

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
SISTEMA DE ESTUDIO DE POSGRADO

HABILIDADES DE RAZONAMIENTO CUANTITATIVO REQUERIDO POR ESTUDIANTES
DE QUÍMICA EN LA UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

Tesis sometida a la consideración de la Comisión del Programa de Estudios de Doctorado en
Educación, para optar al grado de Doctorado Académico en Educación

GRACIELA ORDÓÑEZ GUTIÉRREZ

Ciudad Universitaria Rodrigo Facio, Costa Rica

2023

Esta tesis fue aceptada por la Comisión del Programa de Doctorado en Educación de la Universidad de Costa Rica, como requisito para optar al grado y título de Doctorado en Educación

Dr. Luis Miguel Rojas Torres
**Representante de la Decana
Sistema de Estudios de Posgrado**

Dra. Susan Francis Salazar
Directora

Dr. Guaner Rojas Rojas
Lector

Dra. Rosaura M. Romero Chacón
Lectora

Dra. Jacqueline García Fallas
**Directora del Programa de Posgrado
de
Doctorado en Educación**

Graciela Ordóñez Gutiérrez
Sustentante

TABLA DE CONTENIDOS

HOJA DE APROBACIÓN.....	ii
TABLA DE CONTENIDOS.....	iii
RESUMEN.....	vi
ÍNDICE DE TABLAS.....	viii
ÍNDICE DE FIGURAS.....	ix
TABLA DE ABREVIATURAS.....	x
ÍNDICE DE ANEXOS.....	xi
1 INTRODUCCIÓN.....	1
1.1. ANTECEDENTES.....	2
1.1.1 PERSPECTIVAS TEÓRICAS.....	2
1.1.2 PERSPECTIVAS METODOLÓGICAS.....	6
1.1.3 PERSPECTIVA PRÁCTICO-SOCIAL.....	10
1.1.4 CONCLUSIÓN.....	12
1.2. JUSTIFICACIÓN.....	14
1.2.1.OBJETIVO GENERAL.....	21
1.2.2.OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	22
2. MARCO TEÓRICO.....	24
2.1. EVIDENCIA DE VALIDEZ EN PRUEBAS EDUCATIVAS.....	24
2.2. EVIDENCIAS DE VALIDEZ EN LA PRUEBA DE HABILIDADES CUANTITATIVAS.....	26
2.3. RAZONAMIENTO CUANTITATIVO.....	29
2.4. HABILIDADES DE RAZONAMIENTO CUANTITATIVO EN EL CONTEXTO DE MEDICIÓN EDUCATIVA.....	33
2.5. LA DIMENSIONALIDAD DEL RAZONAMIENTO CUANTITATIVO PARA LA MEDICIÓN: PHC Y EL CONTEXTO DE QUÍMICA.....	35
2.5.1. Dimensión relacionar.....	37
2.5.2. Dimensión clasificar.....	40
2.5.3. Dimensión ejemplificar.....	41
2.5.4. Dimensión validar.....	42
2.5.5. Dimensión generalizar.....	43
2.6. El razonamiento cuantitativo en el contexto de Química.....	44
3. MARCO METODOLÓGICO.....	47
3.1. FUNDAMENTACIÓN ONTOLÓGICA.....	47
3.2. FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA.....	47
3.3.ALGUNOS AJUSTES Y CONTEXTUALIZACIÓN POR COVID-19.....	48
3.4. CONSIDERACIONES ÉTICAS EN ESTA INVESTIGACIÓN.....	48

3.5. DISEÑO DE INVESTIGACIÓN.....	49
3.5.1. HIPÓTESIS DEL ESTUDIO.....	50
3.5.2. Muestra	51
3.5.3. Instrumentos	53
3.5.4. Procedimiento	54
3.5.4.1 Primera etapa: consentimiento de uso de la PHC 2020 para efectos de admisión en 2021	54
3.5.4.2. Segunda etapa: realización de los protocolos verbales	55
3.5.4.3. Tercera etapa: construcción de la escala de observación de las clases de Química	56
3.5.4.4. Cuarta etapa: observación de las clases de los cursos de Química	56
3.5.4.5. Quinta etapa: análisis de la hipótesis.....	57
4. RESULTADOS DE LA SEGUNDA ETAPA: PROTOCOLOS VERBALES EN VOZ ALTA PARA LA IDENTIFICACIÓN DE LOS PROCESOS DE RAZONAMIENTO CUANTITATIVO REALIZADO POR EL GRUPO DE EXAMINADOS EN LA PHC.....	59
4.1. APLICACIÓN DE LOS PROTOCOLOS VERBALES	59
4.1.1 PARTICIPANTES.....	59
4.1.2. INSTRUMENTOS.....	59
4.1.3. PROCEDIMIENTO.....	60
4.2. RESULTADOS	61
4.2.1. JUZGAMIENTO ENTRE JUECES	61
4.2.2. RESULTADOS DE LOS PROTOCOLOS VERBALES DEL GRUPO DE EXAMINADOS	65
Calcular.....	66
Relacionar	67
Ejemplificar	70
Validar	71
Generalizar.....	73
4.3. Conclusiones.....	74
5. Resultados de la tercera etapa: construcción del instrumento de valoración de las observaciones de las clases de Química	77
5.1. Participantes.....	77
5.2. Procedimiento para la operacionalización de las dimensiones del constructo	77
5.4. Conclusiones.....	83
6. resultados de la cuarta etapa: observación de las clases de los cursos de Química.....	84
6.1. Participantes.....	84
6.2. Instrumentos	84
6.3. Procedimiento	84
6.4. Resultados.....	86
6.4.1. Análisis del juzgamiento entre jueces.....	86
Calcular	88
Relacionar.....	91
Clasificar	92
Ejemplificar	94
Validar.....	97
Generalizar	98
6.5. CONCLUSIONES	102

7. RESULTADOS DE LA QUINTA ETAPA: ANÁLISIS DE LA HIPÓTESIS DE ESTUDIO Y OBTENCIÓN DE EVIDENCIAS DE VALIDEZ DE CONSTRUCTO	103
7.1 EVIDENCIAS DE VALIDEZ DE CONSTRUCTO	103
7.1.1. PARTICIPANTES	103
7.1.2. INSTRUMENTOS	103
7.1.3. PROCEDIMIENTO	103
7.1.4. RESULTADOS	105
7.2. EFECTO DE LAS PUNTUACIONES DE LA PHC EN LOS CURSOS DE QUÍMICA GENERAL E INTRODUCCIÓN A LA QUÍMICA	108
7.2.1. PARTICIPANTES	108
7.2.2 INSTRUMENTOS	108
7.2.3 Procedimiento	109
7.3. Conclusiones	112
8. DISCUSIÓN, CONCLUSIONES, DIFICULTADES, LIMITACIONES Y ESTUDIOS FUTUROS	113
8.1. EVIDENCIAS ASOCIADAS A LA VALIDEZ DE LA MEDICIÓN MEDIANTE LA PHC	113
8.2. HABILIDADES DE RAZONAMIENTO CUANTITATIVO REQUERIDO EN LOS CURSOS DE QUÍMICA	115
8.4. DIFICULTADES, LIMITACIONES Y ESTUDIOS FUTUROS	118
Dificultades y limitaciones	118
Estudios futuros	118
REFERENCIAS	120
ANEXOS	131
ANEXO 1. APROBACIÓN DEL PROYECTO POR EL COMITÉ ÉTICO CIENTÍFICO UCR	131
ANEXO 2. CONSENTIMIENTO INFORMADO ESTUDIANTES	132
ANEXO 3. SOLICITUD DE CONSENTIMIENTO Y AUTORIZACIÓN DE LA DIRECCIÓN DE LA ESCUELA DE QUÍMICA	136
ANEXO 4. SOLICITUD Y CONSENTIMIENTO INFORMADO A DOCENTES DE QUÍMICA	139
ANEXO 5. SOLICITUD DE DATOS AL COORDINADOR DEL EQUIPO ACADÉMICO DE LA PHC	144
ANEXO 6. FICHA: ENTRENAMIENTO PARA REALIZAR LA TÉCNICA DE PENSAMIENTO EN VOZ ALTA	145
ANEXO 7. ESCALA DE VALORACIÓN DE LOS PROCESOS REALIZADOS POR LOS EXAMINADOS	146
ANEXO 8. ESCALA DE VALORACIÓN PARA LA OBSERVACIÓN DE LAS CLASES DE QUÍMICA	148
ANEXO 9. ESCALA DE VALORACIÓN DE LAS OBSERVACIONES DE LAS CLASES DE QUÍMICA	152

RESUMEN

Esta investigación tuvo como objetivo *analizar las evidencias, asociadas a la validez, que permiten realizar inferencias sobre las habilidades de razonamiento cuantitativo demostradas por un grupo de examinados en la PHC, y las requeridas en el curso de Química general I (QU-0100) e Introducción a la Química (QU-0108) de la Universidad de Costa Rica, para relacionarlo con las puntuaciones obtenidas por el grupo de examinados en la PHC*. Para alcanzar dicho objetivo, primeramente, se determinó cuáles estrategias empleaba un grupo de examinados para dar solución a los ítems de la PHC, esto mediante protocolos de pensamiento en voz alta o *thinking aloud*.

Luego, se observaron 18 videos de las clases de Química general e Introducción a la Química, seis por cada docente, con la finalidad de constatar cuáles eran los procesos o estrategias de solución que el profesorado emplea a la hora de resolver problemas de la Química y que estuvieran asociados con las habilidades de razonamiento cuantitativo. Cabe indicar que los procesos no solamente se identificaron en la resolución de ejercicios, sino también en las explicaciones de la teoría por parte del profesorado. Por otro lado, para lograr observaciones objetivas se construyó un instrumento de observación con evidencias de validez de contenido, evaluado mediante jueces expertos en el constructo razonamiento cuantitativo.

Posteriormente, se llevó a cabo un Análisis Factorial Confirmatorio de las categorizaciones de los ítems para determinar evidencias de validez de constructo. Con este estudio se determinó que las categorías calcular, relacionar, ejemplificar, validar y generalizar subyacen al razonamiento cuantitativo; esto es, que el razonamiento cuantitativo es explicado por estas variables cuyas cargas son aceptables en el caso de los cuadernillos de la PHC 1, 3 y 4 para las dimensiones relacionar, calcular y validar y razonables en el caso del cuadernillo de la PHC 2. Finalmente, se llevó a cabo un análisis de regresión lineal simple y uno múltiple. En el primer análisis se determinó que la PHC es un predictor de la nota en los cursos de Química; en el segundo análisis se constató que, agregando las variables *tipo de curso* y *carrera*, estas no aportaban al modelo de predicción de las notas del curso de Química, sino que la PHC seguía siendo la variable predictora en la que, por cada unidad que aumenta la puntuación en la PHC, la nota en el curso de Química general e Introducción a la Química aumenta en promedio 0.37 puntos. Finalmente, se concluyó que las habilidades de razonamiento cuantitativo que requieren las personas para llevar exitosamente los cursos de Química corresponden a las habilidades para relacionar, para clasificar, para realizar ejemplificaciones, para realizar inferencias de veracidad o falsedad, para efectuar generalizaciones y habilidades para cuantificar o bien calcular.

En este documento se presentan varias secciones, a saber: en la primera, se proporcionan los antecedentes sobre el constructo *razonamiento cuantitativo*. Además, se proporciona la justificación de llevar a cabo esta investigación, la cual resulta de gran relevancia debido al tipo de evidencias que se logró determinar. Luego, en la segunda parte se suministra el marco de referencia teórico en las que se exponen las diferentes acepciones que sobre el razonamiento cuantitativo se han elaborado y cómo este constructo es complejo de definir. Además, se abordan las habilidades de razonamiento cuantitativo en el marco de las ciencias, su importancia para el empleo en la vida cotidiana y en el proceso de estudio en carreras STEM (Ciencias, Tecnología, Ingeniería y Matemática, por sus siglas en inglés), en particular en el contexto de la Química, pues los estudios alrededor de este constructo en esta disciplina son prácticamente nulos, sobre todo en el contexto de la medición por medio de pruebas estandarizadas.

En la tercera parte, se detalla la ruta metodológica que se siguió para la recolección y análisis de la información. El procedimiento para recolección y el análisis de la información se estructura en cinco etapas y, en cada una de ellas, se describen brevemente, ya que en la sección de resultados se describe con más detalle dicho proceso.

Finalmente, en la cuarta parte se proporciona la discusión que surgió a raíz de este estudio en las que se abordan las diferentes evidencias encontradas y su vínculo con la teoría propuesta en el marco de referencia teórico. Igualmente, se discute sobre las habilidades de razonamiento cuantitativo que demuestra un grupo de examinados a la hora de realizar la PHC y que son requeridas en los cursos de Química para se tenga éxito en éste. Asimismo, se proporcionan las conclusiones en las que se explicitan las habilidades de razonamiento cuantitativo que requieren las personas para tener éxito en Química; además, se proporcionan las dificultades y limitaciones que surgieron para llevar a cabo el estudio y futuros estudios que se pueden efectuar en relación con el tema propuesto.

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Comparación de dimensiones razonamiento química y razonamiento cuantitativo	46
Tabla 2. Distribución del conjunto de examinados que ingresaron a carrera en el 2021 y que aplicaron a la PHC en el 2020.....	52
Tabla 3. Valor Kappa de Fleiss para la congruencia entre jueces según categorización de los ítems de la PHC 2020 por cada cuadernillo.....	62
Tabla 4. Observaciones de los jueces sobre los procesos de respuesta de los examinados en la solución de los ítems de la PHC 2020	64
Tabla 5. Uso de la categoría calcular en la solución de los ítems que miden razonamiento cuantitativo	67
Tabla 6. Uso de la categoría relacionar en la solución de los ítems que miden razonamiento cuantitativo....	69
Tabla 7. Uso de la ejemplificación en la solución de los ítems que miden razonamiento cuantitativo	70
Tabla 8. Uso de la categoría validar en la solución de los ítems que miden razonamiento cuantitativo	72
Tabla 9. Uso de la categoría generalizar en la solución de los ítems que miden razonamiento cuantitativo ..	73
Tabla 10. Palabras clave empleadas por los examinados en la resolución de los ítems	75
Tabla 11. Palabras clave empleadas por los examinados en la categoría clasificar	76
Tabla 12. Operacionalización del constructo razonamiento cuantitativo según dimensión e indicadores, 2021	78
Tabla 13. Valores del índice de Aiken para cada dimensión según valoración de los jueces	80
Tabla 14. Versión final de los indicadores del instrumento de observación de las clases de Química	81
Tabla 15. Análisis de varianza para los diseños [JUECES][INDOB] y [INDOB][JUECES]	87
Tabla 16. Análisis de la varianza de las observaciones de los jueces	88
Tabla 17. Matriz integrada de resultados de la dimensión calcular según criterio	89
Tabla 18. Matriz integrada de resultados de la dimensión relacionar según criterio	91
Tabla 19. Matriz integrada de resultados de la dimensión clasificar según criterio.....	93
Tabla 20. Matriz integrada de resultados de la dimensión ejemplificar según criterio	95
Tabla 21. Matriz integrada de resultados de la dimensión validar según criterio	97
Tabla 22. Matriz integrada de resultados de la dimensión generalizar según criterio	99
Tabla 23. Palabras claves empleadas por el grupo de docentes según categorías del constructo	102
Tabla 24. Especificaciones de los ítems en categorías por cuadernillo.....	104
Tabla 25. Índices de ajuste para cada cuadernillo del análisis factorial confirmatorio	106
Tabla 26. Coeficientes del modelo 2	111

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1.</i> Análisis exploratorio de la frecuencia de palabra empleadas por los examinados en la resolución de los ítems de PHC en el 2020.....	65
<i>Figura 2.</i> Imagen proporcionada por el docente D.....	90
<i>Figura 3.</i> Imagen proporcionada por el docente D1.....	90
<i>Figura 4.</i> Imagen proporcionada por el docente D2.....	90
<i>Figura 5.</i> Imagen proporcionada por el docente D1.....	92
<i>Figura 6.</i> Imagen proporcionada por el docente D.....	92
<i>Figura 7.</i> Imagen proporcionada por el docente D2.....	92
<i>Figura 8.</i> Imagen proporcionada por el docente D.....	94
<i>Figura 9.</i> Imagen proporcionada por el docente D2.....	94
<i>Figura 10.</i> Imagen proporcionada por el docente D1.....	94
<i>Figura 11.</i> Imagen proporcionada por el docente D.....	96
<i>Figura 12.</i> Imagen proporcionada por el docente D1.....	96
<i>Figura 13.</i> Imagen proporcionada por el docente D2.....	96
<i>Figura 14.</i> Imagen proporcionada por el docente D.....	98
<i>Figura 15.</i> Imagen proporcionada por el docente D1.....	98
<i>Figura 16.</i> Imagen proporcionada por el docente D.....	100
<i>Figura 17.</i> Imagen proporcionada por el docente D1.....	100
<i>Figura 18.</i> Imagen proporcionada por el docente D1.....	101
<i>Figura 19.</i> Imagen proporcionada por el docente D2.....	101
<i>Figura 20.</i> Gráfico de sedimentación para los 4 cuadernillos.....	105
<i>Figura 21.</i> Cargas factoriales para las variables de la fórmula 1.....	107
<i>Figura 22.</i> Cargas factoriales para las variables de la fórmula 2.....	107
<i>Figura 23.</i> Cargas factoriales para las variables de la fórmula 3.....	107
<i>Figura 24.</i> Cargas factoriales para las variables de la fórmula 4.....	107
<i>Figura 25.</i> Diagrama de dispersión.....	110

TABLA DE ABREVIATURAS

PHC: Prueba de Habilidades Cuantitativas

MICITT: Ministerio de Ciencia, Tecnología y Telecomunicaciones

OCDE: Organización para la Cooperación y el desarrollo Económico

LLTM: Linear Logistic Test Model

Exa1, Exa2, Exa3, Exa4, Exa5... Exa13: número de Examinado que participó del *thinking aloud*

Juez1, Juez2, Juez3: número de persona que realizó el juzgamiento de los ítems

D, D1, D2: número de docente al que se le realizó la observación

JOC1, JOC2: número de juez que observó la clase

AFE: Análisis Factorial Exploratorio

AFC: Análisis Factorial Confirmatorio

INDOB: indicadores de observación

NUMOBS: número de observaciones

RMSEA: Root Mean Square Error of Approximation

SRMR: Standardized Root Mean Square Residual

TLI: Tucker-Lewis Index

CFI: Comparative Fit Index

SAGT: Software para el Análisis de la Teoría de la Generalizabilidad

CAL: calcular

REL: relacionar

EJE: ejemplificar

VAL: validar

GEN: generalizar

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo 1. Aprobación del proyecto por el Comité Ético Científico UCR.....	131
Anexo 2. consentimiento informado estudiantes	132
Anexo 3. solicitud de consentimiento y autorización de la dirección de la Escuela de Química.....	136
Anexo 4. Solicitud y consentimiento informado a docentes de Química.....	139
Anexo 5. Solicitud de datos al coordinador del equipo académico de la PHC	144
Anexo 6. Ficha: entrenamiento para realizar la técnica de pensamiento en voz alta	145
Anexo 7. Escala de valoración de los procesos realizados por los examinados.....	146
Anexo 8. Escala de valoración para la observación de las clases de Química.....	148
Anexo 9. Escala de valoración de las observaciones de las clases de Química	152



Autorización para digitalización y comunicación pública de Trabajos Finales de Graduación del Sistema de Estudios de Posgrado en el Repositorio Institucional de la Universidad de Costa Rica.

Yo, Graciela Ordóñez Gutiérrez, con cédula de identidad 503290717, en mi condición de autor del TFG titulado Habilidades de razonamiento cuantitativo requerido por estudiantes de Química en la Universidad de Costa Rica

Autorizo a la Universidad de Costa Rica para digitalizar y hacer divulgación pública de forma gratuita de dicho TFG a través del Repositorio Institucional u otro medio electrónico, para ser puesto a disposición del público según lo que establezca el Sistema de Estudios de Posgrado. SI NO *

*En caso de la negativa favor indicar el tiempo de restricción: ---- año (s).

Este Trabajo Final de Graduación será publicado en formato PDF, o en el formato que en el momento se establezca, de tal forma que el acceso al mismo sea libre, con el fin de permitir la consulta e impresión, pero no su modificación.

Manifiesto que mi Trabajo Final de Graduación fue debidamente subido al sistema digital Kerwá y su contenido corresponde al documento original que sirvió para la obtención de mi título, y que su información no infringe ni violenta ningún derecho a terceros. El TFG además cuenta con el visto bueno de mi Director (a) de Tesis o Tutor (a) y cumplió con lo establecido en la revisión del Formato por parte del Sistema de Estudios de Posgrado.

FIRMA ESTUDIANTE

Nota: El presente documento constituye una declaración jurada, cuyos alcances aseguran a la Universidad, que su contenido sea tomado como cierto. Su importancia radica en que permite abreviar procedimientos administrativos, y al mismo tiempo genera una responsabilidad legal para que quien declare contrario a la verdad de lo que manifiesta, puede como consecuencia, enfrentar un proceso penal por delito de perjurio, tipificado en el artículo 318 de nuestro Código Penal. Lo anterior implica que el estudiante se vea forzado a realizar su mayor esfuerzo para que no sólo incluya información veraz en la Licencia de Publicación, sino que también realice diligentemente la gestión de subir el documento correcto en la plataforma digital Kerwá.

1 INTRODUCCIÓN

La American Educational Research Association (AERA), la American Psychology Association (APA), y la National Council of Measurement in Education (NCME) (2014) establecen que la evaluación empleando exámenes es una de las técnicas de medición del aprendizaje y de las habilidades más utilizadas en todos los sistemas de educación, ya sea que se apliquen pruebas de aula, o bien, mediante pruebas estandarizadas. Ejemplo de esto son los exámenes que se usan para la certificación de los conocimientos, como es el caso de las llamadas pruebas de bachillerato, o las pruebas de aula; o bien, para la selección de personas, como las pruebas de admisión o de selección universitarias. Sin embargo, las pruebas no solamente juegan el papel de certificación y selección, sino que, también, se emplean para la valoración de la calidad educativa y, a partir de ello, crear políticas públicas educativas que garanticen una educación de igualdad.

Ahora, en la aplicación de las pruebas se debe garantizar que midan el constructo pretendido (AERA et al., 2014), por lo que se deben obtener diferentes evidencias de validez en las que la evidencia empírica y la teoría respalden las interpretaciones realizadas a partir de los puntajes obtenidos en la prueba en cuestión. Una de las evidencias de validez que demandan AERA et al. (2014) en pruebas de alto impacto son aquellas asociadas a los procesos de respuesta de un grupo de examinados y las asociadas a otras variables, de tal manera que brinde mayor fuerza en la medición del constructo pretendido, particularmente, en la medición de constructos complejos como es el caso de las habilidades de razonamiento cuantitativo, evaluado mediante la Prueba de Habilidades Cuantitativas.

Con respecto a las habilidades cuantitativas, se indica que estas han sido objeto de investigación desde los años ochenta. Sin embargo, es un constructo polifacético, controversial y complejo de evaluar (Dwyer et al., 2003). Además, ha sido definido de múltiples formas, por ejemplo: cuantificación, alfabetización numérica, aritmética, entre otros. Ahora, en el marco de la disciplina de la Química, las investigaciones sobre las habilidades de razonamiento cuantitativo son pocas, sobre todo en el contexto de aplicación de pruebas estandarizadas. Además, en los diferentes artículos que se pueden encontrar persiste el *deber ser* y contienen poca evidencia empírica en las que se integren los procesos de solución otorgadas por el grupo de examinados y aquellos que son abordados en cursos de Química universitaria, además que son de corte curricular. Los estudios con respecto al constructo, objeto de esta investigación, se presentan en el siguiente apartado.

1.1. ANTECEDENTES

En este apartado se presentan los estudios realizados con respecto a las habilidades de razonamiento cuantitativo esperadas en las personas que ingresarán al sistema de educación universitaria. Además, se plasman las diferentes concepciones, diferentes artículos y disertaciones analizadas que han efectuado del término; la estructura de este apartado se organiza en perspectivas teóricas, metodológicas y práctico-social. Cabe mencionar que la revisión de la literatura se efectuó en distintos buscadores de documentación digital de índole científico, tanto en inglés como en español, y las publicaciones analizadas datan del 1984 hasta 2019.

1.1.1. PERSPECTIVAS TEÓRICAS

La noción de razonamiento cuantitativo es compleja y tiene muchos nombres y definiciones que incluyen: aritmética, sentido numérico, razonamiento deductivo-inductivo, alfabetización cuantitativa, habilidad cuantitativa, acto de cuantificación, resolución de problemas matemáticos, modelación matemática, razonamiento matemático, alfabetización matemática, habilidad matemática, alfabetización científica y alfabetización numérica (Leawson & Bealer, 1984; Thompson, 1990; Dwyer et al., 2003; Madison, 2006; Dingman & Madison, 2010; Mayes et al., 2013; Rocconi et al., 2013; Dumford & Rocconi, 2015; Vacher, 2014; Mayes & Myers, 2014; Karaali et al., 2016, entre otros).

En la variedad de nombres y definiciones, Karaali et al. (2016) exponen que los términos alfabetización cuantitativa, razonamiento cuantitativo y aritmética se utilizan como sinónimos en toda la literatura que se puede encontrar en Google, en la cual prevalece la aritmética; pero la aritmética es más que la mera manipulación de reglas algorítmicas utilizando números. Por otra parte, en Vacher (2014) se argumenta que algunos investigadores le llaman aritmética, otros lo llaman alfabetización cuantitativa, mientras que otros lo llaman razonamiento cuantitativo, sentido numérico, o bien, razonamiento matemático, empleándose como sinónimos, por lo que dichos vocablos designan una postura más ontológica hacia el mundo, que epistemológica, ya que delimitan una esfera de conocimientos y capacidades para los individuos. Igualmente, en Agustín et al. (2012) se manifiesta que los términos alfabetización cuantitativa, razonamiento cuantitativo y aritmética se han utilizado en la literatura para referirse a *la capacidad que tienen los individuos de comprender y utilizar argumentos cuantitativos en varios contextos, empleándose como significados iguales.*

Por otro lado, Mayes y Myers (2014) y Grawe et al. (2010) destacan que en el razonamiento cuantitativo los sujetos necesitan de las matemáticas para resolver problemas. No obstante, indican

que este tipo de razonamiento es el poder y el hábito de la mente para buscar información cuantitativa, criticarla, reflexionar sobre ella y aplicarla en público, vida personal y profesional; pero, estos investigadores consideran al razonamiento cuantitativo desde el acto de cuantificación, interpretándose como los procesos matemáticos fundamentales mediante los cuales las personas pasan del contexto a la cantidad y viceversa. En otro sentido, Tariq (2013) expresa que las habilidades cuantitativas son definidas como la aplicación del razonamiento matemático en contextos específicos, particularmente en la ciencia.

Ahora, en Thompson (1990)¹ se considera que el razonamiento cuantitativo implica analizar las cantidades y las relaciones entre las cantidades en una situación particular, crear nuevas cantidades y hacer inferencias con, y sobre, esas cantidades. Análogamente, Thompson (1990) expresa que la aritmética, basada en la cantidad, es un razonamiento cuantitativo junto con la determinación de operaciones aritméticas apropiadas para calcular el valor de una cantidad y la propagación de esos cálculos a lo largo de la estructura cuantitativa. Por lo tanto, el razonamiento cuantitativo es considerado como el análisis de una situación tomando en cuenta una estructura cuantitativa con una red de cantidades y relaciones (Ramful & Yim-Ho, 2014). También, Thompson (1990) visualiza el razonamiento cuantitativo como el acto de cuantificar en el que se involucra la operacionalización de la aritmética y del álgebra. En otro sentido, Smith y Thompson (2007) establecen que el razonamiento cuantitativo se basa en gran medida en la experiencia cotidiana, por lo que el foco básico depende del sujeto que razona, ya que este proyecta el razonamiento cuantitativo desde su experiencia.

En varios estudios (Leawson & Bealer, 1984; Thompson, 1989; Thompson, 1990; Thompson, 1993; Dwyer, et al., 2003; Smith & Thompson, 2007; Moore et al., 2009; Rhodes, 2010; Grawe et al., 2010; Larson, 2010; Ellis, 2011; Thompson, 2011; Andersen & Harsell, 2011; Moore, 2014) se fundamenta que el razonamiento cuantitativo es el análisis de una situación en una estructura cuantitativa, por lo que los sujetos tienen la capacidad de razonar conceptualmente en relación con el álgebra, la aritmética y las funciones de tal forma que *logran establecer patrones, modelar fenómenos de la realidad en términos matemáticos, así como resolver problemas en diversos contextos.*

¹ Thompson (1990) es considerado uno de los pioneros en investigar la manera en que los sujetos utilizan el razonamiento cuantitativo, visto como la cuantificación numérica utilizando la aritmética y el álgebra.

Por otra parte, investigaciones sobre el constructo razonamiento cuantitativo (Leawson & Bealer, 1984; Thompson, 1989; Thompson, 1990; Thompson, 1993; Lobato & Siebert, 2002; Dwyer et al., 2003; Shavelson, 2008; Moore et al., 2009; Ellis, 2011; Larson, 2010; Andersen & Harsell, 2011; Goldstein & Flynn, 2011; Thompson, 2011; Agustín et al., 2012; Rylands et al., 2013; Tariq, 2013; Wilson, 2013; Smith & Thompson, 2007; Rylands & Coady, 2009; Grawe, Lutsky y Tassava, 2010; Rhodes, 2010; Mayes, 2013; Mayes et al., 2013; Thompson et al., 2013; Quinnell et al., 2013; Mayes et al., 2014; Moore, 2014; Mayer & Myers, 2014; Reid & Wilkes, 2016) han considerado distintas nociones teóricas acerca de este, enfocándolo en tres perspectivas, a saber: la psicométrica, la psicología cognitiva y la óptica situacional.

La perspectiva psicométrica forja sus raíces en el conductismo; la cognitiva tiene su fundamento en los procesos mentales; y la situacional enlaza lo socio-contextual-cultural. De esta manera, Shavelson (2008) expresa que, dentro de la psicología y la educación, han existido esos enfoques para definir y estudiar el razonamiento cuantitativo (QR, por sus siglas en inglés). En este sentido, Dwyer et al. (2003) establecen que fue Thorndike el pionero en la investigación psicológica del razonamiento cuantitativo, a través del estudio en el álgebra; mas el marco de referencia de Thorndike fue estrictamente estímulo-respuesta, reflejando el paradigma conductista prevaleciente de esa época. No obstante, ofreció la primera tipología de problemas referentes al razonamiento cuantitativo.

Luego, Carroll (1993) estableció, desde la psicometría, que el razonamiento cuantitativo requiere de un *razonamiento* basado en propiedades y relaciones matemáticas donde los procesos pueden ser inductivos, deductivos o una combinación de ambos. De esta forma, las pruebas cuya aplicación es con *QR* hacen referencia a la aritmética necesaria y a la aptitud matemática. Así, desde este enfoque Dwyer et al. (2003), Shavelson (2008), Grawe et al., (2010) y Rhodes (2010) consideran que los sujetos tienen un factor *QR* que les permite desempeñarse mejor en pruebas cuantitativas, distinguiendo su desempeño.

Según Shavelson (2008), los psicometristas se han centrado en el desempeño o comportamiento observado de los sujetos, en respuesta a un conjunto de preguntas de prueba similares que buscan comprender la estructura de las habilidades subyacentes con respecto a la coherencia de las respuestas dadas a estas preguntas. Igualmente, Embretson y Daniel (2010) manifiestan que los ítems de pruebas estandarizadas, generalmente, se basan en definiciones apegadas en el *deber ser*, más que en variables empíricas y que pueden ser teóricamente justificables para predecir tanto el nivel de dificultad de la tarea a realizar, como el nivel de habilidad de los sujetos al resolver el ítem en la prueba.

Con respecto a lo cognitivo, las investigaciones apuntan a determinar cómo es que los sujetos razonan cuantitativamente cuando se enfrentan a ciertos problemas. De esta manera, por ejemplo, en Thompson (1990) se expone un modelo que trata sobre los procesos cognitivos y las estructuras conceptuales que permiten evidenciar el tipo de razonamiento, usando la aritmética y el álgebra, que los sujetos efectúan cuando se les presentan ciertas situaciones que involucran contenido cuantitativo. Así, Thompson (1990) argumenta que los procesos y las estructuras se encuentran en el razonamiento cuantitativo, utilizando la aritmética y el álgebra aplicada.

Por otra parte, Shavelson (2008) señala que los científicos cognitivos, a diferencia de los psicometristas, suponen que el rendimiento en las pruebas cognitivas se puede dividir en procesos de solución de los componentes de la tarea, y preguntan sobre las operaciones cognitivas subyacentes al rendimiento observado en las tareas propuestas, y no solamente en la dicotomía de lo correcto e incorrecto de la pregunta, por lo que el énfasis es el estudio de los procedimientos efectuados por los sujetos. En este sentido, este investigador aduce que “los análisis [cognitivos] del proceso de información intentan examinar los pasos por los cuales una persona decide una respuesta a una pregunta, y el tiempo necesario para realizar cada paso” (Shavelson, 2008, p. 33). Por lo tanto, el objetivo de los científicos cognitivos es extraer y describir conjuntos de procesos elementales que subyacen a un amplio rango de funcionamiento cognitivo. La descripción de estos procesos se efectúa solicitando a las personas que *piensen en voz alta* para, así, capturar las fases sucesivas en la resolución del *problema* presentado; mapeando cuál es el *espacio problemático* para el sujeto en la solución del problema.

Además, en Embretson y Daniel (2010) se afirma que el nivel de complejidad cognitiva y la profundidad del conocimiento de los sujetos son aspectos importantes en la evaluación del rendimiento académico, siendo la obtención de categorías válidas y confiables un desafío para dicha complejidad. Desde esta perspectiva, el abordaje teórico de estos autores centra su atención en los factores que subyacen a las dificultades que evidencian los sujetos en la resolución de ítems de pruebas que involucran contenido matemático. De esta forma, el modelado de la dificultad de los reactivos requiere de características que afecten la complejidad del procesamiento cognitivo. Por lo tanto, el estudio teórico de estos investigadores se basa en la modelación cognitiva de acuerdo con la dificultad del reactivo.

Desde lo situacional (Lobato & Siebert, 2002; Smith & Thompson, 2007; Goldstein & Flynn, 2011; Agustín et al., 2012; Thompson, 2013; Mayer & Myers, 2014; Reid & Wilkes, 2016; Rylands et al., 2013; Tariq, 2013; Wilson, 2013), se considera que las personas se desempeñan de acuerdo con la

influencia del contexto, de sus posibilidades y limitaciones impregnadas dentro de una sociedad, por lo que su aprendizaje es afectado por una cultura. Desde esta perspectiva, el rendimiento de los sujetos está influenciado en parte por lo que estos puedan hacer en una situación particular, dentro del contexto en la que se desenvuelven, siendo su desempeño significativo. Así, al querer comprender las habilidades humanas, incluido el razonamiento cuantitativo, también se quiere saber cómo es que la cultura en particular afecta el desarrollo y el uso de estas habilidades. Por lo tanto, las tareas que han de realizar los examinados están elaboradas de acuerdo con el mundo real, exigiendo pensamiento crítico, resolución de problemas y la comunicación de la solución (Shavelson, 2008). Sin embargo, Shavelson (2008) argumenta que las mediciones desde este enfoque plantean un desafío, ya que los problemas de la credibilidad surgen cuando se tienen personas que están fuera de la comunidad y evalúan la práctica situacional del contexto específico.

1.1.2. PERSPECTIVAS METODOLÓGICAS

Algunas investigaciones (Shavelson, 2008; Embretson & Daniel 2008; Embretson & Daniel 2010; Scott 2012) enfocadas en lo cognitivo, proponen el uso de entrevistas en las que un grupo de personas *piensen en voz alta* para mapear los procesos de resolución del ejercicio. Luego cuantifican esos procesos y, posteriormente, efectúan correlaciones sobre ellos. Desde esta perspectiva, en los métodos cognitivos la técnica de pensar en voz alta proporciona medios importantes para examinar las interpretaciones propuestas en las evaluaciones que pretenden medir el razonamiento cuantitativo.

En otro orden de ideas, Scott (2012) expresa que los estudiantes muestran una baja e inadecuada comprensión de las operaciones matemáticas que se proyectan en la resolución de ejercicios en la Química. Mediante un estudio, Scott (2012) propuso ejercicios de razonamiento cuantitativo que implican contenido matemático y otros, contenido de Química. Analizó la relación que los estudiantes podían efectuar, o no, en los procesos de solución de la Química y los procesos algorítmicos de las matemáticas; indicó que la habilidad matemática está intrínsecamente involucrada en el rendimiento obtenido por los estudiantes, tanto en los cálculos químicos como en la comprensión conceptual y numérica.

Embretson y Daniel (2010) utilizaron un modelo logístico lineal, específicamente un modelo de la familia de Teoría de Respuesta al Ítem (TRI), *Rasch Model*, que incluye parámetros para evaluar tanto el impacto de las variables de diseño cognitivo y otras variables de prueba en la dificultad del ítem, como para analizar los procesos realizados por un grupo de personas en la ejecución de una prueba estandarizada que contenía ítems de razonamiento cuantitativo. De acuerdo con estos autores, la

hipótesis planteada es: *si el modelo cognitivo es plausible, entonces la variación de los niveles de complejidad debería afectar la dificultad del reactivo y, por ende, otras propiedades psicométricas.* Así, Embretson y Daniel (2010) indicaron que la identificación de variables cognitivas que afecten la dificultad del ítem también respalda el proceso de respuesta de la validez.

Desde la perspectiva psicométrica, Leawson y Bealer (1984) y Thompson (1993) efectuaron un estudio correlacional en el que se administraron pruebas de razonamiento cuantitativo que incluían ítems de razones, proporciones, correlaciones y probabilidades. Dicho estudio estaba centrado en establecer la relación entre las puntuaciones de las pruebas y la escogencia de los estudiantes de cursos posteriores, los cuales incluían Química, Física y Trigonometría. En esta investigación, se argumenta que el razonamiento cuantitativo exitoso surge como una consecuencia del proceso de equilibrio e influye en la selección que el estudiantado hace de los cursos posteriores, por lo que la pregunta primordial de esta investigación fue: ¿los estudiantes con pocas habilidades de razonamiento cuantitativo eligen menos los cursos de ciencias y matemáticas, que aquellos con habilidades más desarrolladas?

Leawson y Bealer (1984) expusieron que el éxito en la solución de los ítems se puede deber al desarrollo cognitivo de las personas, ya que las de menor edad no lograron contestar correctamente a los reactivos, mientras que las de mayor edad sí lo logran. En este sentido, se argumenta que un concepto central implícito en este estudio es la teoría del desarrollo próximo, de acuerdo con Vigotsky. Es decir, un proceso cognitivo interno por el cual las estructuras mentales de un individuo y algunas experiencias externas interactúan durante un período de tiempo para, eventualmente, permitir la modificación de estructuras mentales previamente incompletas e inadecuadas y la *internalización* satisfactoria de las experiencias. Finalmente, Leawson y Bealer (1984) detectaron que el grupo de estudiantes con un mayor desarrollo del razonamiento cuantitativo elegía cursos con alto contenido matemático (por ejemplo, Álgebra 2, Química y Física) que aquellos sujetos con un desarrollo menor de razonamiento cuantitativo. Además, argumentan que los estudiantes que no han adquirido habilidades de razonamiento evitan activamente temas como el Álgebra, la Trigonometría, la Química y la Física.

Al igual que Leawson y Bealer (1984), Agustín et al. (2012) efectuaron una prueba diagnóstica con preguntas de opción múltiple que incluían cinco opciones de respuesta, las cuales eran calificadas con máquina. De acuerdo con Agustín et al. (2012), las preguntas estaban centradas en aplicaciones e interpretaciones prácticas en lugar de meros ejercicios numéricos y se clasificaban en cinco áreas amplias: (a) sacar conclusiones lógicas de la información numérica, (b) probabilidad, (c) relaciones

numéricas y algebraicas, (d) interpretar tablas y gráficos y (e) aplicaciones geométricas. Cabe resaltar que estos investigadores efectuaron un análisis de varianzas; destacan que, dependiendo del tipo de curso que el estudiantado lleve en la enseñanza preuniversitaria, este refleja mayor habilidad en el razonamiento cuantitativo. Así, por ejemplo, los estudiantes que habían llevado el primer curso de cálculo (Agustín et al. [2012] le llamaron cálculo I) obtuvieron puntuaciones significativamente más altas que el resto de los estudiantes.

Por su parte, Dwyer et al. (2003) efectuaron un recorrido sobre el razonamiento cuantitativo desde la postura psicométrica, pero desde un punto de vista teórico y descriptivo, en el cual fundamentan que, para fines de medición, es indispensable construir el constructo a medir y sus respectivas dimensiones; establecieron que las dimensiones del razonamiento cuantitativo son más limitadas en la aplicación de una prueba, presentando en el modelo de medición las dimensiones que los sujetos realizan para la resolución de problemas. De acuerdo con Dwyer et al. (2003), es importante garantizar la equidad y justicia en la aplicación de la prueba, de tal forma que el grupo de examinados no se vea afectado. Por lo tanto, es importante valorar en qué condiciones y cuál es el constructo por medir para realizar inferencias sobre las puntuaciones obtenidas en la aplicación de los test.

Por otro lado, Gultepe et al. (2013) realizaron un estudio sobre los efectos de la comprensión conceptual de los estudiantes acerca de los conceptos químicos y las habilidades algorítmicas, el procedimiento y el procesamiento matemático. Estos investigadores utilizaron un método mixto mediante el uso de puntajes de una prueba y entrevistas, cuya intencionalidad fue explorar a un nivel más profundo el conocimiento de los diferentes estudiantes. En este estudio se empleó un análisis correlacional y un análisis de regresión como una técnica cuantitativa para determinar la asociación entre las variables a medir. Cabe destacar que Gultepe et al. (2013) encontraron que existe una asociación positiva y estadísticamente significativa entre las habilidades de procesamiento matemático y las habilidades algorítmicas de resolución de problemas de la Química. Asimismo, evidencian que existe una relación positiva y significativa de alto nivel entre las habilidades de procesamiento matemático y la comprensión conceptual y las habilidades algorítmicas de resolución de problemas ($R = .76, R^2 = .58, p = .00$). En este sentido, estos investigadores concluyen que la comprensión conceptual junto con las habilidades de procesamiento matemático permite que los sujetos den solución a los problemas en la Química.

Desde otra perspectiva, Goldstein y Flynn (2011), Rylands et al. (2013), Tariq (2013), Thompson et al. (2013) efectúan estudios de corte curricular en las que describen y evidencian las maneras en que los académicos de matemática y ciencias trabajan juntos, en Australia y Estados Unidos, para ayudar

a los estudiantes a construir las habilidades de razonamiento cuantitativo necesarias en los cursos de pregrado en las carreras de ciencias, particularmente en carreras de Física, Biología, Ciencias Ambientales y Química. Para esto, en Rylands et al. (2013), por ejemplo, se cuestionaron *¿qué habilidades de razonamiento cuantitativo quieren los académicos de ciencias que sus estudiantes tengan en el pregrado?, ¿quién enseña el razonamiento cuantitativo?, ¿cómo se estructuran los departamentos de ciencias y matemática para ayudar a los estudiantes a construir las habilidades de razonamiento cuantitativo? y ¿qué implicaciones tiene la construcción del razonamiento cuantitativo en los estudiantes de ciencias de pregrado?* Por otra parte, Rylands et al. (2013) estudian la manera en que deben evolucionar los currículos de ciencias para ilustrar la naturaleza integrada entre ciencia específica y la matemática en la actualidad. Así, estos investigadores proponen analizar cuál es la aparente pertinencia de las habilidades cuantitativas en el contexto de la ciencia en la educación superior.

Cabe resaltar que, para el estudio curricular desarrollado por Rylands et al. (2011), se entrevistaron a cuarenta y ocho académicos de once universidades australianas y dos universidades de los Estados Unidos. Dichos investigadores concluyen que, en Australia, los académicos están luchando para llevar a los estudiantes desde el nivel más bajo, con el que muchos comienzan la carrera de ciencias, a un nivel aceptable para la titulación. Asimismo, Tariq (2013) expresa que los estudiantes a menudo deben luchar con el currículum oculto de las matemáticas para solventar sus deficiencias en los cursos de ciencias; indican la necesidad de efectuar cambios curriculares donde se haga la integración entre los elementos de la matemática y los de la ciencia.

En otro sentido, Goldstein y Flynn (2011) realizan un estudio curricular de corte empírico cuantitativo y determinan el impacto de los cambios curriculares, cuestionando si estos cambios realmente mejorarán las habilidades cuantitativas en los estudiantes. Los resultados en este estudio constatan que el estudiantado, en lugar de aprender habilidades cuantitativas en los cursos de Biología y Química, toman las asignaturas separadas de las matemáticas y de la Estadística, por lo que los sujetos vean estos dos campos disciplinares totalmente desconectados. Goldstein y Flynn (2011) indican que, por esta situación, el estudiantado no aprenden a aplicar correctamente sus conocimientos matemáticos para resolver un problema científico; los autores concluyen que es importante que en los currículos de Biología y Química de pregrado se incorpore el desarrollo de las *habilidades cuantitativas* a lo largo de todos los cursos; igualmente, sugieren la modificación de los ejercicios de laboratorio existentes en el curso introductorio basado en el laboratorio mediante la adición de componentes cuantitativos, así como los enfoques de aprendizaje activo. Esta última aseveración, modificar los enfoques de aprendizajes, permite inferir que el estudio no solamente buscaba analizar

asuntos que involucraban la malla curricular, sino, también, las formas de enseñanza-aprendizaje de los docentes.

A diferencia de Goldstein y Flynn (2011), Quinell et al. (2013) realizan una investigación bajo el paradigma cualitativo en la cual determinan las habilidades cuantitativas que tienen los sujetos en un curso de ciencias. Dentro de los resultados obtenidos, se destaca que los estudiantes deben centrarse no solo en la habilidad que tienen, sino en cómo usarla según las situaciones complejas que se presenten, de tal manera que tengan la suficiente confianza para ello. Por lo tanto, estos autores sugieren desarrollar habilidades de razonamiento como el pensamiento de orden superior, asociadas con la atención plena y las disposiciones de pensamiento positivo en el contexto de los cursos de ciencias, ya que pueden ayudar a los sujetos a ejercer el pensamiento y los razonamientos necesarios para una adecuada resolución de problemas. Además, proponen que es fundamental dejar explícito al grupo de *estudiantes que las habilidades cuantitativas están inmersas en las ciencias, y que la habilidad de usarlas con fluidez y confianza es esencial en la práctica de la ciencia*. Cabe destacar que en estos estudios se enfatiza que el profesorado **debe demostrar**, o bien explicar, al grupo de estudiantes cuáles son las habilidades que se están empleando en la resolución de ejercicios, por lo que en gran medida la óptica es el de enseñarles a utilizarla.

Ahora, Wilson (2013), por medio de un estudio de caso, determinó las percepciones que, según sus experiencias en los cursos, tienen los estudiantes sobre el déficit de las habilidades de razonamiento cuantitativo, demostrando que las ideas de los sujetos sobre su déficit dependen en gran medida de sus antecedentes matemáticos escolares. De esta forma, este autor expone que la mayoría del estudiantado de ciencias manifiesta que es difícil motivarse para acceder libremente a los contenidos de la ciencia, debido a la falta de confianza en su construcción. No obstante, Wilson (2013) declara que el estudiantado no está consciente del problema de la falta de las habilidades cuantitativas. Además, este investigador indica que los alumnos que habían cursado el nivel más alto de matemática a nivel escolar obtenían las puntuaciones más altas en los cursos de ciencias; mientras que aquellos que no lo habían cursado mostraban los puntajes más bajos; con estos resultados en Wilson (2013), se concluye que el déficit de las habilidades de razonamiento en las ciencias, de los alumnos, *dependen en gran medida de sus antecedentes en las matemáticas escolares*.

1.1.3. PERSPECTIVA PRÁCTICO-SOCIAL

Desde el punto de vista práctico-social, existe coincidencia en los artículos analizados (Moore et al., 2009; Ellis, 2011; Larson, 2010; Andersen & Harsell, 2011; Goldstein & Flynn, 2011; Thompson,

2011; Agustín et al., 2012; Rylands et al., 2013; Tariq, 2013; Wilson, 2013; Smith & Thompson, 2007; Rylands & Coady, 2009; Moore et al., 2009; Grawe et al., 2010; Rhodes, 2010; Mayes, 2013; Mayes et al., 2013; Thompson et al., 2013; Quinell et al., 2013; Mayes et al., 2014; Moore, 2014; Mayer & Myers, 2014; Reid & Wilkes, 2016, entre otros) en cuanto a que las habilidades de razonamiento cuantitativo permiten que los sujetos puedan razonar y resolver problemas cuantitativos en una amplia gama de contextos y situaciones de la vida cotidiana, ya que pueden comprender y crear argumentos apoyados con evidencias cuantitativas, permitiéndoles comunicar con claridad los juicios valorativos en una variedad de formatos como, por ejemplo: tablas, gráficos, palabras, porcentajes, ecuaciones, etc. En este sentido, una persona con razonamiento cuantitativo fuerte puede interpretar y utilizar ampliamente datos numéricos, geométricos, conceptos matemáticos básicos y todo lo relacionado con ello (Rhodes, 2010).

Por ejemplo, en Leawson y Bealer (1984) se manifiesta que las habilidades de razonamiento cuantitativo, visto desde el razonamiento proporcional, probabilístico y correlacional, son fundamentales para la alfabetización matemática y científica, puesto que estas habilidades son necesarias para analizar datos cuantitativos básicos en todas las ciencias, explicando que es de uso común en la vida cotidiana. En este sentido, ejemplifican que se requiere razonamiento cuantitativo para comparar los precios de cantidades variables de artículos en una tienda de comestibles; asimismo, se requiere para relacionar variables en un determinado problema de la Química y de la Física (Leawson & Bealer, 1984). De la misma manera, Steen (2001) expresa que muchos agricultores usan computadoras para encontrar mercados, analizar el suelo y entregar cantidades controladas de los productos que cosechan; las enfermeras usan las conversiones de unidades para verificar la presión arterial y las dosis de los medicamentos; los sociólogos efectúan inferencias de los datos para comprender el comportamiento humano; los biólogos desarrollan algoritmos informáticos para mapear el genoma humano; los supervisores de fábrica usan estrategias de modelos cuantitativos para garantizar el control de calidad; los empresarios proyectan los mercados y los costos, usando hojas de cálculo informáticos; y los abogados usan evidencia estadística y argumentos que involucran probabilidades para convencer a los jurados; y todas estas actividades son posibles gracias al desarrollo de las habilidades de razonamiento cuantitativas.

En Agustín et al. (2012) se destaca que las personas en la actualidad requieren cierto nivel de comprensión cuantitativa debido a los avances tecnológicos y al énfasis en la interpretación y análisis de datos, en los cuales es indispensable tomar decisiones informadas para el desarrollo de la vida personal, académica y profesional. Asimismo, se manifiesta que, debido a la globalización y la continua dependencia del Internet, las corporaciones esperan que las personas graduadas de

universidades sean competentes en el uso de métodos cuantitativos para modelar escenarios de negocios de la vida real y resolver problemas empresariales complejos. Por lo tanto, es imperativo que los colegios y universidades promuevan, conscientemente, el razonamiento cuantitativo en el plan de estudio, para que se convierta en una parte integral de la experiencia de aprendizaje de los alumnos (Agustín et al., 2012).

Ahora, para que los individuos puedan convertirse en ciudadanos efectivos y productivos, deben graduarse de un colegio o universidad que desarrolle cierto nivel de razonamiento cuantitativo (Agustín et al., 2012), esto no implica que todos requieran saber matemáticas sofisticadas, pero al menos cada estudiante debería poder aplicar las matemáticas básicas para comprender, interpretar, evaluar y sacar conclusiones. En este sentido, se evidencia que los graduados universitarios deben estar equipados para manipular datos cuantitativos con el fin de evaluar, construir y comunicar argumentos en su vida profesional y personal.

Finalmente, Rylands et al. (2013) afirman que las habilidades de razonamiento cuantitativo son relevantes en la ciencia. Sin embargo, la vinculación entre colegio y universidad hace que el desarrollo de estas habilidades no se genera de manera eficaz en el estudiantado, por lo que las dificultades se agrandan cuando ingresa a alguna carrera del sector terciario.

1.1.4. CONCLUSIÓN

Es importante mencionar que los estudios presentados enfatizan la importancia de desarrollar en las personas habilidades de razonamiento cuantitativo, tanto para la vida en general, como para la académica y profesional en particular. Además, se resalta que dichas habilidades se van estructurando desde edades tempranas y hasta la vida adulta, por lo que es pertinente valorar si se han desarrollado a plenitud en el estudiantado que ingresa a la universidad, permitiéndole ser exitoso académicamente en la carrera de elección, particularmente en aquellas relacionadas con las Ciencias Básicas, como es el caso de la Química. No obstante, en las investigaciones se enfatiza sobre la baja habilidad de razonamiento cuantitativo con la que ingresan el grupo de estudiantes al sistema de educación universitario, siendo un obstáculo para el avance y culminación de ellos en sus carreras.

Debido a la baja habilidad, en varios países (Estados Unidos, Costa Rica, Australia, por ejemplo) se ha implementado la aplicación de test para la selección de personas en el sector terciario, pero las pruebas solamente pueden medir una parte del constructo y no evidencian si las habilidades demostradas por los sujetos en la prueba realmente se proyectan en los cursos de la carrera seleccionada. Debido a esto, seguidamente se establece la importancia de realizar el estudio en los

que se generen evidencias sobre la congruencia de una prueba que mida habilidades de razonamiento cuantitativo y aquellas que el estudiantado requiere para llevar el primer curso de carrera, en particular, los cursos de Química General e Introducción a la Química.

1.2. JUSTIFICACIÓN

Actualmente, se reconoce que la educación juega un papel importante en el desarrollo económico, social y cultural de los países a nivel mundial. Esto se evidencia en las constantes reformas y políticas educativas que organizaciones internacionales, por ejemplo, la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), efectúan para orientar la planificación, consecución, distribución y crecimiento educativo en las personas. Este reconocimiento hacia la educación se expone en el informe de la OCDE (2018), en el que se destaca que esta es la base para promover el desarrollo, reducir las disparidades económicas y crear una sociedad habilidosa y de inclusión. Igualmente, en el discurso de la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO, 2010), se resalta que la educación debe ser una prioridad de los gobiernos de todas las naciones, ya que sin esta las posibilidades del crecimiento de habilidades en las personas se reduce enormemente.

Además, se admite que la educación superior, desde sus diversas formas de organización, es en la actualidad una gran industria², desempeñando un papel vital y central en la sociedad y en la economía mundial (OCDE, 2018). Por eso, en América Latina y el Caribe, según Moreno-Brid y Ruiz-Nápoles (2010), se concibe a las universidades como instituciones que mantienen el avance de la ciencia y la tecnología, por medio de la investigación profunda y la creación de nuevos conocimientos, generando conciencia en la sociedad de la que emergen; por lo tanto, han sido verdaderamente influyentes y fundamentales en la formación de profesionales.

Por otra parte, el acceso a la educación en general, y a la universitaria en particular, tiene un valor social intrínseco, el cual se ve reflejado en una población mejor preparada, con mayor bienestar material y una fuerte cohesión social (Moreno-Brid & Ruiz-Nápoles, 2010). En este sentido, Samans et al. (2017) expresan que la forma en que las naciones desarrollen su capital humano puede ser un determinante importante del éxito económico a largo plazo, más que cualquier otro factor; entendiéndose *capital humano* como los conocimientos y habilidades que poseen las personas y que les permiten crear valor en el sistema económico global. No obstante, Moreno-Brid y Ruiz-Nápoles (2010) indican que en los países que han estado, o están, en el ascenso hacia el camino del desarrollo, la educación tiene un papel crítico, tanto para mejorar las habilidades y capacidades productivas como para promover la integración y la movilidad social, donde el progreso científico y tecnológico está

2 El término “la educación superior como gran industria” es empleado propiamente en el informe del OCDE (2017).

directamente relacionado con la investigación científica y, consecuentemente, con la formación de científicos e ingenieros.

Particularmente, en Costa Rica, de acuerdo con el Plan Nacional de Ciencia, Tecnología e innovación 2015-2021, es importante fomentar y ejercer la investigación científica en los individuos, ya que esta es un componente fundamental del desarrollo del sistema científico tecnológico e innovador del país. Desde esta perspectiva, se fundamenta que el sistema se consolida por la producción y participación de científicos en las áreas de ciencias básicas (Física, Química, Matemática, Biología), ciencias biomédicas, ciencias agronómicas y ciencias sociales. No obstante, existe un faltante de profesionales en las áreas de ciencias básicas e ingenierías, y se afirma que Costa Rica tiene un déficit de capital humano calificado en Ciencia, Tecnología e Innovación (Ministerio de Ciencia, Tecnología y Telecomunicaciones, [MICITT], 2015).

El faltante de profesionales en las áreas de ciencias básicas e ingenierías se debe, en gran parte, a la presencia de alto contenido matemático en los programas curriculares (Leawson & Bealer, 1984; Tariq, 2013; Luna, 2015); ya que los jóvenes del último año escolar reconocen los beneficios que tiene estudiar carreras relacionadas con la ciencia y la tecnología, pero el déficit en habilidades de razonamiento matemático les impide tener éxito en esas carreras; por ejemplo, en Tariq (2013) se expresa que en los jóvenes prevalece el sentimiento de no ser habilidosos para las matemáticas. Asimismo, en el estudio efectuado por Wang (2012), se constata que los discentes que tienen mayor probabilidad de tomar cursos de matemática avanzada y aspirar a carreras relacionadas con las matemáticas, dan mayor valor y tienen una mayor confianza en sus habilidades matemáticas que aquellos que no; se documenta que el alumnado que obtuvo calificaciones más altas en matemáticas, también reportó mayores expectativas de buscar trabajos relacionados con la matemática y la ciencia que aquellos que obtuvieron calificaciones de matemáticas más bajas.

De acuerdo con Wang (2012), cuanto más positivas sean las expectativas matemáticas de los sujetos, más probable es que aspiren a una carrera en ciencia, tecnología y matemáticas o afín a estas. Desde la perspectiva de las investigaciones de Wang (2012) y Luna (2015), se puede inferir que parte de la escasez de personas calificadas en ciencia, tecnología e innovación en Costa Rica, se debe a la no escogencia, por parte de los estudiantes, de las carreras que tienen algún contenido matemático dentro de su malla curricular, puesto que las bajas calificaciones en las mediciones de contenido matemático influyen en esta escogencia; y en Costa Rica, particularmente, se reportan bajos desempeños en todas la mediciones realizadas (Sexto Informe del Estado de la Educación Costarricense, 2017).

También, en el Plan Nacional de Ciencia, Tecnología e innovación 2015-2021, se destaca que los jóvenes, en la actualidad, deben contar con un amplio y sofisticado repertorio de habilidades, conocimientos y destrezas que los hagan capaces de generar ingresos para sostener el progreso del país (MICITT, 2015). Sin embargo, Sauma (2015) expresa que, aunque el sistema educativo costarricense ha mostrado mejoras en los indicadores de rendimiento y logro escolar, actualmente, “dos terceras partes de la fuerza laboral del país son trabajadores no calificados” (Sauma, 2015, p. 59); esto significa que esta cantidad de personas tiene un nivel educativo menor a la secundaria completa, lo cual constituye un impedimento para avanzar en el desarrollo de actividades que requieran un mejor capital humano. Por ende, es indispensable prever el fortalecimiento de las habilidades en ciencia, tecnología, ingeniería y matemática dada su importancia estratégica, por lo que el sistema educativo debe involucrarse en la identificación temprana de vocaciones y promover el desarrollo de habilidades cognitivas superiores en los estudiantes (MICITT, 2015).

Cabe resaltar que en el informe de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE, 2018) muestra altas tasas de desempleo, sobre todo en los jóvenes. De acuerdo con este informe, esto es debido a la insuficiencia de habilidades, lo cual pone en evidencia que el sistema educativo no está brindando a las personas las habilidades requeridas para el mercado laboral, ni las herramientas necesarias para adaptarse al cambio estructural y tecnológico. Asimismo, el sistema educativo tampoco está brindando las herramientas necesarias para que los jóvenes desarrollen las habilidades suficientes para ingresar a la universidad y solventar las dificultades que se le presenten en el transcurso de la carrera escogida (OCDE, 2013). Esta última afirmación es respaldada por los altos porcentajes de deserción y repitencia de estudiantes universitarios.

Es importante mencionar que la repitencia y la deserción en el primer año de educación superior causa preocupación en diversos países tanto latinoamericanos (Chile, Colombia, México, Brasil) como europeos (España, Francia, Alemania). Por lo que se constata que la mayoría de las retiradas estudiantiles y la reprobación de los cursos ocurren durante el primer año universitario (Wingate, 2007; Coertjens et al., 2017); y, aunque hay diferencias entre países, aproximadamente un tercio de los estudiantes que ingresan a la educación superior no obtendrán un título (OCDE, 2013). En este sentido, Wingate (2007) y Coertjens et al. (2017) exponen que la transición (entendida como cualquier cambio importante en los requisitos de la función de los estudiantes o en el contexto del estudio) de la educación secundaria a la educación superior, en habilidades, es fuente de fracaso entre los estudiantes.

Particularmente en la Universidad de Costa Rica, el abandono estudiantil unido con la repitencia ha venido en aumento, siendo una problemática sobre todo en los cursos iniciales con contenido matemático y que requieren de habilidades de razonamiento cuantitativo, por ejemplo: Química general I, Física general I, Precálculo, Cálculo I, Álgebra lineal, Ecuaciones diferenciales, entre otros. En relación con la repitencia, Flores (2016) y Tineo (2015), en un estudio efectuado en la Universidad Costa Rica, afirman que en las carreras de Química, Farmacia e Ingeniería de Alimentos existe un aumento en la repitencia y el abandono de estudiantes en el curso de Química, lo que confirma que las instituciones de Educación Superior afrontan serios problemas y que, aunque la repitencia es un fenómeno que se da en todos los niveles de la educación, sucede en mayor medida y con efectos negativos en los cursos de primer nivel universitario, o bien de nivel básico, y en los primeros semestres de ingreso a la Educación Superior (Flores, 2016). Además, esta problemática influye en las tasas de graduación, ya que disminuye la cantidad de graduados en los lapsos establecidos por las autoridades que coordinan las carreras.

Con respecto a las habilidades cognitivas, Molina (2015) argumenta que es importante considerar los aportes de la ciencia cognitiva a la educación, con tal de incluir nuevos enfoques de medición y evaluación en los que se identifiquen las habilidades cognitivas de los sujetos, así como el emprendimiento de actividades que permitan desarrollar habilidades y destrezas vinculadas con la resolución de problemas; afirma que es indispensable identificar los sesgos que apartan a los sujetos para razonar lógicamente y para utilizar el cálculo y la probabilidad. Desde esta perspectiva, se puede considerar efectuar mediciones, o evaluaciones, en las que se identifiquen las habilidades desarrolladas por los sujetos en el nivel preuniversitario. Particularmente, aquellas asociadas con las matemáticas, como es el caso de las habilidades de razonamiento cuantitativo, ya que brindaría información a las personas sobre los aspectos por mejorar, o bien por desarrollar, para solventar los cursos de la carrera escogida en el área de la ciencia, tecnología y matemática; sobre todo en aquellas en los que se presentan altos índices de deserción y repitencia de cursos, puesto que Leawson y Bealer (1984) dictaminan que los cursos de matemática y ciencias hacen poco, al menos a corto plazo, para ayudar a los estudiantes a adquirir y aplicar las habilidades de razonamiento cuantitativo en los que se incluya el razonamiento proporcional, probable y correlacional.

Cabe resaltar que, aunque el estudio realizado por Leawson y Bealer (1984) tiene 34 años de efectuado, plantea evidencias de la relación entre las puntuaciones obtenidas por los sujetos en cursos de matemática y la escogencia de la carrera universitaria, las cuales son un indicio histórico. Por lo que la situación del poco desarrollo del razonamiento cuantitativo en los sujetos que ingresan a la universidad es aún vigente, ya que los estudiantes que ingresan a la universidad no eligen carreras

STEM, tal y como se mencionó, para evitar cursos que tengan contenido matemático como lo es el cálculo, el álgebra y la trigonometría. Desde esta postura, Tariq (2013) argumenta que, si bien la necesidad de que los estudiantes y graduados, particularmente en ciencias, deben demostrar una fuerte capacidad en habilidades de razonamiento cuantitativo, también es reconocido que existe un déficit en los sujetos que ingresan al sistema terciario en dichas habilidades. En este mismo sentido, Tariq (2013) expresa que el alumnado, de primer año de ciencias tiene dificultades para transferir sus conocimientos y habilidades matemáticas a contextos específicos³; por lo que existe el desafío de elaborar currículos en los que se integren las matemáticas de tal manera que los graduados se vuelvan seguros y competentes en la aplicación de habilidades cuantitativas en la disciplina científica elegida.

Siguiendo la postulación de Molina (2015) sobre los enfoques de medición para determinar las habilidades en las personas, en la Universidad de Costa Rica (UCR) se efectúan mediciones estudiantiles en las que ellos deben demostrar su nivel de habilidad en la prueba realizada. Ejemplo de medición es la Prueba de Aptitud Académica, creada para seleccionar estudiantes con altas probabilidades de éxito estudiantil (entendido como la calificación obtenida por los sujetos en los cursos iniciales de la carrera) en la universidad a nivel general, mas no para determinar la habilidad específica dentro de cada carrera, en particular la habilidad de razonamiento cuantitativo (Rojas, 2014). Debido a que la Prueba de Aptitud Académica no predice el éxito estudiantil según la carrera escogida, en el año 2006 se inicia con el desarrollo de la Prueba de Habilidades Cuantitativas (PHC). Esta prueba se aplicó en la población de primer ingreso de carreras que presentaban altos porcentajes de personas con perfiles de entrada lejanos a los esperados por los encargados de las carreras⁴. De esta manera, desde el año 2007 y hasta el 2014, se siguió un proceso riguroso de construcción, aplicación y análisis estadísticos de los ítems, para la recolección de suficiente evidencia sobre la calidad y las propiedades psicométricas de los ítems de la prueba y sus índices predictivos de las notas de los cursos iniciales de las carreras interesadas, ya para el 2015 la PHC se empezó a utilizar como instrumento de selección estudiantil para quienes estuvieran interesados en esas carreras, como es el caso de Química, Farmacia, Física, Meteorología, Matemática y Ciencias actuariales.

3 Las dificultades de transferencia de conocimientos podrían representar un círculo vicioso dentro del contexto educativo costarricense, ya que es la misma universidad la que forma a los educadores que, posteriormente, enseñarán al estudiantado.

4 Tomado del Proyecto Prueba de Habilidades Cuantitativas (2017-2018). Marco teórico de la Prueba de Habilidades Cuantitativas.

La PHC nace como un objetivo del proyecto de investigación en la Universidad de Costa Rica (UCR) denominado “*Construcción de pruebas específicas para ingreso a carrera*”. Este proyecto es plasmado en el acuerdo del Consejo Universitario, el cual destaca “que (la administración), con las unidades académicas y en coordinación con el Instituto de Investigaciones Psicológicas, analicen la pertinencia de incorporar pruebas particulares estandarizadas de ingreso a carrera, y se proporcione los recursos necesarios para realizar este propósito” (Consejo Universitario, sesión 4836 13-10-2003, artículo 1). La pertinencia de aplicar la PHC para seleccionar sujetos es debida, en gran medida, a la situación problemática planteada en los párrafos anteriores sobre el déficit de habilidades matemáticas que actualmente enfrentan los jóvenes y que son un obstáculo en la permanencia, consecución y conclusión de estudios superiores. Igualmente, los cupos de varias carreras en la UCR se llenaban con personas que querían trasladarse de currículum profesional, en los que en algunas ocasiones no era posible y, como consecuencia, se aumentaba el abandono, bajando las tasas de graduación.

Cabe resaltar que la Prueba de Habilidades Cuantitativa es catalogada como de altas consecuencias para los examinados. Esto, en términos de Martínez et al. (2006), es por las implicaciones importantes para la vida de los sujetos que aplican la prueba, ya que son seleccionados a partir de las puntuaciones obtenidas en el test para el ingreso a las carreras que tienen como requisito especial efectuarla. Asimismo, dentro del marco de referencia teórico de la PHC para la medición, se destaca que el constructo de la prueba es el razonamiento cuantitativo con contenido matemático, donde los procedimientos algorítmicos no son la prioridad. Desde esta perspectiva, se considera que la prueba cuenta con una definición clara de lo que se quiere medir. Igualmente, las interpretaciones sobre los puntajes obtenidos por los sujetos en la PHC se han basado en los índices de dificultad y discriminación desde la perspectiva de la Teoría Clásica de los Test y de la Teoría de Respuesta a los Ítems. Además, se ha obtenido evidencia estadística donde las puntuaciones obtenidas por los sujetos en la prueba predicen el éxito estudiantil en los primeros cursos de la carrera, considerando la calificación final del estudiante en el curso. Sin embargo, no se provee evidencia con respecto a la convergencia entre las habilidades de razonamiento cuantitativo demostradas por los sujetos en la prueba de selección y las habilidades requeridas en los cursos iniciales de la carrera seleccionada por la persona, en particular, en las carreras de Química, Farmacia e Ingeniería Eléctrica, Ingeniería Mecánica y Geología.

Lo anterior significa que no existe evidencia con respecto a la confluencia entre los procedimientos realizados por los examinados en la PHC y los que se necesitan en los procesos formativos en cursos de Química. Esto es, teóricamente, al tener la prueba de habilidades cuantitativas al razonamiento

cuantitativo como constructo y ser el razonamiento cuantitativo indispensable para el aprendizaje de Química, no se cuenta con evidencias de validez de constructo en los cursos específicos, ya que los estudios enfocados en la recolección de evidencia sobre las habilidades de razonamiento cuantitativo (HRC), y que tienen los sujetos al ingresar al sistema terciario de educación, centran su atención en las puntuaciones que los examinados obtienen en la prueba efectuada y no en los procesos, procedimientos, de resolución de los ítems. Asimismo, las predicciones en cuanto al rendimiento académico, visto como la calificación obtenida en los cursos posteriores, están centradas en el producto final, calificación o nota, del estudiantado en el curso.

Ante la situación, se genera un vacío en los requerimientos de evidencias de validez de las pruebas según los *Standards for Educational and Psychological Testing* (AERA et al., 2014), en las cuales se destaca que la validez se refiere al grado en que la evidencia y la teoría respaldan las interpretaciones hechas a partir de los puntajes obtenidos en las pruebas. Las interpretaciones de la relación entre el constructo de la prueba junto con sus dimensiones, las puntuaciones obtenidas por los examinados y las habilidades requeridas en los cursos seleccionados son nulas dentro del marco que sustenta la importancia de aplicar la PHC. Desde esta perspectiva, y de acuerdo con Grawa et al. (2010) una evaluación estandarizada, como la prueba de habilidades cuantitativas, puede decir si los estudiantes tienen la capacidad de aplicar razonamiento cuantitativo, de manera efectiva, cuando se les solicite hacerlo en el contexto propiamente de la prueba. Sin embargo, los test no muestran si los estudiantes han fortalecido la tendencia a usar esa capacidad o si han desarrollado las habilidades necesarias para desplegar la capacidad de manera efectiva en contextos distintos a los de la prueba, particularmente en el contexto de la química. Desde esta perspectiva y de acuerdo con Wallace et al. (2009), es importante reconocer que demostrar una habilidad en el contexto de una prueba específica no significa que la habilidad se generalizará a otros contextos o indicará la presencia de otras habilidades necesarias para emplear el razonamiento cuantitativo con éxito en esos otros contextos.

Ahora, Geiser (2016) recomienda, a los equipos encargados de la planificación, estudio y aplicación de pruebas estandarizadas de admisión universitaria, que el foco principal, en el análisis de las puntuaciones del test, no sea solamente el de comparar un postulante con otros desde la puntuación final, sino establecer si este ha logrado dominar los conocimientos y las habilidades necesarias en la universidad y, además, realizar estudios referentes a la faceta de validez aparente, de tal manera que el vínculo entre el conocimiento y las habilidades puestas a prueba, en el test, y las necesarias para la universidad sean, en buena medida, transparentes, debido a que se mostraría que la prueba mide realmente lo que plantea medir.

El punto de vista de Geiser (2016) es enfático, pues en la mayoría de los estudios que involucran pruebas estandarizadas, solo se efectúan comparaciones sobre las puntuaciones obtenidas por los sujetos en la prueba y la calificación final de un curso, sin otorgar evidencias sobre el alcance de su logro académico en cuanto a los procesos efectuados en los cursos propiamente. En este sentido, cabe preguntarse si existe correlación entre las habilidades de razonamiento cuantitativo medidos en la PHC y los requeridos por los sujetos en los cursos de Química. Particularmente, la PHC no cuenta con evidencia sobre los procesos que los examinados efectúan en la prueba, de acuerdo con sus habilidades de razonamiento cuantitativo, y las que son necesarias para solventar los cursos propios de las carreras que eligen los estudiantes. Por lo tanto, considerando las postulaciones de los *Standards for Educational and Psychological Testing*, la situación problemática del déficit de habilidades y las recomendaciones de estudios sobre pruebas estandarizadas (Geiser, 2016) se propone como pregunta de investigación:

¿Cuáles son las evidencias, asociadas a la validez, que permiten realizar inferencias sobre las habilidades de razonamiento cuantitativo demostradas por un grupo de examinados en la PHC, las requeridas en el curso de Química general I e Introducción a la Química de la Universidad de Costa Rica y su relación con las puntuaciones obtenidas en la PHC?

De acuerdo con la pregunta, se estable como hipótesis que:

Si las habilidades de razonamiento cuantitativo demostradas por los sujetos en la PHC subyacen a las requeridas en el curso de química, entonces con la prueba se estaría seleccionando personas con habilidades de razonamiento cuantitativo que tendrían éxito en los cursos QU-0100 y QU-0108.

Para dar respuesta a la pregunta de investigación, se plantea el objetivo general y los objetivos específicos, las cuales guiaron el proceso de recolección y de análisis de los datos.

1.2.1. Objetivo general

- Analizar las evidencias, asociadas a la validez, que permiten realizar inferencias sobre las habilidades de razonamiento cuantitativo demostradas por un grupo de examinados en la PHC y las requeridas en el curso de Química general I (QU-0100) e Introducción a la Química (QU-0108) de la Universidad de Costa Rica, para relacionarlo con las puntuaciones obtenidas por el grupo de examinados en la prueba.

1.2.2. Objetivos específicos

- Obtener evidencias de validez de contenido y de constructo en la Prueba de Habilidades Cuantitativas a partir de los procesos de solución efectuado por un grupo de examinados en los reactivos de la PHC.
- Identificar los procesos asociados a las habilidades de razonamiento cuantitativo presentes en las clases de QU-0100 y QU-0108 y su relación con los procesos de efectuados por el grupo de examinados en la PHC.
- Determinar el efecto en la puntuación obtenida en la PHC sobre las puntuaciones obtenidas por el grupo de examinado en los cursos de QU-0100 y QU-0108, el grupo de pertenencia de los sujetos y los procesos de habilidades de razonamiento cuantitativo presentes en las clases de QU-0100 y QU-0108.
- Establecer las habilidades de razonamiento cuantitativo demostradas por el grupo de examinados en la PHC y las requeridas en los cursos de Química de la Universidad de Costa Rica.

Con esta investigación se espera contribuir al desarrollo de conocimientos de varias formas. Una de ellas es proporcionar información a las diferentes entidades encargadas en la formación profesional sobre las habilidades de razonamiento cuantitativo que los sujetos requieren para tener éxito en las carreras que son parte en este estudio. Además, contribuir a la construcción de ciertos perfiles esperables de los estudiantes que ingresan a carreras que tienen corte científico. Igualmente, con la valoración de las dimensiones atribuibles al razonamiento cuantitativo y la necesidad e importancia para el éxito académico, mejorar aspectos de enseñanza y aprendizaje de la química tanto a nivel universitario como escolar en pro de la formación científica.

Por otro lado, la información suministrada puede contribuir al diseño curricular de la enseñanza de la química a nivel de secundaria, en la que la promoción del desarrollo de las habilidades de razonamiento cuantitativo permita a los sujetos tomar mejores decisiones cuando comparen, clasifiquen, ejemplifiquen, validen y generalicen ya sea objetos en la propia ciencia o bien la vida cotidiana.

Por otra parte, se espera contribuir a los aspectos metodológicos de investigación educativa con el empleo de la rigurosidad científica en cuanto a la obtención de evidencia de validez, donde la recolección y análisis de los datos siguen una ruta que puede ser replicable para otras investigaciones. Asimismo, dar a conocer que los instrumentos de evaluación no deben ser contruidos e interpretados como antojadizos y sin rigor científico; sino que se debe pensar en las consecuencias que se pueden

generar en el empleo de estos para la selección de sujetos, cuyas decisiones dependerán del objetivo y del uso que se haga sobre las puntuaciones que obtengan los sujetos.

2. MARCO TEÓRICO

En este apartado se presentan los principales conceptos que corresponden a esta investigación, así como las teorías que explican o se asocian a dichos conceptos. Como primer punto se explica la fundamentación teórica sobre las evidencias de validez en pruebas educativas, tomando en cuenta las evidencias de validez de contenido, constructo y predictiva. Luego, se desarrollan las diferentes evidencias que se han obtenido en la PHC de acuerdo con los análisis realizados lo largo de las aplicaciones piloto y en la selección de personas para el ingreso a carrera.

Seguidamente, se describe la conceptualización que investigadores han brindado al razonamiento cuantitativo, el cual es el constructo de interés en este estudio. Además, se exponen teorías que plantean las diferentes formas en que se ha dimensionado el razonamiento cuantitativo desde un enfoque de la medición educativa. Finalmente, se definen las dimensiones que sobre el razonamiento cuantitativo se realizan para la medición desde la postura de la Prueba de Habilidades Cuantitativas y cómo estas se visualizan en el contexto de la Química.

2.1. EVIDENCIA DE VALIDEZ EN PRUEBAS EDUCATIVAS

La validez es uno de los conceptos fundamentales en el campo de la medición, tanto educativa como psicológica, la cual hace referencia al grado en que la evidencia y la teoría respaldan las interpretaciones efectuadas con respecto a las puntuaciones obtenidas en una prueba (AERA et al., 2014). De acuerdo con Cizek (2012), existen varios enfoques que hacen referencia a este concepto. Sin embargo, se puede encontrar concordancia en que la validez hace referencia a: las interpretaciones e inferencias que se derivan de los puntajes de una prueba y no en la prueba en sí misma y que no es que existan diferentes tipos de validez, sino diferentes facetas en las cuales se recaban evidencias de validez. Por otra parte, AREA et al. (2014) indican que es muy importante justificar el uso que se efectúa sobre las puntuaciones del test, así como considerar tanto las consecuencias positivas como las negativas.

Ahora bien, la expresión *altas consecuencias* es polisémica y, dependiendo del contexto, de la finalidad y del tipo de prueba, esta puede ser considerada como alta o baja. Desde esta perspectiva, en Linn (1997) se argumenta que las consecuencias son parte integral de la obtención de evidencias de validez en las evaluaciones, sobre todo en aquellas pruebas que afirman la colocación diferencial de los sujetos, por lo que dichas evaluaciones exigen prestar atención tanto a los efectos positivos como negativos. Además, las evaluaciones tienen diferentes impactos según los grupos poblacionales, por lo que se deben mermar las consecuencias negativas en aquellas poblaciones que son menos

afortunadas. Por otra parte, según Lane (2014) el impacto puede ser diferente para las pruebas que se usan como requisito de graduación o como requisito de ingreso a la universidad de aquellas que solo contribuyen en parte a la calificación de un curso.

En otro sentido, Messick (1989) fundamenta explícitamente las consecuencias sociales como un aspecto integral del argumento de validez. Siguiendo esta misma argumentación, en Cronbach (1988) se consideran las consecuencias como prominentes en la evaluación; se indica que las consecuencias negativas podrían invalidar el uso de la prueba incluso si no se debieran a fallas en el diseño de esta. Además, Messick (1992) argumentó que la evidencia debería abordar tanto las consecuencias previstas de la evaluación para la enseñanza y el aprendizaje como las posibles consecuencias adversas relacionadas con cuestiones de equidad, ya que las características contextuales pueden provocar consecuencias adversas en los sujetos. Actualmente, en AERA et al. (2014) se considera indispensable obtener diferentes evidencias de validez con respecto a las evaluaciones que se efectúen y establecer inferencias según las puntuaciones que los sujetos obtienen.

Dentro de las diferentes evidencias de validez que se pueden obtener están: evidencias de validez de constructo, evidencias de validez basadas en el contenido, evidencias de validez basadas en los procesos de respuesta, las evidencias de validez basadas en la estructura interna, las evidencias de validez basadas en las relaciones con otras variables, las evidencias de validez basadas en el criterio y las evidencias de validez basadas en las consecuencias del test (Martínez et al., 2006).

Aunque son varios los tipos de evidencias, dentro de este marco de investigación es de interés recabar evidencias de validez de constructo, la cual hace referencia al grado en que el individuo posee algún rasgo o cualidad que se refleja, hipotéticamente, en lo que se mide con el test. Desde esta perspectiva, Martínez et al. (2006) explicitan que el proceso de construcción de una prueba guiado por la teoría es el más recomendable, ya que esto llevará al test a tener mediciones robustas y, por lo tanto, a obtener evidencias de validez de constructo que, según Messick (1980), este tipo de evidencia es el concepto unificador de la validez integrando los asuntos de contenido y de criterio en un marco general.

Igualmente, es de interés acopiar evidencias de validez basada en los procesos de respuesta y las evidencias relacionadas con otras variables. Las evidencias basadas en los procesos de respuesta se refieren a los procesos cognitivos, o bien estrategias que los examinados efectúan para contestar a los ítems del test. Esto, según Embretson (2017), es esencial para proporcionar bases y hacer inferencias sobre los procesos empleados por los examinados en la solución de los ítems de un test, conforme

con las actividades cognitivas realizadas por los sujetos y las evidencias basadas con otras variables son aspectos externos importantes en la construcción de un test (Embretson, 2017).

En Villarreal Alfaro-Rojas y Brizuela (2015) se indica que el tema de la validez es el grado en que las puntuaciones de la prueba reflejan la variable de interés; en este caso particular, las habilidades de razonamiento cuantitativo que se desean evaluar. Dichos investigadores plantean que para establecer con claridad cuál variable se mide mediante la prueba es necesario relacionarlo con otras variables, lo cual implica establecer un modelo sobre cómo se relacionan y cuantificar el ajuste de este a los datos observados. En el caso que atañe a esta investigación, es de interés relacionar las habilidades de razonamiento cuantitativo demostradas por los examinados a la hora de contestar los ítems del test con aquellas habilidades que son requeridas para tener éxito en el curso Química general I e Introducción a la Química.

Por otra parte, se resalta que el término *consecuencias*, desde la postura de la validez en los test, fue establecida por Samuel Messick en 1989 (Lane, 2014; Messick, 1989; Messick, 1999; Elosua, 2003). Según Elosua (2003), Messick hace manifiesta la importancia de la relación entre la connotación teórica y práctica atribuida a las puntuaciones; además, es indispensable valorar la relevancia y utilidad de las puntuaciones en cada uno de los usos propuestos y conocer las consecuencias sociales de dichos usos. En este sentido, la selección estudiantil para ingreso a carrera puede generar una consecuencia social, ya que, por medio de las puntuaciones, y específicamente empleando puntos de corte o *ranking*, se eligen aquellos que sobrepasan la puntuación dada para ingresar a alguna de la carrera.

2.2. EVIDENCIAS DE VALIDEZ EN LA PRUEBA DE HABILIDADES CUANTITATIVAS

La PHC se empezó aplicar por primera vez como requisito de ingreso a las carreras Ciencias Actuariales, Matemática, Física, Meteorología y Química, en el año 2015; poco a poco se han ido incorporando carreras, por solicitud de sus encargados, para la selección de sus futuros profesionales, tal es el caso de Ingeniería de alimentos, Ingeniería Mecánica, Ingeniería Industrial, Geología. Antes de la primera aplicación, se efectuaron diversos pilotajes de los ítems que componían la prueba, esto con la finalidad de obtener las mejores medidas de consistencias interna, discriminación y dificultad de los ítems. Para ello se desarrollaron análisis a los ítems y al test en general, aplicando la Teoría Clásica de los Test y la Teoría de Respuesta a los Ítems.

Además, se hicieron comparaciones entre las puntuaciones que los postulantes obtenían en la prueba de ingreso a la universidad (PAA-UCR) y la PHC (Bolaños-Barquero & Rojas-Torres, 2013);

igualmente, se realizó un estudio estadístico con respecto a la predicción de la dificultad de la PHC y la reprobación de la población estudiantil que aplicó la PHC en cursos de matemática básicos en las carreras de Física, Meteorología, Matemática, Ciencias Actuariales y Farmacia (Rojas-Torres, 2013; Rojas-Torres, 2014). Por otro lado, se llevó a cabo un análisis sobre la asociación entre el razonamiento cuantitativo con el rendimiento académico en cursos introductorios de Matemática de carreras STEM (Rojas et al., 2019).

Con respecto a las comparaciones entre las puntuaciones que los postulantes obtenían en la prueba de ingreso a la universidad (PAA-UCR) y la PHC, se determinó una significativa y fuerte correlación entre las puntuaciones de la PHC con las notas que los sujetos obtenían en los cursos MA-1004 (Álgebra lineal, carrera de Física), MA-0150 (Principios de matemática, carreras de Matemática y Ciencias Actuariales) y XS-1110 (Estadística introductoria, carrera de Estadística). Por otra parte, se determinó que existen diferencias significativas sobre los sujetos que aprueban el curso MA-0150 con respecto a los desertores y los que reprobaban el curso, inclinándose a favor de aquellos que aprueban el curso sobre los que reprobaban y los que desertan. Es decir, que los sujetos de mayor puntuación en la PHC tienden a tener mejores puntuaciones en el curso, que aquellos que obtienen puntuaciones menores. Además, Bolaños-Barquero y Rojas-Torres (2013) afirman que, con la aplicación de la prueba de habilidades cuantitativas, en correspondencia con el estudio efectuado sobre las comparaciones de las puntuaciones de la prueba de ingreso y la PHC, se puede detectar al estudiantado que tiene las habilidades mínimas para cursar las carreras de Física, Meteorología, Estadística, Matemática y Ciencias Actuariales, por lo que con la aplicación de la PHC se demuestra su poder predictivo.

En relación con el estudio estadístico de la predicción de la dificultad de la PHC y la reprobación de la población estudiantil que aplicó la PHC, se realizó un análisis de la dificultad de los ítems de la PHC empleando el *Linear Logistic Test Model* (LLTM) y un análisis empleando el modelo multinivel como alternativa al LLTM (Rojas-Torres, 2013). Dentro de los resultados que se encontraron se detalla que los ítems desarrollados en el área análisis de datos son más fáciles que los reactivos de las áreas restantes (geometría, álgebra, aritmética). Además, se determinó que los ítems que presentaban mayor dificultad son aquellos que presentaban alta carga en visualización, cantidad de contenidos y algoritmos algebraicos. No obstante, también se detectó que los ítems necesitan un proceso de visualización para su solución, además de un proceso de deducción (Rojas, 2013). Cabe resaltar que, en promedio, los ítems de análisis de datos, geometría y álgebra son más fáciles que los de aritmética; igualmente, en el estudio se detectó que los ítems con mayor cantidad de hipótesis contribuían a facilitarlos. Otro aspecto importante que se encontró en el análisis de la PHC es que el acierto de los

ítems se debe a características propias de los sujetos, lo cual es esperable en toda prueba en la que se quiere discriminar altas habilidades con respecto a las bajas habilidades.

En el estudio realizado por Rojas-Torres (2014), en la cual se predijo la reprobación del estudiantado en cursos de matemática y empadronados en las carreras de Farmacia, Matemática, Ciencias Actuariales Física y Meteorología, se pronosticó que la variable con mayor importancia para determinar el "éxito" en los cursos incluidos en el estudio fue el puntaje de la PHC. Los cursos en los cuales se efectuó el estudio fueron: Principio de Matemática (Matemática y Ciencias Actuariales), Cálculo I (Física y Meteorología) y Ecuaciones Diferenciales (Farmacia). En dicho estudio se concluye que la PHC es un buen predictor de la reprobación del estudiantado en los cursos incluidos en este.

Por otra parte, en el estudio sobre la asociación del razonamiento cuantitativo con el rendimiento académico en cursos introductorios de Matemática de carreras STEM (Rojas et al., 2019), se determinó que la variable más importante para predecir el éxito, en dichas carreras, fue la PHC. Se evidenció que el razonamiento cuantitativo es una variable importante para la predicción del rendimiento en cursos introductorios.

2.3. RAZONAMIENTO CUANTITATIVO

El término *razonamiento cuantitativo* fue acuñado como tal por Patric W. Thompson en 1989, quien destacaba, inicialmente, que el razonamiento cuantitativo es el análisis de una situación en una estructura cuantitativa; esto es, la relación entre cantidades cuantitativas (Thompson, 1989). También, argumentaba que una característica dada al razonamiento cuantitativo es que los números y las relaciones numéricas son de importancia secundaria y no entran en el análisis primario de una situación, y lo importante es la relación entre cantidades, por lo que este razonamiento tiene una gran semejanza con el tipo de razonamiento que habitualmente se enfatiza en las instrucciones algebraicas.

Además, Thompson (1989) estableció que el razonamiento cuantitativo era meramente la relación que los sujetos podían establecer entre los números. Esto es, operar con números de acuerdo con una situación establecida. No obstante, dicho investigador se basaba en los conceptos internalización, interiorización, operación y esquemas mentales postulados por Piaget. Desde esta perspectiva, Thompson (1989) plasma que el razonamiento cuantitativo se define como el análisis de una situación en una estructura cuantitativa, en las que dicha estructura es la red de cantidades y relaciones construidas que forman una base para el razonamiento y la reflexión.

Por ejemplo, la aritmética basada en la cantidad consiste en la determinación de las operaciones apropiadas, inferidas según las relaciones entre las cantidades para calcular los valores de las cantidades y la propagación de los cálculos. Posteriormente, Thompson (1994) fundamenta que en el razonamiento cuantitativo se incluía la comprensión de una cantidad como la cualidad medible de algo, por lo que este razonamiento refería a razonar sobre las cantidades, sus magnitudes y sus relaciones con otras cantidades. Desde esta perspectiva, se puede argumentar que Thompson aún mantenía la idea de que el razonamiento cuantitativo era solamente razonar con números. Sin embargo, en estudios posteriores (Thompson, 2007; Thompson, 2011, por ejemplo) dicho investigador describe que el razonamiento cuantitativo está estrechamente relacionado con el razonamiento algebraico, aritmético y espacial, dando surgimiento al estudio del razonamiento covariacional⁵, e indica que tanto el razonamiento cuantitativo como el covariacional caracterizan la actividad mental de dar sentido a las cantidades y a las relaciones entre las variables.

⁵ Si es de interés el tema de razonamiento covariacional, insto al lector a revisar los escritos de Carlson, Jacobs, Coe, Larsen y Hsu (2003), Moore (2010), Saldanha y Thompson (1998), Zieffler y Garfield, (2009), Moritz (2004), Zeytun, Cetinkaya y Erbas (2010), Moore, Paoletti y Musgrave (2013) y Johnson (2015).

Por su parte, De Lange (2001) indica que un aspecto importante al manipular cantidades es el uso del razonamiento cuantitativo, cuyos componentes esenciales son desarrollar y emplear el sentido numérico, representar los números de varias formas, comprender el significado de las operaciones, tener una idea de la magnitud de los números, escribir y comprender cálculos matemáticamente elegantes, hacer aritmética mental y efectuar estimaciones. Igualmente, en el documento de la National Numeracy Network (2011) se indica que el razonamiento cuantitativo es el poder y el hábito de la mente para buscar información cuantitativa, criticarla, reflexionar sobre ella y aplicarla en la vida cotidiana y profesional (National Numeracy Network, 2011). En esta misma línea, Moore (2010) afirma que el razonamiento cuantitativo se refiere a un tipo de razonamiento que es sensible a una situación y pone énfasis en los sujetos que construyen objetos conceptuales, en este caso cantidades, sobre los que se puede razonar.

En lo fundamentado por De Lange (2001), se puede notar que él va más allá con respecto a la definición de razonamiento cuantitativo que otorga Thompson; ya que no solamente se centra en el número como tal y en la realización de operaciones con números, sino en el empleo de varios procesos, o bien, componentes mentales para dar solución a ciertos problemas. Por otro lado, Moore (2010) advierte sobre la importancia del contexto para el desarrollo del razonamiento cuantitativo en la solución de situaciones determinadas, enfatizando que el uso de las "*acciones mentales*" de un sujeto permiten dar sentido a una situación, ya que este construye imágenes con respecto a las cantidades, reflexionando sobre dichas relaciones.

Desde otra perspectiva, Shavelson (2008) establece una definición de razonamiento cuantitativo mediante la exploración de tres enfoques: el psicométrico (raíces conductuales), el cognitivo (raíces del proceso mental) y el situacional (raíces socio-contextuales). Este autor explica que, desde la tradición psicométrica, los investigadores han llegado a coincidir en que existe un factor de razonamiento cuantitativo (QR, por sus siglas en inglés) que influye en el rendimiento de los sujetos en las pruebas de esta índole, distinguiéndose del enfoque en otros tipos de pruebas matemáticas, ya que el razonamiento cuantitativo requiere de un razonamiento basado en propiedades y relaciones matemáticas, con una baja demanda del usos de algoritmos, o bien cálculos, y una gran demanda de razonamiento con números, operaciones y patrones.

En la estructura cognitiva, Shavelson (2008) manifiesta que los investigadores en esta línea suponen que el rendimiento de un sujeto en pruebas cognitivas se puede dividir en los procesos que la componen y las *operaciones cognitivas* que subyacen en el rendimiento observado en tareas propuestas. Por lo tanto, el objetivo de estos científicos es extraer conjuntos de procesos elementales que subyacen a una amplia gama de funciones cognitivas y, por lo tanto, describir procesos cognitivos elementales. Desde esta perspectiva, el razonamiento cuantitativo es visto como la estructura de procesos cognitivos que un sujeto puede efectuar para resolver una tarea determinada.

Desde el punto de vista situacional, Shavelson (2008) indica que el razonamiento cuantitativo se estructura o desarrolla dentro de una comunidad de práctica, indicando que los individuos que participan en actividades culturalmente relevantes empleando el razonamiento cuantitativo son capaces de hacer que otros trabajen juntos para pensar críticamente, razonar analíticamente y resolver un problema. Por lo tanto, las habilidades cognitivas, desde esta perspectiva, residen en una comunidad de práctica.

Por otra parte, Shavelson (2008) contrasta la matemática con el razonamiento cuantitativo. Dicho investigador argumenta que las matemáticas tienen el poder de abstracción y de generalización, poco dependiente del contexto, se proveen métodos y algoritmos, los problemas están bien definidos, es más una disciplina; en la solución de problemas, se proveen pocas oportunidades para trabajar fuera del aula. Mientras que el razonamiento cuantitativo se genera en un contexto real y auténtico, se dan aplicaciones específicas, dependiendo del contexto, se generan soluciones ad hoc, las estimaciones son críticas, los problemas están definidos fuera de una estructura matemática formal⁶, es interdisciplinario y provee muchas oportunidades para trabajar fuera de la clase. Sin embargo, Rylands et al. (2013) mencionan que el razonamiento cuantitativo es la capacidad de los sujetos para aplicar el razonamiento matemático y estadístico en contexto. Asimismo, en Mayes et al. (2013) se explicita que las matemáticas están hechas de manera abstracta y que el razonamiento cuantitativo está impulsado por el contexto. Sin embargo, Mayes et al. (2013) argumentan que esto no significa que el razonamiento cuantitativo está fuera del dominio de las matemáticas, ya que el acto de cuantificación es esencialmente de naturaleza matemática, por lo que sin este acto matemático el razonamiento cuantitativo no ocurre.

⁶ Entiéndase matemática formal como la estructura matemática de carácter científico y que es aceptado por la comunidad matemática.

Desde otra perspectiva, Dwyer et al. (2003) definen el razonamiento cuantitativo como la habilidad para analizar información cuantitativa y determinar cuáles destrezas y procedimientos pueden ser aplicados para obtener la solución de un problema particular, con la condición de que estos problemas difieran sustancialmente de los procesos algorítmicos de la matemática, siendo la parte algorítmica solo un elemento dentro de la resolución de problemas. Es importante resaltar que tanto Dwyer et al. (2003) como Mayes et al. (2013) y Shavelson (2008) coinciden en que el razonamiento cuantitativo es diferente de la matemática formal. No obstante, el uso de ciertos conceptos y elementos matemáticos son trascendentales para dar solución a algunos problemas que involucran el razonamiento cuantitativo.

Por otra parte, Rojas (2018) coincide con Rylands et al. (2013), Dwyer et al. (2003) y Thompson (1989) al argumentar que el razonamiento cuantitativo incluye contar, medir, ordenar, representar y operar para describir e interpretar situaciones de la vida cotidiana. Además, Rojas (2018) fundamenta que con este tipo de razonamiento se pueden solucionar diversos problemas que involucran las cuatro operaciones básicas de la matemática, así como la geometría y el análisis de datos básicos.

Al analizar la literatura sobre la manera en que algunos investigadores definen el razonamiento cuantitativo, se pueden encontrar semejanzas más que diferencias. Una de las semejanzas es que el razonamiento cuantitativo permite que los sujetos efectúen relaciones entre las cantidades y expresiones para reflexionar sobre ellas y, así, proporcionar conclusiones sobre dichas cantidades. Otro aspecto en el que se coincide es que este tipo de razonamiento puede ser evaluado a partir de los procesos y operaciones que los sujetos realizan al enfrentarse a una situación, ya sea matemática o no. Dichos procesos y operaciones residen en la mente. Desde esta perspectiva, se puede constatar que definir razonamiento cuantitativo es complejo y que depende de un contexto para su determinación; es así como el razonamiento cuantitativo se ha definido y nombrado de múltiples formas en la literatura, empleándose en algunas ocasiones como sinónimo de aritmética y, al mismo tiempo, como alfabetización cuantitativa (Karaali et al., 2016).

Es importante aclarar que, tomando en cuenta la amplitud de la definición del razonamiento cuantitativo y del contexto en la cual se desarrolla, en esta investigación no se considera al razonamiento cuantitativo como la simple manipulación de algoritmos matemáticos y tampoco al desarrollo de algoritmos globales que encierra la matemática superior. Esto es que no se concibe el razonamiento cuantitativo de tal manera que se limite a la aritmética básica, pero que tampoco trascienda los años de la escolaridad de la Educación General Básica Costarricense, propuesto en el programa de estudio del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. En este sentido, y

considerando las propuestas de Rojas (2018), Rylands et al. (2013) y Dwyer et al. (2003), una persona con habilidades de razonamiento cuantitativo debe ser capaz de interpretar modelos matemáticos como fórmulas, gráficos y tablas, así como realizar inferencias sobre ellas. Además, representar información matemática de manera simbólica, visual, numérica y verbal, utilizando métodos aritméticos, geométricos, algebraicos y de análisis de datos para la estimación y verificación de soluciones de los problemas de índole matemático presentados, según esos años de escolaridad.

2.4. HABILIDADES DE RAZONAMIENTO CUANTITATIVO EN EL CONTEXTO DE MEDICIÓN EDUCATIVA

La evaluación de las habilidades de razonamiento cuantitativo de las personas se ha efectuado de múltiples formas, desde el uso de pruebas estandarizadas con papel y lápiz, hasta el uso de test informatizados, pero todas con el principal objetivo de medir conocimientos y habilidades, obtenidas, y desarrolladas, en la educación primaria, secundaria, e incluso, universitaria. Ejemplo de ello son las Pruebas SABER PRO en Colombia, el Test de Razonamiento Cuantitativo de la Pontificia Universidad Católica de Chile y el *Quantitative Reasoning test del Center for Assessment and Research Studies de Madison Assessment* en Estados Unidos. Además, la manera en que definen el razonamiento cuantitativo coincide en gran medida, al igual que el objetivo de efectuar la evaluación de este en las personas. En este sentido, en los marcos teóricos de estas pruebas se indica que el razonamiento cuantitativo se refiere a las habilidades que implican la comprensión, el diseño, aplicación de métodos y procedimientos, análisis, argumentación e interpretación de ciertos fenómenos, empleando ciertos conocimientos matemáticos. Cabe resaltar que, para la construcción de las pruebas, se siguen las postulaciones de la AERA et al. (2014).

Cabe destacar que, para efectuar mediciones sobre habilidades en general, de razonamiento matemático en particular, es indispensable establecer de manera concisa el constructo que se quiere medir, o bien definir claramente un marco de referencia para luego poder efectuar inferencias con respecto a las puntuaciones que obtienen los sujetos en el test. Desde esta perspectiva, en Dwyer et al. (2003) se define el constructo razonamiento cuantitativo con fines evaluativos, indicándose que, para efectos de medición, es indispensable no solamente definir el constructo "razonamiento cuantitativo" sino que se deben describir cuáles son las dimensiones o capacidades que lo abarcan. En este sentido, Dwyer et al. (2003) definen el razonamiento cuantitativo como la capacidad de las personas de analizar información cuantitativa sin limitarse a los contenidos enseñados en los cursos de matemática; más bien, incluye habilidades desarrolladas o adquiridas a lo largo del tiempo y que

se han formado a partir de la práctica. Esto significa que los algoritmos puros de la matemática no son indispensables para resolver ítems de pruebas que midan el razonamiento cuantitativo.

Además, Dwyer et al. (2003) destacan que para resolver problemas en el marco del razonamiento cuantitativo los sujetos deben: 1) leer y comprender información dada en distintos formatos; 2) interpretar información cuantitativa y efectuar inferencias a partir de dicha información; 3) resolver el problema empleando diferentes estrategias de solución; 4) comunicar y comprender los resultados obtenidos en la resolución del problema. Por su parte, Rhodes (2010) conceptualiza las habilidades de razonamiento cuantitativo como capacidades para razonar y resolver problemas cuantitativos desde una amplia gama de contextos auténticos y situaciones de la vida cotidiana, creando y entendiendo argumentos sofisticados respaldados por evidencia cuantitativa, y comunicar dichos argumentos en una variedad de formatos, empleando palabras, tablas, gráficos, ecuaciones matemáticas, entre otros, según la situación que se presente. Desde este enfoque, Rhodes (2010) distingue seis dimensiones asociadas a las habilidades de razonamiento cuantitativo: 1) representar, para convertir información relevante en varias formas matemáticas; 2) interpretar, para explicar la información presentada en forma matemática; 3) realizar cálculos complejos de manera exitosa; 4) comunicar con evidencia cuantitativa para respaldar algún argumento; 5) analizar información para realizar juicios de valor y desarrollar conclusiones apropiadas basadas en el análisis de la información.

En otro sentido, Mayes et al. (2013) definen el razonamiento cuantitativo desde la estructura de carreras STEM, específicamente, un razonamiento cuantitativo en contexto en la cual este es catalogado como la aplicación de la matemática y la estadística a situaciones de la vida real, impactando en la vida de los individuos como ciudadanos constructivos, preocupados y reflexivos. Desde este punto de vista, dichos investigadores identifican cuatro factores asociados al razonamiento cuantitativo: 1) el acto de cuantificación para conceptualizar un objeto matemático y sus atributos; 2) alfabetización cuantitativa, empleando conceptos matemáticos fundamentales de manera sofisticada para comparar, describir, manipular y extraer conclusiones de la información brindada; 3) interpretación cuantitativa para usar modelos descubriendo tendencias y efectuando predicciones a partir de la información; 4) modelación cuantitativa para crear representaciones, explicar el fenómeno y realizar inferencias en función de la realidad.

Es importante mencionar que, a pesar de las diferentes formas de abordar la noción de las habilidades de razonamiento cuantitativo, en la literatura se coincide en que el constructo a medir debe estar claramente definido, especificando sus factores asociados, como se ha destacado en Dwyer et al. (2003), Rhodes (2010) y Mayes et al. (2013) que, aunque conceptualizan e identifican componentes

diferentes para el razonamiento cuantitativo, estos dejan en claro qué es lo que se quiere evaluar. No obstante, definir el constructo es, en sí, complejo.

2.5. LA DIMENSIONALIDAD DEL RAZONAMIENTO CUANTITATIVO PARA LA MEDICIÓN: PHC Y EL CONTEXTO DE QUÍMICA

En Cloonan y Hutchinson (2011) se argumenta que el objetivo principal en una clase de química es que los estudiantes adquieran conocimientos sobre conceptos, modelos y teorías alusivas a la Química, en la que se quiere que el estudiantado pueda analizar datos, desarrollar modelos, interpretar y validar proposiciones referentes al tema de interés. Lo destacado por estos investigadores es congruente con lo establecido por Langue (2001), Dwyer et al. (2002), Rhodes (2010), Matthews et al. (2012), Rylands et al. (2013), Tariq (2013), Mayes et al. (2014), Mayer y Myers (2014) con respecto a que los universitarios que estudian dentro de las áreas de la ciencia requieren desarrollar conocimientos en las que el razonamiento cuantitativo es indispensable. Así, por ejemplo, en Mayer y Myers (2014) se establece que la habilidad de pensar cuantitativamente es esencial para todas las personas, ya que permite tomar decisiones informadas independientemente del lugar en el cual se encuentren.

Además, investigaciones previas (Chan Kwong, 2018; Rojas et al., 2019, por ejemplo) relacionadas con el razonamiento cuantitativo indican que la capacidad matemática y, por ende, las habilidades cuantitativas, son un predictor del éxito en Química en todo plan de estudios de pregrado, donde el estudiantado tiende a tener un mejor desempeño cuando su nivel de razonamiento cuantitativo es mayor. Por otro lado, Tariq (2013) indica que el contexto científico depende cada vez más de la habilidad de razonamiento cuantitativo, ya que los sujetos deben aplicar dicho razonamiento en un contexto específico, tal es el caso de Química. Ahora, considerando las publicaciones sobre habilidades de razonamiento cuantitativo, se resalta la importancia de dichas habilidades en la ciencia en general; sin embargo, existe escasa mención con respecto a las áreas en específico, como es el caso de Química. No obstante, se construyen instrumentos para evaluar habilidades de razonamiento cuantitativo en sujetos que quieran optar por alguna carrera en la que deben cursar Química en su plan de estudio. Un caso de esto es la Prueba de Habilidades Cuantitativas, la cual evalúa la capacidad de los sujetos para relacionar, clasificar, ejemplificar, validar y generalizar en ítems que requieren el uso de conocimiento de contenidos matemáticos básicos.

Ahora, dentro del marco de referencia teórico de la Prueba de Habilidades Cuantitativas de la Universidad de Costa Rica, el razonamiento cuantitativo se basa en contenido matemático para determinar cómo emplear la matemática en la resolución de un problema. Desde esta perspectiva, en

dicho marco de referencia se concluye que el empleo de este razonamiento difiere de los ejercicios típicos de la matemática en la que se aplican algoritmos (Marco Teórico, PHC 2018-2019). Además, los procesos para la resolución de ítems dentro de este contexto se clasifican en cinco procesos: 1) comparar, donde se debe generar una conclusión sobre un objeto matemático con referencia a otro objeto; 2) clasificar, en donde se asigna un objeto matemático a una clase; 3) ejemplificar, donde se deben generar casos particulares de una propuesta determinada; 4) validar, la cual permite determinar el valor de verdad de una proposición matemática, y 5) generalizar, en la que se concluyen propiedades de objetos, de sus relaciones con otros objetos.

Las dimensiones propuestas en el marco de la PHC son semejantes a lo que Gómez et al. (1998) catalogan como operaciones mentales, definidas como las "diferentes estrategias que el sujeto emplea para manipular, organizar, transformar, representar y reproducir nueva información" (Gómez et al., 1998). Desde esta perspectiva, Gómez et al. (1998) manifiestan que las operaciones mentales son acciones interiorizadas, organizadas y coordinadas que los sujetos realizan para analizar y elaborar información procedente de fuentes tanto internas como externas. Desde el enfoque de las operaciones mentales, Tosulini (2000) argumenta que lo importante no son los objetos, números o líneas, sino los procesos; esto es, las operaciones de la mente. Así, las operaciones mentales como tal resultan esenciales, pero no constituyen un método en sí mismas. El método debe ser considerado como una construcción intencional de un recorrido dirigido a un objetivo que está implícito en su misma construcción.

A la pregunta cuál es el vínculo que se establece entre la mente, las operaciones mentales y el razonamiento cuantitativo, así como entre el método y sus conexiones y elecciones, pareciera algo evidente; no obstante, es un poco complejo de explicar. Iniciando con Thompson (1993), el razonamiento cuantitativo es el análisis de una situación dentro de una estructura cuantitativa. Una red de cantidades y de sus relaciones; dichas cantidades están en la mente. El proceso de cuantificación que forma parte del razonamiento cuantitativo se encuentra dentro de la estructura cuantitativa y reside en la conceptualización de un objeto y sus atributos. Desde esta perspectiva, tanto las operaciones mentales como el método pueden convertirse en objeto de estudio específico.

Ahora bien, contemplar la realidad partiendo de las operaciones de la mente para ver cómo estas centran su atención en el objeto y cómo pueden ser capaces los sujetos de manifestar una connotación particular es una modalidad de control y evaluación del desarrollo de las capacidades de los sujetos y, de acuerdo con Tosulini (2014), la mente de cada sujeto necesita siempre encontrar conexiones y relaciones entre las partes para llegar, en la medida de lo posible, a lo que se define como unidad. Si

esto no fuera así, entonces la mente estaría expuesta a la fragmentación de los conocimientos e incluso a la cohabitación con las operaciones mentales que trabajan, sin saber conscientemente si logran alcanzar o no una visión que sea unificadora para el sujeto. Seguidamente, se definirán de manera general los procesos que giran alrededor del razonamiento cuantitativo, según la literatura analizada.

2.5.1. DIMENSIÓN RELACIONAR

En múltiples estudios se asegura que todos los organismos son capaces de efectuar relaciones, pero lo que diferencia al ser humano es su habilidad para relacionar objetos sin necesidad de que estos compartan propiedades formales. La Teoría del Marco Relacional (TMR), de acuerdo con Ruiz y Luciano (2012), define que *relacionar* es una conducta operante generalizada que se aprende a través de un entrenamiento con múltiples ejemplos. Por medio de estos entrenamientos se mejoran y desarrollan abstracciones relacionales entre objetos que posteriormente son aplicados a otro tipo de objetos, diferentes de los iniciales. Ruiz y Luciano (2012) explican que la TMR sostiene la existencia de diferentes tipos de relaciones de acuerdo con los procesos que se deban emplear en la resolución de un problema, además de las ya conocidas equivalencias, que conformarían el marco relacional, estas son: coordinación (es, es igual, es semejante, es similar), oposición (es opuesto de, es lo contrario a, es diferente de), espaciales (arriba, abajo, lejos, cerca), deícticos (yo, tu, aquí, allí, antes, después). Pero, al existir gran cantidad de relaciones en la TMR, Ruiz y Luciano (2012) y Hayes y Barnes (1997) proponen tres propiedades sobre las relaciones que se definen a continuación.

- *El vínculo mutuo*: implica la bidireccionalidad de las relaciones entre los objetos. Por ejemplo, si una persona aprende que X está relacionada con Z de alguna manera, dicha persona podrá determinar que Z está relacionada de alguna forma con X; de este modo, si sabe que 5 es mayor que 3, pues podrá relacionar que 3 es menor que 5.
- *El vínculo combinatorio*: se refiere a la adquisición de propiedades entre dos o más objetos por la combinación del vínculo mutuo entre ellos. Por ejemplo, si una persona sabe, o aprendió, la existencia de la relación entre X y Z, y también la relación entre Z y P, determinará que X y P se relacionan de alguna manera, sin necesidad de que estas relaciones hayan aparecido de manera mutua; así, una persona puede saber que 2 divide a 4 y que 4 divide a 8 y, por ende, 2 divide a 8.
- *La transformación de funciones*: esta implica que las funciones de uno de los miembros del conjunto de objetos, o bien conjunto de objetos relacionados entre sí, puede afectar al resto de los elementos de un conjunto. Esto es, una vez aprendidas las relaciones entre los objetos X y Z, y entre Z y P, al modificar de alguna forma X, las relaciones con los objetos Z y P se

verán modificadas, o bien afectadas de acuerdo con el marco relacional correspondiente (el contexto donde se apliquen o proporcionen estas relaciones). Por ejemplo, al considerar las dimensiones Q y R de un rectángulo cuya área es P , si se aumenta o disminuye una de las dimensiones de este, pues su área se verá afectada o bien modificada.

Ahora bien, según Hayes y Barnes (1997), el vínculo mutuo y el combinatorio son dos propiedades importantes de los marcos relacionales, porque estos permiten relacionar de manera derivada multitud de objetos sin necesidad de aprender de manera directa una relación entre ellos; igualmente explican que las palabras *más* y *menos* sirven como contextos relacionales para establecer relaciones de **comparación** entre objetos múltiples; y la habilidad de comparación es una actividad común del ser humano.

En el sentido de la comparación, Tosulini (2014) manifiesta que las personas siempre están comparando características entre objetos, cuál es más grande o cuál es más pequeño; entre las mismas personas, cuál es más feo o cuál es más bonito, e incluso consigo mismas. Por ejemplo, al considerar un rectángulo $PQRS$ y un punto E sobre uno de sus lados que satisface la condición $R - E - S$, se puede determinar si el área encerrada por la figura PQE es más del 25% del área del rectángulo $PQRS$, o bien es menos del 50% pero más del 25%, o es exactamente el 50%. En este caso, se está estableciendo una comparación entre los objetos (el área del rectángulo y la del triángulo).

Luego, Tosulini (2014) expone que, originariamente, *comparar* remitía a una operación compleja que tenía el objetivo de *igualar, plantear una relación adecuada, emparejar y poner a la par*; y además, *es poner en relación aquello que en origen se pensó era par y que después se encamina a establecer juicios de mayor, menor e igual entre un valor y otro*. Sin embargo, Tosulini (2014) también argumenta que la operación comparar **no cumple la tarea de producir algo nuevo, sino que se limita a realizar un ordenamiento gradual, partiendo de criterios o de modelos con los cuales ya se cuenta o que se han valorado previamente por quien efectúa dicha comparación**. Igualmente, indica que el comprar es una pretensión de **validez-verdad** sobre un objeto a posteriori.

Por su parte, Jeannotte y Kieran (2017) indican que comparar puede estar presente a lo largo de varios procesos en los que se involucra el razonamiento matemático. Por ejemplo, un sujeto puede comparar los objetos de un conjunto determinado para ver la relación entre estos y llevarla a la generalización de un patrón determinado. Igualmente, la persona puede efectuar relaciones para decidir si una expresión o proposición es verdadera o falsa. No obstante, Jeannotte y Kieran (2017) aclaran que identificar un patrón va más allá de la comparación y de la simple relación entre objetos, ya que en la

comparación solo ha de intervenir la relación entre las semejanzas y diferencias de propiedades o estructuras de los objetos matemáticos involucrados, mientras que la generalización es el reconocimiento explícito de una propiedad común en un conjunto de objetos dados.

Desde otro punto de vista, Tosulini (2014) explica que, para comparar bien un objeto con otro, es necesario clasificar, lo cual implica asimilar y diversificar entidades cuyos atributos en parte se comparten y en parte no; por lo que constituye un ejercicio de clasificación. Sin embargo, clasificar equivale a ordenar un universo de clases que son mutuamente exclusivas, excluyentes y colectivas entre sí (Tosulini, 2014). Esto significa reunir grupos de elementos de acuerdo con atributos definitorios. Por ejemplo, los números enteros se pueden agrupar en números enteros positivos y negativos, y también en números pares e impares, donde estos tienen características exclusivas y excluyente entre ellos. Por lo tanto, *comparar no es clasificar*. Clasificar va más allá de la comparación.

En otro sentido, Ruiz y Luciano (2012), Tosulini (2014) y Jeannotte y Kieran (2017) coinciden en que se puede comparar objetos estableciendo relaciones de sus propiedades y que se pueden establecer relaciones mediante comparaciones entre dichos objetos. Así, Tosulini (2014) y Jeannotte y Kieran (2017) convergen en que comparar es el establecimiento de relaciones entre objetos, poner frente a frente, y en relación recíproca (Ruiz & Luciano, 2012), más de un objeto con la finalidad de percatarse de sus semejanzas y diferencias. Asimismo, se argumenta que es una actividad que busca los aciertos y desaciertos analizando diferencias y concordancias que presentan los objetos en relación a una misma propiedad.

De acuerdo con las postulaciones realizadas a los términos *relacionar* y *comparar*, se puede afirmar que son los procesos de razonamiento más sencillos, ya que la persona debe identificar y asociar las semejanzas y diferencias entre los objetos involucrados, determinar propiedades de reciprocidad entre dichos objetos e identificar propiedades que son comunes o diferentes según el conjunto de pertenencia de los objetos. Ahora bien, estos procesos de razonamiento son parte de los procesos de razonamiento cuantitativo que las personas efectúan, ya que pueden establecer relaciones entre objetos, por ejemplo, variables, considerando la estructura y caracterización de estos; también, pueden establecer nociones de reciprocidad, como en el caso particular de las operaciones numéricas o algebraicas. Por lo tanto, algunos de los criterios que identifican si un sujeto efectúa el proceso de relación o de comparación son:

- Identifica una cualidad o propiedad, o bien todas las posibles propiedades, en un primer objeto que le permiten vincularlo con otro u otros objetos.
- Describe las propiedades inherentes entre los objetos.
- Establece las semejanzas y diferencias existentes entre los objetos involucrados.
- Asocia las características de un objeto con las características de otro.

2.5.2. DIMENSIÓN CLASIFICAR

Tal y como indicó Tosulini (2014), comparar no es clasificar. De acuerdo con Mason (2001), clasificar no solo se reduce a la distinción y descripción de las propiedades de un objeto, sino que es la identificación y justificación de todas las posibles características de ese objeto que le permiten englobarlo dentro de un conjunto que tiene la misma particularidad, permitiendo a las personas facilitar la comprensión de hechos, fenómenos y objetos. Además, según Gómez et al. (1998), permite al sujeto predecir la caracterización de elementos u objetos a partir de la agrupación en determinadas categorías. Por ejemplo, una persona al analizar la secuencia 2,4,6,8,10,12,..., puede darse cuenta de que, dadas las características de los números, estos pertenecen a un grupo: los pares. Igualmente, en el empleo de la clasificación, las personas pueden identificar las características esenciales de un concepto u objeto y distinguir por medio de ejemplo y contraejemplos de este. Para ilustrar: al considerar x y z números naturales pares consecutivos ¿qué clasificación corresponde al valor numérico de $\frac{x+z}{2}$? En este ejemplo, las personas pueden determinar las características de la expresión mediante contraejemplos numéricos.

Ahora, de acuerdo con Gómez et al. (1998) la habilidad de clasificación permite un ordenamiento jerárquico de los elementos o de los objetos, siendo un punto de partida para desarrollar procesos de alto nivel cognitivo. Igualmente, Mason (2001) argumenta que las propiedades de los objetos, de la matemática en particular y las definiciones en general, permiten efectuar la clasificación de los objetos en torno a esa cualidad. También, Jeannotte y Kieran (2017) definen el proceso de clasificación como el establecimiento estructural entre los objetos matemáticos basados en propiedades y definiciones matemáticas, otorgándole alguna cualidad común. Para identificar si un examinado realiza el proceso de clasificación es pertinente visualizar que:

- Identifica alguna propiedad en el objeto que le permita diferenciarlo de otros objetos sin vincularlos entre sí.
- Analiza conceptos asociados a la estructura del objeto que le permitan diferenciarlo de los demás.

- Proporciona alguna característica al objeto la cual sitúa dentro de una clase.

Cabe resaltar que el proceso de clasificación puede ayudar a que el estudiantado ejemplifique, valide o generalice. Sin embargo, se pueden clasificar objetos matemáticos y no llegar a la generalización de propiedades. Por ejemplo, alguna persona puede identificar propiedades de números pares, pero no llegar a determinar la ecuación general de dichos números.

2.5.3. DIMENSIÓN EJEMPLIFICAR

La palabra ejemplo, según Corominas (1954), corresponde a modelar, reproducir, mostrar, derivar, sacar y extraer de algo. Por otra parte, ejemplificar es diseñar una situación guiada por un caso concreto previo y distintivo, un precedente, un prototipo. Así, el sujeto descubre el caso origen y luego determina las conclusiones apropiadas en el caso meta (Wilson & Keil, 2002). En otro sentido, Watson y Mason (2005) emplean el término ejemplificar para describir una situación donde cualquier objeto específico o particular representa a una clase más general, coincidiendo con lo mencionado por Wilson y Keil (2002). La ejemplificación es ampliamente utilizada para representar conceptos, conjeturas, proposiciones e incluso en la aplicación y explicación de un teorema o un axioma, conllevando a un espacio estructurado. Además, en Mason (1982) se define ejemplificar como un proceso que permite explorar un *problema* con el objetivo de conjeturar o verificar dicha conjetura y refinarla o bien explicarla.

En el caso específico del razonamiento matemático y, por ende, en el razonamiento cuantitativo, Jeannotte y Kieran (2017) indican que la ejemplificación es un soporte que permite identificar semejanzas y diferencias entre objetos, así como efectuar generalizaciones con respecto a una proposición o un patrón estructurado. Sin embargo, ejemplificar no es generalizar, pues la generalización va más allá de la ejemplificación. Para generalizar, la persona debe demostrar que la propiedad o propiedades dadas se cumplen para todos los elementos de un universo, continuo o un conjunto. En este sentido, la ejemplificación permite que la persona se dé una idea del comportamiento de los elementos u objetos matemáticos, pero no de todos ellos. Por otra parte, ejemplificar puede llevar a la validación de dicha proposición. Desde esta perspectiva, la ejemplificación, según Jeannotte y Kieran (2017), conlleva a inferir datos sobre un problema, vinculándose a la estructura abductiva. Estos datos se usan para buscar similitudes o diferencias en patrones y relaciones.

Desde lo establecido por los investigadores mencionados sobre la ejemplificación, se puede decir que los criterios que permiten indicar que un examinado efectúa el proceso de ejemplificación son:

- Diseña una situación guiada por un caso concreto previo y distintivo.
- Genera valores a partir de las proposiciones otorgadas en el enunciado del ítem.
- Proporciona valores a las expresiones matemáticas dadas para determinar propiedades otorgadas implícitamente.

2.5.4. DIMENSIÓN VALIDAR

Según Martínez Recio (2000), la validación es una cuestión epistemológica fundamental. Se trata de un tipo de estrategia (método) que se emplea para justificar las proposiciones de una ciencia, distinguiendo la validación en las ciencias formales con la validación de las ciencias empíricas (Houdé et al., 2003). De acuerdo con Houdé et al., (2003), desde el punto de vista de las ciencias formales, validar hace alusión a la demostración en la cual una proposición válida es una propuesta demostrable; mientras que, desde la ciencia empírica, la proposición a validar ha de ser deducible de una ley general abastecida de condiciones iniciales la cual debe ser sometida a prueba.

Por otro lado, Vergnaud (1996) argumenta que la validación es un conjunto de circunstancias cuyo propósito es obtener la aceptación y aprobación de un público o una comunidad científica. Por lo tanto, el proceso de validar requiere la elaboración de explicaciones. Además, Balacheff (2000) explica que efectuar el proceso de validación es por medio de la demostración; en ese sentido, la validez de un argumento hace referencia a las relaciones verdaderas que existen entre las premisas o hipótesis y la conclusión de dicho argumento. Sin embargo, un argumento es válido si la conclusión es verdadera, siempre y cuando las hipótesis sean verdaderas.

Ahora, el proceso de validación es esencial puesto que con ella se genera el convencimiento y permite eliminar ambigüedades entre argumentos o proposiciones. De esta forma, y según Barreiro et al. (2012), la validación consiste en el empleo de recursos técnicos, teóricos, disciplinares y argumentativos para garantizar la validez de un resultado efectuado y dar garantía de esa validez. Además, el proceso de validación es muy importante para la sistematización del discurso y la confirmación de teorías, conjeturando con respecto a estas. No obstante, Jeannotte y Kieran (2017) exponen que validar no se reduce simplemente a conjeturar, sino que va más allá de dicho proceso, por lo que validar es crear un juicio de valor sobre el objeto en sí mismo o sobre las características de este.

Considerando lo planteado por Vergnaud (1996), Houdé et al. (2003), Balacheff (2000), Barreiro et al. (2012) y Jeannotte y Kieran (2017), y bajo el contexto de este estudio, se considera suficiente el hecho de que los examinados realicen comprobaciones empíricas y elaboren explicaciones para

determinar si una proposición o un argumento sean válidos, sin recurrir a la demostración matemática. Esto significa que la validación se entenderá como un proceso en el cual los sujetos son capaces de manifestar y sostener las razones, elaboradas de forma autónoma, del por qué un enunciado es o no verdadero, un procedimiento es o no verdadero, manifestándolo de manera explícita. Desde esta perspectiva, los criterios que permiten indicar que un examinado efectúa el proceso de validación son:

- Genera un juicio de valor sobre un objeto de acuerdo con la comprobación empírica de alguna proposición.
- Conjetura con respecto a las proposiciones finales, de acuerdo con las propuestas iniciales.
- Provee ejemplos que le permitan verificar la falsedad o veracidad entre igualdades, expresiones o proposiciones.

2.5.5. DIMENSIÓN GENERALIZAR

La generalización está presente en varios contextos, incluso en el acontecer diario, donde la expresión cotidiana *casi siempre* es interpretada como un evento que ocurre *siempre o con certeza* (Mason, 2001; Villa-Ochoa, 2006; Zapatera y Callejo, 2017). Sin embargo, en el ámbito de la matemática, la palabra *siempre* debe ser interpretada con cautela, ya que ciertas propiedades han de cumplirse no solamente para algunos elementos de un continuo, si no para todos los que conforman ese continuo. Cabe destacar que la generalización es de gran importancia tanto para la generación de conceptos y propuesta como para la generación de ideas, hipótesis y argumentaciones (Castro et al., 2010). De esta manera, en Castro et al. (2010) y Villa-Ochoa (2006) se afirma que el reconocimiento de patrones es la esencia en el desarrollo de la habilidad para generalizar, puesto que se parte de una regularidad que es observada en búsqueda de un patrón que sea válido para todos los componentes de un mismo universo y que den sentido a dicho proceso. Por otro lado, la generalización consiste en pasar del examen de un objeto (Polya, 1954), al examen de un conjunto de objetos, entre los cuales figura el primero; o pasar de un conjunto limitado de objetos al de un conjunto más extenso que incluya al conjunto limitado. De las definiciones y características proporcionadas a la generalización, se determina que algunos aspectos cognitivos a seguir los examinados son:

- Identifica una regularidad entre las estructuras proporcionadas; esto es, la existencia de un patrón de comportamiento.
- Identifica una característica (o varias) común notada sobre algunos elementos de una secuencia.

- Relaciona sintácticamente dos o más elementos de una misma clase.
- Relaciona semánticamente dos o más elementos de una misma clase.
- Aplica la característica identificada común a todos los términos de la secuencia.
- Deduce, determina, escribe una expresión que englobe todos los términos de la secuencia.

De acuerdo con el abordaje efectuado sobre las dimensiones que determinan al razonamiento cuantitativo, su relación con el razonamiento matemático y la implicación de las operaciones metales en el razonamiento cuantitativo, se puede argumentar que dichas dimensiones no son mutuamente excluyentes en un mismo ítem, o bien en los procesos de solución de un ejercicio en las que se involucre el razonamiento cuantitativo. Desde esta perspectiva, en ocasiones se recurrirá a la clasificación para generalizar o validar alguna proposición efectuada en los elementos de un conjunto. Asimismo, la dimensión relacionar sí estará presente en todas las dimensiones, dado el ejercicio que conlleva el identificar semejanzas y diferencias entre los objetos matemáticos. Por otro lado, la ejemplificación es un soporte o apoyo para otros procesos en la resolución de tareas matemáticas, en este caso en específico, para la solución de ítem cuyo constructo es el razonamiento matemático.

Por otra parte, la ejemplificación no se debe ver como la simple formulación de una lista de ejemplos concretos con respecto a una propuesta, sino que tiene una estructura ordenada e idiosincrásica, y es a través de esta estructura que los sujetos pueden producir sus ejemplos (Corominas, 1954). De acuerdo con Watson y Mason (2005), sus contenidos y estructuras son individuales y situacionales, se puede acceder a espacios estructurados de manera similar o de diferentes maneras; esto significa que no solo existe una única vía para llegar a la ejemplificación.

2.6. EL RAZONAMIENTO CUANTITATIVO EN EL CONTEXTO DE QUÍMICA

En la Tabla 1 se proporcionan las dimensiones que conceptualiza Chan Kwong (2018) sobre el razonamiento en Química y también las proporcionadas en el marco de referencia de la PHC. Se puede observar que la dimensión integrar se relaciona, en gran medida, con la dimensión clasificar, puesto que al realizar vinculaciones entre principios y conceptos se genera una clasificación entre los objetos involucrados. Por otro lado, evaluar se relaciona con validar, ya que para efectuar una validez se deben generar juicios de valor con respecto a los objetos y sus propiedades. La dimensión aplicar se asocia a todas las dimensiones, porque el examinado puede preguntar hipótesis en términos de los principios y propiedades de las matemáticas. La definición de analizar se enlaza con comparar y ejemplificar, pues, al describir patrones, se relacionan los principios asociados a los objetos y, además, los examinados tienden a efectuar ejemplificaciones sobre lo proporcionado en los objetos.

Finalmente, interpretar también se puede vincular con todas las dimensiones definidas para el razonamiento cuantitativo, debido a que los sujetos extraen conclusiones basadas en las proposiciones que se le otorgan en un enunciado, independientemente del contexto en la cual se esté trabajando.

TABLA 1
Comparación de dimensiones razonamiento química y razonamiento cuantitativo

Dimensiones razonamiento en Química (Chan Kwong, 2018)		Dimensiones razonamiento cuantitativo (PHC)	
Analizar	Modelar un fenómeno a partir de un conjunto de proposiciones en las que se debe seleccionar y ordenar información, describir patrones de acuerdo con unos datos. Transformar datos presentados en prosa, diagramas, dibujos, tablas o gráficos empleando representaciones químicas.	Comparar	Generar una conclusión sobre un objeto matemático con referencia a otro objeto. Igualar, plantear la relación adecuada entre los objetos involucrados.
Interpretar	Construir explicaciones y/o extraer conclusiones basadas en evidencia usando conceptos de química.	Relacionar	Asignar un objeto matemático a una clase según las características del objeto. Establecer una estructura entre los objetos matemáticos basados en propiedades y definiciones en la que se otorgue una cualidad común.
Aplicar	Plantear preguntas e hipótesis en términos de principios y conceptos de química.	Ejemplificar	Diseñar una situación guiada por un caso concreto previo y distintivo. Generar casos particulares de una propuesta determinada.
Evaluar	Evaluar la validez, confiabilidad y credibilidad de la información, justificando las explicaciones o conclusiones, comprobando hipótesis a través de razonamientos válidos y argumentos lógicos	Validar	Generar juicios de valor sobre los objetos de acuerdo con una comprobación empírica. Determinar el valor de verdad de una proposición matemática.
Integrar	Vinculación de principios y conceptos de diferentes áreas de la química.	Generalizar	Se concluyen propiedades de objetos, de sus relaciones con otros objetos.

3. MARCO METODOLÓGICO

3.1.FUNDAMENTACIÓN ONTOLÓGICA

El objeto de estudio principal de esta investigación son las habilidades de razonamiento cuantitativo, en la cual Dwyer et al. (2003) mencionan que, para describir la naturaleza del razonamiento cuantitativo, es importante articularlo con los principios teóricos de la matemática, la psicología cognitiva, la psicología y la educación. Además, Shavelson (2008) menciona que el razonamiento cuantitativo puede ser analizado desde tres enfoques diferentes: el psicométrico, el cual forja sus raíces en el conductismo; el cognitivo, con fundamento en los procesos mentales; y el situacional, asociado a aspectos socio-contextual-cultural.

También, el razonamiento cuantitativo ha sido un objeto de medición desde principios del siglo XX, momento desde el cual se ha querido evaluar las destrezas y habilidades de las personas (Dwyer et al., 2003). Pero el tratamiento sistemático del razonamiento cuantitativo, como un proceso cognitivo distinto de las matemáticas, como contenido o currículo no comenzó a tomar forma sino hasta las décadas de 1920 y 1930, donde las opiniones de Dewey (1933) prevalecieron en el análisis del razonamiento cuantitativo. Por otra parte, Lehrer y Schauble (2015) argumentan que el estudio del razonamiento tiene raíces históricas en los estudios psicológicos del aprendizaje y el desarrollo, en las que se han realizado procedimientos investigativos para generar e interpretar evidencias, a partir del control de variables mediante diseños experimentales.

3.2.FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA

Los estudios analizados en el marco teórico de esta investigación revelan que las habilidades de razonamiento cuantitativo han sido estudiadas con fines evaluativos en los que se elaboran pruebas estandarizadas para su medición. Según Dwyer et al., (2003) el razonamiento cuantitativo para fines de evaluación debe ser considerado como un proceso de resolución de problemas con pasos identificables, en los que se pueda medir mediante una prueba estandarizada. Es importante aclarar que el razonamiento cuantitativo no es lo mismo que el conocimiento del contenido matemático, pero dicho conocimiento del contenido puede ser necesario para resolver problemas de razonamiento cuantitativo. Desde la resolución de problemas, el razonamiento cuantitativo permite seguir fases, etapas o procesos que son posibles de medir mediante pruebas. Esta forma de evaluación requiere del uso de las matemáticas para realizar todos los pasos del razonamiento cuantitativo, pasos conformados por sus dimensiones.

Por otro lado, Vergara et al. (2015) indican que el razonamiento cuantitativo genera un marco de acciones que permiten resolver un problema o una situación y se aplica directamente sobre problemas en determinados contextos de aplicación con el objetivo de fortalecer el ejercicio de la razón y, así, lograr una comprensión dinámica en búsqueda de la integración de las partes para beneficiar al sujeto, a la sociedad y a una comunidad en general.

3.3. ALGUNOS AJUSTES Y CONTEXTUALIZACIÓN POR COVID-19

La investigación fue realizada al interior de la Universidad de Cota Rica, específicamente en colaboración con el Instituto de Investigaciones Psicológicas (proyecto de la Prueba de Habilidades Cuantitativas) y la Escuela de Química. Dicha investigación inició en el año 2019, pero en el año 2020 fue suspendida por la emergencia sanitaria por COVID-19. Debido a esta emergencia, se tuvieron que realizar modificaciones del plan general, tratando de que los objetivos se cumplieran.

Una de las modificaciones que se realizó fue utilizar la prueba estandarizada que se aplicó en el año 2020 para ingreso a carrera en el 2021, y para realizar los análisis respectivos de la investigación. Asimismo, se utilizó la base de datos de la generación de examinados que aplicó a la PHC en ese año y que ingresó a alguna carrera que tenía la PHC como requisito de ingreso en el año 2021. Por otra parte, se tuvo que integrar otras carreras, como fue el caso de Ingeniería Eléctrica e Ingeniería Mecánica, y se debió descartar la carrera de Ingeniería de Alimentos. Esto porque Ingeniería de Alimentos desistió de utilizar la PHC para la selección e ingreso del estudiantado a dicha carrera, y las carreras de Ingeniería Eléctrica e Ingeniería Mecánica se unieron a considerar la PHC para la selección y, dentro del plan de estudios, tienen el curso de Química general en su malla curricular.

3.4. CONSIDERACIONES ÉTICAS EN ESTA INVESTIGACIÓN

Los puntos éticos de esta investigación se encuentran delimitados por lo normado en el Reglamento Ético Científico de la Universidad de Costa Rica para las investigaciones en las que participan seres humanos (2000) y por los lineamientos del Comité Ético Científico de la Universidad de Costa Rica para investigaciones con seres humanos, biomédicas y no biomédicas (2016). Cabe resaltar que este proyecto fue aprobado por el Comité Ético Científico de la Universidad de Costa Rica en la sesión No. 145- 2019, acuerdo No.09 (Anexo 1).

Para llevar a cabo esta investigación, se consideraron las siguientes previsiones con el fin de garantizar la protección de las personas que participaron, esto de acuerdo con lo establecido en el artículo 15 del Reglamento Ético Científico de la UCR. Dichos atestados son: el riesgo para las

personas participantes, el beneficio anticipado, la importancia del conocimiento que pueda esperarse debido a los resultados de la investigación, el procedimiento para obtener los consentimientos informados, las previsiones que se aplicarán para asegurar la privacidad y confidencialidad de los datos. Además, como parte del proceso de investigación, se cumplió con los principios bioéticos orientados a la beneficencia, no maleficencia, autonomía, equidad y justicia, garantizando el respeto hacia las personas y el diálogo auténtico.

Por otra parte, se hizo lectura del consentimiento informado (Anexo 2) a cada uno de los participantes, esto en el caso del grupo de examinados a los cuales se les aplicaron los protocolos de pensamiento en voz alta. A este grupo se les leyeron de manera clara los objetivos del estudio, la duración aproximada, los beneficios, los riesgos y se les garantizó que toda información proporcionada se mantendría bajo total confidencialidad. Para el caso del conjunto de docente, primeramente, se solicitó un consentimiento a la Dirección de la Escuela de Química (Anexo 3) y posteriormente se envió por medio de correo electrónico el consentimiento informado al profesorado (Anexo 4) anuente a participar. A este grupo de personas también se le garantizó la total confidencialidad. Es importante mencionar que al profesorado se le indicó que solo se observarían los procesos de solución de ejercicios y el abordaje del contenido de la materia en Química, asociados al constructo de razonamiento cuantitativo y que no era de interés analizar aspectos metodológicos ni didácticos de enseñanza.

3.5.DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

En congruencia con el objetivo de esta investigación, este proyecto tuvo un diseño metodológico *exploratorio-correlacional*. Exploratorio debido a que el estudio sobre la relación entre las habilidades de razonamiento cuantitativo requeridas por personas que aplican a una prueba, particularmente la PHC, y las que requeridas en un curso de Química no se han estudiado previamente. Esto de acuerdo con la revisión de la literatura. Por otra parte, es de alcance correlacional porque se analizó la relación entre las variables correspondientes a este estudio.

Es importante mencionar que una etapa previa en la metodología se efectuó mediante un diseño *ex-post-facto* (aplicación de la PHC), esto porque la persona investigadora no efectuó manipulación alguna sobre las variables de estudio a la hora de la aplicación de la prueba, lo cual significa que las mediaciones realizadas representan situaciones del contexto donde no es posible manipular las características de los examinados, o bien no se puede asignar aleatoriamente al grupo de examinados (Harris et al., 2006).

En las siguientes secciones de este capítulo se describen los componentes de estudio de esta investigación cuyo objetivo fue *analizar las evidencias, asociadas a la validez, que permiten realizar inferencias sobre las habilidades de razonamiento cuantitativo demostradas por un grupo de examinados en la PHC, y las requeridas en el curso de Química general I e Introducción a la Química de la Universidad de Costa Rica, para relacionarlo con las puntuaciones obtenidas por el grupo de examinados que aplicó la prueba*. Para llevar a cabo este proyecto, se realizaron varias etapas en las que se recolectaron distintas evidencias de validez que permitieron realizar inferencias sobre las habilidades de razonamiento cuantitativo del grupo de examinados y de aquellas que son requeridas en los cursos de Química mencionados. Ahora, para llegar a este punto, fue necesario hacer varios estudios para fundamentar y obtener las evidencias asociadas a la validez. En las etapas posteriores se detallan los procedimientos metodológicos empleados para la recolección de la información, los participantes y los análisis respectivos.

3.5.1. HIPÓTESIS DEL ESTUDIO

Teóricamente, se establece que las habilidades de razonamiento cuantitativo son indispensables para que un grupo de sujetos tengan éxitos en las ciencias, particularmente, y, para efectos de este trabajo, en Química. Para ello, se consideró que las habilidades de razonamiento cuantitativo demostradas por un grupo de examinados en la PHC son requeridas para tener éxito en los cursos Química general I (QU-0100) e Introducción a la Química (QU-0108).

El modelo que se plantea es que las puntuaciones que obtuvo el grupo de examinados en la PHC predicen la puntuación que este obtiene en los cursos Química general I (QU-0100) e Introducción a la Química (QU-0108), y que no depende del tipo de carrera escogida por grupo de examinado. Además, se plantea que, a mayor puntuación en la PHC, mayor es la nota obtenida por el grupo de examinados en dichos cursos. Esta asociación se establece mediante un Modelo Lineal Jerárquico, donde se tienen las variables: puntuación obtenida por el grupo de examinados en la PHC ($Punt_{PHC}$), las notas obtenidas por el grupo en los cursos de Química (NOTAS_QU), la carrera escogida (CARRERA) y el tipo de curso (CURSO). Es importante indicar que la variable NOTAS_QU se tomó como la variable dependiente y todas las demás como variables independientes.

La relación entre las variables: puntuación obtenida por el grupo de examinados en la PHC ($Punt_{PHC}$) y las notas obtenidas por el grupo en los cursos de Química (NOTAS_QU) se representa mediante:

$$NOTAS_{QU} \approx b_0 + Punt_{PHC} * b_1 + \epsilon_0$$

Donde b_0 representa el rendimiento esperado en cada uno de los sujetos en las puntuaciones de las notas de Química cuando la puntuación en la PHC es igual a cero. El coeficiente b_1 es el incremento en el rendimiento medio de las notas en el curso de Química, cuando aumenta la nota en la PHC.

La relación entre las variables: puntuación obtenida por el grupo de examinados en la PHC ($Punt_{PHC}$), las notas obtenidas por el grupo en los cursos de Química (NOTAS_QU), la carrera escogida (CARRERA) y el tipo de curso (CURSO), se representan mediante:

$$NOTAS_{QU} \approx Punt_{PHC} * b_1 + CARRERA * b_2 + CURSO * b_3 + \epsilon_0$$

Donde $Punt_{PHC}$ es la variable predictora; b_1 es la puntuación media obtenida por el grupo de examinados en la PHC; b_2 representa la diferencia entre el nivel medio de la puntuación de los sujetos según carrera escogida; b_3 representa la diferencia entre el nivel medio de la puntuación de los sujetos según curso matriculado. Se quiere demostrar que la escogencia de la carrera y el curso matriculado no tienen relación directa con las notas que el grupo de estudiantes obtuvo en el curso de Química, sino que es una relación directa con la puntuación obtenida en la PHC.

3.5.2. MUESTRA

La muestra del estudio fueron el conjunto de examinados que aplicaron a la PHC en el año 2020 y que ingresaron a algunas de las carreras en el año 2021: Farmacia, Química, Geología, Ingeniería Eléctrica, Ingeniería Mecánica, ya que estas tienen en común el curso QU-0100 Química general I en su malla curricular. En la Tabla 2, se proporciona la distribución de estudiantes de acuerdo con cada carrera escogida.

TABLA 2

Distribución del conjunto de examinados que ingresaron a carrera en el 2021 y que aplicaron a la PHC en el 2020

Carrera	Farmacia	Química	Geología	Ingeniería eléctrica	Ingeniería mecánica	Total
Cantidad de estudiantes	90	67	34	279	164	634
Porcentaje	14.19	10,56	5,36	44	25.86	100

Cabe mencionar que la cantidad total de examinados que aplicaron a la PHC en el año 2020 fue de 3409 personas, de las cuales 634 ingresaron a alguna de las carreras mencionadas según la nota de corte. Para la obtención de las puntuaciones en la PHC de los postulantes, se solicitó el consentimiento al coordinador del equipo académico de la PHC (Anexo 5) para utilizarlos. Luego se gestionó la solicitud, con el mismo coordinador, de la lista de las personas que ingresaron a las carreras mencionadas en el año 2021 y, finalmente, las notas que obtuvieron en los cursos de Química general I e Introducción a la Química, de acuerdo con las calificaciones registradas en las bases de la Oficina de Registro e Información.

Ahora bien, como parte de los objetivos del trabajo de investigación fue indagar sobre las habilidades demostradas por los sujetos en la solución de los ítems de la PHC, se procedió a efectuar protocolos de pensamiento en voz alta (*thinking aloud*) con un grupo de examinados que ingresaron a alguna de las carreras mencionadas. Los criterios de inclusión para la selección de este grupo fueron, además de estar empadronados en alguna de las carreras, que hubiesen obtenido una nota mayor o igual a 90 en la PHC, esto porque de acuerdo con la revisión teórica, las personas con mejores notas en una prueba tienden a tener mayores habilidades de verbalización. La cantidad de examinados participantes fue de 13 personas; 7 mujeres y 6 hombres.

Además, parte del trabajo de campo fue observar las clases de Química, lo cual implicó la participación del cuerpo docente. El criterio de inclusión fue que el grupo de profesores a considerar debían estar impartiendo alguno de los cursos en el segundo ciclo del año 2021: Química general I (QU-0100) e Introducción a la Química (QU-0108). Del grupo de docentes, tres de ellos accedieron a colaborar, brindando las grabaciones de las clases. Dos docentes impartieron QU-0100 y uno QU-0108. Es importante aclarar las clases fueron mediante Zoom y que las grabaciones las realizaba el mismo docente que las impartía, gracias a la modalidad virtual de las sesiones debido a la pandemia ocurrida en el periodo 2020-2021.

3.5.3. INSTRUMENTOS

La Prueba de Habilidades Cuantitativas. Es un instrumento de medición administrado por el Instituto de Investigaciones Psicológicas de la UCR, para la medición del Razonamiento Cuantitativo con propósitos de admisión. Esta se construye con 40 ítems, divididos en cuatro áreas de contenido las cuales son: aritmética (10 ítems), geometría (10 ítems), álgebra (10 ítems) y análisis de datos (10 ítems). Para la aplicación del año 2020, la prueba estaba constituida por 36 ítems de anclaje que, de acuerdo con la clasificación inicial de los jueces expertos, se categorizaban como: relacionar (16), clasificar (2), ejemplificar (2), validar (9), generalizar (2). Los ítems que no son de anclaje estaban clasificados como: relacionar (8), validar (5), generalizar (3). Es importante indicar que estas clasificaciones corresponden al contenido teórico según jueces, y no a los procesos reales que el estudiantado realiza. Cabe mencionar que esta prueba se utilizó en este proyecto con la finalidad de representar las puntuaciones obtenidas por los examinados y su relación con las puntuaciones obtenidas en el curso de Química, según carrera y curso matriculado.

Es importante indicar que la Prueba de Habilidades Cuantitativas es ensamblada a partir de un banco de ítems con medidas métricas de alta calidad. Para que los ítems puedan ingresar al banco, estos deben tener evidencias de validez como: evidencias de contenido y de constructo. Además, los ítems deben tener un índice de dificultad alrededor de 0.5 y una discriminación mayor a 0.45.

Ficha: entrenamiento para realizar la técnica de pensamiento en voz alta. Para llevar a cabo el protocolo de pensamiento en voz alta, fue necesario elaborar una ficha técnica de entrenamiento para el conjunto de examinados (Anexo 6). El objetivo de este instrumento fue entrenar previamente a cada examinado de tal forma que le permitiera familiarizarse con la técnica y que esto fuese replicado de manera exitosa con los ítems de la prueba. Para la elaboración de esta ficha, se consideró pertinente utilizar ítems del folleto de práctica de la PHC, debido a que posiblemente el grupo de entrevistados estaba familiarizado con ellos.

Escala de valoración de los procesos realizados por los examinados. El objetivo de este instrumento (Anexo 7) fue valorar mediante una escala los procesos de respuesta empleados por cada uno de los examinados con jueces expertos. En dicho instrumento, cada juez juzgaba si: (-1: =) el proceso efectuado por el grupo de examinados no corresponde a lo que se solicita en el ítem según categoría del constructo; (0: =) el proceso efectuado por el grupo de examinados corresponde medianamente a lo que se solicita en el ítem según categoría del constructo; (1: =) el proceso efectuado por el grupo de examinados corresponde fuertemente a lo que se solicita en el ítem según categoría del constructo.

En esta escala se representan los 40 ítems que integraba la PHC para el 2020, de manera numérica. Esto es, se indicaba IT1, IT2...IT40, ya que estos son resguardados de manera confidencial. Además, en la escala, los jueces proporcionaron el veredicto sobre la clasificación del ítem de acuerdo con el proceso de solución del grupo de examinados y un espacio para observaciones en las que debían indicar aspectos de la solución efectuada por cada sujeto, siempre y cuando esta fuese relevante. Por ejemplo, el grupo de jueces debía anotar si cada sujeto empleó más de un proceso para llegar a la respuesta.

Escala de valoración para la observación de las clases de Química. Esta escala (Anexo 8) se elaboró mediante los procesos de respuesta efectuados por el grupo de examinados y a partir de la teoría establecida en marco de referencia sobre el constructo razonamiento cuantitativo. Esta escala consta de tres puntos por cada indicador según criterio. Los jueces que efectuaron las observaciones de los videos de las clases de Química debían valorar si: (0) el criterio establecido **no** se presenta durante la clase observada; (1) el criterio establecido se presenta **levemente** durante la clase observada; (2) el criterio establecido se presenta **fuertemente** durante la clase observada.

3.5.4. PROCEDIMIENTO

El procedimiento que se llevó a cabo en esta investigación se dividió en cinco etapas. Es importante mencionar que los resultados de la segunda, tercera, cuarta y quinta etapa se presentan de manera independiente, ya que se realizaron procedimientos y análisis diferentes para cada uno.

3.5.4.1 PRIMERA ETAPA: CONSENTIMIENTO DE USO DE LA PHC 2020 PARA EFECTOS DE ADMISIÓN EN 2021

Como se mencionó en el apartado de instrumentos, se solicitó al coordinador académico el consentimiento para utilizar las bases de datos del grupo de examinados que realizó la PHC en el año 2020 y que ingresaron a carrera en el año 2021. Además, se solicitó la lista de aquellos que ingresaron a las carreras seleccionadas para este estudio. Por otro lado, se elaboraron los consentimientos informados que se les brindó a los participantes (grupo de estudiantes y docentes), tal y como se indicó en las consideraciones éticas de esta investigación.

3.5.4.2. SEGUNDA ETAPA: REALIZACIÓN DE LOS PROTOCOLOS VERBALES

En los meses de febrero, marzo y abril del año 2021 se llevaron a cabo los protocolos de pensamiento en voz alta con el grupo de examinados que estuvieron anuentes a participar del estudio. Es importante indicar que a cada uno de ellos se les envió una invitación vía correo electrónico, otorgado por ellos mismos cuando efectuaron el proceso de inscripción a la PHC. Los protocolos se llevaron a cabo de manera individual y, como prevalecía la emergencia por Covid-19, estos se realizaron en la casa de habitación de cada uno de los participantes, considerando los protocolos de salud correspondientes. Para realizar el proceso, primeramente, se les leyó el consentimiento informado con una persona de testigo, si el grupo de participantes eran menores de edad. Cada persona estuvo de acuerdo en participar y firmaba dicho consentimiento. También, se les indicó la duración aproximada y se realizó un entrenamiento antes de hacer entrega del formulario objetivo. Estas verbalizaciones se audiógrabaron, previo consentimiento del participante. Es importante mencionar que se otorgó un periodo de descanso de acuerdo con las necesidades de cada participante. El tiempo promedio de duración en los protocolos fue de 2 horas y 30 minutos. Cabe mencionar que el número de formulario que se aplicó a cada examinado fue exactamente el mismo que se le aplicó en la prueba regular en el año 2020 para ingreso a carrera.

Lo que el grupo de examinados debía realizar era ir expresando en voz alta, o bien verbalizando, lo que pensaba o estaba pensando, para resolver el ítem. Con esto, se logró identificar los procesos de respuesta, la forma de abordar el ítem y, con ello, las habilidades de razonamiento cuantitativo expresadas a la hora de resolver cada uno de los ítems. Cada una de las verbalizaciones fue transcrita en *Word* y luego analizadas mediante el software *ATLAS ti 9*.

El análisis de las transcripciones sobre los procesos de respuesta de los examinados se realizó de acuerdo con las postulaciones teóricas y mediante el juzgamiento de jueces. Esto significa que luego de hacer las transcripciones se solicitó a un grupo de jueces que juzgara el proceso de solución de cada uno de los examinados y que valorara mediante una escala (*Escala de valoración de los procesos realizados por los examinados*) dichos procesos.

3.5.4.3. TERCERA ETAPA: CONSTRUCCIÓN DE LA ESCALA DE OBSERVACIÓN DE LAS CLASES DE QUÍMICA

A partir de los protocolos de verbalización del grupo de examinados y de la teoría establecida en el marco teórico de esta investigación sobre el razonamiento cuantitativo, se procedió a elaborar la *Escala de valoración para la observación de las clases de Química*. Esta fue revisada y valorada mediante jueces. Para dicha valoración, cada juez debía leer cada indicador y juzgar la propiedad de este, de acuerdo con el conocimiento en el tema, y valorar si correspondía a la dimensión presentada, según su definición, por lo que debían valorar los siguientes aspectos:

- Pertinencia teórica (PT). Corresponde a que el indicador se adecúe a la definición operacional seleccionada, calcular, relacionar, clasificar, ejemplificar, validar y generalizar.
- Representatividad (RE). Corresponde a que el indicador representa de manera esencial al constructo y a la dimensión.
- Singularidad (SI). Si el indicador no es redundante.
- Claridad (CL). Corresponde a que la redacción del indicador no producía confusiones.

Cada juez debía valorar para cada indicador si este correspondía: (0: =) nada fuerte; (1: =) medianamente; (2: =) muy fuerte, con la dimensión del constructo. Además, si consideraban pertinente, los jueces podían hacer observaciones a los indicadores y sugerir las modificaciones respectivas. Los análisis de la congruencia se efectuaron mediante la *V de Aiken*, dado que este índice permite evaluar la relevancia de cada ítem respecto a su constructo y dimensión, no solamente teniendo en cuenta el número de categorías ofrecidas en el instrumento sino también el número de experto (Pedrosa et al., 2014) que, en este caso en particular, fueron dos. De acuerdo con Pedrosa et al. (2014), sobre los datos se establece el grado de acuerdo basado en la distribución normal obteniendo una probabilidad asociada a cada ítem.

3.5.4.4. CUARTA ETAPA: OBSERVACIÓN DE LAS CLASES DE LOS CURSOS DE QUÍMICA

Esta etapa consistió en observar las clases de Química, específicamente las explicaciones del docente. Como las clases fueron video grabadas por el propio docente del curso, cada uno de ellos otorgó su consentimiento para llevar a cabo dicho análisis. Para estas observaciones, se contó con dos jueces, los cuales fueron entrenados por un periodo de un mes. El entrenamiento contó con la participación de la investigadora de este proyecto. Además, el grupo de jueces valoraba las clases de acuerdo con la escala de observación y efectuaba sus comentarios con respecto con los indicadores observados en las clases. Para la valoración, los jueces debían establecer si el indicador propuesto en la escala: (0:

=) no se presentaba durante la clase observada; (1: =) se presentaba levemente durante la clase observada; (2: =) se presentaba fuertemente durante la clase observada.

Cabe mencionar que se analizaron 18 clases (videos grabados), 6 por cada docente que consintió que se le realizara la observación. Además, la investigadora acompañó al grupo de jueces durante todas las observaciones. Estas observaciones se efectuaron en el periodo de setiembre a diciembre del 2021. Cabe mencionar que, para el análisis de los datos, se aplicó la Teoría de la Generalizabilidad (TG) porque permite determinar las diferentes fuentes de variabilidad en las observaciones.

3.5.4.5. QUINTA ETAPA: ANÁLISIS DE LA HIPÓTESIS

Para el análisis de la estructura teórica, para el caso de la Prueba de Habilidades Cuantitativas, cuya finalidad es medir el razonamiento cuantitativo para efectos de admisión, se empleó la técnica de ecuaciones estructurales donde se requería, inicialmente, analizar la estructura de las variables que integraban la PHC en el año 2020. Esto es, ver la composición unidimensional y la relación de las dimensiones que explican el constructo de la PHC.

Es importante mencionar que los análisis de las estimaciones se realizaron con el programa Lavaan (Rosseel, 2012) y lm.beta (Tusell, 2011) en el ambiente de programación estadística *R Studio*. Con el empleo del Análisis Factorial Confirmatorio se verificó el índice de ajuste para cada uno de los cuadernillos que se aplicaron (se recuerda al lector que en el año 2020 se aplicaron 4 formularios con 36 ítems de anclaje), dichos índices son: *Root Mean Square Error of Approximation (RMSEA)*, *Standardized Root Mean Square Residual (SRMR)*, *Tucker-Lewis Index (TLI)* y *Comparative Fit Index (CFI)*, siendo estos los principales índices de ajuste de acuerdo con Hun y Bentler (1998). Cabe mencionar que los valores del CFI y el TLI oscilan entre 0 y 1, y que para valores superiores a 0.95 permiten establecer un buen ajuste del modelo; y para el RMSEA con valores iguales a 0.01, 0.05 y 0.08 indican un ajuste excelente, bueno y mediocre (que algunas ocasiones llegan hasta 0.10 para mediocres). Asimismo, se consideró los valores estandarizados, la significancia y la relación teórica de acuerdo con las asociaciones planteadas.

3.6. Resultados

Los resultados, para efectos de esta investigación, se describen en aquellas etapas que generan información necesaria para la comprobación de la hipótesis de estudio. Esto debido a que cada una tiene participantes, procedimientos, instrumentos y análisis diferentes, por lo que el lector puede

analizar cada uno de ellos de manera independiente, sin perder la lógica seguida del estudio. A continuación, se detallan dichos resultados.

4. RESULTADOS DE LA SEGUNDA ETAPA: PROTOCOLOS VERBALES EN VOZ ALTA PARA LA IDENTIFICACIÓN DE LOS PROCESOS DE RAZONAMIENTO CUANTITATIVO REALIZADO POR EL GRUPO DE EXAMINADOS EN LA PHC

El objetivo de este primer estudio fue examinar los procesos de solución presentes en los ítems de la PHC y relacionarlos con los procedimientos efectuados por los sujetos a la hora de resolver los ítems de la prueba, para la confirmación de los procesos presentes en cada uno de los ítems; esto debido a que en los estándares actuales (AERA et al., 2014) se indica que, para la obtención de evidencias de validez en la evaluación de la calidad psicométrica de pruebas psicológicas y educativas, se deben obtener evidencias que justifiquen las inferencias derivadas de la aplicación de una prueba y que hacen referencia a las estrategias que emplean un conjunto de examinados para contestar los ítems que lo componen.

4.1. APLICACIÓN DE LOS PROTOCOLOS VERBALES

4.1.1 PARTICIPANTES

Como se mencionó, para los protocolos de reportes verbales participaron 13 personas (examinados), 7 mujeres y 6 hombres. El grupo de personas eran de primer ingreso, esto significa que efectuaron la Prueba de Habilidades Cuantitativas por primera vez en el año 2020 para ingresar a alguna de las carreras que la tienen como requisito de ingreso en el año 2021. El promedio de las edades fue de 17,5 años. Los protocolos se realizaron entre febrero y abril del 2021 en las casas de habitación de cada uno de los examinados. Es importante indicar que las identidades de los participantes se mantienen bajo anonimato y total confidencialidad, por lo que se codifican con el seudónimo Exa1, Exa2, Exa3...Exa13, respectivamente y según corresponda.

4.1.2. INSTRUMENTOS

El instrumento empleado fue el formulario de la Prueba de Habilidades Cuantitativas, el mismo número de fórmula que el examinado resolvió, solamente que en limpio, y una ficha técnica de entrenamiento, tal y como se indicó en el apartado de instrumentos.

Lo que se pretendía con la ficha técnica era que el grupo de examinados se familiarizara con el procedimiento a seguir y que el ejercicio de la aplicación propiamente de la prueba fuera más *llevadero*; de esta manera, se pretendía, también, que se relajara y dejara los nervios a un lado, ya que este efecto podría tener consecuencias a la hora de la verbalización; por ejemplo, que no pudieran expresar en voz alta el proceso de solución debido a los nervios.

4.1.3. PROCEDIMIENTO

Primeramente, a partir de la lista de examinados que aplicó a la PHC en el año 2020 y que ingresó a alguna de las carreras seleccionadas para el estudio, se escogió el grupo de participantes. El criterio de selección fue: 1) personas que obtuvieron notas mayores a 90 en la Prueba de Habilidades Cuantitativas; 2) personas que estuvieran efectuando por primera vez la PHC y que no fueran estudiantes de traslado; y 3) personas que ingresaron a alguna de las siguientes carreras: Farmacia, Química, Geología, Ingeniería Eléctrica, Ingeniería Mecánica, y que estaban por cursar QU-0100 o QU-0108. Es importante indicar que se escogieron aquellas personas con notas mayores a 90 y no personas que tuvieran notas en intervalos menores, porque la finalidad no fue determinar niveles de habilidad de razonamiento cuantitativo, tampoco se pretendía identificar posibles fuentes de varianza irrelevante al constructo que pudiera afectar la medición de este, sino precisar evidencias sobre el constructo medido por la PHC para vincular las respuestas de los ítems a un conjunto determinado de procesos de resolución.

Como se indicó, los protocolos fueron efectuados de manera individual y, como estaba la emergencia por Covid-19, estos protocolos se realizaron en la casa de habitación de cada uno de los participantes. Para realizar el proceso, primeramente, se les leyó el consentimiento informado con una persona de testigo, si la o el participante era menor de edad. Cada persona estuvo de acuerdo en participar y firmaban dicho consentimiento. Se les leyó sobre la importancia, los riesgos y se les entregó una copia de esta vía correo electrónico. Además, se les indicó la duración aproximada. El tiempo promedio de duración en los protocolos fue de 2 horas y 30 minutos.

Para iniciar, se efectuó un entrenamiento mediante una ficha que contenía dos ítems. Al grupo de examinados, primeramente, se le solicitó que verbalizara en voz alta lo que pensaban para resolver el ítem, luego se le solicitó que explicara lo que hizo para resolver dicho reactivo. Estos procesos son llamados, por Padilla y Leigton (2017), como reportes verbales concurrentes y retrospectivos.

El objetivo del reporte concurrente es que el grupo de examinados (de manera individualizada) resuelva el ítem y que simultáneamente verbalice los procesos mentales que utiliza para resolverlo. Cabe mencionar que en ningún momento se le interrumpió, salvo para indicarle que debía expresar en voz alta lo que pensaba cuando hubo lapsos de silencio (se le indicó: “recuerda verbalizar lo que piensas mientras resuelves la pregunta”). Con respecto al proceso retrospectivo, se solicitó al conjunto de examinados, luego de resolver los ítems en la parte concurrente, que explicara cómo resolvió cada uno de los ítems y por qué utilizó ciertos procesos. Con estos procedimientos, se logró identificar los

procesos de respuesta, la forma de abordar el ítem y con ello las habilidades de razonamiento cuantitativo expresado a la hora de resolver cada uno de los ítems. Cada una de las verbalizaciones fue transcrita en *Word* y luego analizada mediante el software *ATLAS ti 9*.

El análisis de las transcripciones sobre los procesos de respuesta se realizó de acuerdo con las postulaciones teóricas y mediante el juzgamiento de jueces. Esto significa que, luego de hacer las transcripciones, se solicitó a un grupo de personas expertas en el constructo que **juzgara el proceso de solución de cada uno de los examinados y que valorara mediante una escala** (*Escala de valoración de los procesos realizados por el grupo de examinados*) dichos procesos. El juzgamiento se analizó considerando el índice *Kappa de Fleiss*, pues este índice permite evaluar la estabilidad (confiabilidad) de acuerdo entre los jueces al asignar calificaciones categóricas a un número de ítems y, así, determinar la consistencia entre jueces sobre dicha valoración. Para indicar las observaciones del grupo de jueces, estas fueron codificadas como: Juez1, Juez2, Juez3, de tal manera que se considere el anonimato y confidencialidad de las identidades.

Además, para la valoración de los procesos de solución proporcionada por el grupo de examinados, se reunió al conjunto de jueces para discutir las similitudes y discrepancias de los procesos y llegar a un veredicto del ítem según las categorías (dimensiones) del constructo (se recuerda al lector que el razonamiento cuantitativo es explicado, de acuerdo con la teoría, por las dimensiones: relacionar, clasificar, ejemplificar, validar y generalizar).

Para el juzgamiento de los procesos de respuesta, al grupo de jueces se le entregó un instrumento donde debía indicar: **(-1)** si el proceso efectuado por el conjunto de examinados no correspondía a lo solicitado en el ítem, según categoría; **(0)** si el proceso efectuado por el conjunto de examinados correspondía medianamente a lo solicitado en el ítem, según categoría; y **(1)** si el proceso efectuado por el conjunto de examinados correspondía fuertemente a lo solicitado en el ítem, según categoría. Una vez realizada esta discusión, el grupo de jueces categorizó los ítems en calcular, relacionar, clasificar, ejemplificar, validar y generalizar, según el peso identificado en el proceso de solución otorgado por cada uno de los examinados. Es importante mencionar que durante el análisis realizado por los jueces surgió como categoría *emergente*: calcular. Para el juzgamiento, esta dimensión tuvo un peso importante para que el grupo de estudiantes lograra llegar a la opción de respuesta.

4.2. Resultados

4.2.1. JUZGAMIENTO ENTRE JUECES

Como primer resultado de los protocolos de pensamiento en voz alta, se tiene el juzgamiento de los procesos de respuesta efectuado por el grupo de estudiantes a la hora de verbalizar los procesos de solución. Para ello, los jueces debían juzgar y determinar si los procesos efectuados eran lo que se solicitaba en los ítems de acuerdo con las categorías del constructo y clasificarlos, esto de acuerdo con la estructura teórica del constructo razonamiento cuantitativo. El análisis de la congruencia entre jueces fue realizado mediante *Kappa de Fleiss*, porque permite medir el acuerdo entre más de dos jueces para datos nominales y ordinales (Cohen, 1960), y este estudio involucró la consideración de tres jueces en el proceso de codificación. Los resultados se indican en la Tabla 3, de acuerdo con cada una de las fórmulas aplicadas en el año 2020. Para la interpretación del parámetro (k) se utilizó lo recomendado en la literatura (Fleiss, 1971). El índice de *Kappa de Fleiss* (k) puede interpretarse con la siguiente estructura: pobre (menor a 0.20), débil (entre 0.21 y 0.40), moderada (entre 0.41 y 0.60), buena (entre 0.61 y 0.75) y muy buena (mayor a 0.75).

TABLA 3

Valor Kappa de Fleiss para la congruencia entre jueces según categorización de los ítems de la PHC 2020 por cada cuadernillo

Categorías	Kappa de Fleiss			
	F1	F2	F3	F4
Calcular	0.73	0.72	0.72	0.73
Relacionar	0.68	0.63	0.63	0.68
Clasificar	1.00	1.00	1.00	1.00
Ejemplificar	0.85	0.85	0.85	0.85
Validar	0.79	0.76	0.76	0.78
Generalizar	1.00	1.00	1.00	1.00

*p-value =0, z=14.8

En la Tabla 3 puede notarse que hay una fuerte y confiable concordancia entre los jueces sobre la categorización de los ítems en cada cuadernillo o fórmula. Además, se evidencia que, de acuerdo con el valor de Fleiss, solamente en la categoría relacionar de las fórmulas F2 y F3 entran como un índice bueno, mientras que las categorías clasificar y generalizar tienen un acuerdo excelente. Con respecto a la congruencia entre jueces de la categoría relacionar, esta puede ser debido a, y de acuerdo con la literatura de Ruiz y Luciano (2012) y Hayes y Barnes (1997), las propiedades específicas de lo que significa relacionar, posiblemente esté influenciada por las creencias y el conocimiento de cada sujeto. Además, los índices de acuerdo mediante Kappa de Fleiss sobre los procesos de solución por cuadernillo en general, respectivamente fue de 0.77, 0.75, 0.75 y 0.78, lo cual evidencia un índice de

acuerdo muy bueno. En la Tabla 4 se exponen las observaciones de los jueces sobre los procesos de solución del grupo de examinados de los ítems por categorías del constructo.

TABLA 4

Observaciones de los jueces sobre los procesos de respuesta de los examinados en la solución de los ítems de la PHC 2020

Proceso otorgado por juez	Observaciones del grupo de jueces sobre los procesos de solución del grupo de examinados
Relacionar	<ol style="list-style-type: none"> 1. En algunos hay un relacionar camuflado, porque el caso "3" es gracias a la relación establecida... (Juez 1) 2. Relaciona para calcular, algunos emplean más el cálculo que la relación... (Juez 1, 3) 3. Todos relacionan, algunos usan la validación otros no... (Juez2) 4. Puede que algunos relacionen o ejemplifican (Juez3) 5. Hay un porcentaje que validó, pero en mi opinión relacionó (Juez2) ... 6. En algunos casos usan la relación directa para encontrar la opción, en otro iban opción por opción... (Juez1, 3) 7. Hay personas que hacen relacionar (Juez3) 8. Hay relaciones y cálculos (Juez 1, 2)
Ejemplificar	<ol style="list-style-type: none"> 1. Algunos usan la ejemplificación o la relación para validar... (Juez 2) 2. Ejemplifican, pero para ver un patrón y generalizar (Juez 1) 3. La mayoría ejemplifica, muy pocos resuelven mediante relacionar; aunque se necesitan las opciones para saber de qué (validar) pesa más que la ejemplificación para resolver (Juez1, 2) 4. Puede que algunos relacionen o ejemplifiquen (Juez3) 5. Algunos calculan o relacionan, pero siempre es para validar (Juez 1, 2, 3) 6. Algunos ejemplifican, pero es para validar (Juez1)
Validar	<ol style="list-style-type: none"> 1. Tiene que ir opción por opción verificando (Juez1) 2. Algunos ejemplifican, pero es para validar (Juez3) 3. Verifican un valor de verdad en cada caso dado (Juez2) 4. Se proporciona una <i>comprobación</i> para verificar el valor de verdad de cada caso (Juez3)
Generalizar	<ol style="list-style-type: none"> 1. Ejemplifican, pero para ver un patrón y generalizar (Juez 1, 2, 3) 2. Calculan para validar las opciones (Juez1,2) 3. Unos llegan a identificar un patrón de manera directa (Juez 1, 2, 3) 4. En algunos casos se dan ejemplos para identificar un patrón y llegar a generalizar (Juez 2) 5. Se busca un patrón para generalizar (Juez3)
Calcular	<ol style="list-style-type: none"> 1. Es cálculo directo... (Juez 1, 2, 3) 2. Es calcular, pero al incluir una nueva operación tiene el plus de la interpretación... (Juez2) 3. No hay más que un cálculo directo... (Juez 1, 2, 3) 4. Es más un cálculo algebraico (Juez 2, 3)

Puede notarse que, en la categoría calcular, el grupo de jueces indica que, para algunos reactivos el proceso es un cálculo directo; pero, al incluir un elemento adicional al de solamente aplicar reglas de cálculo, le proporciona un *plus* adicional al reactivo. Además, en algunos casos los examinados debían no solamente efectuar el cálculo, sino interpretar el valor encontrado a través del cálculo efectuado. En el caso de la ejemplificación, esta es empleada, según los jueces, para visualizar *patrones numéricos*, llegar a una generalización y, por ende, para determinar la respuesta. Sobre la categoría validar, se puede indicar que los jueces señalaron que, para llegar a establecer la *veracidad o falsedad* de las proposiciones dadas en el enunciado, el grupo de examinados analizaba opción por opción e iban descartando aquellas que eran falsas o verdaderas; también, realizaron juicios

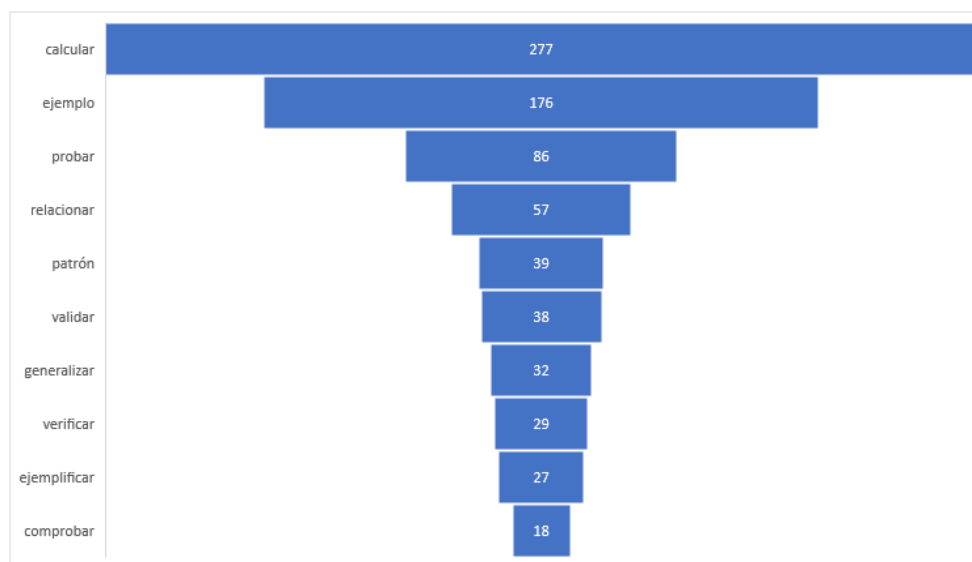
valorativos mediante argumentos para comprobar y verificar el valor de verdad en cada reactivo y para cada opción de respuesta.

Con respecto a la categoría relacionar, se determinó que el grupo de examinados empleaba diferentes tipos de relaciones de acuerdo con los procesos que se deban utilizar en la resolución de un problema. Esto coincide con la Teoría del Marco Relacional de Luciano y Ruiz (2012) donde, además de emplear las equivalencias, también se usaban elementos de coordinación, espaciales, elementos de vínculo mutuo y combinatorio.

4.2.2. Resultados de los protocolos verbales del grupo de examinados

Primeramente, se realizó un análisis exploratorio de las palabras mediante el *ATLAS ti 9*. Esto con el fin de explorar cuáles fueron las palabras más comunes empleadas por el grupo de examinados a la hora de resolver los ítems de la PHC, tanto en el proceso concurrente como retrospectivo, y, de esta manera, identificar qué procedimientos empleaban para resolverlos. En la Figura 1 se muestra la frecuencia de palabras usadas y que se asocian con las habilidades de razonamiento cuantitativo, de acuerdo con la estructura teórica de esta investigación.

FIGURA 1. Análisis exploratorio de la frecuencia de palabra empleadas por los examinados en la resolución de los ítems de PHC en el 2020



En la Figura 1 se puede identificar que las palabras más empleadas por el grupo de examinados fue calcular, seguida de emplear un ejemplo y probar, para finalizar con la comprobación. Es claro que, dentro de la literatura, existe una congruencia en que estos procesos no son mutuamente excluyentes

y la relación, seguida de la ejemplificación, es un soporte que permite identificar las semejanzas y diferencias entre objetos, así como efectuar generalizaciones con respecto a estos objetos (Jeannotte & Kieran, 2017; Ruiz & Luciano, 2012). Ahora, de acuerdo con Martínez Recio (2000), la comprobación mediante casos particulares es una forma de aproximación a la validación genérica; es una especie de prueba empírico-inductiva.

CALCULAR

En el caso de la *dimensión emergente calcular*, el grupo de examinados, en algunas ocasiones, la empleaba para verificar las opciones de respuesta o bien para establecer equivalencias y llegar a ciertas generalizaciones. Asimismo, se usaba como una técnica que se entremezcló con la ejemplificación, por lo que se puede decir que el cálculo se utilizó, en su gran mayoría, como una dimensión transversal que sirve de auxilio para la verificación de los resultados.

Ahora bien, de acuerdo con Johnson (2016) *calcular* es un componente importante dentro del razonamiento cuantitativo y que está asociado a la cuantificación, donde esta última implica establecer qué significa medir una cantidad. Igualmente, Thompson et al. (2013) manifiestan que la cuantificación es un proceso matemático que se extiende más allá de la asignación de un valor numérico a una cantidad; más bien, implica conceptualizar un objeto y un atributo de este objeto para que tenga una unidad de medida. Cabe señalar que, en el proceso de solución de los ítems de la PHC no se pretende que el cálculo sea extenso y tedioso, sino que con las operaciones básicas el grupo de examinados logre interpretar cierta información y dar sentido, o bien significado, a los números que obtiene en el proceso de solución; por lo que la habilidad para calcular permite que un conjunto de examinados logre cuantificar e interpretar resultados que se generó debido al cálculo. En la Tabla 5 se presentan algunas de las verbalizaciones del grupo de examinados como ejemplos del uso de la categoría calcular.

TABLA 5

Uso de la categoría calcular en la solución de los ítems que miden razonamiento cuantitativo

Uso de la dimensión calcular	Cita de ejemplo efectuado por el grupo de examinados
Para la obtención de medidas	1. "Lo que hice fue <i>sacar las medidas</i> y con esas medidas grandes fui partiendo para encontrar las medidas más chiquititas y así saber las medidas de los lados" (Exa1). 2. "Lo que hice fue <i>calcular el área</i> contraria... o sea el área total y luego le resté el área que estaba afuera" (Exa8). 3. "Empecé a sacar medidas y al final hice la resta" (Exa4) 4. "Luego me puse a calcular el... y con estas opciones saqué la medida..." (Exa5) 5. "Entonces, iba a calcular el..." (Exa4) 6. "Entonces, que debe calcularse con..." (Exa5)
Verificación de las respuestas	1. "lo que hice fue calcular y descartar por cálculo las opciones..." (Exa6) 2. " y verifico con la división de estos números" (Exa4) 3. "primero hice un mini cálculo para ver, como, para saber si es negativo o positivo, luego verifico que eso se dé..." (Exa5) 3. "lo que hice fue calcular, y descartar por cálculo las opciones" (Exa6)
En la simplificación de expresiones	1. "paso a multiplicar esto al otro lado y me queda..." (Exa12) 2. "acá puedo <i>cancelar</i> este con este..." (Exa1) 3. "vamos a simplificar esto" (Exa10) 4. "lo que hice fue simplificarlo para poder visualizarlo como más fácil y luego" (Exa10) 5. "voy a simplificar un poco esta expresión" (Exa12). 6. "voy [sic] simplificar un toque la expresión y calcular los valores que se podían calcular" (Exa4)
Efectuar operaciones	1. "En estas fracciones todo lo que tengo que hacer es <i>quitar ceros</i> ..." (Exa9) 2. "Paso a <i>multiplicar</i> a los dos lados..." (Exa2) 3. "Lo que yo hice fue <i>dividir</i> entre estos a ver cuál me daba..." (Exa5, Exa6, Exa7) 4. "calcular porque, aunque fue un cálculo algebraico, pues fue un cálculo" (Exa6) 5. "pasé el menos tres al otro lado" (Exa5) 6. "lo único que hice fue hacer las fracciones porque sé que este número" (Exa8). 7. "está multiplicando esto, entonces como veo que este producto de la suma " (Exa1).

RELACIONAR

Para el caso de la **dimensión relacionar**, una vez efectuada la relación entre objetos, el conjunto de examinados obtiene datos producto, en gran medida, de la comparación y de realizar equivalencias, haciendo abstracciones de la información, la cual le permite establecer nexos entre los datos y la información proporcionada. El hecho de establecer relaciones permite que conecten los resultados y vinculen la información. Se puede decir que las relaciones que desarrolla el conjunto de examinados surgen del proceso de comparación donde elaboran equivalencias, similitudes o diferencias entre los

objetos matemáticos y pueden utilizar expresiones como: "mayor que", "igual que", "menor que"; "es lo mismo que", "es equivalente a", "es semejante con", "diferente a", "esto se conecta con".

Por otra parte, el grupo de participantes empleaba en su verbalización las palabras *más-menos*, esto sobre todo a la hora de efectuar algunas operaciones o conjeturas. Al respecto, Hayes y Barnes (1997) señalan que estas palabras sirven como contextos relacionales que permiten establecer relaciones de comparación entre objetos múltiples, siendo una habilidad común en el ser humano. Particularmente, en el contexto matemático y de la Química, realizar comparaciones es una actividad habitual que permite hacer un ordenamiento gradual mediante criterios o modelos preestablecidos.

Cabe mencionar que la relación, también, se proporciona al conectar temas que se muestran en diferentes contextos, por ejemplo, emplear el álgebra para determinar áreas geométricas o usar la aritmética para analizar datos estadísticos. Esto coincide con lo mencionado por Ruiz y Luciano (2012) al explicar que en la TMR existen diferentes tipos de relaciones de acuerdo con los procesos que se deban emplear en la resolución de un problema, y que estas son: coordinación (es, es igual a, es semejante, es similar), oposición (es opuesto de, es lo contrario a, es diferente de), espaciales (arriba, abajo, lejos, cerca), deícticos (yo, tu, aquí, allí, antes, después). En la Tabla 6 se muestran algunos ejemplos de las verbalizaciones de los examinados en la categoría relacionar.

TABLA 6

Uso de la categoría relacionar en la solución de los ítems que miden razonamiento cuantitativo

Uso que se le da a relacionar	Cita de ejemplo efectuado por el grupo de examinados
Coordinación	<ol style="list-style-type: none"> 1. "R, sería pues, quedaría <i>igual</i>..." (Exa1) 2. "intento hacer que las dos queden iguales, aunque no queden iguales..." (Exa1) 3. "aquí lo que hice fue igualar el... con esta igualdad que he establecido aquí" (Exa2) 4. "voy a hacer una <i>igualdad</i> voy a igualar esto a..." (Exa3) 5. "voy a igualar Y..." (Exa5) 6. "agrupó términos semejantes..." (Exa4) 7. "era solo aislar los datos para saber cuál era la relación..." (Exa7) 8. "en las primeras tres opciones había relaciones de este tipo" (Exa8) 9. "como que era una relación entre..." (Exa8) 10. 4. "Me daban <i>relaciones</i> entre diferentes variables... como no había una <i>relación</i> directa entre..." (Exa2)
Oposición	<ol style="list-style-type: none"> 1. "es lo <i>opuesto</i> a lo que me piden" (Exa7) 2. "r sería <i>mayor a p</i>..."(Exa1) 3. "aquí era darse cuenta de que estas tres eran <i>diferentes</i>..."(Exa4) 4. "está dividiendo en el lado contrario multiplicaría y obtengo" (Exa4) 5. "tenemos cuatro diferentes" (Exa5) 6. "porque yo tengo dos cosas diferentes" (Exa6) 7. "Me daban relaciones entre diferentes variables con el cero" (Exa7)
Espaciales	<ol style="list-style-type: none"> 1. "el primero era a la derecha arriba" (Exa9) 2. "entonces tiene que ser de cero para arriba positivo" (Exa10) 3. "entonces comprobamos la de arriba" (Exa11) 4. "multiplicando arriba y abajo"(Exa12) 5. "tantos espacios de arriba como de abajo para ver" (Exa2) 6. "y abajo me queda que Q..." (Exa9)
Equivalencia	<ol style="list-style-type: none"> 1. "probablemente porque es como una operación <i>equivalente</i>..." (Exa1) 2. "digamos que la <i>equivalencia</i> no cambia, pero sí la manera en que está presentada en la ecuación" (Exa2) 3. "bueno por la equivalencia que me están dando" (Exa3) 4. "yo saqué la <i>equivalencia</i> de lo que es el" (Exa8) 5. "analicé la relación entre..." (Exa10)
Conexiones o transformación de expresiones	<ol style="list-style-type: none"> 1. "estoy <i>comparando</i> la opción D con esto, a ver si puedo ver alguna <i>conexión</i> de este tipo..." (Exa2) 2. "es la misma regla de tres, pero..." (Exa3) 3. "Aquí lo que hice fue aplicar esto en cada lado de la igualdad" (Exa12)

EJEMPLIFICAR

En el reporte de la categoría **ejemplificar**, el conjunto de examinados utiliza la ejemplificación para visualizar patrones en las expresiones u objetos matemáticos empleando el razonamiento deductivo y estableciendo relaciones intuitivas. La gran mayoría usa el ejemplo para ilustrarse conceptos, principios o proposiciones que, en alguna medida, no recuerdan. Igualmente, emplean la ejemplificación para verificar las condiciones que se le proporcionan en el enunciado y verificar que la solución obtenida realmente sea la opción de respuesta correcta. En la Tabla 7 se muestra algunas de las verbalizaciones del uso que el grupo de examinados proporciona a la categoría ejemplificar.

TABLA 7

Uso de la ejemplificación en la solución de los ítems que miden razonamiento cuantitativo

Uso de la ejemplificación	Cita de ejemplo efectuado por el grupo de examinados
Para identificar un patrón y llegar a generalizar	<ol style="list-style-type: none"> 1. "entonces lo intento con otro número impar" (Exa1) 2. "voy a intentarlo con otros números" (Exa6) 3. "usé ejemplos y busqué excepciones" (Exa10) 4. "Lo que hice fue coger un ejemplo, bueno, varios ejemplos para ver si lograba ver algún patrón al algo parecido..." (Exa9) 5. "ahí lo que hice fue generalizar, bueno busqué ejemplificar primero y después con los ejemplos vi como, pues como el patrón y la generalicé" (Exa6)
Para verificar la opción de respuesta y que sea la correcta	<ol style="list-style-type: none"> 1. "haciendo estos dos casos sí esta sería..." (Exa1) 2. "lo confirmo con varios números para estar segura" (Exa2) 3. "fui probando cada uno de ellos [las opciones de respuesta] hasta llegar a..." (Exa7) 4. "entonces lo haré probándolo [las opciones de respuesta]" (Exa2) 5. "Si pongo <i>como ejemplo</i> el 1, [...] nada más otro ejemplo para asegurarme..." (Exa9) 6. "comprobémoslo una vez con un ejemplo" (Exa13) 7. "por ejemplo si yo tengo la opción A" (Exa3)
Para determinar una manera de dar solución al problema que se le plantea	<ol style="list-style-type: none"> 1. "pero voy a hacerlo con este otro número" (Exa1) 2. "se me ocurre que la manera más fácil es que se haga un ejemplo" (Exa2) 3. "utilicé ejemplos hipotéticos y analicé que todo dependía" (Exa10) 4. "es ir tanteando Con k... si k fuera 3, sería 75" (Exa5) 5. "utilicé ejemplos para encontrar la respuesta." (Exa12)
Para encontrar de manera directa la solución al problema planteado a partir de casos específicos	<ol style="list-style-type: none"> 1. "Digamos que se diera un 10..., entonces, puede ser 1, 2, 2, 4, 4, 4,4, 4,4, 4... como no sé exactamente la cantidad de personas que fueron, lo hice con base en 10 personas... entonces, pueden ser 1,1,1,1,1,2,2,2,2,1,2,3..." (Exa1) 2. "lo que hice fue hacer casos para ver cuál era la solución" (Exa6) 3. "entonces si S es 100 por ejemplo en este caso" (Exa3) 4. "porque podría ser 8 por 9 y eso es un contraejemplo" (Exa7) 5. "lo que hice fue hacer casos" (Exa8) 6. "me imaginé que aquí están todas las casitas... aquí adentro hay casitas, y entonces..." (Exa8) 7. "si... fue... entonces puede ser 10 y queda 19, no...queda 11, 10, 21 y 11, 10, 21 y 7" (Exa12)

Para encontrar el valor de verdad del enunciado o las proposiciones que se le presentan	<ol style="list-style-type: none"> 1. "si asumiera que es un cero... pero esto no me indica que alguna de las respuestas sea cierta" (Exa9) 2. "Entonces veo que no me está dando nada más claro, entonces sería como más a probar posibles escenarios" (Exa2) 3. "Voy a poner un ejemplo 1, 2, 3, 4, 5 porque cumplen las condiciones..." (Exa10)
Para establecer relaciones entre elementos o conceptos	<ol style="list-style-type: none"> 1. "Puse nada más ejemplos y ejemplos que no tuvieran las mismas condiciones" (Exa10) 2. "Utilicé ejemplos específicos para ver la relación" (Exa6) 3. "Por ejemplo, digamos que la x sea mayor que la y" (Exa1) 4. "por ejemplo, que x sea 2" (Exa3) 5. "utilicé ejemplos específicos para ver la relación" (Exa10)
Para recordar conceptos	<ol style="list-style-type: none"> 1. "Voy a darme valores para recordar..." (Exa4) 2. "Estoy pensando en un ejemplo primero para ver..." (Exa5) 3. "qué sé yo de esto, qué sé... siento acordarme, si yo agarro un número par... por ejemplo, un dos [...]" (Exa3) 4. "hice un caso pequeñito para comprobar porque no me acordaba bien..." (Exa7)

En las frases empleadas por el grupo de examinados se puede notar que, en su gran mayoría, emplearon la ejemplificación para reproducir, mostrar o derivar alguna propiedad de los objetos matemáticos dados, tal y como lo mencionada Corominas (1954). Además, emplearon la ejemplificación para explorar lo que se le plantea en el enunciado con la finalidad de conjeturar o verificar dicha conjetura y llegar a ciertas soluciones, esto tal y como destacan Wilson y Keil (2002) y Mason (1982). Asimismo, puede notarse que las personas examinadas utilizaron una ejemplificación para analizar las proposiciones que se le otorgaban en el enunciado y determinar cuál de estas era verdadera o falsa. También, emplean la ejemplificación para identificar semejanzas y diferencias entre los objetos y para ver la relación entre estos. Otros empleaban la ejemplificación para llegar a una generalización o identificar un patrón entre los elementos de una estructura. De esta manera, se satisface lo que Jeannotte y Kieran (2017) indican: que la ejemplificación permite a las personas darse una idea de cómo es la estructura de los elementos u objetos matemáticos.

VALIDAR

Para esta categoría, el conjunto de estudiantes infiere sobre la veracidad o falsedad de las proposiciones según lo planteado en el enunciado. De esta manera, analizan cada opción de respuesta para establecer cuál satisface las condiciones dadas, las verifican y comprueban una por una. Además, dentro de las verbalizaciones, los examinados emplean juicios valorativos para discernir entre las opciones que son posibles respuestas correctas y, de esta forma, confirmar la veracidad o falsedad al respecto. En la Tabla 8 se muestran algunas de las verbalizaciones empleadas por el grupo de examinados.

TABLA 8

Uso de la categoría validar en la solución de los ítems que miden razonamiento cuantitativo

Uso del validar	Cita de ejemplo efectuado por el grupo de examinados
Verificar falsedad o veracidad de las opciones de respuesta	<ol style="list-style-type: none"> 1. "Eso no es cierto porque ya sabemos que es" (Exa5, Exa7) 2. "No, esto no es cierto porque si fuera cierto debería ocurrir que..." (Exa13) 3. "Esta no es porque no me da la suma de" (Exa1) 4. "Estaba pensando que 35 no es, pero no tengo ninguna razón para pensar que 35 no es" (Exa10) 5. "Este puede ser..."(Exa4) 6. "Voy a marcarlo como una <i>posible opción</i>, pero voy a <i>verificar</i> si la opción... son <i>verdaderas o falsas</i>" (Exa13) 7. "Todas las opciones parecen <i>ciertas</i>... no, <i>mentira</i>...pero esto no me indica que alguna de las respuestas sea cierta, así que no voy a asumir que..." (Exa5) 8. "Eso es cierto, pero esa no es la razón" (Exa2)
Obtener el valor de verdad mediante ejemplos específicos	<ol style="list-style-type: none"> 1. "Estas dos pueden ser las opciones... esta no es... voy a intentarlo con otros números" (Exa1) 2. "Comprobémoslo una vez más con un ejemplo"(Exa10) 3. "lo que hice fue <i>reemplazar</i> lo que me daban, digamos las letras las reemplacé por números y <i>fui usando las mismas opciones</i> que me daban para así poder saber la respuesta y lo <i>confirmando</i> con varios números para estar segura" (Exa1) 4. "lo primero que yo haría en este caso sería ver las opciones, a ver hacia dónde me guían" (Exa6) 5. "estuve <i>verificando</i> una por una a ver si se podía [las opciones de respuesta], o, sí cumplía con" (Exa5) 6. "Entonces la respuesta me va a dar [...], porque en los ejemplos que hice me da eso" (Exa10) 7. "entonces, sería <i>probar</i> posibles escenarios... eso puede pasar, pero es un posible escenario" (Exa2) "Voy a intentarlo con otros números para <i>descartar</i> esa opción que queda ahí" (Exa13)
Conjeturar a partir de juicios valorativos del objeto planteado y descartar las opciones de respuesta	<ol style="list-style-type: none"> 1. "lo último lo usé para <i>descartar</i> estas dos primeras opciones" (Exa1) 2. "Dijimos que la respuesta es... pero no puede ser porque ya <i>comprobamos</i> varias veces que no, y no aplica y esta sí funciona" (Exa5) 3. "Acá me pareció más rápido como <i>probar</i> las opciones y ya" (Exa12) 4. "aquí que me parece más rápido <i>probar</i> respuesta por respuesta" (Exa6) 5. "<i>bajo ese escenario</i> las otras tres opciones se descartan y la C no" (Exa13) 6. "entonces voy a volver a comprobar la opción A y la opción D" (Exa4)
Confirmación de proposiciones	<ol style="list-style-type: none"> 1. "Voy a confirmar con las otras opciones" (Exa1) 2. " se me ocurre cómo confirmar que eso puede ser" (Exa9) 3. "la proposición 2 también es correcta, probando con tres valores concluiría que" (Exa4)

Puede notarse que el uso de palabras como: *esto es cierto, esto es falso, si, no, no es posible confirmarlo, verdadero o falso*, permite establecer juicios valorativos sobre los objetos a los cuales se enfrenta el grupo de examinados, permitiéndoles llegar al convencimiento o no de la propuesta dada.

Por otra parte, el grupo de examinados generaba juicios valorativos con respecto a las opciones de respuesta, contrastando la veracidad y falsedad de estas, tal y como lo señalan Barreiro et al. (2012)

y Jeannotte y Kieran (2017); también, buscaban razones para justificar los procesos que realizaban para llegar a la solución y afirmar la validez con sus argumentaciones. Cabe mencionar que la mayoría del conjunto de examinados llevaba a cabo procesos empíricos a partir de ejemplos y contraejemplos que cumplieran las condiciones del enunciado del ítem; esto es, realizan comprobaciones empíricas y elaboran explicaciones para determinar si una proposición o un argumento son válidos, sin recurrir a demostraciones formales como lo mencionan Vergnaud (1996), Houdé et al. (2003), Balacheff (2000) y Jeannotte y Kieran (2017).

GENERALIZAR

Para esta categoría, el grupo de examinados, en su gran mayoría, realizó **casos particulares** para visualizar un patrón que le permita llegar a una generalización. Además, los examinados se cuestionaron si la generalización efectuada realmente corresponde con lo solicitado.

TABLA 9

Uso de la categoría generalizar en la solución de los ítems que miden razonamiento cuantitativo

Uso de la generalización	Cita de ejemplo efectuado por el grupo de examinados
Identificación de patrones	<ol style="list-style-type: none"> 1. "debería ver el patrón que sigue" (Exa2) 2. "aquí lo que estoy haciendo es tratando de identificar un patrón"(Exa3) 3. "entonces por el patrón digamos que" (Exa6) 4. "Entonces, el patrón en que la cantidad de números... es" (Exa9) 5. "ahí lo que hice fue generalizar [...] con los ejemplos vi como, pues como el patrón y la generalicé" (Exa6) 6. "en la mayoría de números se ve que hay un patrón" (Exa7) 7. "entonces estoy tratando de identificar un patrón de lo que me están dando... de hecho creo que sí tiene que ver con un patrón porque una cosa depende de otra" (Exa3) 8. "Esta es otro patrón, cada uno de los que está a la izquierda, en cada sucesión..." (Exa9)
Para encontrar una solución empleando un patrón determinado	<ol style="list-style-type: none"> 1. "cómo hago para generalizar el $4n$" (Exa8) 2. "Estoy intentando de encontrar la manera lógica de generalizar el n" (Exa13) 3. "entonces tiene que haber algo en común" (Exa6) 4. "pongámoslo como con cualquier número... vamos a ver si esto tiene un patrón" (Exa9) 5. "vería la parte de los resultados, como cuál es el patrón" (Exa6) 6. "de nuevo se repite el patrón de que es..." (Exa3) 7. "entonces vi como una especie de patrón o norma" (Exa9) 8. "busqué ejemplificar primero y después con los ejemplos vi como, pues como el patrón y la generalicé" (Exa13)
Para determinar o identificar propiedades	<ol style="list-style-type: none"> 1. "me doy cuenta que todo producto de consecutivos debería ser la generalización de que todo..." (Exa2) 2. "Veo un tipo de patrón en los resultados" (Exa13)

Es importante resaltar que el empleo de la generalización proporcionada por el grupo de examinados es efectuado como una actividad inductiva empírica en la cual se realizan muchos ejemplos para detectar el patrón, tal y como lo menciona Mason (1996). Además, puede notarse que, en algunos casos, el grupo de examinados paran de examinar un objeto a examinar un conjunto de objetos, tal y como se explica en Polya (1954). Igualmente, logran identificar una regularidad entre la estructura proporcionada en la identificación del patrón, de tal manera que dicha estructura se pueda cumplir siempre y para todos los objetos del universo involucrado.

4.3. CONCLUSIONES

Después de efectuar el análisis de los patrones de respuesta del grupo de estudiantes, se evidencia que emplearon la verificación de las opciones de respuesta en cada uno de los ítems presentados, ya sea haciendo cálculos para determinar si las condiciones del enunciado se cumplen, o bien, realizando ejemplificaciones para verificar el valor de verdad de las condiciones que se proporcionan en el enunciado. Desde esta perspectiva, se puede afirmar que el grupo de examinados logró establecer el valor de verdad de las afirmaciones recurriendo a la verificación y descartar de las opciones, empleando cálculos numéricos o ejemplificaciones; asimismo, para llegar a la generalización, emplea la ejemplificación tal y como lo mencionan Janotte y Kieran (2017). Sin embargo, en algunas ocasiones, los examinados solo emplean el cálculo numérico, cálculo aritmético, para realizar la verificación del enunciado. Es importante destacar que, y a pesar de que la mayoría indica tratar de determinar un patrón, según las características del enunciado, estas no están elaboradas para dicho fin, lo que corrobora que el empleo de patrones para el grupo de estudiantes es verificar secuencias numéricas o bien algebraicas dentro de un contexto determinado, lo cual no corresponde a realizar generalizaciones verdaderas, según lo indicado por Martínez Recio (2002).

Es importante mencionar que, algunas observaciones establecidas por el grupo de jueces con respecto a los procesos de solución del conjunto de examinados, son que en ocasiones emplean el cálculo directo para llegar a validar o comprobar sus respuestas y verificar la falsedad o veracidad de estas. Además, emplean la ejemplificación para lograr identificar un patrón establecido dentro de las expresiones y así poder llegar a la generalización. Es importante mencionar, también, que el grupo de jueces estableció que la dimensión relacionar se encuentra asociada a todos los procesos. No obstante, para algunos reactivos, solo se debe relacionar sin tener que ir más allá de ese proceso de solución. En la Tabla 12 se proporcionan algunas palabras clave que se asocian a las categorías del razonamiento cuantitativo.

TABLA 10
Palabras clave empleadas por los examinados en la resolución de los ítems

Categoría	Palabras clave
Calcular	Sacar medidas, calcular, dividir, multiplicar, cancelar, sumar.
Relacionar	Mayor que, igual a, diferente con, semejante a, equivalente a/con, conexión con.
Ejemplificar	Como ejemplo, por ejemplo, hacer un ejemplo.
Validar	Confirmar, ir tanteando, probar, comprobar, sí es, no es, verificar.
Generalizar	Ver un patrón o norma, probar con números, hacer casos, siempre se cumple.

Ahora, es importante indicar que todos estos procesos están asociados a las categorías del constructo y a la definición de este. Considerando lo planteado por Thompson (1989), la relación que las personas puedan efectuar con los números, operar con ellos según la situación establecida, analizando una situación dentro de una estructura cuantitativa es lo que, en principio, identifica al razonamiento cuantitativo y este, ligado con el razonamiento covariacional, lo cual permite que las personas den sentido a las cantidades y la relación que se establece entre las variables.

Cabe mencionar que, aunque no se dio de manera explícita, la categoría clasificar es un componente importante del constructo razonamiento cuantitativo. La clasificación entendida como la identificación y justificación de todas las características posibles de un objeto que le permitan diferenciarlo de los demás es lo que concede a las personas predecir las características de elementos u objetos a partir de una agrupación. Si bien solo un reactivo fue categorizado como de clasificar, no implica que este no haya estado presente en los procesos de solución del grupo de examinados.

Ahora, tal y como lo menciona Mason (2001), el grupo de examinados identificó las características particulares que tenían los objetos para situarlo dentro de una clase, ya sea partiendo de un concepto o de la relación establecida entre los objetos. Cabe mencionar que este ejercicio de clasificación permitió que los examinados efectuaran un ordenamiento jerárquico de ciertos objetos, por ejemplo, la jerarquía: $2 < 3 < 5$, o bien $0 < \frac{1}{2} < 1$; identificando cualidades que son comunes. Como ejemplos se destacan las siguientes verbalizaciones en la Tabla 11.

TABLA 11

Palabras clave empleadas por los examinados en la categoría clasificar

Uso de la clasificación	Cita de ejemplo efectuado por el grupo de examinados
Identificando características de los números para clasificarlo como par, impar, racional o irracional, positivos o negativos	<p>“tiene que haber un número par en la operación y eso va a hacer que el producto sea par” (Exa2)</p> <p>“no sé ni siquiera si R y P son negativos o positivos” (Exa3)</p> <p>“es un conjunto denso y es un conjunto ordenado” (Exa4)</p>
En la clasificación de figuras geométricas	<p>“lo que se me ocurre es dibujar esta línea y verlo como 4 triángulos (Exa4)</p> <p>“sería como buscar áreas a las que pertenece, como agruparlas” (Exa7)</p>
Para la ubicación de elementos dentro de un conjunto	<p>“w pertenece con total certeza al intervalo” (Exa3)</p> <p>“los términos que tienen Y se agrupan en” (Exa1)</p> <p>“Ah, pero no puedo separarlo porque...” (Exa8)</p> <p>“esto también lo puedo separar en dos grupos donde uno de esos dos grupos es...” (Exa2)</p>
Para caracterizar y ordenar objetos	<p>“cómo sé yo que un número es divisible por” (Exa6)</p> <p>“no me dicen nada de cómo están ordenados” (Exa13)</p> <p>“cuando ordenamos los datos como el...” (Exa12)</p> <p>“cuando los ordenábamos, la cantidad de gente en...” (Exa6)</p> <p>“los había puesto en otro orden, entonces con eso me cambiarían las medidas y me cambiarían la ubicación” (Exa4)</p>

5. RESULTADOS DE LA TERCERA ETAPA: CONSTRUCCIÓN DEL INSTRUMENTO DE VALORACIÓN DE LAS OBSERVACIONES DE LAS CLASES DE QUÍMICA

El objetivo de este segundo estudio fue elaborar un instrumento para observar las clases de Química general I (QU-0100) e Introducción a la Química (QU-0108) y, de esta forma, recolectar información sobre los procesos de razonamiento cuantitativo que estuvieran evidenciados en dichas clases. De esta manera, se procedió a determinar evidencias de validez de contenido para este instrumento. Para ello, se consideraron tanto los aspectos teóricos propuestos en esta investigación como los protocolos de pensamiento en voz alta, para su construcción.

5.1. PARTICIPANTES

Para el juzgamiento del instrumento de observación, se solicitó a tres jueces que efectuaran dicha valoración. El instrumento se envió mediante correo electrónico y se proporcionó un tiempo de devolución de un mes. De los tres jueces contactados, solamente dos realizaron la devolución de su revisión y las observaciones al respecto en los indicadores. Las observaciones de los jueces fueron en cuanto a la redacción y correspondencia del indicador con la dimensión y el constructo sobre la pertinencia teórica, la representatividad, la singularidad y la claridad. Es importante recordar que: a) la Pertinencia Teórica (PT) implica valorar si el indicador se adecúa a la definición operacional de acuerdo con cada dimensión (calcular, relacionar, clasificar, ejemplificar, validar y generalizar); la Representatividad (RE) corresponde a que el indicador representa de manera esencial al constructo y a la dimensión; la Singularidad (SI) alude a que el indicador no es redundante; y finalmente, la Claridad (CL) corresponde a que la redacción del indicador no producía confusiones.

El análisis de estas valoraciones de los jueces se efectuó mediante la *V de Aiken*. Esta técnica, como se mencionó en el procedimiento metodológico de la tercera etapa, permite cuantificar la relevancia de cada indicador en cada dominio de contenido formulado por N jueces; su valor oscila entre 0 y 1, donde el 1 indica un acuerdo perfecto entre los jueces respecto a la mayor puntuación de validez de los contenidos evaluados.

5.2. PROCEDIMIENTO PARA LA OPERACIONALIZACIÓN DE LAS DIMENSIONES DEL CONSTRUCTO

Para la construcción del instrumento de observación se llevó a cabo la operacionalización del constructo de razonamiento cuantitativo mediante dimensiones. También se elaboraron indicadores medibles y observables (Anexo 9); esto a partir de la definición de cada una de las dimensiones. En la Tabla 11 se muestran las dimensiones con sus respectivas definiciones y los indicadores para cada una de ellas.

TABLA 12

Operacionalización del constructo razonamiento cuantitativo según dimensión e indicadores, 2021

Dimensión	Definición	Indicador
Calcular	Proceso que implica conceptualizar un objeto y un atributo de este para que el atributo tenga una unidad de medida. Este es el proceso de concebir un atributo que puede medirse, decidir cómo se podría medir ese atributo (que podría incluir seleccionar una unidad de medida) y dar significado a las medidas que resultarán.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Realiza operaciones numéricas o simbólicas (C1). 2. Considerar atributos que puedan medirse (C2). 3. Establecer una estrategia para medir un atributo (C3). 4. Dar significado a las medidas que resulten de algún cálculo (C4).
Relacionar	Relación entre las semejanzas y diferencias de propiedades o estructuras de los objetos matemáticos involucrados. Es un ordenamiento gradual que parte de criterios o de modelos con los cuales ya se cuenta, buscándose los aciertos y desaciertos, analizando diferencias y concordancias que presentan los objetos en relación con una misma propiedad.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Identificar una cualidad o propiedad, o bien todas las posibles propiedades, en un primer objeto que le permiten vincularlo con otro u otros objetos (R1). 2. Describir propiedades inherentes entre los objetos (R2). 3. Emplear propiedades inherentes entre los objetos (R3). 4. Establecer semejanzas y diferencias existentes entre los objetos involucrados (R4).
Clasificar	Establecimiento de estructuras entre los objetos matemáticos basados en propiedades y definiciones matemáticas otorgándole alguna cualidad común.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Ordenar, organizar, un universo de clases que sean mutuamente exclusivas y colectivas exhaustivas entre sí (CL1). 2. Identificar alguna propiedad en el objeto que le permita diferenciarlo de otros sin vincularlos entre sí (CL2). 3. Analizar conceptos asociados a la estructura del objeto que le permitan diferenciarlo de los demás (CL3). 4. Agrupar en categorías denominadas clases (CL4). 5. Proporcionar alguna característica al objeto la cual sitúa dentro de una clase (CL5).
Ejemplificar	Corresponde a modelar, reproducir, mostrar, derivar, sacar, extraer y diseñar una situación guiada por un caso concreto previo y distintivo. Simbolizar cualquier objeto específico o particular y que representa a una clase más general, permitiendo que las personas se den una idea del comportamiento de los elementos u objetos matemáticos, pero no de todos ellos.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Diseñar una situación guiada por un caso concreto previo y distintivo (EJ1). 2. Generar valores a partir de las proposiciones otorgadas en un enunciado previo (EJ2). 3. Proporcionar valores a las expresiones o términos que representan cierta cantidad (EJ3). 4. Generar valores a las expresiones, términos o proposiciones para determinar propiedades otorgadas implícitamente en estas (EJ4).

SEGUIMIENTO DE LA TABLA 12

Operacionalización del constructo razonamiento cuantitativo según dimensión e indicadores, 2021

Dimensión	Definición	Indicador
Validar	Realización de comprobaciones empíricas para determinar si una proposición o un argumento son válidos, sin recurrir a la demostración formal; esto significa que se considera suficiente el hecho de que los sujetos lleguen a una respuesta satisfactoria.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Generar un juicio de valor sobre un objeto de acuerdo con la comprobación empírica de alguna proposición (V1). 2. Conjeturar con respecto a las proposiciones finales, de acuerdo con las propuestas iniciales (V2). 3. Elaborar explicaciones a partir de premisas establecidas u otorgadas (V3). 4. Proveer ejemplos que le permitan verificar la falsedad o veracidad entre igualdades, expresiones o proposiciones (V4).
Generalizar	Reconocimiento explícito de una propiedad común (patrón) en un conjunto de objetos que permitan expandir dominios de validez. Las propiedades comunes requieren de una descripción simbólica. Estos símbolos pueden ser de naturaleza verbal, icónica, geométrica o algebraica. En cualquier caso, los patrones se describen mediante estos símbolos y, por lo tanto, son fijos. Las propiedades comunes son simbolizadas y los símbolos se visualizan como variables objetivadas cuyas características están solo dadas por las cualidades y las relaciones abstractas y que son válidas por ellas mismas y no por sus referentes.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconocer explícitamente una propiedad común en, o conforme a, un conjunto de objetos (GE1). 2. Reconocer un patrón dentro de unas proposiciones o expresiones que son otorgadas (GE2). 3. Determinar un patrón que es válido para todos los componentes que conforman un continuo, universo o conjunto (GE3). 4. Determinar las reglas que definen un mismo patrón (GE4). 5. Contrastar las reglas que caracterizan un mismo patrón numérico (GE5). 6. Expresar de manera simbólica (ya sea verbal, icónica, geométrica o algebraica) un patrón determinado (GE6). 7. Identificar una relación recursiva en un conjunto (EG7). 8. Desarrollar reglas, ideas o conceptos generales a partir de ejemplos específicos (GE8). 9. Relacionar sintácticamente (concordancia y jerarquía) dos o más elementos de una misma clase (GE9). 10. Relacionar semánticamente (relación existente entre dos elementos con significado) dos o más elementos de una misma clase (GE10).

Los indicadores se propusieron mediante una escala de tres puntos donde los jueces debían valorar la pertinencia teórica, la representatividad, la singularidad y la claridad de cada uno de los indicadores. Además, debían mostrar si el indicador correspondía: nada fuerte (0), medianamente fuerte (1) y muy fuerte (2) con la definición de cada una de las dimensiones. Luego, se analizó la congruencia entre jueces sobre la valoración del instrumento de observación. Finalmente, considerando las sugerencias de los jueces, se logró efectuar un diseño final del instrumento de observación de los videos de las clases de Química.

5.3. Resultados del juzgamiento

Como resultado del juzgamiento de los indicadores de la escala de observación, se determinó que en algunos indicadores no eran claros, por lo que fue necesario realizar las modificaciones de acuerdo con las observaciones de los jueces. De esta manera, se eliminaron dos indicadores de la categoría generalizar y uno de la categoría ejemplificar. Cabe mencionar que en algunos indicadores se efectuaron cambios en los infinitivos de acuerdo con las sugerencias de los jueces. En la Tabla 13 se muestran los índices de la *V de Aiken* de acuerdo con las valoraciones de los jueces en cuanto a la pertinencia teórica, representatividad, singularidad y claridad. En la Tabla 14 se proporcionan los indicadores del instrumento de observación de las clases de Química con la redacción corregida y con 28 indicadores.

TABLA 13

Valores del índice de Aiken para cada dimensión según valoración de los jueces

Dimensión	PT	RE	SI	CL
Calcular	0.94	0.88	0.88	0.75
Relacionar	0.94	0.94	1.00	0.69
Clasificar	0.95	0.95	0.80	0.70
Ejemplificar	1.00	0.88	0.94	0.94
Validar	0.94	0.88	1.00	1.00
Generalizar	0.93	0.83	0.95	0.93
Total	0.94	0.87	0.93	0.85

Puede notarse que para las dimensiones calcular, relacionar y clasificar, de acuerdo con los jueces, eran poco claros y que se debían redactar de manera diferente. Por otra parte, hay una fuerte concordancia en entre los jueces en cuanto a la pertinencia teórica de los indicadores, la representatividad y la singularidad.

TABLA 14

Versión final de los indicadores del instrumento de observación de las clases de Química

Dimensión	Indicador
Calcular	<ul style="list-style-type: none"> • C1-Realizar operaciones numéricas o simbólicas. • C2-Considerar atributos que pueden medirse. • C3-Establecer alguna estrategia para medir un atributo. • C4-Dar significado a las medidas que resultan de algún cálculo.
Relacionar	<ul style="list-style-type: none"> • R1-Identificar una cualidad, o bien todas las posibles propiedades, en un primer objeto que le permiten vincularlo con otro u otros objetos. • R2-Analizar las propiedades inherentes a un objeto en relación con otro objeto. • R3-Employar propiedades inherentes entre los objetos. • R4-Establecer semejanzas y diferencias existentes entre los objetos involucrados.
Clasificar	<ul style="list-style-type: none"> • CL1-Definir un universo de clases que sean mutuamente exclusivas entre elementos. • CL2-Identificar alguna propiedad en el objeto que le permita diferenciarlo de otros objetos. • CL3-Analizar conceptos asociados a la estructura del objeto o elemento que le permitan diferenciarlo de los demás. • CL4-Agrupar objetos o elementos en categorías denominadas clases. • CL5-Proporcionar características a un objeto o elemento para situarlo dentro de una clase. • CL6-Identificar características de un objeto para situarlo dentro de una clase.
Ejemplificar	<ul style="list-style-type: none"> • EJ1- Diseñar una situación guiada por un caso concreto previo y distintivo. • EJ2-Proporcionar valores a expresiones, elementos o términos que representan cierta cantidad. • EJ3-Generar valores a las expresiones, términos o proposiciones para determinar propiedades otorgadas en un enunciado previo.
Validar	<ul style="list-style-type: none"> • V1-Generar un juicio de valor sobre un objeto de acuerdo con la comprobación empírica de alguna proposición. • V2-Conjeturar con respecto a las proposiciones finales, de acuerdo con las propuestas iniciales. • V3-Elaborar explicaciones a partir de premisas establecidas u otorgadas • V4-Verificar la falsedad o veracidad entre igualdades, expresiones o proposiciones.
Generalizar	<ul style="list-style-type: none"> • GE1-Reconocer explícitamente una propiedad común en, o conforme a, un conjunto de objetos. • GE2-Reconocer un patrón dentro de unas proposiciones o expresiones que son otorgadas. • GE3-Contrastar las reglas que caracterizan un mismo patrón (numérico o no numérico). • Expresar de manera simbólica (ya sea verbal, icónica, geométrica o algebraica) un patrón determinado • GE4-Identificar una relación recursiva en un conjunto. • GE5-Desarrollar reglas, ideas o conceptos generales a partir de ejemplos específicos.

-
- GE6-Establecer concordancias y jerarquías entre dos o más elementos de una misma clase.
-

5.4. CONCLUSIONES

Como conclusión de esta etapa, se tiene que a partir de la operacionalización del constructo en indicadores y el juzgamiento de jueces se logró elaborar un instrumento de observación con 28 indicadores y evidencias de validez de contenido. Por otra parte, en todas las categorías de valoración (PT, RE, SI, CL) se logró obtener índices de confiabilidad entre bueno y muy bueno. Solamente para la categoría relacionar en claridad el valor del índice fue bajo. Esto puede ser debido a lo que Ruiz y Luciano (2012) señalan sobre la habilidad el ser humano para establecer relaciones y que estas dependen del contexto de cada individuo. A partir de las sugerencias de los jueces, se realizaron las modificaciones respectivas.

6. RESULTADOS DE LA CUARTA ETAPA: OBSERVACIÓN DE LAS CLASES DE LOS CURSOS DE QUÍMICA

El objetivo de esta cuarta etapa fue realizar las observaciones de los videos de las clases de Química general I (QU-0100) e Introducción a la Química (QU-0108). De esta forma, identificar y recolectar evidencias de los procesos asociados a las habilidades de razonamiento cuantitativo presentes en estas y su relación con los procesos efectuados por el grupo de examinados en resolución de los ítems de la PHC. Es importante mencionar que las observaciones de los videos de las clases se realizaron en el segundo ciclo de 2021, entre los meses de agosto y diciembre de ese mismo año.

6.1. PARTICIPANTES

Los participantes fueron tres docentes que, como se indicó, dieron su aval para realizar las observaciones de los videos de las clases, además de la participación de dos estudiantes avanzados en la carrera de Química de la Universidad de Costa Rica que fungieron como jueces para las observaciones de las clases. Es importante indicar que las identidades tanto del grupo docente, como el conjunto de jueces se mantienen bajo anonimato y total confidencialidad, por lo que se codifican en el caso del grupo docente como: D, D1, D2; y los jueces como JOC1, JOC2, según corresponda.

6.2. INSTRUMENTOS

El instrumento utilizado fue el que se elaboró en la tercera etapa: *Construcción del instrumento de valoración de las observaciones de las clases de Química*, el cual fue empleado en cada una de las clases observadas. Dicho instrumento está compuesto por 28 indicadores y una escala categórica en las que el grupo de jueces debía establecer, en cada una de las clases si: (0: =) el criterio (indicador) establecido no se presenta durante la clase observada; (1: =) si el criterio (indicador) establecido se presenta levemente durante la clase observada; y (2: =) si el criterio (indicador) establecido se presenta fuertemente durante la clase observada.

6.3. PROCEDIMIENTO

Para efectuar las observaciones de las clases de Química, específicamente Química general (QU-0100) e Introducción a la Química (QU-0108), primeramente se envió vía correo electrónico una solicitud de consentimiento a la decanatura de la Facultad de Ciencias para tener acceso al programa y contenidos los cursos, y obtener el aval para solicitar el consentimiento de la dirección de la Escuela de Química para contactar a los docentes que estaban impartiendo esos cursos. Luego, se solicitó el

consentimiento a la dirección de la Escuela de Química y finalmente se envió una solicitud de consentimiento a los docentes que estaban impartiendo dichos cursos en ese momento.

Cabe mencionar que, junto con la solicitud de autorización se envió, también, el consentimiento informado donde se indicaba la finalidad de las observaciones, los riesgos, los beneficios y el procedimiento que se llevaría a cabo. Los docentes tuvieron anuencia en que se les realizaran las observaciones a los videos de las clases que estaban impartiendo. Es importante recordar que las observaciones se realizaron a los videos grabados por los docentes, porque se estaba en tiempos de pandemia por COVID-19. Los docentes permitieron el acceso de la investigadora al aula virtual de la plataforma de Mediación Virtual de la UCR, donde compartían las grabaciones de las clases con el grupo de estudiantes, por lo que fue más sencillo el acceso a dicha información.

Para las observaciones se contó con jueces las cuales, en ese momento, eran estudiantes de cuarto año de la carrera de Química. El criterio de selección fue tener una visión amplia de la carrera y que hayan cursado más del 50% de los créditos de la malla curricular, esto por el desarrollo de la madurez de en la disciplina. Cabe mencionar que estos jueces fueron entrenados durante un mes en las observaciones que se necesitaban realizar.

Para analizar las clases, los jueces se conectaban por medio de la plataforma Zoom con la investigadora, dos veces por semana durante 3 horas, aproximadamente. Cada sesión se valoraba a partir del instrumento de observación y estas se grabaron para capturar las intervenciones de los jueces. Luego las intervenciones, fueron transcritas mediante *Word* para el análisis respectivo. Es importante indicar que se observaron seis videos por cada docente participante, y se obtuvo un total de 18 videos observados.

Para el análisis de las observaciones se empleó el diseño de facetas mediante la Teoría de la Generalizabilidad (TG) considerando las variables: jueces, indicadores y número de observaciones, como situación de medida. Esto porque la TG permite medir la confiabilidad de las observaciones realizadas por los jueces a las clases de Química por medio de la cuantificación de la importancia de cada una de sus fuentes de variabilidad que pueden ser debido a los jueces, a los indicadores o al número de observaciones. Es importante aclarar que el término faceta representa cada una de las características de la situación de medida, las cuales pueden ser modificadas entre cada medición; esto es, las diferentes magnitudes de las fuentes de error (Zúñiga-Brenes & Montero Rojas, 2007; Martínez Arias et al., 2006).

Ahora, la TG emplea el modelo estadístico general ANOVA (Análisis de la Varianza) que permite la partición de las fuentes de variación que influyen en la variable dependiente (puntuaciones observadas) en fuentes de variación separadas, las diferentes situaciones de medida y las interacciones entre las variables involucradas (Martínez Arias et al., 2006). Además, la aplicación de esta teoría permite estimar el grado de generalización de un diseño de medida con respecto a las condiciones particulares de un constructo, en las que el coeficiente de generalizabilidad permite valorar el ajuste de la media observada a la media de todas las observaciones posibles (Murillo & Hernández-Mendo, 2015). Cabe mencionar que los análisis de las puntuaciones otorgadas por los jueces en la escala de observación se realizaron mediante el *Software para la Aplicación de la Teoría de la Generalizabilidad (SAGT*, por sus siglas en inglés) versión 1.0.

6.4. RESULTADOS

6.4.1. ANÁLISIS DEL JUZGAMIENTO ENTRE JUECES

Como primer resultado, se determinó la confiabilidad de las valoraciones de los jueces de acuerdo con el número de indicadores empleando el diseño de dos facetas (indicadores de observación y jueces = [INDOB][JUECES]). El análisis reveló que los componentes de la varianza que contribuyen al error absoluto son los [INDOB] y la interacción entre [INDOB][JUECES], pues la mayor variabilidad estaba asociada a la faceta de indicadores (53%), seguido de la interacción [INDOB][JUECES] con un 32%, para una varianza del error relativo de interacción ($e = 3.73$). La variabilidad de los jueces fue de un 15%. El análisis de generalizabilidad en este diseño determina un coeficiente de confiabilidad (coeficiente G) absoluto y relativo de precisión considerada buena (0.69 y 0.76 respectivamente), para efectos de esta investigación.

Por lo tanto, se puede decir que la confiabilidad entre jueces sobre la interpretación de los indicadores, considerando a los indicadores como fuentes de observación, fue buena. Sin embargo, se puede considerar que, para mejores estimaciones, es importante dedicar mayor tiempo en la capacitación de los jueces para que estos no varíen las interpretaciones de los indicadores por cada sesión observada y volver a juzgar los indicadores de observación para obtener mejor precisión en dichas observaciones.

TABLA 15
Análisis de varianza para los diseños [JUECES][INDOB] y [INDOB][JUECES]

Fuentes de variación	Suma de cuadrados	Gl	Media cuadrática	Aleatorio	Corregidos	%	Error estándar
[JUECES]	105.875	1	105.875	3.515	3.515	15.093	3.088
[INDOB]	866.054	27	32.076	12.304	12.304	52.839	4.324
[INDOB][JUECES]	201.625	27	7.468	7.468	7.468	32.069	1.961
Total	1173.554	55	145.419	23.281	23.281	100	9.373
G relativo 0.767							
G absoluto 0.691							

*GL = grados de libertad, e-relativo = 3.734

Finalmente, para el análisis de las fuentes de variabilidad en las observaciones de los videos de las clases de Química, se consideraron los diseños integrados por los jueces ([JUECES]), los indicadores ([INDOB]) y el número de observaciones ([NUMOBS]), para lo cual se estimó el valor de la consistencia de los jueces con respecto a las valoraciones de los videos de las clases según número de observaciones con los indicadores elaborados. Los resultados arrojaron para el diseño [JUECES][INDOB][NUMOBS] una varianza de error relativo igual a 0.001, mientras que para para la interacción [JUECES][INDOB] fue de 0.000.

Ahora, para la interacción [JUECES][NUMOBS] la varianza del error relativo fue de 0.001, dando como resultado un coeficiente de generalizabilidad de 0.807. Cabe mencionar que la mayor variabilidad se proporciona en la interacción entre [JUECES][INDOB][NUMOBS] con casi el 50% de la varianza, seguido del [NUMOBS] con el 22.7% y la interacción entre [INDOB][NUMOBS] con un 16.81%. La variabilidad asociada a los jueces fue de 1.45%, lo cual indica que estos fueron precisos a la hora de realizar el juzgamiento. Con respecto a la variabilidad en la interacción de [JUECES][INDOB][NUMOBS] se puede decir que esta es debido al número de observaciones que se realizaron; sin embargo, el índice de confiabilidad fue bastante alto. En la Tabla 16 se muestra la varianza para el juzgamiento de los jueces en las observaciones de las clases.

TABLA 16
Análisis de la varianza de las observaciones de los jueces

Fuentes de variación	Suma de cuadrad o	gl	Media cuadrática	Aleat orio	Correg idos	%	Error estándar
[JUECES]	5.882	1	5.882	0.009	0.009	1.46	0.010
[INDOB]	48.114	27	1.782	0.032	0.032	4.94	0.013
[JUECES][INDOB]	11.201	27	0.415	0.005	0.005	0.80	0.006
[NUMOBS]	157.791	17	9.282	0.143	0.143	22.18	0.054
[JUECES][NUMOBS]	17.743	17	1.044	0.026	0.026	3.99	0.012
[INDOB][NUMOBS]	247.404	459	0.539	0.109	0.109	16.82	0.021
[JUECES][INDOB][NUMOBS]	147.674	456	0.322	0.322	0.322	49.81	0.021
Total	635.809	1004	19.266	0.646	0.646	100	0.137
G relativo 0.81		G absoluto 0.45					

GL = grados de libertad, e-relativo = 0.002, desviación típica absoluta = 0.108, desviación típica relativa = 0.047, total de varianza objetivo = 0.009.

Estos resultados permiten identificar con bastante precisión las habilidades de razonamiento cuantitativo evidenciadas en las clases de Química, mediante la escala de observación elaborada en la etapa anterior. Además, permite brindar evidencias de las diferentes fuentes de variabilidad de dichas observaciones. Como complemento de estos análisis, mediante la TG se proporcionan, a continuación, algunas de las verbalizaciones e imágenes aportadas por el grupo de docentes durante las explicaciones de las clases de Química y que están asociadas a las habilidades de razonamiento cuantitativo. Estas evidencias se presentan de acuerdo con las categorías del constructo (calcular, relacionar, clasificar, ejemplificar, validar y generalizar) y de acuerdo con los indicadores de estos.

6.4.1. Análisis de las verbalizaciones del grupo de docentes

CALCULAR

En las observaciones de las clases Química se identificó que el profesorado emplea esta habilidad para realizar operaciones numéricas y simbólicas de tal manera que consideran atributos que pueden medirse. Por ejemplo, en el cálculo de las reacciones químicas explican estrategias para medir atributos de elementos relacionados con la Química, proporcionando significados a las medidas que resultan de realizar algún cálculo. Cabe mencionar que, dentro de los procesos, se pudo identificar la representación simbólica de las diferentes reacciones químicas, así como las transformaciones que generaban. A esto, el profesorado indicó que la forma de resolver una ecuación Química era igual a

resolver ecuaciones en Matemática. Ejemplo de lo indicado se presenta en la Tabla 17 y las Figuras 2, 3 y 4.

TABLA 17

Matriz integrada de resultados de la dimensión calcular según criterio

Indicador	Ejemplo de las verbalizaciones del profesorado
1. Realizar operaciones numéricas o simbólicas.	<p>1. “¿cómo se escribe una reacción química?, ¿qué me representan los símbolos de una reacción química?” (D2).</p> <p>2. “si yo quiero leer esta reacción ($aA + bB \rightarrow cC + dD$), yo tengo que decir lo siguiente: a moles de A reaccionan con b moles de B para dar c moles de C y d moles de D [...] las letras en mayúscula <i>me representan</i> probables elementos o compuestos, tengo que escribirlo con la fórmula adecuada, con la fórmula completa, utilizando subíndices para indicar los diferentes átomos que existen en un compuesto, y las letras en minúscula <i>me van a representar</i> los moles de cada una de esas sustancias [...] $CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O$, el gas metano reacciona en presencia de oxígeno para dar dióxido de carbono y agua” (D2).</p> <p>3. “eso es un cálculo sencillo” (D1).</p> <p>4. “siempre cuando vayan a despejar en matemáticas, sacan las temperaturas de suma y resta, empiecen por ahí; este término está sumando y si lo pasamos al otro lado de la ecuación, pasaría a restando, entonces sería $F^\circ - 32$” (D1).</p>
2. Identificar atributos que pueden medirse.	<p>1. “vamos a <i>cuantificar</i> la luz” (D).</p> <p>2. “<i>la masa se puede medir...</i> todas estas propiedades nos ayudan a identificar la materia, y para poder identificar algo hay que <i>saberlo medir...</i> uno pude medir la temperatura de ebullición de la sustancia” (D1).</p> <p>3. “Aunque L tiene un valor numérico, los valores se representan por letra, y cada letra equivale a un número” (D).</p> <p>4. “[...] porque los gramos yo sí los puedo <i>medir</i>” (D2).</p> <p>5. “los niveles de energía los definimos como números cuánticos. El número cuántico te va a decir el tamaño del átomo [...] el primer número cuántico te va a decir el tamaño de átomo, a mayor nivel de energía más grande va a hacer el átomo” (D1).</p> <p>6. “El primer número cuántico nos indica el nivel de energía, la distancia que existe entre el electrón y el núcleo, el segundo número cuántico nos indica la geometría el volumen de del orbital, si es una esfera, si es un lóbulo, si son dos lóbulos... el tercer número cuántico lo que nos indica es hacia dónde está mirando ese orbital, x, y o Z. Y el cuarto número cuántico nos indica si ese electrón tiene giro hacia el norte o hacia el sur” (D1).</p> <p>“En una mezcla yo combino dos o más sustancias puras sin que ocurra una reacción química... recuerden que en la mezcla, habíamos dicho, no hay una composición definida...” (D).</p>
3. Establecer una estrategia para medir un atributo.	<p>1. “[...] vean que esta lámina describe totalmente cómo se debe escribir una ecuación química [...] <i>en principio esto es lo que hay que hacer</i> [...]” (D2).</p> <p>2. “para determinar la energía de una relación electromagnética aplicamos la relación de Planck es $E=hf$, donde h es la constante de Planck y f es la frecuencia [...] para poder determinar frecuencias, la frecuencia es el inverso de la longitud de onda [...] de aquí sacamos el valor de la frecuencia [...] <i>despejamos frecuencia y sustituimos en la ecuación de</i>” (D1).</p>

Seguimiento de la Tabla 17

Indicador	Ejemplo de las verbalizaciones del profesorado
4. Dar significado a las medidas que resultan de algún cálculo.	<p>1. “[...] dos hierros de un lado, dos hierros del otro lado, 3 por 2 seis hidrógenos, por un lado, 2 por 2, 6 hidrógenos por el otro lado, tres sulfatos de un lado, tres sulfatos del otro lado y ya quedó balanceada” (D2).</p> <p>2. “la velocidad de la luz en el vacío es igual a 3.00×10^8 m/s” (D1).</p> <p>3. “Y que no importa si es enlazante o no enlazante <i>vale por dos electrones, cada raya vale por dos electrones y el par solitario vale por dos electrones...</i> en un enlace simple tengo dos electrones, en un enlace doble tengo cuatro electrones... el enlace ya sea simple, doble o triple y el par de electrones vale por un dominio de electrones” (D2).</p> <p>“uno puede medir la densidad de una sustancia, uno puede medir el volumen o la masa, entonces es importante saber medir y cómo medir y en qué unidades; entonces la medición es importante de hacerla bien porque, a partir de la medición, vamos a poder cuantificar cierta propiedad” (D).</p>
5. Transformar expresiones (u objetos matemáticos) mediante equivalencias dadas por procesos algorítmicos.	<p>“Yo puedo <i>convertir</i> cualquier masa en su equivalente molar” (D2).</p> <p>“Entonces, ahora vamos a ver las fórmulas matemáticas que nos permiten convertir las mediciones de temperatura desde una escala a otra escala” (D).</p> <p>“esto matemáticamente se pueden expresar de esta manera: una constante por una frecuencia” (D).</p> <p>“Grados Kelvin es igual a los $^{\circ}\text{C} + 273,15$, eso es un factor constante que siempre se va a sumar a los $^{\circ}\text{C}$ medidos para obtener los grados Kelvin. Lo que significa que a 0°C van a haber 273 grados Kelvin o que en 100°C van a haber 373 grados Kelvin” (D2).</p> <p>“cuando el termómetro marca 0°C va a ser <i>equivalente</i> a 32°F. Cuando el termómetro marca 100°C, va a ser equivalente a 212°F” (D1).</p>

En las siguientes Figuras (2, 3 y 4) se puede evidenciar que el grupo de docentes realiza operaciones numéricas, o bien simbólicas, ya sea para explicar un concepto, una propiedad o para dar ejemplos específicos. Igualmente, para realizar operaciones y dar significados a los valores que obtienen producto de estas.

FIGURA 2. Imagen proporcionada por el docente D

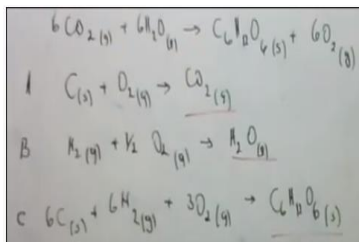


FIGURA 3. Imagen proporcionada por el docente D1

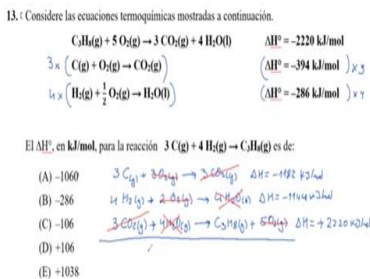
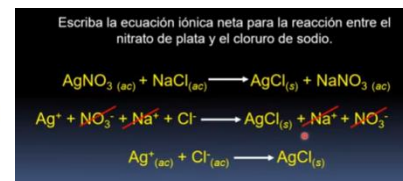


FIGURA 4. Imagen proporcionada por el docente D2

Composición porcentual de un elemento en un compuesto =

$$\frac{n \times \text{masa molar del elemento}}{\text{masa molar del compuesto}} \times 100\%$$



RELACIONAR

En lo que respecta a la dimensión relacionar, se encontró que el profesorado examina una cualidad o bien todas las posibles propiedades en un primer objeto con tal de vincularlo con otro. También, analizan las propiedades que son inherentes entre objetos de la Química estableciendo las semejanzas y diferencias entre estos.

TABLA 18

Matriz integrada de resultados de la dimensión relacionar según criterio

Indicador	Ejemplo de las verbalizaciones del profesorado
1. Identificar una cualidad, o bien todas las posibles propiedades, en un primer objeto que le permite vincularlo con otro u otros objetos.	<ol style="list-style-type: none"> 1. “usando el concepto de cuantos... plantea una ecuación que explica la <i>relación</i> entre las longitudes de onda y la temperatura” (D). 2. “Balmer, vio conjunto de valores numéricos, él dijo ok, yo puedo encontrar una <i>relación matemática</i> que los una [...] y encontró una fórmula que puede explicar matemáticamente de dónde venía esos valores y que están <i>correlacionados</i> matemáticamente” (D2). 3. “<i>Hay una relación</i> directamente proporcional” (D1).
2. Analizar las propiedades inherentes a un objeto en relación con otros.	<ol style="list-style-type: none"> 1. “lo que esté a la izquierda de la flecha se van a llamar reactivos y lo que esté a la derecha se van a llamar productos, los diferentes reactivos y productos se separan entre ellos con un símbolo más, hay que usar las fórmulas correctas de elementos o compuesto” (D2). 2. “a mayor frecuencia menor longitud de onda, a menor frecuencia, mayor longitud de onda [...] si aumenta la longitud de onda disminuye la frecuencia y si aumenta la frecuencia disminuye la longitud de onda” (D1).
3. Emplear propiedades inherentes entre los objetos.	<ol style="list-style-type: none"> 1. “L representa la forma del orbita, L define la forma que observamos para el orbital” (D1). 2. “[...] todo lo que entra al sistema es positivo, todo lo que sale del sistema es negativo [...] en termodinámica vamos a tener signos y los signos representan dirección de flujo” (D). <p>“Porque la idea es que los componentes originales de la mezcla retienen las <i>propiedades</i> originales de ellas” (D2).</p>
4. Establecer semejanzas y diferencias existentes entre los objetos involucrados.	<ol style="list-style-type: none"> 1. “deben establecer la equivalencia entre la letra y el número” (D1). 2. “resulta que por equivalencia la molécula de agua [...] el hidrógeno tiene una masa molar de 1,01 gramos por cada mol de hidrógeno; y el oxígeno tiene una masa molar de 16 gramos por cada mol de oxígeno” (D). 3. “La onda de arriba es de baja frecuencia, pero de alta longitud y la onda de abajo es de alta frecuencia, pero de baja longitud. Entonces podemos encontrar una relación inversamente proporcional entre longitud de onda y frecuencia” (D1). 4. “El método más sencillo es la electrólisis... si usted puede separar una sustancia pura en cosas más sencillas, usando un método químico <i>tiene una categoría</i> y si no la puede separar tiene <i>otra categoría</i>” (D2).

En las Figuras 5, 6 y 7 se puede observar que el grupo de docentes forma relaciones para la identificación de las semejanzas y diferencias entre el grupo de objetos, además de establecer vínculos entre propiedades de los objetos involucrados.

FIGURA 5. Imagen proporcionada por el docente D1

Relaciones de masa en las reacciones químicas

FIGURA 6. Imagen proporcionada por el docente D

Enlace iónico

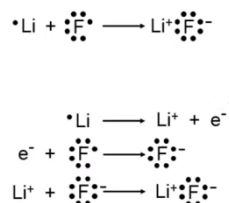


FIGURA 7. Imagen proporcionada por el docente D2



Nótese que el profesorado emplea el término "enlace" para definir objetos de la Química, particularmente enlaces químicos que, de acuerdo con las definiciones otorgadas en las clases, se define y se entiende como la fuerza que une a los átomos para formar compuestos químicos. Además, al adentrarse en la definición del término enlace, este es definido por la RAE como una cosa que relaciona o une dos o más cosas o elementos. Por lo que el estudiantado requiere de la habilidad para establecer relaciones, identificar cualidades o propiedades en un primer objeto para vincularlo con otros objetos.

CLASIFICAR

En el caso de la dimensión clasificar, se pudo constatar que el grupo de docentes efectúa una notoria clasificación de los objetos de la Química y el grupo de estudiantes debe considerar las diferentes clasificaciones de dichos objetos químicos para llegar a ciertos resultados, según el tipo de ejercicio que se le presente. Además, el profesorado define un universo de clases en las cuales los objetos poseen características que son mutuamente exclusivas y excluyentes entre los objetos o elementos estudiados, identificando propiedades en estos objetos que le permiten diferenciarlos de los demás. Igualmente, los docentes analizan los conceptos asociados a la estructura de dichos objetos de la Química diferenciando los uno de los otros; también, los agrupan en categorías, permitiéndoles reunirlos en diferentes clases proporcionándoles las características necesarias y suficientes para situarlo dentro de una clase. En la Tabla 19 se ejemplifica lo indicado según criterio de observación, asimismo en las figuras siguientes.

TABLA 19

Matriz integrada de resultados de la dimensión clasificar según criterio

Indicador	Ejemplo de las verbalizaciones del profesorado
1. Definir un universo de clases que sean mutuamente exclusivas entre elementos.	<p>1. “la materia la debemos <i>clasificar</i> para poderla entender [...] y la materia en Química la <i>clasificamos</i> con respecto a su composición... en el esquema general de la materia tenemos dos <i>grandes categorías</i> [...] las sustancias puras y las mezclas, y dentro de estas dos <i>categorías</i> tenemos dos categorías más [...]” (D).</p> <p>2. “yo puedo <i>clasificar</i> procesos, entonces, dependiendo del calor intercambian. El que recibe calor es endotérmico y el que bota calor es exotérmico” (D2).</p> <p>3. “La química este es en sí una <i>clasificación</i>, entonces es para comprender la <i>clasificación</i> de la materia” (D1).</p>
2. Identificar alguna propiedad en el objeto que le permita diferenciarlo de otros objetos.	<p>1. “cada radiación electromagnética tiene componentes específicos, tiene una longitud específica, tiene una frecuencia específica y una amplitud específica [...] a partir de las distintas combinaciones se pueden obtener distintas radiaciones” (D1).</p> <p>2. “Es una forma de materia que tiene propiedades intrínsecas, propiedades específicas que te ayudan a identificar esas” (D).</p> <p>3. “El oro es un elemento, pero es una sustancia pura también, porque tiene propiedades que la identifican” (D2).</p>
3. Analizar conceptos asociados a la estructura del objeto o elemento que le permitan diferenciarlo de otros objetos.	<p>1. “el espectro electromagnético existe gracias a la <i>clasificación</i> de los hallazgos de [...] en este espectro esa <i>clasificación</i> está ordenando de acuerdo a [sic] su energía” (D1).</p> <p>2. “Y vamos a ir <i>clasificando</i>, para poder entenderlas y reconocerlas” (D2).</p> <p>3. “Yo puedo clasificarlas dependiendo de si yo las puedo o no separar en cosas más sencillas, usando métodos químicos” (D).</p>
4. Agrupar objetos o elementos en categorías denominadas clases.	<p>1. “en cualquier molécula de dos o más átomos nosotros tenemos <i>dos posibilidades</i>; o tenemos <i>enlaces</i> simples, enlaces dobles, enlaces triples o puedo tener pares de electrones no enlazados...” (D2).</p> <p>2. “existen <i>distintas series de divisiones anatómicas</i>... y estas series de emisiones se encuentran en una región de espectral; es decir ya sea ultravioleta, visible o infrarroja” (D1).</p> <p>3. “Cuando las partículas del componente minoritario son muy grandes, yo puedo distinguir fácilmente las dos fases” (D).</p>
5. Proporcionar características a un objeto o elemento para situarlo dentro de una clase.	<p>1. “aquí podemos ver la forma de los orbitales [...] cada forma específica corresponde a un tipo de orbital” (D).</p> <p>2. “se le llama mezcla homogénea cuando usted combina 2 o más sustancias puras y en esa mezcla no se diferencian sus componentes, visualmente no logras diferenciar sus componentes” (D1).</p> <p>3. “Sus propiedades físicas no cambian ¿Ok? Y eso es una característica muy importante de las mezclas en química... Las sustancias que componen una mezcla retienen sus propiedades e identidad original” (D2).</p>

Seguimiento de la Tabla 19

Indicador	Ejemplo de las verbalizaciones del profesorado
6. Identificar características de un objeto para situarlo dentro de una clase.	1. "Todas tienen cierta cantidad de masa [...] todos tienen <i>diferente cantidad</i> de masa, su cantidad de materia es distinta, la masa es distinta... estos cinco elementos tienen cantidad de masa distinta, pero tienen la misma cantidad de átomos..." (D1). 2. "esos dos bulbos pueden ubicarse en tres orientaciones distintas" (D). 3. "se está ordenando de acuerdo a [sic] su energía [...] lo que está aquí al lado izquierdo son las radiaciones de baja longitud o de alta frecuencia. 4. Las radiaciones de alta frecuencia son: los rayos Gamma, los rayos X, o los rayos ultravioletas. Las radiaciones de bajas frecuencias serían: las ondas de radio, la televisión..." (D2). 5. "La diferencia que existe entre unas y otras está en el tamaño de la partícula minoritaria". (D)

Nótese que, desde esta clasificación, el profesorado está definiendo un universo de clases que son mutuamente exclusivas entre elementos; además, identifica propiedades en el objeto que lo diferencian de los demás, agrupándolos en categorías denominadas clases. Es importante mencionar que el grupo de jueces coincidió en que el profesorado realmente emplea la clasificación como una categoría básica para lograr comprender la estructura química en general, estableciendo que sin esa clasificación sería imposible trabajar con los elementos y poderlos reconocer como tales. Además, se realizan clasificaciones para lograr establecer una generalización. Es importante destacar que, en muchas ocasiones, el profesorado empleaba más la generalización para clasificar los objetos de la Química. Cabe mencionar que, dentro de esta clasificación, también se emplea la relación; ejemplo de eso es el caso de "enlace", por lo que dentro de la dimensión de clasificar es importante disponer de la relación (ver Figuras 8, 9 y 10).

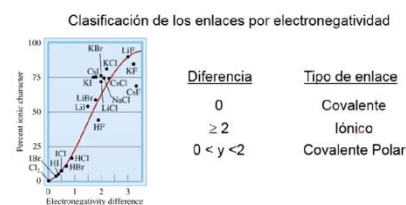
FIGURA 8. Imagen proporcionada por el docente D



FIGURA 9. Imagen proporcionada por el docente D2

Clasificación y estudio de los principales tipos de reacciones químicas

FIGURA 10. Imagen proporcionada por el docente D1



EJEMPLIFICAR

Con referencia a la dimensión ejemplificar, el grupo docente diseña situaciones guiadas, dadas por un caso previo y distintivo. Además, proporciona valores a las expresiones, aun de manera implícita, a los elementos que representan cierta cantidad, generando valores a dichas expresiones para determinar propiedades que son otorgadas en un enunciado previamente establecido. Cabe mencionar que, en la mayoría de los casos, el profesorado emplea la terminología *hagamos un ejemplo de esto, por ejemplo, haremos un caso como ejemplo*.

En el caso (1) del criterio (2), el profesor explicó la probabilidad de encontrar un electrón en alguna región otorgando valores al objeto Ψ^2 ; está indicando que el Ψ^2 está representando cierta cantidad, pero otorgándole ese valor de manera aleatoria. Además, nótese que en el caso (1) y (2) del criterio 1, los docentes diseñan situaciones en las que deben otorgar valores a las expresiones mediante un caso previo y distintivo y que representan cierta cantidad.

TABLA 20

Matriz integrada de resultados de la dimensión ejemplificar según criterio

Indicador	Ejemplo de las verbalizaciones del profesorado
1. Diseñar una situación guiada por un caso concreto previo y distintivo.	1. “el balanceo se hace por un método que se llama tanteo y error; ¿qué significa eso?, pongan números enteros hasta que todos lo que esté a la izquierda sea igual a todo lo que está a la derecha por tipo de átomo [...] los enteros más pequeños posibles” (D2). 2. “cuando una muestra de cobre es bombardeada con electrones, se producen rayos x. Calcule la energía que contienen los electrones si se sabe que la longitud de onda de los rayos x es 0.154 nm” (D). 3. “puede utilizar métodos físicos para separarlas” (D1). 4. “Haciendo la ecuación balanceada. Si yo tengo 8,8 de estibina ¿Cuánto debería yo tener equivalente de hierro? Pues regla de 3, debería de tener el triple 3 por 8 = 24, llevo 2, 3 por 8 = 24 + 2 = 26. Yo debería de tener 26,4, suponiendo que lo trabajo, así como con 3 o si lo quieren lo vamos redondeando, 26 moles de hierro es lo que yo recibiría”. (D1) 5. “¿Cuántos azufres hay? 3, entonces tengo que multiplicar por 3. 32 por 3, <i>a grosso modo</i> [sic], eso va a dar 96 y pico ¿Verdad? 97. Sumas las 2 del antimonio más las 3 del azufre y le debería de darles, aproximadamente, 339,71” (D2).

Seguimiento de la Tabla 20

Indicador	Ejemplo de las verbalizaciones del profesorado
2. Proporcionar valores a las expresiones, elementos o términos que representan cierta cantidad o expresión.	<p>1. “si usted <i>evalúa</i> Ψ^2 en un cierto valor de posición, le dice a usted que aquí hay un 75% de probabilidad de encontrar al electrón, aquí hay un 15% de encontrar al electrón, aquí hay un 0% de probabilidad de encontrar al electrón” (D).</p> <p>2. “la sustancia más común en el planeta, se le asignó un valor de 1 g/cm³ exacto a 4 °C. Ahora, la densidad del agua permanece prácticamente invariable entre 4 y, qué se yo, casi 100 °C es aproximadamente 1, entonces al agua se le asignó una densidad de 1, 1,00 digamos” (D2).</p> <p>3. “El prefijo “kilo” te representa una multiplicidad o proporcionalidad de 1000. Prefijo “mega” te representa una multiplicidad de 1000000 o 10 a la 6, podemos tener mega metros, podemos tener mega gramos, podemos tener megabytes. Los “giga” nos dan una multiplicidad por 10 a la 9, los “tera” me dan una multiplicidad por 10 a la 12; los terabytes, los terámetros, los terasegundos. El prefijo “centi” me da una multiplicidad de 1 entre 100 o 10 a la -2 o 0,01, entonces se vienen los centímetros. Los “deci” 0,1, los decímetros. Los “mili” es 10 a la -3 o 1 entre 1000, nos dan multiplicidad de 0,001 metros” (D1).</p>
3. Generar valores a las expresiones, términos o proposiciones para determinar propiedades otorgadas en un enunciado previo.	<p>1. “Como el ácido clorhídrico está en exceso, verdad, ahí como 2 veces eso, a puro ojo, entonces a mí me va a sobrar ácido clorhídrico ¿Cuánto? Vean que estoy haciendo en moles, 0,058 moles de ácido clorhídrico; ahora sí, 0,058 mol de ácido clorhídrico y ahora le tengo que dar vuelta al asunto, por cada mol de ácido clorhídrico, yo tengo una masa de 36,463 gramos, entonces 0,058 por 36,463, eso da 2,11 gramos, entonces, si se fijan, realmente la respuesta correcta es la E” (D2).</p> <p>2. “vamos a hacer ese ejercicio, una pieza metálica de platino con una densidad de 21,5 g/cm³ tiene un volumen de 4,49 cm³ ¿Cuál es su masa?... el volumen por densidad me va a dar igual a la masa, entonces masa es igual a densidad por volumen. Ok, vamos a ver, 4,79 g de platino. Masa por densidad, aquí hay 29,5, revisen, revisen este cálculo si está correcto, con sus calculadoras. Masa por densidad, no masa por densidad no, densidad por volumen es igual a masa, densidad por volumen” (D1).</p>

Puede notarse en la Figura 11 que el docente le otorga valores a la variable n para determinar las transiciones de electrones para el átomo de hidrógeno. A su vez, estos valores otorgados le permiten establecer una generalización al respecto. En el caso de docente D1 (Figura 12), lo que está ejemplificando es el cambio químico de los elementos, igual ocurre con el docente D2 (Figura 13).

FIGURA 11. Imagen proporcionada por el docente D

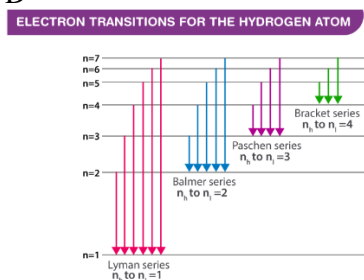


FIGURA 12. Imagen proporcionada por el docente D1

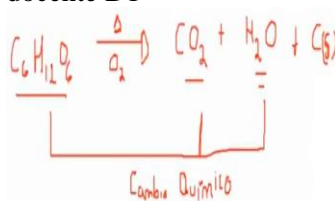
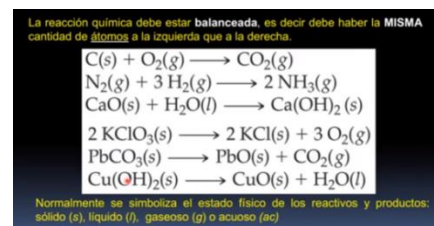


FIGURA 13. Imagen proporcionada por el docente D2



Cabe mencionar que los jueces coincidieron en que el profesorado está considerando atributos que pueden medirse, además le está proporcionando valores a los elementos dentro de la reacción Química. En este sentido, se puede considerar que el profesorado calcula para ejemplificar pero, al mismo tiempo, otorga valores a las expresiones para establecer, o bien, determinar propiedades en el objeto.

VALIDAR

En el caso de validar, se observó en los videos de las clases que el profesorado genera juicios valorativos sobre objetos de la Química empleando comprobación y verificación de acuerdo con un enunciado previo. Además, emplean conjeturas con respecto a las proposiciones finales de acuerdo con las proposiciones iniciales, elaborando explicaciones a partir de dichas premisas. Es importante resaltar que, en la mayoría de los casos, el grupo docente empleaba la verificación de la falsedad o veracidad entre ciertas igualdades, expresiones o proposiciones en general. De esta manera, confirmaban si el proceso (procedimiento) usado permitía llegar a la respuesta. Lo mencionado se puede evidenciar en las verbalizaciones proporcionadas en la Tabla 21.

TABLA 21

Matriz integrada de resultados de la dimensión validar según criterio

Indicador	Ejemplo de las verbalizaciones del profesorado
1. Generar un juicio valorativo sobre un objeto de acuerdo con la comprobación empírica de alguna proposición.	1. “El efecto fotoeléctrico es algo que se encontró así por mera casualidad, no era tan evidente” (D). 2. “No es algo físico per se, <i>es una expresión matemática que se modela mediante una ecuación</i> ” (D2). 3. “Como si fuera poco, no basta con hacer la fórmula hay que poner, aparte de la ecuación balanceada, se deben escribir los estados físicos de los reactivos y productos hasta donde se pueda” (D2). 4. “Un número exacto viene de una definición, oigan mis palabras, número exacto viene de una definición” (D1).
2. Conjeturar con respecto a las proposiciones finales, de acuerdo con las propuestas iniciales.	1. “Si L vale cero, m vale cero; si L vale 1, mL puede tener tres posibles valores - 1, 0, ó 1; si L vale 2, mL puede tener cinco posibles valores: -2, -1, 0, ó 2” (D1). 2. “Entonces, números pequeños poblacionales sí son exactos porque sí tienen una persona, usted no tiene media persona, $\frac{3}{4}$ de persona. Números muy grandes, ya no son exactos” (D2).
3. Elaborar explicaciones a partir de premisas establecidas u otorgadas.	1. “Bohr cuantiza las órbitas electrónicas. Él lo que había propuesto en su modelo atómico es que estas órbitas en las cuales viven los electrones están cuantizadas, los electrones solo pueden vivir en estas órbitas, y ellos podían moverse entre una órbita y otra, ganando o perdiendo energía” (D).

Seguimiento de la Tabla 21

Indicador	Ejemplo de las verbalizaciones del profesorado
4. Verificar la veracidad o falsedad entre igualdades, expresiones o proposiciones.	1. “Con esto uno confirma que hay cambios químicos” (D1). 2. “en esas órbitas uno no puede caer en medio” (D). 3. “vamos a ver si esto que está acá es un conjunto permitido o no permitido [...] el 2 está en el rango de n menos 1, [...] 1, 0 está en el ámbito desde 0 a n menos 1, ahora la pregunta es -2 está en el ámbito de más 1 a menos 1, no, entonces como este no sirve este conjunto no está permitido” (D). 4. “ya que terminé chequeo dos cosas, primero que esté realmente balanceado y segundo que esté usando los números más pequeños posibles” (D2).

En el caso (1) del criterio (1), aunque el profesor no realiza una comprobación empírica sobre el objeto, sí realiza un juicio de valor sobre este; en este caso, es sobre el efecto fotoeléctrico. Para el caso (1) del criterio (3) el docente está explicando a partir de ejemplos, esto lo efectúa a partir de una imagen la cual va construyendo mientras hace la explicación. Además, elaboran explicaciones a partir de premias establecidas (D2), a partir de la estructura que se muestra en la Figura 14, explica cuál es el significado y cómo interpretar los objeto que se encuentran ella. Cabe resaltar que dicho docente está proporcionando valores a los elementos que representan cierta cantidad.

FIGURA 14. Imagen proporcionada por el docente D

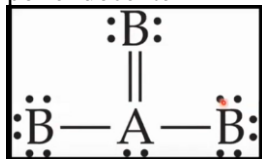


FIGURA 15. Imagen proporcionada por el docente D1

$$E = h \times \nu$$

$$E = h \times c / \lambda$$

$$E = 6.63 \times 10^{-34} \text{ (J.s)} \times 3.00 \times 10^8 \text{ (m/s)} / 0.154 \times 10^{-9} \text{ (m)}$$

$$E = 1.29 \times 10^{-15} \text{ J}$$

GENERALIZAR

En cuanto a la dimensión generalizar, tanto en las clases de Química general e Introducción a la Química, se evidenció que el cuerpo docente reconoce de forma explícita una propiedad que es común en, o conforme a, un conjunto de objetos de la Química. Además, hacen explícito el patrón dentro de unas proposiciones o bien expresiones que son empleadas en las clases. Cabe mencionar que, en las clases observadas, el profesorado contrasta las reglas que caracterizan un mismo patrón numérico expresando de manera simbólica, ya sea verbal o icónica, geométrica o algebraica dicho patrón. Igualmente, desarrolla reglas, ideas o conceptos generales a partir de ejemplos específicos, estableciendo concordancias y jerarquías entre dos o más elementos de una misma clase. También,

hacen manifiesto diferentes relaciones recursivas según o conforme a un conjunto de objetos. Lo indicado se puede constatar en la Tabla 21 y en las Figuras 17, 18 y 19. Por ejemplo, en la Figura 17 se puede notar el patrón que se establece de manera numérica en las frecuencias y en la longitud de onda. Igualmente, en la Figura 18, en las que, al ir otorgando valores a la variable, esta va cambiando la transición del átomo de hidrógeno.

TABLA 22

Matriz integrada de resultados de la dimensión generalizar según criterio

Indicador	Ejemplo de las verbalizaciones del profesorado
1. Reconoce explícitamente una propiedad común en, o conforme a, un conjunto de objetos.	1. “n lo que representa entonces es la distancia respecto al núcleo [...] esas órbitas son específicas, porque no puede caer en medio [...] entonces, para efectos prácticos uno asume que n solo puede tener valores enteros y positivos [...] esas distintas órbitas representarían n” (D). 2. “son todos los enteros y los enteros más pequeños posibles” (D2). 2. “Un electrón siempre va a tener una cantidad de energía equivalente a del orbital en el cual está viviendo” (D). 3. “ m_l representa la orientación en el espacio del orbital, los valores de m_l dependen de L, pueden asumir valores que van desde menos L hasta más L” (D). 4. “Toda radiación electromagnética se determina conociendo su longitud y su frecuencia” (D1). 5. “ Todas estas regiones tienen una característica específica” (D1).
2. Reconocer un patrón dentro de unas proposiciones o expresiones que son otorgadas.	1. “Cuando L vale 0, decimos que es un orbital de tipo S, cuando L vale 1, es un orbital de tipo P, cuando L vale 2 es un orbital de tipo d, cuando L vale 3 es un orbital tipo f, y de aquí en adelante avanza en orden alfabético, 4g, 5h, 6i, y así sucesivamente” (D).
3. Contrastar reglas que caracterizan un mismo patrón (numérico o no numérico).	1. “En solo puede tener valores entre positivos, entre mayor sea el n mayor será la energía asociada con el orbital” (D). 2. “Esto que está aquí son reglas que se describen matemáticamente los orbitales” (D). 3. “ Toda ecuación que me representa una reacción química se lee siempre de izquierda a derecha” (D2).
4. Expresar de manera simbólica (ya sea verbal, icónica, geométrica o algebraica) un patrón determinado.	1. “Se puede generar una <i>expresión más general</i> [...], y encuentra una expresión que se aplica a todos los elementos ... encontró una expresión que explicaba a los espectros de línea para todos los elementos ” (D). 2. “los cambios químicos ocurren <i>siempre</i> en reacciones químicas, por ejemplo: si usted mezcla azúcar con agua eso no es una reacción química, eso es una disolución...pero si usted mezcla bicarbonato de sodio con vinagre, ahí sí hay una reacción química; o la alca-Seltzer en agua, ahí sí hay una reacción química” (D1).
5. Identifica una relación recursiva en un conjunto.	1. “Los valores de L dependen de n, L solo puede asumir valores que van desde el 0 hasta n-1” (D). 2. “dado que son electrones y tienen cargas negativas, vamos a suponer que en el espacio las cargas entre sí van a estar separadas por recursión, por recursión de carga” (D2).

Seguimiento de la Tabla 22

Indicador	Ejemplo de las verbalizaciones del profesorado
6. Desarrolla reglas, ideas o conceptos generales a partir de ejemplos específicos.	1. “entendemos el concepto de lo que es n” (D) 2. ver figura 17, “cuando hablamos de subnivel estamos hablando de L igual a 3 [...] entonces, por ejemplo, en el subnivel 3d, en el orbital 3d tenemos...n igual a 3, L igual a 2[...]” (D1).
7. Establecer concordancias y jerarquías entre dos o más elementos de una misma clase.	1. “4 es menor a 5 y luego de 4 sigue 4, 4 es menor a 5, como el número que voy a quitar es menor a 5 y eso es importante, que el número que voy a quitar, el número que voy a quitar en blanco es menor a 5, el número a la izquierda queda intacto” (D2).

Es importante recordar que las *relaciones recursivas* se emplean para definir elementos de un conjunto en términos de otros elementos, y que *recursividad* en una función matemática, propiamente, define valores de las funciones para algunas entradas en términos de los valores de la misma función para otras entradas, así por ejemplo el *n factorial* $n!$ está definido por $0! = 1$, y $(n + 1)! = (n + 1)n$. Esto se evidencia en la Figura 17.

FIGURA 16. Imagen proporcionada por el docente D

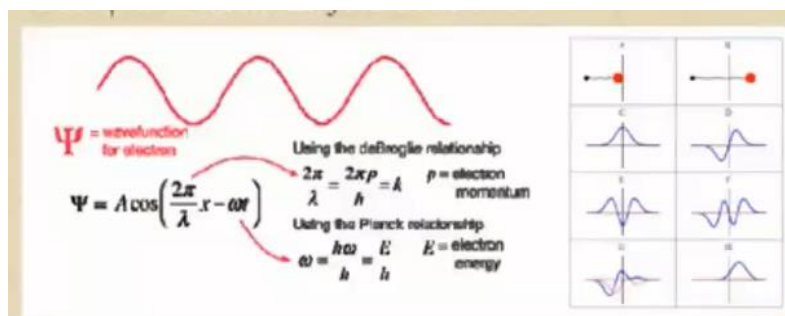
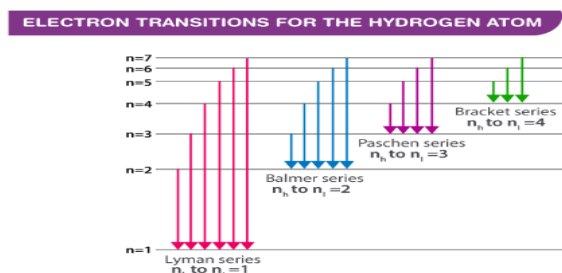


FIGURA 17. Imagen proporcionada por el docente D1

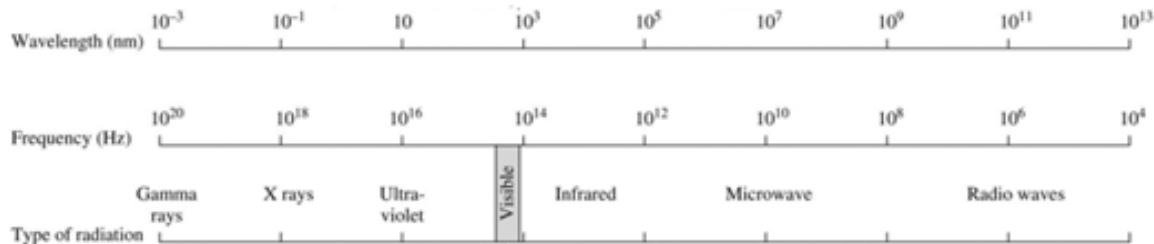
1º Núm.	2º Núm.	3º Núm.	Capa	Subcapa	Orbitales en capa	Orbitales en subcapa
n	$0 - (n - l)$	$-l - +l$	n	nl	n^2	$2l + 1$
1	0 = s	0	1	1s	1	1
2	0 = s 1 = p	0 -1, 0, +1	2	2s 2p	4	1 3
3	0 = s 1 = p 2 = d	0 -1, 0, +1 -2, -1, 0, +1, +2	3	3s 3p 3d	9	1 3 5
4	0 = s 1 = p 2 = d 3 = f	0 -1, 0, +1 -2, -1, 0, +1, +2 -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3	4	4s 4p 4d 4f	16	1 3 5 7

FIGURA 18. Imagen proporcionada por el docente D1



En la Figura 19 puede evidenciarse explícitamente el establecimiento de un patrón donde el docente explica las propiedades comunes entre los objetos, los valores para Wavelength, Frequency and Type of radiation.

FIGURA 19. Imagen proporcionada por el docente D2



Además, explícitamente reconocen un patrón dentro de una estructura. Nótese que en la Figura 17, el profesor expresó de manera simbólica un patrón determinado. En el caso (1) del criterio (5) el profesor, también, estableció una regla a partir de un mismo patrón numérico. Cabe mencionar que el profesorado está tratando de reconocer una propiedad que le es común al conjunto de objetos, generalizando dichas estructuras. Además, desarrolla reglas, ideas o conceptos generales a partir de ejemplos específicos. Por otra parte, el cuerpo docente identifica relaciones recursivas dentro de un conjunto dentro de un dominio específico, esto se identifica en las frases de la Tabla 23.

TABLA 23

Palabras claves empleadas por el grupo de docentes según categorías del constructo

Dimensiones	Palabras clave
Calcular	Vale por, hay que hacer el cálculo
Relacionar	Enlace, une, semejanza
Clasificar	Tipos, clases, categorías, separar
Ejemplificar	Por ejemplo, hagamos un ejemplo, como en el ejemplo
Validar	Verifiquemos
Generalizar	Todas, para todos los elementos, siempre se va a cumplir, identificamos un patrón, en general

6.5. CONCLUSIONES

Primeramente, se logró construir una escala de observación con indicadores que permiten identificar rasgos del constructo Habilidades de Razonamiento Cuantitativo en las clases de Química, con evidencias de contenido. Igualmente, se pudo constatar que una confiabilidad robusta (0.81) entre los jueces que efectuaron las observaciones de las clases.

Por otra parte, se logró identificar que el grupo de docentes empleaba habilidades de razonamiento cuantitativo en las explicaciones de sus clases, confirmándose en las verbalizaciones señaladas en cada una de las tablas y figuras que se muestran en páginas anteriores. Por lo tanto, se evidencia que el conjunto de estudiantes requiere las habilidades calcular (entendido como la cuantificación para otorgar significado a las medidas), efectuar relaciones, clasificar (fuertemente evidenciado), ejemplificar, validar y generalizar. Además, requieren confirmar ciertas propiedades verificando la falsedad o veracidad de ciertas proposiciones.

Finalmente, se identificaron áreas de contenido que son consideradas como áreas temáticas para la medición del razonamiento cuantitativo en la Prueba de Habilidades Cuantitativas. Se trata de elementos de la aritmética (en el caso del cálculo numérico y simbólico, las relaciones, razones y proporciones), el álgebra (en la simplificación de ecuaciones química, llamadas reacciones y cargas), geometría (donde se estudió la geometría de dominio y la geometría molecular) y el análisis de datos (que incluyó el estudio de eventos probabilísticos). Esto se puede evidenciar en los análisis previos sobre las habilidades de razonamiento cuantitativo y las imágenes mostradas.

7. RESULTADOS DE LA QUINTA ETAPA: ANÁLISIS DE LA HIPÓTESIS DE ESTUDIO Y OBTENCIÓN DE EVIDENCIAS DE VALIDEZ DE CONSTRUCTO

En esta etapa se presentan las evidencias de validez de constructo y el análisis del efecto en la puntuación que obtuvo el grupo de examinados que realizó la PHC en el año 2020 sobre las puntuaciones que obtuvieron en los cursos de QU-0100 y QU-0108, de acuerdo con el grupo de pertenencia de los sujetos y los procesos de habilidades de razonamiento cuantitativo presentes en las clases de Química general e Introducción a la Química.

7.1 Evidencias de validez de constructo

7.1.1. Participantes

Para la obtención de evidencias de validez de constructo se utilizaron todos los examinados que realizaron la Prueba de Habilidades Cuantitativas en el año 2020 ($n = 3409$), indicados en el marco metodológico de esta investigación.

7.1.2. Instrumentos

El instrumento empleado para este análisis fueron los cuadernillos (folleto 1, 2, 3, y 4) de la Prueba de Habilidades Cuantitativas, descritos en el marco metodológico.

7.1.3. Procedimiento

En primer lugar, se inició por un estudio de Análisis Factorial Exploratorio (AFE) en el que se determinó la unidimensionalidad de las pruebas y se analizó la consistencia interna de cada uno de los cuadernillos mediante el Alpha de Cronbach. Luego, a partir de los procesos de respuesta del grupo de estudiantes, se procedió a solicitar a un grupo de jueces que clasificaran los ítems de acuerdo con el proceso de solución del estudiantado, tal y como se indica en el procedimiento de la segunda etapa. Después de que los ítems fueron clasificados por el conjunto de jueces, estos se agruparon en categorías de acuerdo con las dimensiones del constructo y se llevó a cabo el Análisis Factorial Confirmatorio (AFC), ya que la puntuación de cada examinado en cada ítem está generada por una variable no observada (factor latente) que son producto de variables interrelacionadas. El fin es determinar la estructura que subyace al constructo razonamiento cuantitativo.

Como se mencionó en el apartado metodológico de esta investigación, se estimaron y se verificó el índice de ajuste para cada uno de los cuadernillos, estos índices son: *Root Mean Square Error of Approximation (RMSEA)*, *Standardized Root Mean Square Residual (SRMR)*, *Tucker-Lewis Index*

(*TLI*) y *Comparative Fit Index (CFI)*, los cuales son los principales índices de ajuste de acuerdo con Hun y Bentler (1998). Asimismo, se consideraron los valores estandarizados, la significancia y la relación teórica de acuerdo con las asociaciones planteadas. Además, se recuerda que los análisis de las estimaciones se realizaron con el programa *Lavaan* (Rosseel, 2012) en el ambiente de programación estadística *R Studio*.

Es relevante señalar que en el marco teórico se establecieron como categorías del constructo las dimensiones: relacionar, clasificar, ejemplificar, validar y generalizar; y en el análisis de los protocolos verbales surgió un componente que fue calcular. Por lo tanto, lo que se quiere es mostrar evidencias de validez de constructo, analizando la asociación entre estos factores con el razonamiento cuantitativo. En la Tabla 25 se muestran las clasificaciones de los ítems según categorías, según los jueces, de acuerdo con cada categoría del constructo.

TABLA 24
Especificaciones de los ítems en categorías por cuadernillo

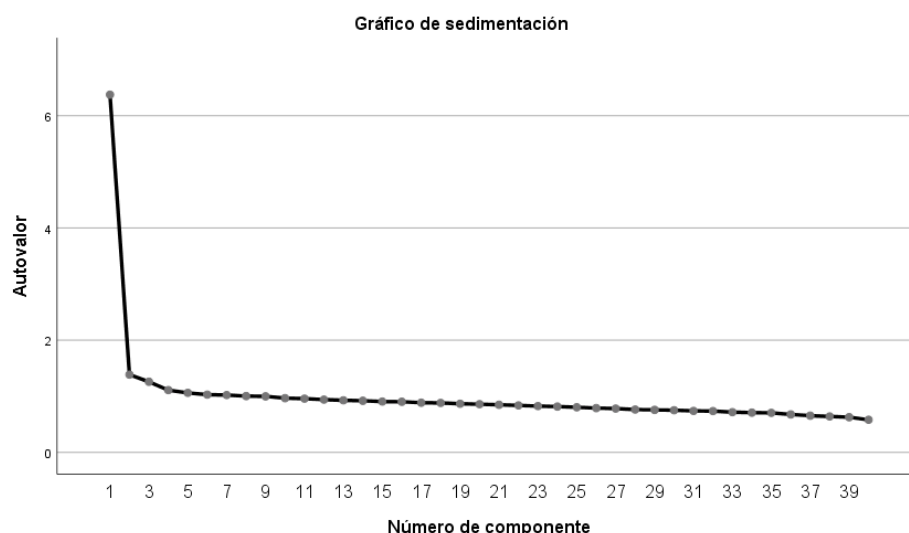
Dimensión	Ítems por cuadernillo			
	C1	C2	C3	C4
Calcular	5, 22, 25, 31, 33	5, 22, 25, 31, 33	5, 22, 25, 31, 33	5, 22, 25, 31, 33
Relacionar	4, 7, 12, 13, 15, 18, 19, 24, 26, 27, 30, 35	4, 7, 12, 13, 15, 18, 19, 20, 24, 26, 27, 30, 35	4, 7, 12, 13, 15, 18, 19, 20, 24, 26, 27	4, 7, 12, 13, 15, 18, 19, 20, 24, 26, 27, 30
Clasificar	34	34	34	34
Ejemplificar	2, 3, 9, 17	2, 3, 9, 17	2, 3, 9, 10, 17	2, 3, 9, 17
Validar	1, 6, 8, 11, 14, 16, 21, 23, 29, 32, 36, 37, 39, 40, 10, 20	1, 6, 8, 10, 11, 14, 16, 21, 23, 29, 32, 36, 37, 39, 40	1, 6, 8, 11, 14, 16, 21, 23, 29, 30, 32, 36, 37, 39, 40	1, 6, 8, 11, 14, 16, 21, 23, 29, 32, 35, 36, 37, 39, 40
Generalizar	28	28	28, 35	10, 28

Cabe mencionar que tanto los ítems 28 y 34 de los cuadernillos C1 y C2 se tuvieron que volver a juzgar para determinar una segunda categoría y clasificarlos, pues con solo un ítem no es imposible hacer inferencias de la estructura del constructo mediante el AFC. Luego del segundo juzgamiento de estos dos reactivos, el 28 pasó a ser de la categoría ejemplificar y el 34 pasó a relacionar. Es importante indicar que lo que se quiere demostrar con este análisis es que el constructo Habilidades de razonamiento cuantitativo es explicado por las dimensiones o categorías indicadas y concluir que la PHC mide dicho constructo, además de identificar cuál categoría carga más en ese constructo.

7.1.4. Resultados

El primer resultado se obtuvo para los cuatro cuadernillos, en la cual se evidenció que la prueba es unidimensional. Es decir, que realmente mide un solo constructo, habilidades de razonamiento cuantitativo. Además, la prueba de significación estadística de esfericidad de Bartlett y el índice *Kaiser-Meyer-Okin* (KMO) fluctúa entre 0.94 y 0.95 ($p = 0.000$) para todos los formularios, lo cual indica que los datos pueden ser sometidos a un análisis factorial. Esto se visualiza en el gráfico de sedimentación en la Figura 20. Por otro lado, la estimación de la consistencia interna entre los reactivos de la PHC (Alpha de Cronbach) oscila entre 0.85 y 0.86 para los cuadernillos, lo que indica una estimación robusta y que el constructo (razonamiento cuantitativo) subyace al conjunto de ítems que integran los cuatro cuadernillos de la prueba.

FIGURA 20. Gráfico de sedimentación para los 4 cuadernillos



El segundo resultado se obtiene del Análisis Factorial Confirmatorio. Con base en este, se puede mencionar que los valores obtenidos indican que los datos se ajustan a la estructura, o modelo, unidimensional. Para las fórmulas 1 y 2 se presenta un ajuste excelente de acuerdo con el modelo teórico (CFI igual a 1.000 y TLI igual a 0.99; CFI igual a 0.99 y TLI igual a 0.99; y un RMSEA igual a 0.014, 0.036, respectivamente), mientras que para la fórmula 3 se obtuvo un ajuste perfecto (CFI y TLI iguales a 1.000 y un RMSEA igual a 0.000); y para fórmula 4 se obtuvo ajuste aceptable (CFI igual a 0.945, TLI igual a 0.89 y un RMSEA igual a 0.143). Cabe mencionar que el RMSEA para las fórmulas 1, 2 y 3 no superan el umbral crítico (0.10), pero el de la fórmula 4 lo supera de manera ligera. Por lo tanto, se acepta el hecho de la unidimensionalidad para los cuatro cuadernillos. Esto es, en gran medida, por la valoración de los jueces en cuanto a la clasificación de los ítems de las fórmulas

1 y 2, ya que se agruparon en cuatro categorías (calcular, relacionar, ejemplificar y validar), mientras que los reactivos de los cuadernillos 4 y 5 se agruparon en cinco categorías (calcular, relacionar, ejemplificar, validar y generalizar). En la Tabla 25 se muestra lo indicado. En las figuras 21, 22, 23 y 24 se muestran los *diagramas Path* de la estructura del modelo de acuerdo con la solución empleando AFC.

TABLA 25

Índices de ajuste para cada cuadernillo del análisis factorial confirmatorio

Número de cuadernillo	χ^2	CFI	TLI	RMSEA	SRMR
1	0.308	1.000	0.999	0.014	0.007
2	0.122	1.997	0.991	0.036	0.014
3	0.449	1.000	1.000	0.000	0.012
4	0.000	0.945	0.890	0.143	0.051

**Comparative fit index (CFI), Turker-Lewis Index (TLI) Root Mean Square Error of Approximation (RMSEA), Standardized Root Mean Square Residual (SRMR), p-value < 0

Es importante aclarar al lector que el término ajuste hace referencia al modelo teórico inicial y que está propuesto en la Tabla 25; explica una variable latente llamado razonamiento cuantitativo. Desde esta perspectiva, se puede decir que empleando el AFC, las variables observadas calcular, relacionar, ejemplificar, validar y generalizar reflejan al razonamiento cuantitativo. En la Figura 21 se puede indicar que las variables que mejor explican el razonamiento cuantitativo, para la fórmula 1, son relacionar, seguido de la variable validar con cargas factoriales iguales a 0.85 y 0.84, respectivamente. La variable ejemplificar es la que peor explica el modelo ya que su carga factorial es de 0.56.

Para la fórmula 2 la variable que menos explica el modelo es calcular (0.09 de carga factorial), mientras que relacionar y validar son las que mejor explica el razonamiento cuantitativo con cargas factoriales de 0.84 y 0.78, respectivamente. En la fórmula 3 las variables validar, relacionar y calcular son las que mejor explican el modelo, con cargas factoriales iguales a 0.84, 0.81 y 0.73, respectivamente. La variable generalizar es la que menos explica el modelo, con 0.45 en carga factorial. Finalmente, en la fórmula 4 las variables que mejor explican dicho modelo son validar, relacionar y calcular, con 0.80 en la carga factorial para las dos primeras variables y 0.74 para calcular. Al igual que para la fórmula 3, generalizar es la variable que menos explicar el modelo.

FIGURA 21. Cargas factoriales para las variables de la fórmula 1

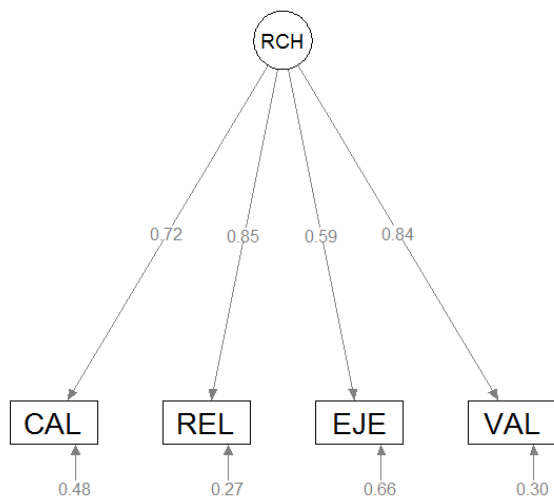


FIGURA 22. Cargas factoriales para las variables de la fórmula 2

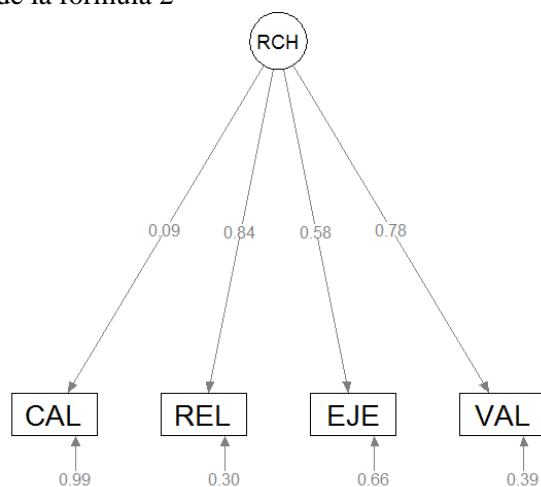


FIGURA 23. Cargas factoriales para las variables de la fórmula 3

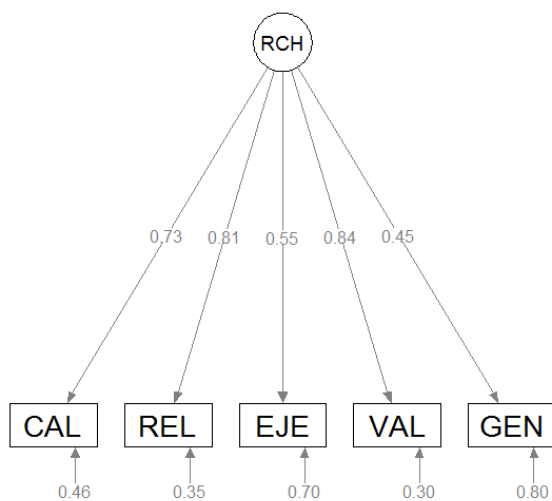
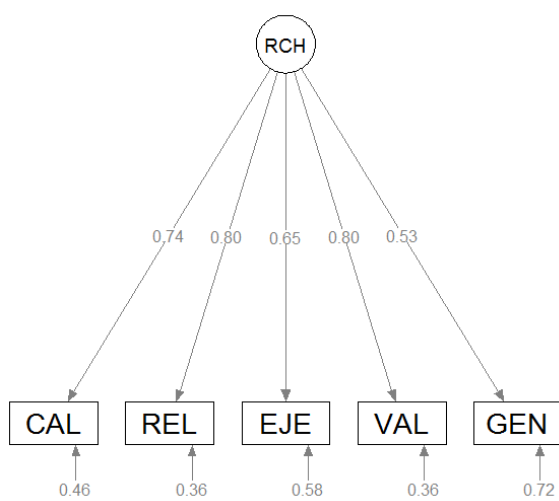


FIGURA 24. Cargas factoriales para las variables de la fórmula 4



7.2. Efecto de las puntuaciones de la PHC en los cursos de Química general e Introducción a la Química

El objetivo de este apartado es mostrar la asociación existente entre las puntuaciones obtenidas por una muestra de personas en la PHC y las que obtienen en los cursos de Química general e Introducción a la Química. Como se indicó en el apartado metodológico de este estudio, teóricamente las habilidades de razonamiento cuantitativo son esenciales para que las personas tengan éxito en áreas de la ciencia, particularmente en Química.

7.2.1. Participantes

Como se indicó en el marco metodológico, los participantes del estudio fueron el conjunto de examinados que aplicaron a la PHC en el año 2020 y que ingresaron a algunas de las carreras en el año 2021: Farmacia, Geología, Ingeniería Eléctrica, Ingeniería Mecánica, Química y que matricularon los cursos Química general o Introducción a la Química, ya que estas tienen en común el curso QU-0100 Química general I en su malla curricular, en el caso de las primeras cuatro carreras, y QU-0108 Introducción a la Química, en el caso de la carrera de Química.

Es importante resaltar que el total de estudiantes considerados para el estudio fue 452, distribuidos de la siguiente manera: Química ($n = 41$), Farmacia ($n = 75$), Geología ($n = 22$), Ingeniería Eléctrica ($n = 160$), Ingeniería Mecánica ($n = 81$), Física y Meteorología ($n = 73$). Las carreras de Física y Meteorología no estaban contempladas inicialmente en el estudio, pero se consideraron debido a que las personas llevaron el curso de Química general, habían efectuado la PHC en el año 2020 y, además, eran de primer ingreso, siendo de vital importancia para el estudio planteado.

7.2.2. Instrumentos

El instrumento empleado para este análisis fueron los cuadernillos (folleto 1, 2, 3, y 4) de la Prueba de Habilidades Cuantitativas de las personas que ingresaron a una de las carreras mencionadas. Pese a que no es un instrumento en sí, es importante mencionar que se usaron las puntuaciones que el conjunto de estudiantes obtuvo en los cursos de Química señalados y que estaban empadronados en alguna de las carreras indicadas para el año 2021.

7.2.3. Procedimiento

El modelo que se planteó es que las puntuaciones que obtuvo el grupo de examinados en la PHC predicen la puntuación que estos obtienen en los cursos de Química general I (QU-0100) e Introducción a la Química (QU-0108), y que no depende del tipo de carrera escogida por el grupo de examinados y tampoco depende del tipo de curso. Además, se planteó que, a mayor puntuación en la PHC, mayor es la nota obtenida por el grupo de examinados en dichos cursos. Esta asociación se estimó mediante un modelo jerárquico lineal considerando las variables: puntuación obtenida por el grupo de examinados en la PHC ($Punt_{PHC}$), las notas obtenidas por el grupo en los cursos de Química (NOTAS_QU), la carrera escogida (CARRERA) y el tipo de curso (CURSO), tal y como se mencionó en la metodología de esta investigación. Cabe mencionar que se utilizaron las notas obtenidas por los sujetos en el primer y segundo ciclo del año 2021. Efectuar las estimaciones mediante el modelo lineal, en general, permite especificar afirmaciones causales que son hipótesis de relación entre variables procedentes de niveles diferentes (Gaviria Soto & Castro Morera, 2005; Acevedo, 2008).

La relación entre las variables: puntuación obtenida por el grupo de examinados en la PHC ($Punt_{PHC}$) y las notas obtenidas por el grupo en los cursos de Química (NOTAS_QU) se representó mediante la ecuación:

$$NOTAS_{QU} \approx b_0 + Punt_{PHC} * b_1 + \epsilon_0 \quad (\text{Modelo 1})$$

Donde b_0 representa el rendimiento esperado en cada uno de los sujetos en las puntuaciones de las notas de Química, cuando la puntuación en la PHC es igual a cero. El coeficiente b_1 es el incremento en el rendimiento medio de las notas en el curso de Química, cuando aumenta la nota en la PHC.

Mientras que la relación entre las variables: puntuación obtenida por el grupo de examinados en la PHC ($Punt_{PHC}$), las notas obtenidas por el grupo en los cursos de Química (NOTAS_QU), la carrera escogida (CARRERA) y el tipo de curso (CURSO), se representó mediante la ecuación:

$$NOTAS_{QU} \approx Punt_{PHC} * b_1 + CARRERA * b_2 + CURSO * b_3 + \epsilon_0 \quad (\text{Modelo 2})$$

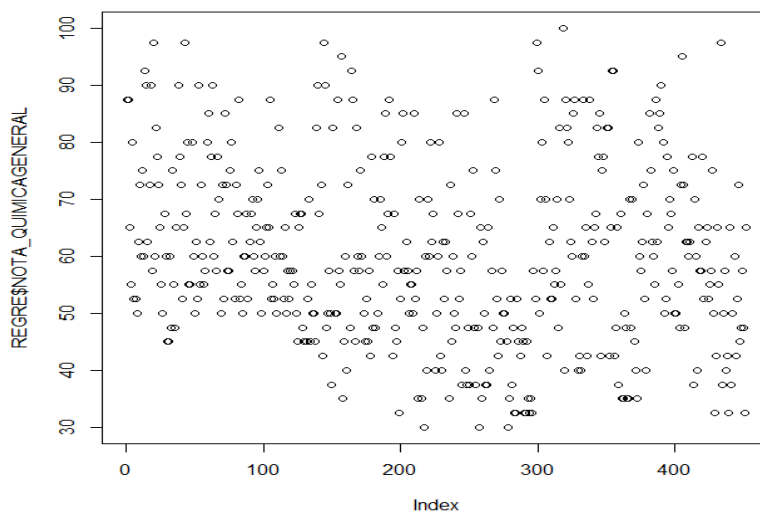
Donde $Punt_{PHC}$ es la variable predictora; b_1 es la puntuación media obtenida por el grupo de examinados en la PHC; b_2 representa la diferencia entre el nivel medio de la puntuación de los sujetos según carrera escogida; b_3 representa la diferencia entre el nivel medio de la puntuación de los sujetos según curso matriculado. Lo que se quiere demostrar es que la escogencia de la carrera y el curso

matriculado no tienen relación directa con las notas que el grupo de estudiantes obtuvieron en el curso de Química, sino que es una relación directa con la puntuación obtenida en la PHC.

Resultados

Como primer resultado, se analizó la asociación entre las puntuaciones que las personas obtuvieron en la PHC y las notas en Química, de manera general. En la Figura 25 se muestra el diagrama de dispersión de las puntuaciones de la variable $NOTAS_{QU}$ y la variable $Punt_{PHC}$.

FIGURA 25. Diagrama de dispersión



En el diagrama no es muy explícita la relación lineal entre la variable notas del curso de Química con la variable notas obtenidas en la PHC. Pero, de acuerdo con la prueba cor.test, sí existe una relación lineal ya que el p -value fue de $1.59e^{-13}$ (< 0.05), lo que rechaza la hipótesis nula y se concluye que sí existe una relación lineal entre las variables estudiadas; el coeficiente de correlación fue de 0.34, teniendo un signo positivo, lo cual implica que por el aumento en las notas de la PHC aumentan las notas en el curso de Química; cabe indicar que la fuerza de asociación es moderada.

En el modelo de regresión, el r-cuadrado ajustado fue de 0.11, lo cual indica que el 11% de la variabilidad de las notas del curso de Química se predice mediante el modelo de regresión efectuado, esto es mediante las notas obtenidas en la PHC. Entonces, para el modelo 1 se tiene que el $b_0 = 52.96$, $NOTA_{PHC}=0.3875$, quedando la ecuación lineal:

$$NOTAS_{QU} \approx 52.96 + 0.3875 * Punt_{PHC}$$

Ahora, con esta ecuación se puede predecir la nota que las personas obtienen en el curso de Química. Así, por ejemplo, un estudiante que obtuvo en la PHC una nota de 90, en el curso de Química obtendría, aproximadamente, una nota de 88; mientras que un estudiante que obtuviera una nota de 15 en la PHC obtendría un 58.77 en el curso de Química. Por lo cual, a mayor nota en PHC mayor nota en el curso de Química.

Con respecto al segundo modelo, con todas las variables (notas en el curso de Química, notas en la PHC, carrera y tipo de curso) introducidas como predictores, se obtuvo que el *r-cuadrado* ajustado fue de 0.1392, lo cual indica que alrededor del 14% de la variabilidad de las notas del curso de Química se predice mediante el modelo 2, teniendo en cuenta tres variables que son: las notas obtenidas en la PHC, el tipo de curso y la carrera. Cabe mencionar que el poder explicativo es mayor para el modelo 1 que para el modelo 2; sin embargo, en ambos modelos las notas de la Prueba de Habilidades Cuantitativas son significativas en la predicción de las notas de Química. El *p-value* del modelo 2 fue $5.318e^{-13}$ ($p\text{-value} < 0.005$) lo cual es significativo, lo que implica que al menos una de las variables aporta al modelo. En la Tabla 26 se muestran las estimaciones para las variables estimadas para el modelo.

TABLA 26

Coefficientes del modelo 2

VARIABLES	Estimadores estandarizados	p-value
NOTA_PHC	0.367	$9.92e^{-12}$
Farmacia	10.60	0.17
Geología	-1.91	0.81
Ingeniería Eléctrica	4.47	0.56
Ingeniería Mecánica	2.17	0.77
Física y Meteorología	10.39	0.66
Química	3.39	0.66
Tipo de curso	-2.26	0.77

Nota. Intercepto: $b_0=51.99$, $p\text{-value}: = 2e^{-16}$

Mediante la estimación de los coeficientes del modelo lineal, se determinó que las variables carrera y tipo de curso no aportan al modelo 2; mientras que la variable NOTA_PHC sí aporta al modelo. Esto porque el *p-value* para la variable NOTA_PHC fue de $9.92e^{-12}$ ($p\text{-value} < 0.005$) siendo significativo; mientras que para las demás variables, el p-valor fue superior a 0.005, esto implica que

por cada unidad que aumenta la puntuación en la PHC. La nota en el curso de Química general e Introducción a la Química aumenta en promedio 0.37 puntos, manteniéndose constantes los demás predictores. Por lo que se tiene $b_0 = 51.99$, $NOTA_PHC=0.367$, obteniéndose la ecuación:

$$NOTAS_{QU} \approx 51.99 + 0.37 * Punt_{PHC}$$

En este caso, para un examinado que obtiene una nota de 90 en la PHC, se puede predecir que su nota en el curso de Química sería, aproximadamente, 85,29; mientras que un estudiante con una nota de 15 obtendría una nota de 57.54. Finalmente, puede notarse que para tipo de carrera y tipo de cursos la relación no es significativa, esto no aporta al modelo de regresión para realizar la predicción.

7.3. Conclusiones

Como conclusiones de la quinta etapa, se puede comenzar afirmando que se logró determinar que, para las cuatro fórmulas, las variables que mejor explican en razonamiento cuantitativo son las variables calcular, relacionar y validar. En cuanto a la variable calcular, se determinó que esta subyace al constructo bastante fuerte, pero solamente para las fórmulas 1, 3 y 4, ya que para la fórmula 2 su carga factorial no superó el valor 1. Por otra parte, se pudo constatar que realmente el razonamiento cuantitativo es explicado, en gran medida, por las 5 variables observadas: calcular, relacionar, ejemplificar, validar y generalizar para las fórmulas 3 y 4. Sin embargo, la fuerza de carga factorial para el caso de la variable generalizar fue bastante bajo, ya que sus cargas fueron 0.45 y 0.53, respectivamente. Por lo tanto, se puede concluir que la PHC realmente mide el constructo razonamiento cuantitativo y que esta variable latente es explicada a partir de las variables observadas calcular, relacionar, ejemplificar, validar y generalizar.

En segundo lugar, mediante el modelo de regresión lineal, se pudo constatar que las puntuaciones obtenidas en la Prueba de Habilidades Cuantitativas predicen las puntuaciones en los cursos de Química. Esto quiere decir que, por cada unidad de aumento en la puntuación de la PHC, las personas estudiantes obtendrían en promedio 0.367 puntos en el curso de Química, lo cual es de gran valor. Además, alrededor del 14% de la variabilidad de las puntuaciones de Química puede ser predicha mediante el modelo 1 y 2, independientemente del tipo de curso de Química (Introducción a la Química o Química general I) o la carrera escogida. De acuerdo con estos datos, se puede indicar que la mejor predicción del éxito estudiantil, definido como las puntuaciones obtenidas en los cursos, puede ser explicado a partir de las puntuaciones en la Prueba de Habilidades Cuantitativa cuyo constructo a medir es el razonamiento cuantitativo.

8. Discusión, conclusiones, dificultades, limitaciones y estudios futuros

Para dar respuesta a la pregunta: ¿cuáles son las evidencias, asociadas a la validez, que permiten realizar inferencias sobre las habilidades de razonamiento cuantitativo demostradas por un grupo de examinados en la PHC, las requeridas en el curso de Química general I e Introducción a la Química de la Universidad de Costa Rica y su relación con las puntuaciones obtenidas en la PHC?, primeramente, se discute sobre las diferentes evidencias asociadas a la validez de la medición mediante la PHC; luego, se plantea la asociación de las habilidades demostradas por los sujetos en la PHC y las que se determinaron en las observaciones de los cursos de Química general e Introducción a la Química; posteriormente, se aborda la asociación de las puntuaciones de la PHC con los cursos mencionados. Finalmente, se presentan algunas dificultades, limitaciones y estudios futuros a efectuar para obtener mayores evidencias asociadas a la validez de la medición por medio de la PHC.

8.1. EVIDENCIAS ASOCIADAS A LA VALIDEZ DE LA MEDICIÓN MEDIANTE LA PHC

Primeramente, mediante la evidencia empírica y basada en los procesos de respuesta de un grupo de examinados, se pudo confirmar, en gran medida, que las personas evaluadas efectuaban los procesos de solución de los ítems previstos por un grupo de jueces. Esto es, los procesos de solución identificados previamente. No obstante, en su gran mayoría, recurría a la verificación de las opciones de respuesta, pero las estrategias estaban asociadas a las dimensiones previstas del razonamiento cuantitativo. En este sentido, el grupo de examinados demostró habilidades para calcular, relacionar, clasificar, ejemplificar, validar y generalizar. Ahora, estas evidencias son, de acuerdo con Arias y Sireci (2020), AERA et al. (2014), Embretson (2017), Embretson y Daniel (2010), entre otros, particularmente importantes para las pruebas que afirman pretender medir habilidades de pensamiento de alto nivel. En particular, para la PHC se están proporcionando evidencias de validez sobre el rasgo a medir, las cuales son las habilidades de razonamiento cuantitativo.

Segundo, mediante el diseño de una estructura teórica de la PHC, se obtuvieron evidencias de validez basadas en la estructura interna de la prueba, esto para los cuatro cuadernillos que se emplearon en el año 2020. Esta etapa incluyó la aplicación de varias técnicas estadísticas para evaluar la calidad de las puntuaciones de la prueba, así como la precisión y la confiabilidad. De esta manera, por medio de la prueba de esfericidad de Bartlett, el índice de Kaiser-Meyer-Olkin (valores de 0.94 y 0.95) y el Análisis Factorial Confirmatorio, se obtuvo el ajuste de los datos.

Con respecto al ajuste del modelo teórico, este estuvo aceptable para el caso del cuadernillo 4, excelente para el caso de los cuadernillos 1 y 2, y, finalmente, para el cuadernillo 3 fue un ajuste

perfecto. Los índices de ajuste (CFI, TLI, RMSEA, SRMR) evidencian la unidimensionalidad de medida del constructo para los formularios de la PHC. En este sentido, se puede indicar que el grupo de examinados que realizaron la prueba poseen, en gran medida, las habilidades que se reflejan en lo que mide la Prueba de Habilidades Cuantitativas, a través de mediciones robustas (Martínez et al., 2006).

Por otra parte, el índice de confiabilidad Alpha de Cronbach estuvo entre 0.85 y 0.86 para los cuadernillos, lo cual implica una consistencia interna para la totalidad del instrumento constituido por un conjunto de ítems, en este caso la PHC. Además, se considera un índice muy bueno para propósitos de toma de decisiones (Moreira-Mora, 2022; Nunnally, 1987). Además, se constató que las dimensiones calcular, relacionar, clasificar, ejemplificar y relacionar contribuyen a medir el razonamiento cuantitativo. Por ejemplo, para la fórmula 1 las categorías calcular, relacionar y validar aportan el 72%, 85% y 84%, respectivamente, en la conformación de constructo; mientras que la categoría ejemplificar aporta el 59%. En el caso de la fórmula 2, las dimensiones relacionar y validar son las que más aportan en la conformación del constructo, 84% y 78%, respectivamente; en tanto, ejemplificar aporta el 58% y calcular es la variable que menos aporta a la conformación del razonamiento cuantitativo.

Para la fórmula 3 las categorías validar, relacionar, y calcular aportan el 81%, 84% y el 73%, ejemplificar y validar aportan el 55% y 45%, respectivamente; la categoría generalizar es la que menos aporta. Finalmente, en el cuadernillo 4 las categorías que más aportan a la conformación del constructo son validar y relacionar, con un 80% para ambas, mientras que calcular aporta el 74% y generalizar el 53%. Estos porcentajes reflejan evidencias de validez de constructo, ya que las puntuaciones de la PHC reflejan, en gran medida, el razonamiento cuantitativo. Además, los ajustes porcentuales permiten afirmar que la evidencia y la teoría respaldan las interpretaciones efectuadas con respecto a las puntuaciones que el grupo de examinados obtiene en la resolución de la prueba (AERA et al., 2014; Messick, 1980).

Otra evidencia de validez obtenida mediante los análisis es la llamada evidencia de validez basada en la relación con otras variables (AERA et al., 2014; Arias & Sireci, 2020), en las que se analizó la relación de las puntuaciones obtenidas por un grupo de examinados en la PHC con las puntuaciones que obtuvieron en los cursos de Química. Para ello, se empleó la técnica de regresión y se obtuvo que la PHC predice de manera moderada las puntuaciones que las personas obtienen en el curso de Química y que en el modelo establecido el tipo de carrera y curso no son influyentes en la predicción de las puntuaciones.

8.2. HABILIDADES DE RAZONAMIENTO CUANTITATIVO REQUERIDO EN LOS CURSOS DE QUÍMICA

Primeramente, como parte de la aplicación de los reportes verbales se pudo constatar que los sujetos tienen la habilidad para determinar medidas y dar significados a estas. Igualmente, pueden realizar cálculos sencillos e inferir a partir de los resultados que obtienen en la solución de los reactivos. Además, logran realizar simplificaciones y relacionar elementos en los que deben igualarlos, oponerlos, realizar equivalencias y conectar o transformar expresiones.

También, el conjunto de examinados logró establecer relaciones de comparación entre objetos múltiples, que le permitían asociar características de los objetos, realizar valoraciones y establecer el valor de verdad o falsedad de las proposiciones presentadas. Cabe mencionar que la ejemplificación fue un proceso muy marcado entre el grupo de examinados, ya que la empleaban para representarse conceptos, conjeturar sobre las proposiciones e incluso para explicarse a sí mismos por qué un proceso era válido o no. Asimismo, el conjunto de examinados realizó conjeturas sobre las diferentes proposiciones, expresando juicios valorativos para justificar los procesos de solución de los reactivos.

Segundo, en las observaciones de las clases de Química se constató que, en el abordaje de la materia, el grupo docente empleaba procesos de razonamiento cuantitativo, tales como calcular, en los que debían efectuar operaciones simbólicas o numéricas, además de identificar atributos de los objetos que pudieran medirse; proporcionaban estrategias para medir dicho atributo y dar significado a las medidas que resultaban de los cálculos. Igualmente, se identificó que el profesorado establecía relaciones entre los objetos de la química, donde estas relaciones permitían vincular objetos, en las que reconocer las semejanzas y diferencias era primordial para la manipulación de estos.

Por otro lado, se determinó que el grupo de estudiantes requiere de las habilidades de razonamiento cuantitativo para hacer frente a los contenidos que se enseñan en las clases de Química general e Introducción a la Química, en las que deben realizar cálculos numéricos, efectuar relaciones, clasificar elementos, conjeturar y llegar a generalizaciones para aplicarlas en los procesos químicos.

Este estudio ha demostrado que existe un nexo entre las habilidades de razonamiento cuantitativo que demuestra un grupo de examinados a la hora de resolver la PHC y las que se requieren en las clases de Química. Esto mediante el modelamiento de las dimensiones que subyacen a la PHC y que están presentes en cada una de las clases de Química. Asimismo, la asociación entre las puntuaciones que obtienen los sujetos en la PHC y las calificaciones en los cursos de Química indican que, a mayor

puntuación en la PHC, mejores calificaciones se obtienen en Química; esta asociación implica que, con la prueba, se están seleccionando personas con habilidades de razonamiento cuantitativo que tendrán éxito en los cursos de Química general e Introducción a la Química. Por lo cual, es indispensable desarrollar en las personas habilidades de razonamiento cuantitativo desde edades muy tempranas, si es que se quisiera fortalecer la educación STEM y las posibilidades que tiene para el avance nacional.

Por otra parte, a partir de este estudio se logró establecer que es indispensable que el profesorado de química desarrolle conciencia pedagógica. Esto es, capacidad para reflexionar críticamente sobre su práctica docente y en la manera de enseñar la materia; que tenga conciencia de la formación de razonamiento cuantitativo que está enseñando. Esto porque al tenerlo presente se enfocaría más en el desarrollo de las habilidades de razonamiento cuantitativo como componente fundamental del contenido de aprendizaje de química.

Además, se identifica la importancia de los procesos de Orientación Vocacional, no pensando en la salida de la formación secundaria del estudiantado, sino en la formación desde la temprana edad. Esto porque se guía y se desarrolla a las personas en la formación de habilidades en general, de razonamiento cuantitativo en particular, a través de la identificación de intereses, fortalezas, destrezas, y también apoyar en la comprensión para mejorar las oportunidades educativas y profesionales.

A partir de las evidencias encontradas, se puede indicar que las habilidades de razonamiento cuantitativo requerido por las personas estudiantes para tener éxito en Química son:

- Habilidades para cuantificar, calcular. Implica efectuar cálculos numéricos y simbólicos, y dar significado a esas medidas. Considerar y elaborar estrategias para calcular o medir objetos de la Química y matemáticos. Asimismo, transformar expresiones mediante equivalencias dadas por procesos algorítmicos sobre elementos de índole aritmético o algebraico.
- Habilidades para relacionar. Incluye elementos de coordinación en las que se reconocen propiedades inherentes de objetos de la Química para establecer semejanzas y diferencias entre estos. Además, aspectos de oposición donde se identifique características inversas de entre los objetos, por ejemplo: es mayor que, menor que, opuesto a. También, establecer equivalencias, conexiones y transformaciones entre expresiones, elementos o conjuntos.
- Habilidades para clasificar. Esta constituye la identificación y comprensión de características exclusiva de los objetos que le permitan agruparlos en categorías. Además, abarca el análisis

de conceptos asociados a las estructuras de ciertos elementos para diferenciarlos de los demás y categorizarlos.

- Habilidades para realizar ejemplificaciones. Se determinan mediante la exploración de un problema que se plantea donde se debe diseñar una estrategia de solución. Realizar casos empíricos mediante la generación de valores a las expresiones, términos y proposiciones para determinar o establecer propiedades de los elementos, conjuntos u objetos de la Química o Matemática. Además, incluye la particularización de objetos para proyectar a casos más generales.
- Habilidades para realizar inferencias de veracidad o falsedad. Esta comprende la generación de juicios de valor sobre las expresiones u objetos de la Química para la elaboración de explicaciones, verificando y comprobando la veracidad o falsedad entre, o sobre, las expresiones u objetos. Igualmente, incluye la habilidad de la persona para vincular las premisas con las conclusiones y la comprobación de dichas premisas.
- Habilidades para realizar generalizaciones. Abarca la identificación de patrones en el reconocimiento explícito de propiedades comunes entre elementos u objetos de la Química. Además, implica contrastar reglas en la caracterización de los patrones en elementos u objetos comprobando la proporción de material en una aleación. Asimismo, comprende la identificación de relaciones recursivas, desarrollar reglas, ideas o conceptos generales a partir de casos particulares mediante métodos o procedimientos que sean válidos para todos los componentes de un mismo universo.

Ahora, a partir de las evidencias, también, se puede decir que la Prueba de Habilidades cuantitativas brinda información para la toma de decisiones, por lo que la PHC va más allá de ser solamente un requisito de admisión de las personas que la aplican, ya que con ella se determinan las habilidades que las personas deben tener para el éxito en las carreras que tienen en su malla curricular los cursos de Química General e Introducción a la Química; por lo tanto, para la Universidad de Costa Rica la PHC genera una oportunidad para anticipar en qué perfiles de carreras se requiere de las habilidades de razonamiento cuantitativos, esto con miras a que las personas tengan éxito en esas carreras. Igualmente, con la información de la PHC la UCR puede establecer escenarios en las que se anticipen las necesidades estudiantiles sobre los requerimientos de las habilidades de razonamiento cuantitativo para lograr su permanencia en dichas carreras.

8.4. DIFICULTADES, LIMITACIONES Y ESTUDIOS FUTUROS

DIFICULTADES Y LIMITACIONES

Dentro de las dificultades enfrentadas se encuentra la propia aplicación de los reportes verbales. Dado que se estaba en tiempos de confinamiento debido a la COVID-19, se tuvo que realizar los protocolos de pensamiento en voz alta en las casas de habitación, lo cual atrasó el proceso de recolección de información, porque en algunos casos se tuvo que suspender la visita debido a que, en dos momentos, la familia donde residía alguno de los examinados se encontraba en aislamiento. Igualmente, por las restricciones vehiculares se tuvo que reprogramar algunas visitas.

Además, una de las dificultades de realizar los reportes verbales fue el entrenamiento de la verbalización en algunos examinados. Esto porque, y a pesar de haber entendido la dinámica de la actividad, tenían momentos de silencio y en algunos casos se encontraban nerviosos, por lo que el lapso del tiempo para dar solución a los reactivos se alargó un poco. Sin embargo, se logró que a todos los que se les aplicó resolvieran por completo los 40 ítems.

Otra de las dificultades enfrentadas fue a la hora de realizar las observaciones y valoraciones de los videos de las clases de Química. Esto porque se dependía de la conexión a internet. En algunos casos, se tuvo que reprogramar las reuniones porque fallaba la conexión, sobre todo cuando la lluvia era muy fuerte (se recuerda al lector que las observaciones se realizaron entre agosto y diciembre del 2021, que es época de lluvias en Costa Rica).

Finalmente, se tuvo la dificultad del factor tiempo. Esto porque la investigadora fue quien efectuó las transcripciones de las verbalizaciones y todos los análisis que se detallan en los capítulos de esta investigación.

ESTUDIOS FUTUROS

Los estudios futuros que se derivan de los resultados presentados en esta investigación son:

- Replicar la metodología implementada en este estudio con otros cursos de las carreras que tienen la PHC como requisito de ingreso.
- Aplicar una Prueba de Habilidades Cuantitativas sin brindar las opciones de respuesta, esto para obtener mayores evidencias de las estrategias que emplea el grupo de examinados sin tener que recurrir a la verificación de las opciones proporcionadas.

- Analizar las Habilidades de Razonamiento Cuantitativo de acuerdo con las notas obtenidas por los examinados. Esto es, dar respuesta a la pregunta ¿qué son capaces de hacer el grupo de examinados de acuerdo con la nota obtenida?
- Replicar el proceso metodológico empleado en este estudio para obtener evidencias asociadas a la validez, considerando los cursos iniciales de las carreras que usan la PHC como requisito para el ingreso a carrera.
- Analizar la asociación entre la ansiedad de las personas a la hora de resolver la prueba con las puntuaciones que obtienen en esta.

REFERENCIAS

- Acevedo, R. (2008). *Los modelos jerárquicos lineales: Fundamentos básicos para su uso y aplicación*. Instituto de Investigaciones Psicológicas, Universidad de Costa Rica. <https://iip.ucr.ac.cr/sites/default/files/contenido/cuamet1.pdf>
- Agustín, M. Z., Agustín, M., Brunkow, P., & Thomas (2012). A Source: Education Developing Quantitative reasoning: Will Taking Traditional Math Courses Suffice? An Empirical Study. *The Journal of General Education* 61(4), 305-313. <https://doi.org/0.5325/jgeneeduc.61.4.0305>
- American Educational Research Association, American Psychological Association, & National Council on Measurement in Education. (2014). *Standards for Educational and Psychological Testing*. American Educational Research Association.
- Andersen, K., & Harsell, D. (2011). Assessing the Impact of a Quantitative Skills Course for Undergraduates, *Journal of Political Science Education*, 1(1), 17-27. <https://doi.org/10.1080/15512160490921824>
- Balacheff, N. (2000). *Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas*. Una empresa docente.
- Barreiro, P., Carnelli, G., Falsetti, M., & Leonián, P. (2012). Acercamiento a la validación en Matemática de estudiantes de pre-grado en clases ordinarias. *Revista Electrónica de Educación en Ciencias y Tecnología*, 3(2), 137-167. <https://exactas.unca.edu.ar/riecyt/VOL%203%20NUM%202/Archivos%20Digitales/RieCyT%20V3%20N2%20Set%202012%20Doc%20-7-.pdf>
- Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., Hsu, E. (2003). Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos. *Revista EMA*, 8 (2), 121-156. <https://core.ac.uk/download/pdf/12341948.pdf>
- Carroll, J. B. (1993). *Human cognitive abilities: A survey of factor-analytic studies*. <https://es.b-ok.lat/book/850847/764ee8>
- Cea D'Ancora, M. A. (2004). *Análisis multivariable: Teoría y práctica en la investigación social*. Editorial Síntesis.
- Chan Kwong, B. (2018). Chemistry Reasoning Among College Students. [Tesis doctoral]. Universidad de Australia Occidental. https://api.research-repository.uwa.edu.au/files/33766103/THESIS_DOCTOR_OF_EDUCATION_CHAN_Benjamin_Kwong_Yee_2018.pdf
- Cizek, G. J. (2012). Defining and distinguishing validity: Interpretations of score meaning and justifications of test use. *Psychological Methods*, 17(1), 31-43. <https://doi.org/10.1037/a0026975>

- Cloonan, A. C., & Hutchinson, J. S. (2011). A Chemistry Concept Reasoning Test. *Chemistry Education Research and Practice*, 12, 205-209. <https://doi.org/10.1039/C1RP90025K>
- Coertjens, L., Brahm, T., Trautwein, C., & Lindblom-Ylänne, S. (2017). Students' transition into higher education from an international perspective. *Higher Education*, 73(3), 357-369. <https://doi.org/10.1007/s10734-016-0092-y>
- Cohen, J. (1960). A coefficient of agreement for nominal scales. *educational and psychological measurement*, 20(1), 37-46. <https://doi.org/10.1177/001316446002000104>
- Cohen, L., & Manion, L. (1989). *Research Methods in Education*. <https://isimblogblog.files.wordpress.com/2016/05/rme-edu-helpline-blogspot-com.pdf>
- Corominas, J. (1954). *Diccionario crítico etimológico de la Lengua Castellana*. Editorial Gredos.
- Cronbach, L. J. (1988). Five perspectives on the validity argument. In H. Wainer, & H. I. Braun (Eds.), *Test validity* (pp. 3-17). Lawrence Erlbaum Associates.
- Dumford, A. D., & Rocconi L.M. (2015). Development of the Quantitative Reasoning Items on the National Survey of Student Engagement. *Numeracy*, 8(1) <http://dx.doi.org/10.5038/1936-4660.8.1.5>
- Dwyer, C. A., Gallagher, A., Levin, J., & Morley, M. E. (2003). *What is Quantitative Reasoning? Defining the construct for assessment purposes*. ETS. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdfdirect/10.1002/j.2333-8504.2003.tb01922.x#:~:text=Quantitative%20reasoning%20for%20assessment%20purposes%20is%20a%20problem%20solving%20process,be%20measured%20by%20standardized%20tests>
- Dingman, S.W. & Madison, B.L. (2010). Quantitative Reasoning in the Contemporary World, 1: The Course and Its Challenges. <https://doi.org/10.5038/1936-4660.3.2.4>
- Ellis, A. B. (2011). Algebra in the Middle School: Developing Functional Relationships Through Quantitative Reasoning. In J. Cain, & E. Kunth (Ed). *Early Algebraization* (pp. 221-238). https://doi.org/10.1007/978-3-642-17735-4_13
- Elosua, P. (2003). Sobre la validez de los tests. *Psicothema*, 15(2), 315-321. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=72715225>
- Embretson, S. (2017). An Integrative Framework for Construct Validity. En A. Rupp & J. P. Leighton (Eds.), *The Handbook of cognition and Assessment, Frameworks, Methodologies and Applications* (pp. 102-123). Willey Blackwell.

- Embretson, S., & Daniel, R. (2008). Understanding and quantifying cognitive complexity level in mathematical problem-solving items. *Psychology Science Quarterly*, 50(3), 328-344. <https://pdfs.semanticscholar.org/29a7/5e2f74f0d5a870a846660c617a2273b73975.pdf>
- Embretson, S., & Daniel, R. (2010). Designing cognitive complexity in Mathematical problem-solving items. *Applied Psychological Measurement*, 34(5), 384-364. <https://doi.org/10.1177/0146621609349801>
- Fernández, M., Mijares, B., Álvarez, J. L., & León, A. (2015). Habilidades académicas de estudiantes de nuevo ingreso a la Universidad de Zulia. *Revista de Ciencias Sociales*, 21(2), 361-372. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=28041012013>
- Fleiss, J. L. (1971). Measuring Nominal Scale Agreement Among Many Raters. *Psychological Bulletin*, 76(5), 378-82. <https://doi.org/10.1037/h0031619>
- Flores, J. (2016). Factores relacionados a la repitencia en las asignaturas de química en estudiantes del primer semestre en las carreras de bioquímica y químico farmacéutica de la UAJMS. *Revista Ventana Científica*, 7(11), 10-21. <http://dicyt.uajms.edu.bo/revistas/index.php/ventana-cientifica/article/view/10>
- Gaviria, J. L., & Castro, M. (2005). *Modelos Jerárquicos Lineales*. Editorial la Muralla.
- Geiser, S. (2016). Medición y evaluación para los procesos de admisión de la educación superior: Hallazgos desde California. *Revista de Investigación Educativa Latinoamericana*, 53(1), <https://doi.org/10.7764/PEL.53.1.2016.7>
- Gitomer, D. (2018). Classroom observations. In F. Bruce (Ed.) *The SAGE Encyclopedia of Educational Research, Measurement, and Evaluation* Chapter Title: "Classroom Observations". Universidad de Kansas.
- Goldstein, J., & Flynn, D. (2011). Integrating Active Learning & Quantitative Skills into undergraduate introductory biological curricula. *The American Biology Teacher*, 73(8), <https://doi.org/10.1525/abt.2011.73.8.6>
- Gómez, H., Cruz, R., Acosta, A., & Martínez, A. (1998). *Cómo evaluar operaciones mentales*. Fondo de publicaciones de la Universidad Sergio Arboleda.
- Grawe, D., Lutsky, S., & Tassava, J. (2010). A Rubric for Assessing Quantitative Reasoning in Written Arguments. *Numeracy*, 3(1). <https://doi.org/10.5038/1936-4660.3.1.3>
- Gultepe, N., Yalcin Celik, A., & Kilic, Z. (2013). Exploring Effects of High School Students' Mathematical Processing Skills and Conceptual Understanding of Chemical Concepts on Algorithmic Problem Solving. *Australian Journal of Teacher Education*, 38(10). <http://dx.doi.org/10.14221/ajte.2013v38n10.1>

- Harris, A. D., McGregor, J. C., Perencevich, E. N., Furuno, J. P., Zhu, J., Peterson, D. E., & Finkelstein, J. (2006). The Use and Interpretation of Quasi-Experimental Studies in Medical Informatics. *Journal of the American Medical Informatics Association*, 13(1), 16-23. <https://doi.org/10.1197/jamia.m1749>
- Houdé, O., Kayser, D., Koenig, O., Proust, J., & Rastier, F. (2003). *Diccionario de ciencias cognitivas: neurociencia, psicología, inteligencia artificial, lingüística y filosofía*. Amorrortu.
- Jeannotte, D., & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 96(1). <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9761-8>
- Johnson, H. L. (2016). Quantitative reasoning in mathematics education: Directions in research and practice. In R. A. Duschl & A. Bismack (Eds.), *Reconceptualizing STEM education: The central role of practices* (pp. 149-166). London: Routledge, Taylor & Francis https://www.researchgate.net/publication/292783905_Quantitative_Reasoning_in_Mathematics_Education_Directions_in_Research_and_Practice
- Karaali, G., Hernandez, E.H.V., Taylor, J. (2016). What's in a name? A critical review of definitions of quantitative literacy, numeracy, and quantitative reasoning. *Numeracy* 9(1),11. <http://scholarcommons.usf.edu/numeracy/vol9/iss1/art2>
- Lehrer, R., & Schauble, L. (2015). The development of scientific thinking. In L. S. Liben, U. Müller, & R. M. Lerner (Eds.), *Handbook of child psychology and developmental science: Cognitive processes* (pp. 671–714). John Wiley & Son. <https://doi.org/10.1002/9781118963418.childpsy216>
- Lane, S. (2014). Validity evidence based on testing consequences. *Psicothema*, 26(1), 127-135. <https://doi.org/10.7334/psicothema2014.258>
- De Lange, J. (2001). Quantitative literacy: why numeracy matters for schools and colleges. https://www.researchgate.net/profile/Jan-De-Lange/publication/46627231_Mathematics_for_literacy/links/54d8aeb00cf24647581b13a6/Mathematics-for-literacy.pdf
- Larson, C. (2010). Modeling and Quantitative Reasoning: The Summer Jobs Problem. En R. Lesh, P. Galbraith, C. Haines, & A. Hurford. (Ed.). *Modeling Students Mathematical Modeling Competencies*, (pp. 111-118). <https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0561-1>
- Lawson, A., & Bealer, J. (1984). The acquisition of basic quantitative reasoning skills during adolescence: learning or development? *Journal Research in Science Teaching*. <https://doi.org/10.1002/tea.3660210409>

- Leopold D. G., & Edgar, B. (2008). Degree of Mathematics Fluency and Success in Second-Semester Introductory Chemistry, J. *Journal of Chemical Education*, 85(5), 724-731. <https://doi.org/10.1021/ed085p724>
- Linn, R. L. (1997). Evaluating the validity of assessments: the consequences of use. *Educational Measurement: Issues and Practice*, 21(1), 14-16. <https://doi.org/10.1111/j.1745-992.1997.tb00587.x>
- Lobato, J., & Siebert, D. (2002). Quantitative reasoning in a reconceived view of transfer. *The Journal of Mathematical Behavior*, 21(1), 87-116. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(02\)00105-0](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(02)00105-0)
- Luna, P. C. (2015). Ingreso y permanencia: ¿por qué los jóvenes colombianos no quieren estudiar ciencias, tecnología y matemática? *Hipótesis, apuntes científicos uniandinos*, (18). <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7112313>
- Martínez, R., Hernández, M. J., & Hernández, M. V. (2006). *Psicometría*. Alianza Editorial.
- Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. En N. Bednarz, C. Kieran, & L. Lee (Eds.). *Approaches to algebra. Perspectives for research and teaching*. Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-009-1732-3_1
- Mason, J. (1982). *Thinking mathematically*. Addison-Wesley.
- Madison, B. L. (2006). *Pedagogical challenges of quantitative literacy*. In *Proceedings of the joint statistical meetings*. <http://www.statlit.org/pdf/2006madisonasa.pdf>.
- Mason, J. (2001). *Questions about mathematical reasoning and proof in schools*. Opening address. QCA Conference, UK. http://xtec.cat/centres/a8005072/articles/proof_and_reasoning.pdf
- Matthews, K., Belward, S., Coady, C., Rylands, L., & Simbag. (2012). The state of quantitative skills in undergraduate science education: findings from an Australian study. Australian Learning and Teaching Council. https://amsi.org.au/wp-content/uploads/2014/07/39_ALTC_State_Quant_Skills_Undergrad_SciEd_Jul12.pdf
- Mayer, R., & Myers, J. (2014). *Quantitative Reasoning in the Context of Energy and Environment*. Sense Publishers.
- Mayes, R. L., Peterson, F., & Bonilla, R. (2013). Quantitative Reasoning Learning Progressions for Environmental Science: Developing a Framework. *Numeracy*, 6(1). <https://doi.org/10.5038/1936-4660.6.1.4>
- Mayes, R. L., Harris, J., Forrester, J., Schuttlefield, I., Peterson, F., Bonilla, R., & Yestness, N. (2014). Quantitative Reasoning in Environmental Science: A learning progression, *International Journal of Science Education*, 36(4), 635-658. <https://doi.org/10.1080/09500693.2013.819534>

- Messick, S. (1989). Validity. En R. L. Linn (Ed.), *Educational measurement* (3rd ed., pp. 13-104). American Council on Education and Macmillan.
- Messick, S. (1992). The interplay of evidence and consequences in the validation of performance assessments. *ETS Research Report Series*, <https://doi.org/10.1002/j.2333-8504.1992.tb01470.x>
- Messick, S. (1999). The validity: A matter of consequence. *Social Indicators Research*, 45(1), 35-44. <https://doi.org/10.1023/A:1006964925094>
- Ministerio de Ciencia, Tecnología y Telecomunicaciones. (2015). *Plan Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación 2015-2021*. <http://pncti.micit.go.cr/>
- Molina, M. (2015). Cogno. En Ministerios de Ciencia, Tecnología y Telecomunicaciones. (2015). *Plan Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación 2015-2021*. Recuperado de <http://pncti.micit.go.cr/>
- Moore, K. (2014). Quantitative Reasoning and the Sine Function: The Case of Zac. *Journal for Research in Mathematics Educations* 45(1), 102-138. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.45.1.0102>
- Moore, K. C., Carlson, M. P., & Oehrtman, M. (2009). The role of quantitative reasoning in solving applied precalculus problems. *Quantitative Reasoning*. <https://mspnet-static.s3.amazonaws.com/KCMMPCMOQuantificationCRUME.pdf>
- Moore, K.C. (2010). The role of quantitative reasoning in precalculus students learning. Central concepts of trigonometry. <https://www.proquest.com/docview/757614251/fulltextPDF/AE0D9EE2D74A4ECBPQ/1?accountid=28692>
- Moreira-Mora, T. E., Alfaro-Rojas, L., Brizuela-Rodríguez, A., Chacón-Vega, C., Gómez-González, E., Jiménez-Alfaro, K., Jiménez-Segura, F., Mena-Castillo, P., Montero-Rojas, E., Picado-Barrantes, H., Rojas-Rojas, G., Rojas-Torres, L., Smith-Castro, V., Solórzano-Salas, M. J., & Villarreal-Galera, M. P. (2022). *Estándares de calidad para pruebas de alto impacto en el contexto académico y profesional costarricense*. Instituto de Investigaciones Psicológicas, Universidad de Costa Rica.
- Moreno-Brid, J. C., & Ruiz-Nápoles, P. (2010). La educación superior y el desarrollo económico en América Latina. I *Revista Iberoamericana de Educación Superior*, (106), 171-188. <https://www.scielo.org.mx/pdf/ries/v1n1/v1n1a13.pdf>
- Murillo, J. P., & Hernández-Mendo, A. (2015). Análisis de la calidad del dato de un instrumento para la observación del ataque en balonmano de playa. *Revista Iberoamericana de Psicología y el Deporte*, 10(1), 15-22. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=311132628002>

- Nunnally, J. (1987). *Teoría psicométrica*. Trillas.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos. (2018). Estudios Económicos de la OCDE: Costa Rica 2018. <https://www.oecd.org/eco/surveys/Costa-Rica-2018-Estudios-Economicos-de-la-OCDE.pdf>
- Organization for Economic Co-operation and Development. (2017). *Education at a Glance 2017: OECD Indicators*.
- Pedrosa, I., Suárez-Álvarez, J., & García-Cueto, E. (2014). Evidencias sobre la Validez de Contenido: Avances Teóricos y Métodos para su Estimación. *Acción Psicológica*, 10(2). <https://doi.org/10.5944/ap.10.2.11820>
- Polya, G. (1954). Mathematics and plausible reasoning. <https://www.isinj.com/mt-usamo/Mathematics%20and%20Plausible%20Reasoning%20I%20-%20Polya%20G.pdf>
- Padilla, J.L; & Leighton, J. (2017). Cognitive interviewing and think aloud methods. En B.D. Zumbo, A.M. Humbley (eds.). *Understanding and investigating responses processes in validation Research*. https://doi.org/10.1007/978-3-319-56129-5_12
- Proyecto Prueba de Habilidades Cuantitativas. (2017-2018). *Marco teórico de la PHC*. [Material sin publicar]. Instituto de Investigaciones Psicológicas, Universidad de Costa Rica.
- Quinnell, R., Thompson, R., & LeBard, R. J. (2013). It is not maths; it is science: exploring thinking dispositions, learning thresholds and mindfulness in science learning. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 44(6), 808-816. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2013.800598>
- Reid, J., & Wilkes, J. (2016). Developing and applying quantitative skills maps for STEM curricula, with a focus on different modes of learning. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47(6), 837-852. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2016.1144814>
- Ramful, A., & Yin-Ho, S. (2014). Quantitative reasoning involving additive differences: Numerical resilience. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED572579.pdf>
- Rhodes, T. L. (2010). *Assessing outcomes and improving achievement: Tips and tools for using rubrics*. Association of American Colleges and Universities.
- Ricco, R. (2015). The development of reasoning. En Lerner, R., Lyben, I. S., & Müller, U (Ed.) *Handbook of Child Psychology and Developmental Science* (pp. 571–623).
- Rojas, C. (2018). *Razonamiento Cuantitativo* (2ª ed.). Universidad del Norte.

- Rojas-Torres, L. (2014). Predicción de la reprobación de cursos de matemática básicos en las carreras de Física, Meteorología, Matemática, Ciencias Actuariales y Farmacia. *Revista Electrónica EDUCARE*, 18(3), 3-15. <http://dx.doi.org/10.15359/ree.18-3.1>
- Rosseel, Y. (2012). *lavaan: An R Package for Structural Equation Modeling*. *Journal of Statistical Software*, 48(2), 1-36. <https://doi.org/10.18637/jss.v048.i02>
- Ryan, A. M., & Gass, S. E. (2017). Quantitative Reasoning: Exploring Troublesome Tresholds. *Discussions on University Science Teaching. Proceedings of the Western Conference on Science Education*, 1(1). <http://ir.lib.uwo.ca/wcsedust/vol1/iss1/16>
- Rylands, L., Simbag, V., Adams, P., Coady, C., & Belward, S. (2011). A study Autralian Tertiary sector's portrayed view of the relevance of quantitative skills in science. <https://researchonline.jcu.edu.au/17950/>
- Rylands, L., Simbag, V., Matthews, K.E., Coady, C., & Belward, S. (2013). Scientists and mathematicians collaborating to build quantitative skills in undergraduate science. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 44(6), 834-845. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2013.783239>
- Rylands, L., & Coady, C. (2009). Performance of students with weak mathematics in first-year mathematics and science. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 40(6), 741-753. <https://doi.org/10.1080/00207390902914130>
- Rocconi, L., Lambert, Amber D., McCormick, A.C., & Sarraf, S.A. (2013). Making College Count: An Examination of Quantitative Reasoning Activities in Higher Education. *Numeracy*, 6 (2). <http://dx.doi.org/10.5038/1936-4660.6.2.10>
- Samans, R., Zahidi, S., Leopold, T. A., & Ratcheva, V. (2017). The global Human Capital Report 2017. Preparing people for the future of work. Work Economic Forum. http://www3.weforum.org/docs/WEF_GGGR_2017.pdf
- Sauma, P. (2015). Bienestar. En Ministerios de Ciencia, Tecnología y Telecomunicaciones. (2015). *Plan Nacional de Ciencia, Tecnología e Innovación 2015-2021*. <http://pncti.micit.go.cr/>
- Saldanha, L., & Thompson, P. W. (1998). Re-thinking covariation from a quantitative perspective: Simultaneous continuous variation. In S. B. Berenson, K. R. Dawkins, M. Blanton, W. N. Coloumbe, J. Kolb, K. Norwood & L. Stiff (Eds.), *Proceedings of the 20th annual meeting of the Psychology of Mathematics Education North American Chapter*. https://www.researchgate.net/publication/264119300_Re-thinking_co-variation_from_a_quantitative_perspective_Simultaneous_continuous_variation
- Estado de la Nación. (2017). *Sexto informe del Estado de la Educación Costarricense* <http://www.estadonacion.or.cr/educacion2017/>

- Shavelson, R. J. (2008). Reflections on Quantitative Reasoning: An Assessment Perspective. En B. Madison, & L. Steen (Eds.) *Calculations vs. Context. Quantitative Literacy and its implications for Teacher Education*. Mathematical Association of America. <http://www.ww.amc8.org/sites/default/files/pdf/QL/cvc/CalcVsContext.pdf#page=35>
- Smith, J., & Thompson, P. W. (2007). Quantitative reasoning and the development of algebraic reasoning. In J. J. Kaput, D. W. Carraher & M. L. Blanton (Ed.), *Algebra in the early grades* (pp. 95-132). Erlbaum.
- Steen, L.A. (2001). Mathematics and democracy: The case for quantitative literacy. (L.A. Steen) The Woodrow Wilson National Fellowship Foundation, The National Council on Education and the Disciplines.
- Tariq, V. (2013). Quantitative skills in science. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 44(6), 779-781. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2013.827398>
- Thompson, K., Cooke, T., Fagan, W., Gulick, D., Levy., D., Redish, E., Smith, R., & Presson, F. (2013). Infusing quantitative approaches throughout the biological sciences curriculum. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 44(6), 817-833. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2013.812754>
- Thompson, P. (1993). Quantitative reasoning, complexity, and additive structures. *Educational Studies in Mathematics*, 25(3), 165-208. <https://doi.org/10.1007/BF01273861>
- Thompson, P. W. (2011). Quantitative reasoning and mathematical modeling. In L. L. Hatfield, S. Chamberlain, & S. Belbase (Ed.), *New perspectives and directions for collaborative research in mathematics education*, 1, (pp. 33- 57). WISDOMe Monographs .
- Thompson, P. W. (1990). *A Theoretical Model of Quantity-Based Reasoning in Arithmetic and Algebra*. ROUGH DRAFT. <http://pat-thompson.net/PDFversions/1990TheoryQuant.pdf>
- Tosulini, A. (2000). *Comparar: una nueva lectura de la realidad plural*. Ediciones Narcea.
- Trujillo, J. F. (2009). Formación humanística o formación por competencias. Dilemas de la educación en el contexto actual. *Revista Científica de América Latina y el Caribe, España y Portugal*. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=47811604002>
- Tusell, F. (2011). *Análisis de Regresión. Introducción teórica y práctica basada en R*. <https://www.uv.es/lejarza/mcaf/materialR/nregl.pdf>
- United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization. (2010). *The central role of education in the millennium development goals*. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000190587>

- Vergara, J. J., Fontalvo, J. M., Muñoz, A. M., & Valbuena, S. (2015). Estrategia didáctica para el fortalecimiento del razonamiento cuantitativo mediante el uso de las TIC. *Revista de Matemática MATUA*, 2(2), 71- 80.
- Vacher, H. L. (2014). Looking at the Multiple Meanings of Numeracy, Quantitative Literacy, and Quantitative Reasoning. *Numeracy*, 7(2). <http://dx.doi.org/10.5038/1936-4660.7.2.1>
- Vergnaud, G. (1996). *El niño, las matemáticas y la realidad*. Trillas.
- Villa-Ochoa, J. (2006). El proceso de generalización matemática: algunas reflexiones en torno a su validación. *Revista tecnológica*, (16), 139-151.
- Villarreal, M.P., Alfaro-Rojas, L., Brizuela, A. (2015). Construcción de pruebas estandarizadas en el ámbito de la medición educativa y psicológica. Serie: Cuadernos metodológicos del IIP, Universidad de Costa Rica. <https://www.iip.ucr.ac.cr/sites/default/files/contenido/Cuadernometodologico8%20IIP.pdf>
- Wang, M. T. (2012). Educational and Career Interests in Math: A Longitudinal Examination of the Links Between Classroom Environment, Motivational Beliefs, and Interests. *Developmental Psychology*, 48(6), 1643-1657. <https://doi.org/10.1037/a0027247>
- Watson, A., & Mason, J. (2005). *Mathematics as a Constructive Activity: Learners Generating Examples*. Lawrence Erlbaum.
- Wilson, R., & Keil, F. (2002). *Enciclopedia MIT de Ciencias Cognitivas. Volumen II: M-Z*. Editorial SINTESIS.
- Wilson, T. M. (2013). Exercising QS: quantitative skills in an exercise science course. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 44(6), 796-807. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2013.801524>
- Wingate, U. (2007). A Framework for Transition: Supporting ‘Learning to Learn’ in Higher Education. *Higher Education Quarterly*, 61(3), 391-405. <https://doi.org/10.1111/j.1468-2273.2007.00361.x>
- Zapatera, A., & Callejo, M. L. (2017). El conocimiento matemático y la mirada profesional de estudiantes para maestro en el contexto de la generalización de patrones. Caracterización de perfiles. *Revista Complutense de Educación*, 29(4), 1217-1235. Doi: <http://dx.doi.org/10.5209/RCED.55070>
- Zieffler, A., & Garfield, J. (2009). Modeling the growth of students’ covariational reasoning during an introductory statistics course. *Statistics Education Research Journal*, 8 (1), 7-31. <https://doi.org/10.52041/serj.v8i1.455>

Zeytun, Ş.A., Çetinkaya, B., & Erbaş, A. K. (2010). Mathematics teachers' covariational reasoning levels and predictions about students' covariational reasoning abilities. *Educational Sciences Theory & Practice*, 10(3), s. 1601-1612. <http://openaccess.maltepe.edu.tr/xmlui/bitstream/handle/20.500.12415/6587/EJ919862.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

ANEXOS

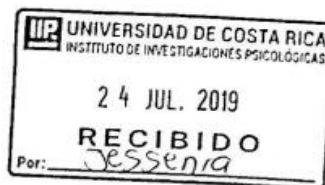
ANEXO 1. Aprobación del proyecto por el Comité Ético Científico UCR



CEC Comité
Ético Científico

18 de julio de 2019
CEC-388-2019

Licda. Graciela Ordoñez Gutierrez
Investigadora
Instituto de Investigaciones Psicológicas HC



El Comité Ético Científico (CEC) en su sesión No.145 celebrada el 03 de julio de 2019 sometió a consideración el proyecto de investigación "Habilidades de razonamiento cuantitativo demostradas por los estudiantes en la PHC y las requeridas en el curso QU-0100 de la Universidad de Costa Rica".

Después del análisis respectivo, los miembros del CEC-UCR acuerdan:

Acuerdo N°9. Declarar aprobado el proyecto de investigación "Habilidades de razonamiento cuantitativo demostradas por los estudiantes en la PHC y las requeridas en el curso QU-0100 de la Universidad de Costa Rica". Acuerdo Firme

Quedamos en la entera disposición de colaborar ante cualquier consulta.
Sin más por el momento, se suscribe cordialmente,

Atentamente,

Karol Ramírez Chan
Dra. Karol Ramírez Chan
Presidenta a.i.
Comité Ético Científico



dha
C. Dra. Vanessa Smith Castro, Directora, Instituto de Investigaciones Psicológicas
Licda. Ericka Patricia Ramírez Garita, Gestora de proyectos, Vicerrectoría de Investigación
Archivo

Adjunto: 2 formularios de consentimiento informado

ANEXO 2. Consentimiento informado estudiantes



UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
COMITÉ ÉTICO CIENTÍFICO
Teléfono/Fax: (506) 2511-4201

Instituto de Investigaciones en Psicología

**FORMULARIO PARA EL CONSENTIMIENTO INFORMADO BASADO EN LA LEY
N° 9234 “LEY REGULADORA DE INVESTIGACIÓN BIOMÉDICA” y EL
“REGLAMENTO ÉTICO CIENTÍFICO DE LA UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
PARA LAS INVESTIGACIONES EN LAS QUE PARTICIPAN SERES HUMANOS”**

**Habilidades de razonamiento cuantitativo demostradas por los estudiantes en la PHC y las
requeridas en el curso OU-0100 de la Universidad de Costa Rica**

Código (o número) de proyecto: 85

Nombre de la investigadora principal: Graciela Ordóñez Gutiérrez

Nombre del los participantes: Estudiantes de primer ingreso que estén empadronados en las siguientes carreras: Farmacia, Química y Geología.

Medios para contactar a la/al participante: se les contactará por medio del correo electrónico, la cual fue otorgado por ellos en el proceso de inscripción a la Prueba de Habilidades Cuantitativas. O bien en el caso de que se tengan números telefónicos se les contactará por este medio.
Correo electrónico: otorgado por el mismo estudiante

A. PROPÓSITO DEL PROYECTO

El estudio que se hará involucrará una investigación de corte empírico en las que se pretende determinar los procesos de solución del estudiantado, que ha efectuado la PHC y que deba llevar el curso introductorio de Química, en ítems que miden habilidades de razonamiento cuantitativo. La investigadora responsable es **Graciela Ordóñez Gutiérrez** con número de identificación **5-0329-0717**, docente en la Escuela de Matemática e investigadora del Instituto de en Investigaciones Psicológicas de la Universidad de Costa Rica. El propósito de la investigación es *analizar la asociación entre las habilidades de razonamiento cuantitativo demostradas por los estudiantes en la resolución de ítems de la PHC y los requeridos en el curso introductorio de Química en las carreras de Farmacia, Química y Geología de la Universidad de Costa Rica.*

B. ¿QUÉ SE HARÁ? Los estudiantes deberán resolver 40 ítems (10 por cada área de contenido: Aritmética, Geometría, Álgebra y Análisis de Datos) expresando en voz alta (thinking aloud) lo que están pensando en el mismo instante que están resolviendo los ítems. Lo que se recolectarán serán los procesos de resolución de acuerdo con los "pensamientos expresados por el estudiantado". Por otra parte, el estudiantado no tendrá compromiso alguno con respecto a la investigación, más que el de aceptar que la investigadora le realice la entrevista llamada pensamiento en voz alta en su casa de habitación, previo

Firma de sujeto participante: _____
Comité Ético Científico - Universidad de Costa Rica - Número de sesión en que fue aprobado el proyecto: _____ Comité Ético Científico -
Universidad de Costa Rica

consentimiento del mismo y que audio-grabe su verbalización en el momento de efectuar los protocolos de pensamiento. La frecuencia de las entrevistas (protocolos verbales) será una por cada estudiante (al menos 40), con una duración aproximada de cuatro horas. Dada la emergencia sanitaria por Covid-19, el lugar de las entrevistas será en la casa de habitación de cada examinado¹, en la cual se solicitará un lugar ventilado y tranquilo. Además se solicitará al examinado que no se encuentre solo en su casa de habitación. Con esta acción también se seguirá los protocolos establecidos por el Ministerio de Salud la cual son: La investigadora usará mascarilla y careta, además deberá portar alcohol en gel. El examinado, aun estando en su casa a la hora de realizar la entrevista deberá portar mascarilla. Es importante destacar que no se realizarán tratamiento alguno. Para contactar a los participantes se solicitará a la coordinación administrativa de la PHC lista de estudiantes que realizaron la PHC en el periodo 2020 y de aquellos que ingresaron a las carreras de Farmacia, Geología y Química con las notas obtenidas en la prueba de Habilidades cuantitativas, estas se contrastarán con los nombres de los estudiantes que deseen apuntarse en la participación del proyecto cuando se les proporcione la invitación. Se seleccionarán aquellos que tengan notas por encima de 70, ya que es la nota mínima requerida para aprobar un curso en la universidad. Por otra parte, a los participantes no se suministrarán drogas ni sustancias nocivas en el proceso de entrevista. El estudio tiene una proyección de dos años y medio, sin embargo las entrevistas al estudiantado se realizarán durante 5 semanas, correspondiente al primer mes de clases.

Para cada entrevista se llevarán un registro con la firma del estudiantado así como una guía de entrevista que incluya protocolo retrospectivo y concurrente. Esta guía será construida previa evaluación de los ítems por medio de jueces expertos. La técnica que se empleará para la recolección de evidencias sobre los procesos de solución de los ítems en el estudiantado será el reporte verbal. Esta técnica consiste en identificar los procedimientos de resolución empleado por los examinados para resolver los ítems de la prueba.

Para la recolección de los reportes verbales se requiere que el estudiantado acepte que su expresión verbal sea audio-grabada. Las grabaciones se utilizarán de manera confidencial y solo se emplearán para efectos del proyecto en la determinación de los procesos empleados en la resolución de los ítems de habilidades Cuantitativas.

C. RIESGOS

En este apartado deberá incluir:

1. Las entrevistas no generarán ningún riesgo o consecuencia para el estudiantado participante, ya que solo se quiere que resuelva los reactivos que se le vayan presentando.
2. Se espera que las entrevistas no generen molestias al estudiantado, ya que no se pretende juzgar sobre la manera en que resuelve el ítem ni los errores que podría cometer, sino determinar cómo lo resuelve.

D. BENEFICIOS

¹ Esto con previa aceptación del examinado, y en miras de no poner en riesgo la salud del participante trasladándose a otros lugares.

En este apartado deberá especificar:

1. El estudiantado participante **NO** obtendrá ningún beneficio directo. Sin embargo, se obtendrá beneficios en cuanto a determinar qué habilidades de razonamiento cuantitativo requiere para solventar el curso introductorio de Química. Además, se proveerá información en cuanto a las habilidades de razonamiento cuantitativo que traen de la secundaria y poder reforzarles al momento de ingresar a la educación superior.

E. VOLUNTARIEDAD

La participación en esta investigación es voluntaria. La persona, en este caso el estudiantado, puede negarse a participar o retirarse en cualquier momento sin perder los beneficios a los cuales tiene derecho, asimismo no tendrá consecuencias de ningún tipo por su retiro o falta de participación.

F. CONFIDENCIALIDAD

Los datos obtenidos en las entrevistas serán empleados de manera confidencial, así como el anonimato de las personas a las cuales se les realizaron las observaciones. Para obtener información con respecto a los resultados los participante podrá contactar a la investigadora principal al correo electrónico graciela.ordonez@ucr.ac.cr.

H. INFORMACIÓN

Antes de dar su autorización debe hablar con la investigadora responsable del estudio y evacuar todas sus dudas respecto al proyecto. Si quisiera más información más adelante, puede obtenerla llamando a Graciela Ordóñez Gutiérrez, al teléfono 2511 6999 o al número 8920 8670. Cualquier consulta adicional puede comunicarse con la Vicerrectoría de Investigación de la Universidad de Costa Rica *a los teléfonos 2511-4201, 2511-1398*, de lunes a viernes de 8 a.m. a 5 p.m.

- I. Los participantes **NO** perderá ningún derecho por firmar este documento y recibirá una copia de esta fórmula firmada para su uso personal.

Firma de sujeto participante: _____
Comité Ético Científico - Universidad de Costa Rica - Número de sesión en que fue aprobado el proyecto: _____ Comité Ético Científico -
Universidad de Costa Rica

CONSENTIMIENTO

He leído o se me ha leído toda la información descrita en esta fórmula antes de firmarla. Se me ha brindado la oportunidad de hacer preguntas y estas han sido contestadas en forma adecuada. Por lo tanto, declaro que entiendo de qué trata el proyecto, las condiciones de mi participación y accedo a participar como sujeto de investigación en este estudio

Nombre, firma y cédula del sujeto participante

Lugar, fecha y hora

Nombre, firma y cédula del padre/madre/representante legal (menores de edad)

Lugar, fecha y hora

Nombre, firma y cédula del/la investigador/a que solicita el consentimiento

Lugar, fecha y hora

Nombre, firma y cédula del/la testigo

Lugar, fecha y hora

Versión junio 2017

Formulario aprobado en sesión ordinaria N° 63 del Comité Ético Científico, realizada el 07 de junio del 2017.

Firma de sujeto participante: _____
Comité Ético Científico - Universidad de Costa Rica – Número de sesión en que fue aprobado el proyecto: _____ Comité Ético Científico -
Universidad de Costa Rica

ANEXO 3. Solicitud de consentimiento y autorización de la dirección de la Escuela de Química

Solicitud de consentimiento



2 de septiembre de 2021
PHC-118-2021

Dr. [REDACTED]
Director
Escuela de Química
Universidad de Costa Rica

Estimable señor, por este medio le saludo y al mismo tiempo me presento. Soy Graciela Ordóñez Gutiérrez docente de la Escuela de Matemática e Investigadora en el Instituto de Investigaciones Psicológicas en el proyecto **723-C0-183** "la prueba de habilidades cuantitativa: medición del razonamiento cuantitativo para propósito de admisión". Actualmente me encuentro realizando, dentro de este proyecto, la investigación **Pry 01-85** "Habilidades de Razonamiento cuantitativo demostradas por los estudiantes en la Prueba de habilidades Cuantitativas y las requeridas en el curso de Química". Esta investigación, Pry01-85, también forma parte de mi memoria para optar al grado de doctora en educación en el Programa Latinoamericano de Doctorado en Educación. El objetivo de la investigación es: analizar las evidencias, asociadas a la validez, que permiten realizar inferencias sobre las habilidades de razonamiento cuantitativo demostradas por los sujetos en la Prueba de habilidades cuantitativas y las requeridas en el curso QU-0100, Química General I y QU-0108 Introducción a la Química.

Para cumplir con el objetivo he realizado varias facetas para la recolección de evidencias de validez. Una de estas etapas consiste en determinar los procesos a partir de la solución de ejercicios, o bien, problemas de la química, en las cuales docentes de su escuela imparten el curso QU-0100, Química General I y QU-0108 Introducción a la Química. Por esto, y de forma respetuosa, quiero solicitar su consentimiento para realizar observaciones de las clases en las que se evidencie los procesos de solución a los ejercicios, o problemas, de química.

Cabe destacar que el material que se recolecte se manejará bajo total confidencialidad. Además, no se pretende juzgar los aspectos metodológicos, pedagógicos, didácticos o de evaluación de la clase, sino los procesos de solución de ejercicios o problemas. Por ello agradezco su apoyo y ayuda en convencer a los docentes en caso de que ellos no me respondan o bien no estén





UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

IIP Instituto de
Investigaciones
Psicológicas

PHC-118-2021
Página 2

convencidos en que se realice dicha observación. El comité asesor de mi investigación son: Dra. Rosaura Romero Chacón, el Dr. Guaner Rojas Rojas y la Dra. Susan Francis.

Realmente agradecería su colaboración para culminar dicho proyecto. Cualquier consulta puede contactarme por medio del correo electrónico graciela.ordonez@ucr.ac.cr, al teléfono 25 11 6982, o al 89208670. Adjunto el consentimiento informado aprobado con el comité ético científico de la Universidad de Costa Rica.

Nuevamente, agradezco su colaboración de antemano, atentamente

M.Sc. Graciela Ordóñez Gutiérrez
Docente e investigadora
IIP-PHC
Escuela de Matemática

Este documento está firmado digitalmente 

C.
Archivo

Adjunto: cuando proceda

HC Habilidades
Cuantitativas

Autorización Escuela de Química

EQ Escuela de
Química

3 de septiembre de 2021
EQ-1184-2021

M.Sc. Graciela Ordoñez Gutiérrez
Prueba de Habilidades Cuantitativas
Escuela de Matemática

Estimada señora:

En respuesta a su amable oficio PHC-118-2021 de fecha 2 de setiembre, me permito indicarle que cuenta usted con el visto bueno de esta Dirección, para que proceda, en su calidad de investigadora del proyecto 723-C0-183 "la prueba de habilidades cuantitativa: medición del razonamiento cuantitativo para propósito de admisión", dentro del cual se realiza la investigación Pxy 01-85 "Habilidades de Razonamiento cuantitativo demostradas por los estudiantes en la Prueba de habilidades Cuantitativas y las requeridas en el curso de Química", para que realice observaciones de las clases en las que se evidencien los procesos de solución a los ejercicios o problemas, de Química, en los cursos QU-0100 Química General I y QU-0108 Introducción a la Química.

Con copia de este oficio, los correspondientes docentes fueron debidamente notificados.

Deseándole éxito y los mejores resultados en su investigación, suscribe.

Atentamente,

UCR Firmado
digitalmente

Director

AGE



Año de las Universidades Públicas
por la conectividad como
derecho humano universal
BICENTENARIO DE LA
INDEPENDENCIA DE COSTA RICA

ANEXO 4. Solicitud y consentimiento informado a docentes de Química



1 de septiembre de 2021
PHC-117-2021

Dr. [REDACTED]
 Dr. [REDACTED]
 Dr. [REDACTED]
 Dr. [REDACTED]
 Docentes
 Escuela de Química

Estimables señores, por este medio le saludo y al mismo tiempo me presento. Soy Graciela Ordóñez Gutiérrez docente de la Escuela de Matemática e Investigadora en el Instituto de Investigaciones Psicológicas en el proyecto **723-C0-183** “la prueba de habilidades cuantitativa: medición del razonamiento cuantitativo para propósito de admisión”. Actualmente me encuentro realizando, dentro de este proyecto, la investigación **Pry 0185** “Habilidades de Razonamiento cuantitativo demostradas por los estudiantes en la Prueba de habilidades Cuantitativas y las requeridas en el curso de Química”. Esta investigación, Pry01-85, también forma parte de mi memoria para optar al grado de doctora en educación en el Programa Latinoamericano de Doctorado en Educación. El objetivo de la investigación es: analizar las evidencias, asociadas a la validez, que permiten realizar inferencias sobre las habilidades de razonamiento cuantitativo demostradas por los sujetos en la Prueba de habilidades cuantitativas y las requeridas en el curso QU-0100, Química General I y el curso QU0108 Introducción a la Química.

Para cumplir con el objetivo he realizado varias facetas para la recolección de evidencias de validez. Una de las facetas consiste en determinar los procesos a partir de la solución de ejercicios, o bien, problemas de la química, en las cuales usted imparte dicho curso. Por esto, y de forma respetuosa, quiero solicitar su consentimiento para realizar observaciones de sus clases en las que se evidencie los procesos de solución a los ejercicios, o problemas, de química.

Cabe destacar que el material que se recolecte se manejará bajo total confidencialidad. Además, no se pretende juzgar los aspectos metodológicos, pedagógicos, didácticos o de evaluación de la clase, sino los procesos de solución de ejercicios o problemas.

Por otra parte, agradecería si usted me dejara acceder a los videos de sus clases



Año de las Universidades Públicas
 por la conectividad como
 derecho humano universal
2021
 BICENTENARIO DE LA
 INDEPENDENCIA DE COSTA RICA



UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
COMITÉ ÉTICO CIENTÍFICO
Teléfono/Fax: (506) 2511-4201

Instituto de Investigaciones en Psicología

**FORMULARIO PARA EL CONSENTIMIENTO INFORMADO BASADO EN LA LEY
N° 9234 “LEY REGULADORA DE INVESTIGACIÓN BIOMÉDICA” y EL
“REGLAMENTO ÉTICO CIENTÍFICO DE LA UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
PARA LAS INVESTIGACIONES EN LAS QUE PARTICIPAN SERES HUMANOS”**

**Habilidades de razonamiento cuantitativo demostradas por los estudiantes en la PHC y las
requeridas en el curso QU-0100 de la Universidad de Costa Rica**

Código (o número) de proyecto: 85

Nombre de la investigadora principal: Graciela Ordóñez Gutiérrez

Nombre del los participantes: Docentes que imparten el curso introductorio de Química a
Estudiantes de Farmacia, Química e Ingeniería de Alimentos.

Medios para contactar a la/al participante: número de teléfono otorgado por la Escuela de
Química

Correo electrónico: otorgado por la Escuela de Química

A. PROPÓSITO DEL PROYECTO

El estudio que se hará involucrará una investigación de corte empírico en las que se pretende determinar los procesos que involucran habilidades de razonamiento cuantitativo en la resolución de problemas o ejercicios en el curso introductorio de Química. La investigadora responsable es Graciela Ordóñez Gutiérrez con número de identificación 5-0329-0717, docente en la Escuela de Matemática e investigadora del Instituto de en Investigaciones Psicológicas de la Universidad de Costa Rica. El propósito de la investigación es *analizar la asociación entre las habilidades de razonamiento cuantitativo demostradas por los estudiantes en la resolución de ítems de la PHC y los requeridos en el curso introductorio de Química en las carreras de Farmacia, Química e Ingeniería de Alimentos de la Universidad de Costa Rica.*

B. ¿QUÉ SE HARÁ? Los docentes podrán impartir sus clases normalmente. Lo que se recolectarán serán los procesos que efectúen para dar solución a los ejercicios o problemas de inmersos dentro de los contenidos del curso introductorio de Química. El profesorado no tendrá compromiso alguno con respecto a la investigación, más que el de aceptar que tres personas expertas le efectúen las observaciones de las clases. La frecuencia de las observaciones será según el avance de las clases la cual corresponde a una vez por semana durante un semestre. El lugar de las observaciones de clases será de acuerdo con las aulas otorgadas por el ente encargado para ello. No se realizarán tratamiento alguno más que el de la observación de la clase por personas que son expertas en determinar habilidades de

1

Firma de sujeto participante: _____
Comité Ético Científico - Universidad de Costa Rica - Número de sesión en que fue aprobado el proyecto: _____
Universidad de Costa Rica



razonamiento cuantitativo. Para determinar los participantes se solicitará a la Dirección de la Escuela de Química la lista de profesores que impartirán el curso introductorio de Química (Química General) y luego se contactará a cada docente para establecer la anuencia a ser observado en sus clases. Por otra parte, no se suministrarán drogas ni sustancias nocivas en el proceso de observación. El estudio tiene una proyección de dos años y medio, sin embargo las observaciones de las clases serán por 16 semanas correspondientes a las semanas de clases. Para cada clase los observadores llevarán un registro de visita así como un instrumento con criterios de observación en las que se involucran indicadores de habilidades de razonamiento cuantitativo. Estos instrumentos serán construidos previa realización de protocolos verbales con estudiantes de hayan aplicado la Prueba de Habilidades Cuantitativas y que ingresaran a las carreras: Farmacia, Química e Ingeniería de Alimentos.

El instrumento es una Escala de Observación con indicadores de Habilidades Cuantitativas. La técnica es la observación no participante. Las grabaciones o Audio grabaciones dependerán del consentimiento de cada profesor, esto es si está anuente a ser grabado. Las grabaciones se utilizarán de manera confidencial, solo se emplearán para determinar los procesos de razonamiento cuantitativo empleado en las clases para la resolución de ejercicios o problemas de la Química. Los resultados se devolverán a partir de un informe escrito en la que se evidencien las habilidades de razonamiento cuantitativo empleados por el profesorado en las clases introductorias de Química.

C. RIESGOS

En este apartado deberá incluir:

1. Las observaciones de las clases no generarán ningún riesgo o consecuencia para el profesorado, ya que solo se quiere observar las estrategias de solución de los ejercicios en los primeros cursos introductorios y no los aspectos metodológicos que emplee para llevar a cabo sus clases.
2. Se espera que las observaciones no generen molestias al profesorado, ya que no se pretende observar aspectos de metodología, planeamientos y evaluación de estas. Asimismo, dado que es observación no participante, esta no interferirá en las explicaciones que se provean al estudiantado con respecto a la materia.

D. BENEFICIOS

En este apartado deberá especificar:

1. Los docentes participantes **NO** obtendrá ningún beneficio directo. Sin embargo, se obtendrá beneficios en cuanto a determinar qué habilidades de razonamiento cuantitativo requiere el estudiantado para solventar el curso introductorio de Química. Además, se proveerá información en cuanto a las habilidades de razonamiento cuantitativo que traen de la secundaria y poder reforzarles al momento de ingresar a la educación superior.



E. VOLUNTARIEDAD

La participación en esta investigación es voluntaria. La persona, en este caso el docente, puede negarse a participar o retirarse en cualquier momento sin perder los beneficios a los cuales tiene derecho, asimismo no tendrá consecuencias de ningún tipo por su retiro o falta de participación.

F. CONFIDENCIALIDAD

Los datos obtenidos en las observaciones de las clases serán empleados de manera confidencial, así como el anonimato de las personas a las cuales se les realizaron las observaciones. Para obtener información con respecto a los resultados los participante podrá contactar a la investigadora principal al correo electrónico graciela.ordonez@ucr.ac.cr.

H. INFORMACIÓN

Antes de dar su autorización debe hablar con la investigadora responsable del estudio y evacuar todas sus dudas respecto al proyecto. Si quisiera más información más adelante, puede obtenerla llamando a Graciela Ordóñez Gutiérrez, al teléfono 2511 6999 o al número 8920 8670. Cualquier consulta adicional puede comunicarse con la Vicerrectoría de Investigación de la Universidad de Costa Rica a los teléfonos 2511-4201, 2511-1398, de lunes a viernes de 8 a.m. a 5 p.m.

- I. Los participantes **NO** perderá ningún derecho por firmar este documento y recibirá una copia de esta fórmula firmada para su uso personal.

3

Firma de sujeto participante: _____
 Comité Ético Científico - Universidad de Costa Rica – Número de sesión en que fue aprobado el proyecto: _____
 Universidad de Costa Rica





PHC-117-2021
Página 2

iniciales, con la finalidad de llevar una secuencia de estas. Realmente agradecería su colaboración para culminar dicho proyecto. Cualquier consulta puede contactarme por medio del correo electrónico graciela.ordonez@ucr.ac.cr, al teléfono 25 11 6989, o al 89208670. Le adjunto el consentimiento informado aprobado con el comité ético científico de la Universidad de Costa Rica.

Agradeciendo su colaboración de antemano, cordialmente

Atentamente,

Este documento está firmado digitalmente 

M.Sc. Graciela Ordóñez Gutiérrez
Docente-Investigadora
IIP-PHC

INICIALES

C.
Archivo

Adjunto: cuando proceda



ANEXO 5. Solicitud de datos al coordinador del equipo académico de la PHC

17 de noviembre de 2021

██████████
Coordinador Académico
Prueba de Habilidades Cuantitativas
Universidad de Costa Rica

Estimado señor:

Por medio de la presente, de manera respetuosa, solicito las notas obtenidas por el estudiantado en los cursos QU0100 Química general 1, y QU-0108 Introducción a la Química y que realizaron la prueba de habilidades cuantitativas en el año 2020. Los datos que solicito es del grupo de estudiantes que ingresaron a las siguientes carreras en el año 2021: Química, Farmacia, Geología, Ingeniería Mecánica e Ingeniería Eléctrica. Esto para efectos de investigación en el marco del proyecto No. 723-C0-332 llamado Habilidades de Razonamiento Cuantitativo demostradas por los estudiantes en la PHC y las requeridas en el curso QU-0100 de la Universidad de Costa Rica. Cabe mencionarle que los datos del estudiantado se usarán solo para efectos de la investigación y serán tratados con total confidencialidad. Adjunto el reporte de ingreso del estudiantado de esas carreras en dos archivos de Excel.

Agradeciendo la colaboración, cordialmente

GRACIELA ORDOÑEZ GUTIERREZ (FIRMA)
PERSONA FISICA, CPF-05-0329-0717
Fecha declarada: 17/11/2021 01:10:25 PM
Razón: Proyecto
Lugar: San Pedro Contacto: Graciela Ordóñez Gutiérrez

M.Sc. Graciela Ordóñez Gutiérrez
Investigadora IIP-PHC
Universidad de Costa Rica

ANEXO 6. Ficha: entrenamiento para realizar la técnica de pensamiento en voz alta

Ficha: Entrenamiento para realizar la técnica de pensamiento en voz alta

Objetivo: Establecer un entrenamiento previo que permita al participante familiarizarse con la técnica de pensamiento en voz alta.

Estimable participante, primeramente quiero agradecer su disponibilidad en la participación del proyecto “Habilidades de razonamiento cuantitativo requerido por los estudiantes para tener éxito en Química”. Estoy interesada en conocer cómo respondes las preguntas de opción múltiple de la Prueba de Habilidades Cuantitativas del año 2020. Para ello voy a entregarte el cuadernillo que contiene 40 ítems de selección y te pediré que pienses en voz alta la forma en cómo lo vas solucionando. Después podría hacerte algunas preguntas. Pensar en voz alta significa que quiero que me digas todo lo que pasa por tu mente desde el momento en que lees el ítem hasta que elijas la opción que consideras que es correcta. Mientras revisas cada ítem es indispensable que te mantengas hablando; si en algún momento guardas silencio te solicitaré que vuelvas a pensar en voz alta. Trata de actuar como si estuvieras solo (a) en el espacio correspondiente de aplicación y hablando para ti mismo. ¿tienes alguna duda?

Voy a resolver un ítem pensando en voz alta para que veas cuál es la dinámica, ¿de acuerdo?

Esto es que voy a decir, o voy a ir verbalizando, todo lo que pasa por mi mente mientras estoy resolviendo el ítem. Luego explicaré qué fue lo que hice para resolverlo.

Ahora, te voy a solicitar que realices exactamente el mismo ejercicio que yo acabo de hacer, ¿tienes alguna consulta?

ÍTEMES DE PRÁCTICA PARA REALIZAR LA ENTREVISTA “PROTOSCOLOS DE PENSAMIENTO EN VOZ ALTA”

¿Cuál de los siguientes números es un divisor de $78^2 + 2 \cdot 78 \cdot 14 + 14^2$?

- A) 15
- B) 46
- C) 64
- D) 78

Sea l la arista de un cubo y V el volumen de ese cubo. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es, **con certeza**, verdadera?

- A) Si l es racional, entonces V es irracional.
- B) Si l es irracional, entonces V es irracional.
- C) Si l es par, entonces V es impar.
- D) Si l es par, entonces V es par.

ANEXO 7. Escala de valoración de los procesos realizados por los examinados

Valoración de los procesos realizados por los examinados

Juez: _____ Fórmula: _____

Estimado juez a continuación se le presenta un instrumento la cual contiene una escala de valoración por cada uno de los ítems que componen la prueba que se le entregará en conjunto con esta. Se le solicita realizar la valoración del proceso de solución efectuado por el examinado en cada uno de los ítems e indique si:

-1: El proceso efectuado por el grupo de examinados no corresponde a lo que se solicita en el ítem, según categoría del constructo

0: El proceso efectuado por el examinado corresponde medianamente a lo que se solicita en el ítem, según categoría del constructo

1: El proceso efectuado por el examinado corresponde fuertemente a lo que se solicita en el ítem, según categoría del constructo

Luego en la casilla "veredicto" escriba la categorización del proceso, según el constructo considerado y el efectuado por el examinado. En la casilla de observaciones escriba cualquier observación que tenga al respecto.

# ítem	Escala			Veredicto	Observaciones
	-1	0	1		
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					

# ítem	Escala			Veredicto	Observaciones
22					
23					
24					
25					
26					
27					
28					
29					
30					
31					
32					
33					
34					
35					
36					
37					
38					
39					
40					

ANEXO 8. Escala de valoración para la observación de las clases de Química

Evidencias de validez de contenido

Valoración por jueces expertos

Estimables colegas, por este medio me dirijo a ustedes para solicitarles su colaboración como experto para obtener evidencias de validez de contenido respecto a los criterios que definen ciertas características de las dimensiones del constructo "Razonamiento Cuantitativo". Dichos criterios están integrados en un instrumento, escala de valoración, que posteriormente será aplicada a docentes de Química.

La escala tiene como nombre "habilidades de razonamiento cuantitativo requerido por estudiantes de química desde la perspectiva docente", y tiene objetivo "analizar desde la perspectiva docente en *qué medida las habilidades de razonamiento cuantitativo son necesarias para que el estudiantado que cursa QU-0100 Química General I y QU-0108 Introducción a la Química, tenga éxito en dicho curso*". Para llegar a dicho objetivo, primeramente se requiere establecer si los criterios elaborados son congruentes con la definición del constructo "Razonamiento Cuantitativo" y con las dimensiones que constituyen el constructo las cuales son: Comparar, Clasificar, Ejemplificar, Validar, Generalizar.

Es por esto que usted fue seleccionado como juez dada su trayectoria en el estudio de dicho constructo y en la valoración de las dimensiones en la Prueba de Habilidades Cuantitativa, en la que se pretende medir el constructo mencionado. Cabe destacar que la elaboración de este estudio forma parte de las labores académicas en el proyecto "La prueba de habilidades cuantitativas: Medición del Razonamiento Cuantitativo" número 723-CO-183.

Para la valoración usted debe leer cada criterio (ítem) y valorar la propiedad de este, de acuerdo con su conocimiento en el tema y su experticia. Por otra parte, se agradece cualquier sugerencia o comentario que permita mejorar el instrumento.

Para cada característica definida valore si la correspondencia (congruencia) de cada uno de los criterios definidos en cada una de las dimensiones es:

0: nada fuerte

1: medianamente fuerte

2: muy fuerte

Tomando en cuenta las siguientes propiedades

Pertenencia teórica (PT): si el criterio se adecúa a la definición operacional seleccionada (dimensión en la que se encuentra: Comparar, Clasificar, Ejemplificar, Validar, Generalizar)

Evidencias de validez de contenido

Representatividad (RE): El criterio representa de manera esencial el constructo y la dimensión

Singularidad (SI): El criterio no es redundante

Claridad (CL): la redacción del ítem no produce confusiones

En cada casilla, si lo considera pertinente, puede escribir sus observaciones para cada criterio considerando si se le deben hacer cambios en la redacción, pertenencia al constructo, o si se debe suprimir.

Para ello entiéndase el **Razonamiento Cuantitativo** como: "el proceso de pensamiento que los sujetos emplean para aplicar la matemática en la resolución de un problema. El empleo de este tipo de razonamiento no incluye el razonamiento imitativo (también conocido como memorístico) y el razonamiento algorítmico". El Razonamiento cuantitativo puede definirse en cinco procesos que están interrelacionados y categorizados (dimensionados) como: comparar, clasificar, ejemplificar, validar y generalizar.

Cada categoría está definida de acuerdo con la valoración.

Evidencias de validez de contenido

Dimensión Calcular: Proceso que implica conceptualizar un objeto y un atributo del mismo para que el atributo tenga una unidad de medida. Esto es el proceso de concebir un atributo que podría medirse, decidir cómo se podría medir ese atributo (que podría incluir seleccionar una unidad de medida) y dar significado a las medidas que resultarían.

Criterios	Valoración												Observaciones			
	PT			RE			SI			CL						
	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2				
Realizar operaciones numéricas o simbólicas																
Considerar atributos que pueden medirse																
Establecer una estrategia para medir un atributo																
Dar significado a las medidas que resultan de algún cálculo																

ANEXO 9. Escala de valoración de las observaciones de las clases de Química

Formulario para la observación de clases

Juez: _____ Fecha: _____

Observación # _____ Docente _____

Para la valoración de las observaciones escriba una X dentro de la casilla o cuadro si:

0: = el criterio establecido **no** se presenta durante la clase observada.

1:= si el criterio establecido se presenta **levemente** durante la clase observada.

2:= si el criterio establecido se presenta **fuertemente** durante la clase observada.

Dimensión	Criterio	Escala			Observaciones
		0	1	2	
Calcular	Realizar operaciones numéricas o simbólicas				
	Considerar atributos que pueden medirse				
	Establecer alguna estrategia para medir un atributo				
	Dar significado a las medidas que resultan de algún cálculo				
Relacionar	Identificar una cualidad, o bien todas las posibles propiedades, en un primer objeto que le permiten vincularlo con otro u otros objetos.				
	Analizar las propiedades inherentes a un objeto en relación con otro objetos.				
	Emplear propiedades inherentes entre los objetos.				
	Establecer semejanzas y diferencias existentes entre los objetos involucrados.				
Clasificar	Definir un universo de clases que sean mutuamente exclusivas entre elementos				
	Identificar alguna propiedad en el objeto que le permita diferenciarlo de otros objetos				
	Analizar conceptos asociados a la estructura del objeto o elemento que le permitan diferenciarlo de los demás.				
	Agrupar objetos o elementos en categorías denominadas clases.				
	Proporcionar características a un objeto o elemento para situarlo dentro de una clase.				
	Identificar características de un objeto para situarlo dentro de una clase.				

Formulario para la observación de clases

Dimensión	Criterio	Escala			Observaciones
		0	1	2	
Ejemplificar	Diseñar una situación guiada por un caso concreto previo y distintivo.				
	Proporcionar valores a expresiones, elementos o términos que representan cierta cantidad.				
	Generar valores a las expresiones, términos o proposiciones para determinar propiedades otorgadas en un enunciado previo				
Validar	Generar un juicio de valor sobre un objeto de acuerdo con la comprobación empírica de alguna proposición				
	Conjeturar con respecto a las proposiciones finales, de acuerdo con las propuestas iniciales.				
	Elaborar explicaciones a partir de premisas establecidas u otorgadas				
	verificar la falsedad o veracidad entre igualdades, expresiones o proposiciones.				
Generalizar	Reconocer explícitamente una propiedad común en, o conforme a, un conjunto de objetos				
	Reconocer un patrón dentro de unas proposiciones o expresiones que son otorgadas.				
	Contrastar las reglas que caracterizan un mismo patrón numérico				
	Expresar de manera simbólica (ya sea verbal, icónica, geométrica o algebraica) un patrón determinado				
	Identificar una relación recursiva en un conjunto				
	Desarrollar reglas, ideas o conceptos generales a partir de ejemplos específicos.				
	Establecer concordancias y jerarquías entre dos o más elementos de una misma clase.				