR]
- $s \leq \min [b_{eb}/3, 6d_{bl.min}, S_o = 10 + (35 - h_x)/3] \rightarrow$  [8.3.4(c) CSCR]  
 $s \leq \min [15 \text{ cm}/3, 6 \cdot 0.95 \text{ cm}, S_o = 10 + (35 \text{ cm} - 25 \text{ cm})/3] = 5 \text{ cm}$ .
- $h_{eb} \geq \max(l_w, M_u/4V_u) = \max(7.3 \text{ m}, 17.8/4 = 4.45 \text{ m}) = 7.3 \text{ m}$ . [8.6.5(b) CSCR]
- Cuantía de acero transversal  $A_{sh} = 0.09sh_c f'_c / f_{yt} \rightarrow$  [8.3.4(b)i CSCR]

- Alma:

$$A_{sh} = 0.09 \cdot 5 \text{ cm} \cdot 113.5 \text{ cm} \cdot 280 \text{ kg/cm}^2 / 4200 \text{ kg/cm}^2 = 3.41 \text{ cm}^2.$$

Usar 5 ramas de var #3 (1 aro + 3 amarres complementarios)  $A_{sh} = 3.55 \text{ cm}^2$  [cumple]

- Ancho sobresaliente a cada lado del alma:

$$A_{sh} = 0.09 \cdot 5 \text{ cm} \cdot 47 \text{ cm} \cdot 280 \text{ kg/cm}^2 / 4200 \text{ kg/cm}^2 = 1.41 \text{ cm}^2.$$

Usar 2 ramas de var #3 (1 pata de aro + 1 amarre complem.)  $A_{sh} = 1.42 \text{ cm}^2$  [cumple]

Según procedimiento propuesto

Se utiliza el procedimiento mostrado en la Figura 88 bajo un enfoque por desplazamientos.

- $A_r = h_w/l_w = 5.73 > 2$ : cumple con falla rigida por flexión.
- $1.5\delta_u/h_w = 1.5 \cdot 0.0036 = 0.0054 \geq 0.00025 N = 0.00375$ : Se supera la deriva global elástica en muros principales. Se elige el enfoque según la profundidad del eje neutro.
- $c = 0.31l_w > 0.25l_w$ : **se requiere de al menos EB con confinamiento básico**.
- $\rho_b \geq 1.25\sqrt{f'_c}/f_y = 0.50\%$ : cuantía de refuerzo vertical en borde para alcanzar agrietamiento secundario tal que  $k_\rho = 1.0$ .

*Análisis de derivas globales:*

- $\delta_{u.min}/h_w = \max(0.0035, 0.0005N = 0.0005 \cdot 15 = 0.0075) \leq 0.0065$ . Rige 0.0065.
- $\delta_u/h_w = 0.0036 < 0.0065$ . Tomar  $\delta_u/h_w = 0.0065$ .
- $\delta_y/h_w = 0.0007k_\rho h_w/l_w = 0.0007 \cdot 1.0 \cdot 5.73 = 0.0040$ .

*Demanda de rotación plástica:*

- $\theta_{pd} = \delta_u/h_w - \delta_y/h_w = 0.0065 - 0.0040 = 0.0025$ .
- $\theta_{pd} \geq \delta_u/h_w(1 - 1/\mu_{GD}) = 0.0065(1 - 1/1.5) = 0.0022 < 0.0025$ . Rige  $\theta_{pd} = 0.0025$ .

*Requerimiento de EB:*

- $c_u = \lambda_c l_w / (1000\theta_{pd} + 1) = 1.5 / (1000 \cdot 0.0025 + 1) = 0.43l_w \leq 0.35l_w$ . Rige  $c_u = 0.35l_w$ .
- Dado que  $c_u = 0.35l_w > c = 0.31l_w$  **no se requiere EB con confinamiento moderado.**

Se verifican los siguientes criterios para EB con confinamiento básico según el Cuadro 44:

- $b_{eb} \geq A_r c / (70\lambda_c k_\rho) = 5.73 \cdot 2.28 \text{ m} / (70 \cdot 1.5 \cdot 1.0) = 12.4 \text{ cm} \geq 15 \text{ cm}$ . Rige 15 cm.
- $s \leq \min(b_{eb} = 15 \text{ cm}, 20 \text{ cm}) = 15 \text{ cm}$ .
- $\ell_{eb} \geq 0.12l_w \approx 88 \text{ cm}$ , no menor a 30 cm en muros con alas.
- $h_x \leq \min(1.5b_{eb} = 22.5 \text{ cm}, 35 \text{ cm}) = 22.5 \text{ cm}$ .
- $h_{eb} \geq \max(l_w = 7.3 \text{ m}, M_u/4V_u = 4.45 \text{ m}) = 7.3 \text{ m}$ .
- $\rho_b = 20 \cdot 0.712 \text{ cm}^2 / (2 \cdot 50 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm} + 90.5 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm}) = 0.50\%$  [Cumple].

De acuerdo con la Figura A.5-2 la cuantía de refuerzo transversal según los requisitos del CSCR 2010-14 supera por más de tres veces a la cuantía correspondiente a los requisitos de confinamiento básico según el procedimiento propuesto para sistemas MLP tipo cajón.

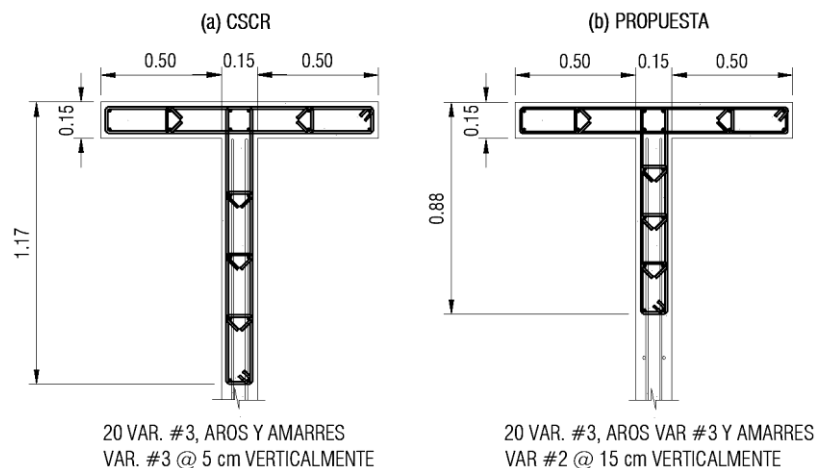


Figura A5.2. Detalle de elemento de borde.