Ministerio de Educación Pública

Ministerio de Educación Pública
Dirección de Desarrollo Curricular
Departamento de Primero y Segundo Ciclos
Asesoría Nacional de Matemática

2 CUADERNILLO DE APOYO PARA EL DOCENTE

Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria OLCOMEP- 2020

SEGUNDO AÑO

Olimpiada Nacional de Matemática en Primaria

Universidad de Costa Rica

PRESENTACIÓN

Es fundamental que nuestro sistema educativo fomente en la sociedad costarricense, todas las actividades posibles orientadas a estimular el desarrollo científico y tecnológico, a efecto de formar personas con las habilidades necesarias para hacer frente a los retos y demandas contemporáneas.

La enseñanza de la matemática ocupa un papel clave en el currículo escolar y persigue el desarrollo de un proceso intelectual en los estudiantes. La Olimpiada Costarricense de Matemática para Educación Primaria OLCOMEP, tiene como finalidad estimular y desarrollar entre los niños y niñas sus capacidades de resolución de problemas matemáticos, por medio de una competencia de conocimiento sana entre estudiantes de diferentes regiones educativas del país.

El presente cuadernillo pretende ser un insumo de apoyo para el docente y práctica para el estudiante. El mismo busca orientar a los y las participantes de la OLCOMEP, por medio de la presentación de problemas recopilados de las pruebas aplicadas en ediciones anteriores de la misma olimpiada. Su contenido pretende dar pautas sobre los tipos de problemas a los que se van a enfrentar los y las estudiantes en las diferentes etapas que comprende la OLCOMEP, así como sus diferentes estrategias de resolución.

Los problemas aquí seleccionados se fundamentan en situaciones matemáticas donde se requiera manifestar las habilidades que caractericen el talento matemático para lograr su resolución, basados en los niveles de complejidad de los problemas descritos en el Programa de Estudio en Matemáticas (MEP, 2012) y por medio de los diferentes contextos que se consideran para la olimpiada.

Comisión Central de OLCOMEP

PROBLEMAS DE PRÁCTICA

1. Andrés y Mario iniciaron el examen de ciencias al mismo tiempo. Mario tardó dos horas y media, mientras que Andrés tardó ciento treinta minutos, ¿cuánto tiempo pasó entre la salida del primero y del segundo?

Exploremos la información presente en el problema

Ellos iniciaron la prueba a la misma hora

Mario tardó 2 horas y 30 minutos

Andrés tardó 130 minutos

Recuerda que una hora tiene 60 minutos.

Un minuto tiene 60 segundos.

El día tiene 24 horas.

Debemos trabajar el intervalo de tiempo de ambos o en minutos o en horas, en este caso vamos a trabajarlo en minutos, pasando lo que tardó Mario a minutos:

Mario tardó 2 horas y media $\left(\frac{1}{2}\right)$

1 hora tiene 60 minutos, por lo que 2 horas serían (60 minutos + 60 minutos = 120 minutos)

1/2 hora sería la mitad de la hora (mitad de 60 que es 30 minutos)

Total en minutos:

120 minutos + 30 minutos = 150 minutos

Andrés tardó 130 minutos

En el problema se quiere saber cuánto tiempo pasó entre la salida del primero y el segundo, tenemos que el primero en salir fue Mario (duro 150 minutos) y luego salió Andres (duró 130 minutos)

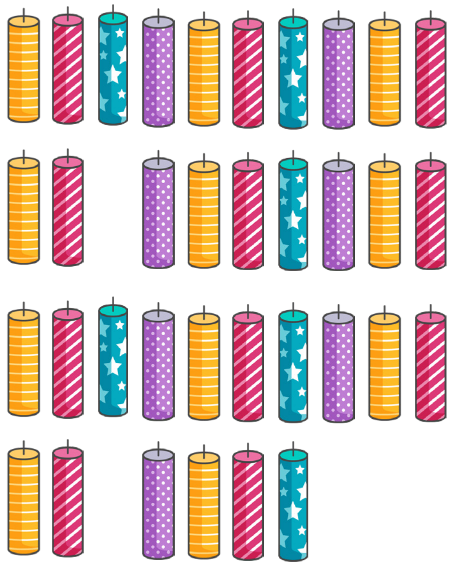
De acuerdo a lo anterior, la duración de Mario menos la de Andrés 150 – 130 = 20 minutos.

El tiempo que pasó entre la salida del primero (Mario) y del segundo (Andrés) fue de 20 minutos.

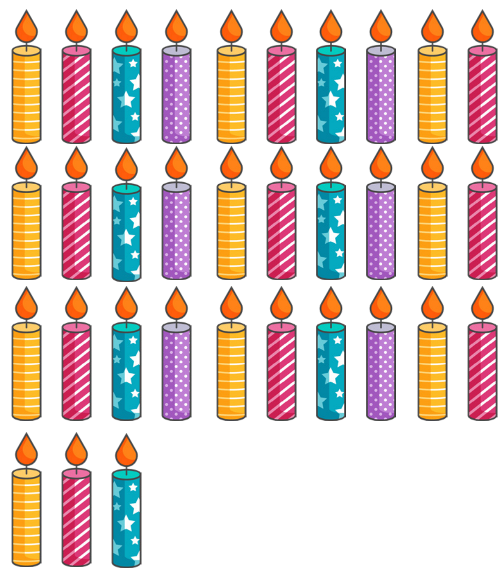
2. Mi abuelo cumple hoy muchos años, así que mi abuelita puso en la torta una vela por cada año cumplido de mi abuelito. Cuando el sopló la primera vez, solo apagó 37 velas. Si 33 quedaron prendidas, ¿cuántos años cumple hoy mi abuelito?

Exploremos el problema, se indica en el problema que el abuelo sopló la primera vez y apagó 37 velas

Velas apagadas en la primera vez que el abuelo sopló:



Velas que quedaron encendidas después de la primera vez que el abuelo sopló:



Velas apagadas: 37

Velas encendidas: 33

Total de velas: apagadas + encendidas

Total de velas: 37 + 33 = 70

Mi abuelito cumplió 70 años

3. El año pasado Carlos ahorró ₡575 y Alberto ₡690, ¿cuántas decenas de colones ahorró Alberto más que Carlos?

Recuerda que:
- Una decena está compuesta por 10 unidades.
- ₡100 se pueden cambiar por 10 monedas de ₡10.
- ₡50 se pueden cambiar por 5 monedas de ₡10.

Vamos a organizar el dinero de cada uno, por conveniencia lo haremos en monedas de 100, 50, 10 y 5 colones.

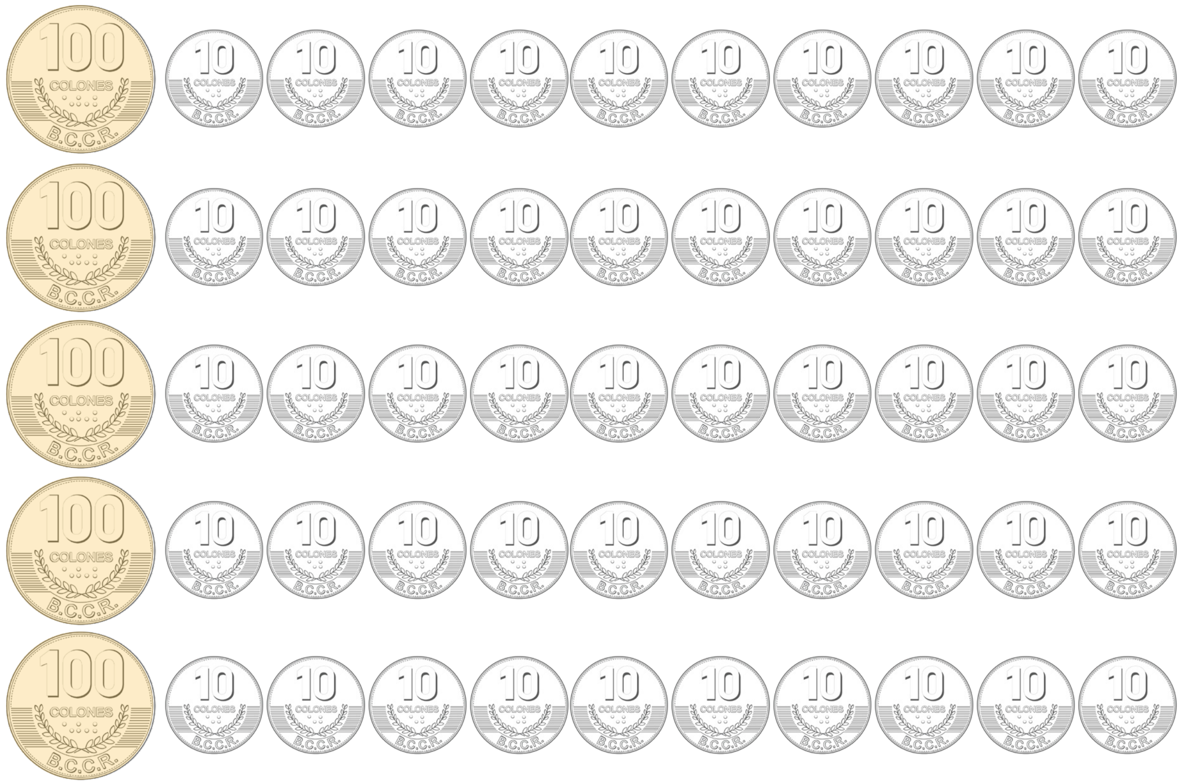
Carlos ahorró ₡575:

Alberto ahorró ₡690:

Ahora como una decena tiene 10 unidades comparemoslo con una moneda de ₡10. Pasemos el dinero anterior a monedas de ₡10.

Carlos ahorró ₡575:

Alberto ahorró ₡690:

Dinero de Carlos ₡575	
Tipo de moneda	**Cantidad**
Una moneda ₡100 puede cambiarse por 10 monedas de ₡10	 Como Carlos tenía 5 monedas de ₡100, tendría 50 monedas de ₡10.
₡50	 Como Carlos tenía 5 monedas de ₡100, tendría 50 monedas de ₡10.
₡10	 Dos monedas más de ₡10.
₡5	
Total de dinero de Carlos ₡575	Total de monedas de ₡10 por las que puede cambiar Carlos su dinero corresponde a 56 monedas que equivale a decir que Carlos tiene **56 decenas** del total del dinero ahorrado y le sobran ₡5 con los que no puedo conformar otra decena.

Dinero de Alberto ₡690	
Tipo de moneda	**Cantidad**
Una moneda ₡100 puede cambiarse por 10 monedas de ₡10	 Como Alberto tenía 6 monedas de ₡100, tendría 60 monedas de ₡10.
₡50	 Como Alberto tenía 1 moneda de ₡50, tendría 5 monedas de ₡10.
₡10	 Cuatro monedas más de ₡10.
Total de dinero de Alberto ₡690	Total de monedas de ₡10 por las que puede cambiar Alberto su dinero corresponde a 69 monedas que equivale a decir que Alberto tiene **69 decenas** del total del dinero ahorrado.

Para responder la pregunta, ¿cuántas decenas ahorró Alberto más que Carlos? Vamos a restar la cantidad de decenas que obtuvimos en las tablas anteriores

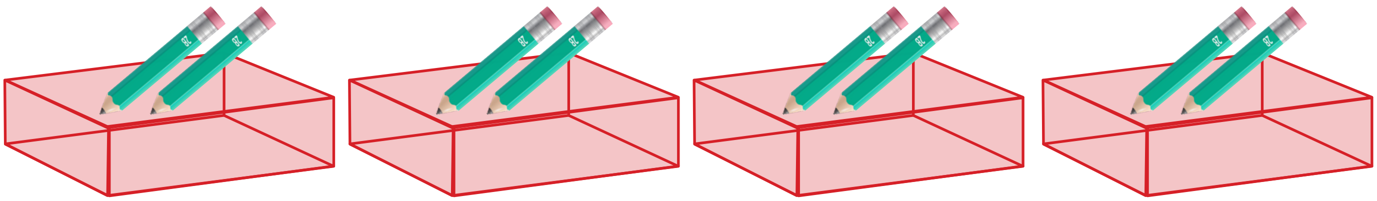
Decenas de Alberto 69 Decenas de Carlos 56

69 – 56 = 13

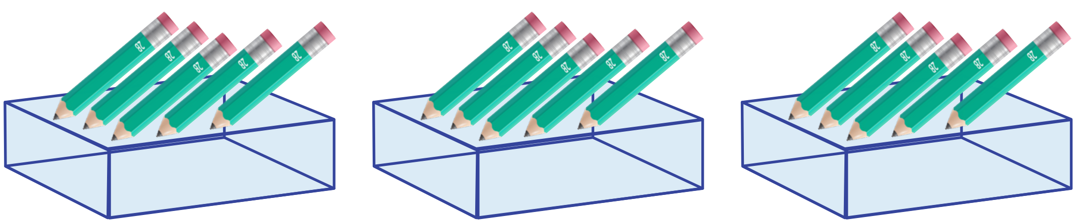
Alberto ahorró 13 decenas más que Carlos

4. Lorena tiene 7 cajas, 4 de color rojo y el resto de color azul. En cada caja roja guarda 2 lápices y en cada caja azul guarda 5 lápices. ¿Cuántos lápices guardó Lorena?

Podemos comenzar a realizar las representaciones gráficas que permitan visualizar el problema:



En las cajas rojas guardó 8 lápices como se observa en la imagen

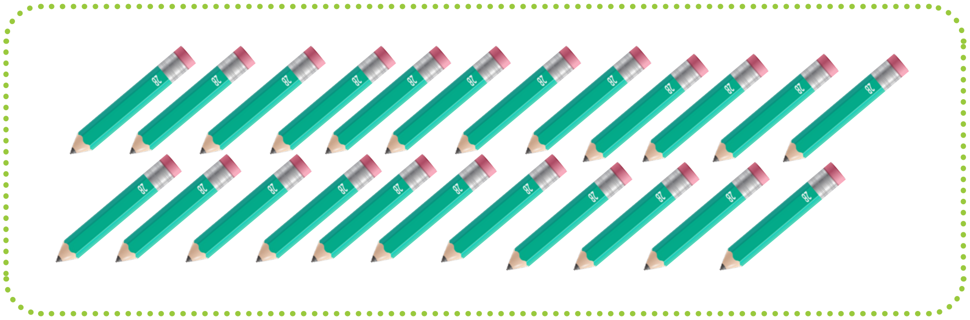


En cada caja azul 15 lápices

8 lápices

15 lápices

23 lápices



En total guardó 8 lápices en las cajas rojas y 15 en las azules: 8 + 15 = 23 lápices

5. Durante las vacaciones de medio año un parque acuático vendió, en los primeros 9 días, la cantidad de entradas que se muestra en la tabla:

Días	Entradas vendidas
Lunes	275
Martes	495
Miércoles	263
Jueves	350
Viernes	370
Sábado	490
Domingo	296
Lunes	280
Martes	274

Según la información anterior, ¿cuántas entradas se vendieron en los tres días en los que asistió mayor número de visitantes?

Identifiquemos cuales son los tres días con mayor venta de entradas del parque acuático:

Días	Entradas vendidas
Lunes	275
Martes	495
Miércoles	263
Jueves	350
Viernes	370
Sábado	490
Domingo	296
Lunes	280
Martes	274

Días	Entradas vendidas
Lunes	275
Martes	495
Miércoles	263
Jueves	350
Viernes	370
Sábado	490
Domingo	296
Lunes	280
Martes	274

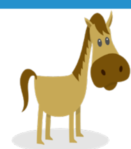
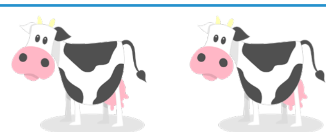
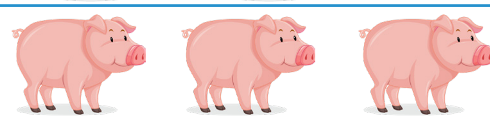
Los siguientes días son los que tuvieron mayores ventas, primer martes, viernes y sábado, en total ingreso:

495 + 370 + 490 = <u>1355</u>

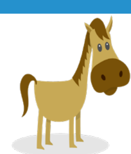
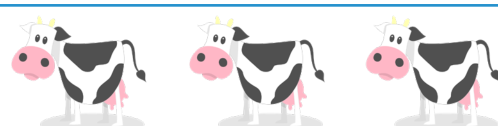
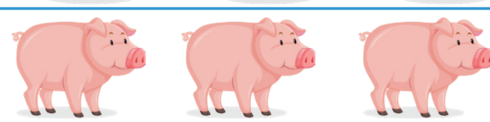
En esos tres días se vendieron 1355 entradas.

6. En la granja de Luisa tienen un caballo, dos vacas y tres cerdos, ¿cuántas vacas más necesitan en la granja de Luisa para que la mitad de todos los animales sean vacas?

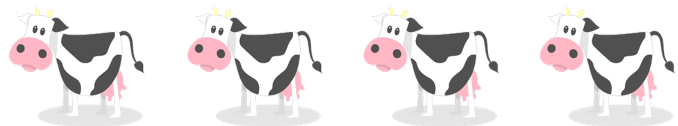
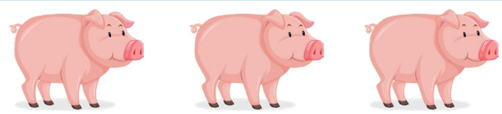
Analicemos la información presente en el problema

Días	Tipo de animal
Caballo	
Vacas	
Cerdos	
Total de animales de la granja	**6**

Hay dos vacas y la cantidad de animales de la granja es de 6, sin embargo si asignamos una vaca más, sucede lo siguiente:

Días	Tipo de animal
Caballo	
Vacas	
Cerdos	
Total de animales de la granja	**7**

En este caso tenemos 7 animales. Tres vacas y cuatro más, sin embargo, nos piden que las vacas representen la mitad de los animales de la granja, para tener la mitad de vacas.

Días	Tipo de animal
Caballo	
Vacas	
Cerdos	
Total de animales de la granja	**8**

En este tercer caso si vemos que hay 4 vacas y entre los cerdos y el caballo hay 4 animales. Por lo tanto, para que la mitad de todos los animales sean vacas se necesitan dos vacas más.

7. Si Nelson está cumpliendo su décimo quinto cumpleaños y Laura es 6 años menor que Nelson, ¿qué edad tiene Laura?

Exploremos el problema:

- Se indica que Nelson está cumpliendo su décimo quinto cumpleaños.
- Laura es 6 años menor que Nelson.
- Determinemos la edad de Laura.

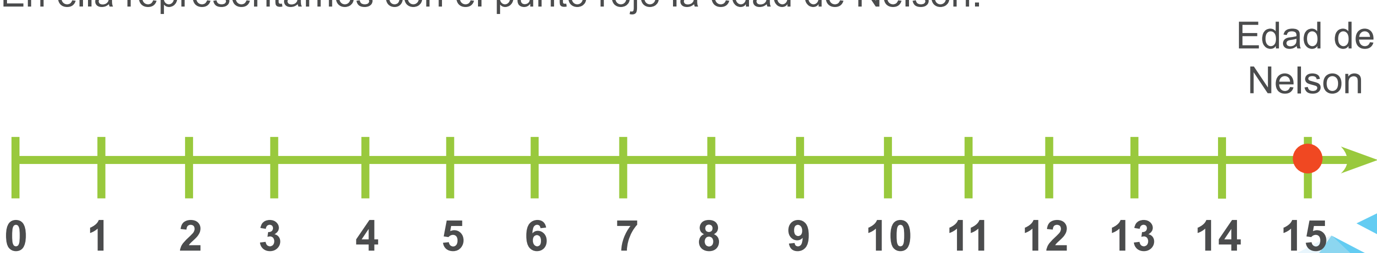
Recuerde que:

Los números ordinales			
Número	**Nombre**	**Número**	**Nombre**
1º	Primero	11º	Undécimo
2º	Segundo	12º	Duodécimo
3º	Tercero	13º	Décimotercero
4º	Cuarto	14º	Décimocuarto
5º	Quinto	15º	Décimoquinto
6º	Sexto	16º	Décimosexto
7º	Séptimo	17º	Decimoséptimo
8º	Octavo	18º	Decimoctavo
9º	Noveno	19º	Decimonoveno
10º	Décimo	20º	Vigésimo

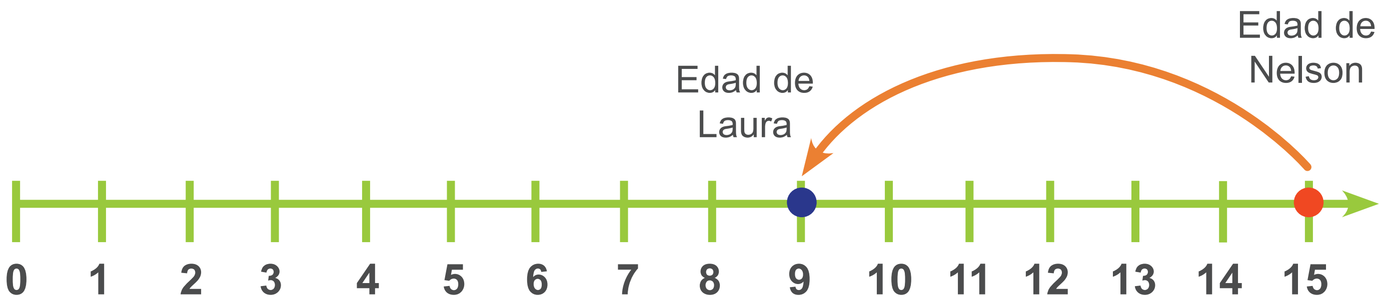
Determinemos cual número es el décimo quinto y en este caso en efecto es el 15, el cual lo vamos a localizar en la recta numérica.

Apoyémonos en la recta numérica

En ella representamos con el punto rojo la edad de Nelson.

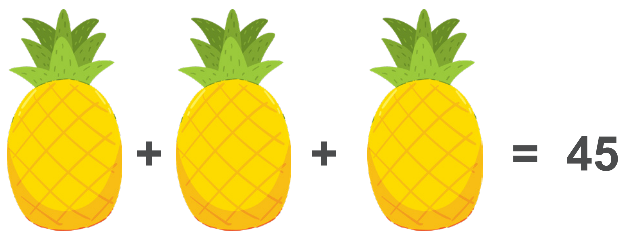


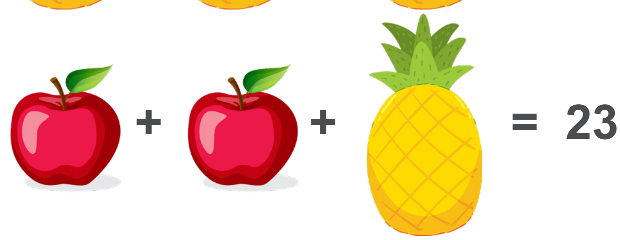
Ahora se indica que Laura es 6 años menor que Nelson, vamos a quitarle esos años a la edad de Nelson para obtener la de Laura:



Con lo anterior tenemos que Laura tiene 9 años.

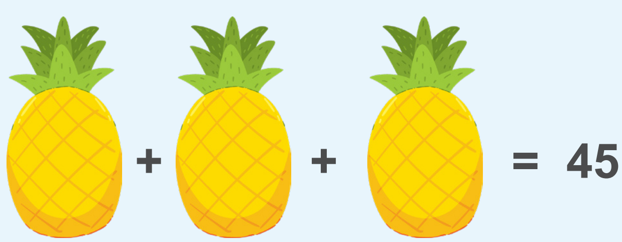
8. Observa las siguientes igualdades



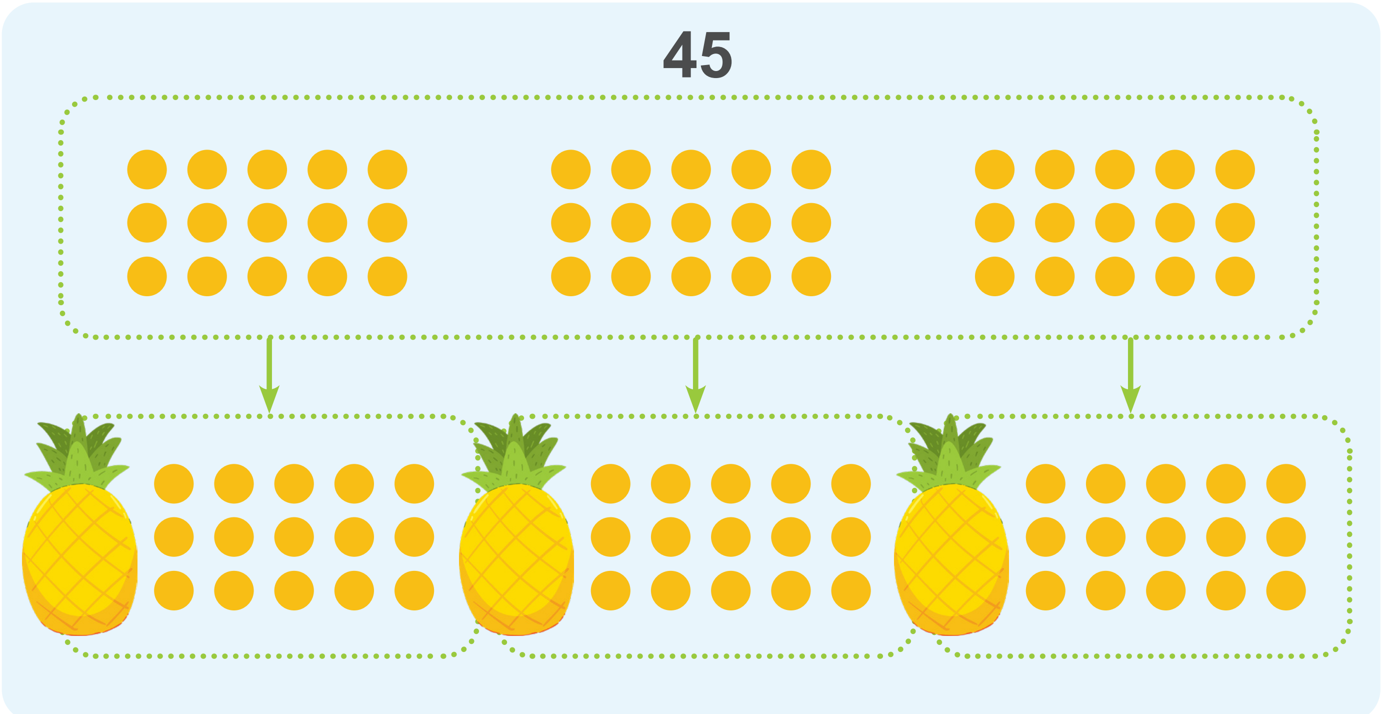


De acuerdo con lo anterior, ¿cuál es el número que representa  ?

Consideremos la primera igualdad

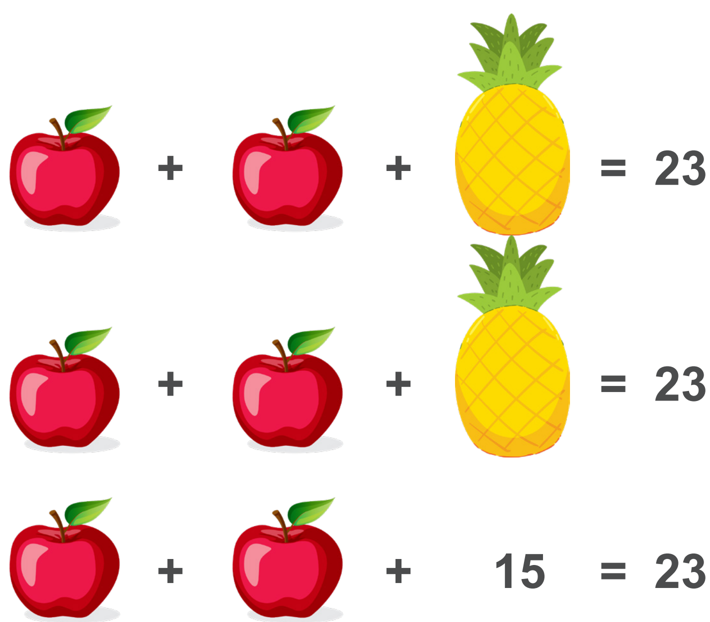


Hay tres  cada una del mismo valor, por lo que podemos realizar una repartición equitativa del 45 repartiéndolo en partes iguales para cada piña y así determinar el valor de cada una.



Anteriormente descubrimos que cada piña tiene un valor de 15 unidades, vamos a sustituir estos valores en la siguiente igualdad (la de las manzanas).

Como ya sabemos que cada piña equivale a 15 unidades, vamos a sustituir en la igualdad.

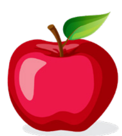


Recuerde que en igualdades, figuras iguales representan valores iguales.

Podemos realizar la prueba y error para verificar cuáles números iguales sumados entre ellos y luego sumados a 15 me da 23, veámoslo en la siguiente tabla:

 + 		 = 15		Debe dar 23
1 + 1 = 2	"le agregamos el valor de la piña"	15 + 2 = 17	equivale a	15
2 + 2 = 4		15 + 4 = 19		15
3 + 3 = 6		15 + 6 = 21		15
4 + 4 = 8		15 + 8 = 23		15

El número que al cambiarlo por la manzana permite que la segunda igualdad de como resultado 23 sería el 4. Por lo tanto:

 = 4

9. Mariela tiene en su alcancía cinco monedas de ₡100, diez monedas de ₡25 y ocho monedas de ₡5. Si para comprar golosinas le da a su hermano dos monedas de ₡100 y éste le devuelve únicamente siete monedas de ₡10. ¿Cuánto le queda ahora en la alcancía?

Exploremos el problema:

Mariela tiene:
- cinco monedas de ₡100,
- diez monedas de ₡25,
- ocho monedas de ₡5 y
- para comprar golosinas le da a su hermano dos monedas de ₡100 y éste le devuelve únicamente siete monedas de ₡10.

¿Cuánto le queda ahora en la alcancía?

Utilicemos una tabla para determinar la cantidad de dinero que tenía en la alcancía, lo que gastó y lo que le quedó.

Dinero que tenía en la alcancía

Tipo de moneda	Cantidad de monedas		Monto ahorrado por tipo de moneda
	5	**5 + 5 + 5 + 5 + 5 =**	₡25
	10	**25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 + 25 =**	₡250
	8	**100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 =**	₡800
Total de dinero ahorrado			**1075**

Dinero que gastó en golosinas

Tipo de moneda	Cantidad de monedas		
	2	**100 + 100 =** Dinero que le dió la hermana	₡200
	7	**10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 =**	₡70
		Dinero gastado	200 - 70 ₡130

Dinero que le quedó

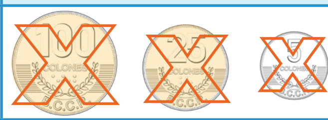
$$\begin{array}{r} 1075 \\ -\ \ 130 \\ \hline ₡\ 945 \end{array}$$

A Marianela le quedó ₡945

Podemos hacerlo descomponiendo las monedas que Mariela tiene, por ejemplo:

Tipo de moneda	Cantidad de monedas	Dinero ahorrado
₡5	5	
₡25	10	
Dinero que gastó	equivalencia	Dinero gastado
₡130		
Total de dinero ahorrado		

Vamos a proceder a cancelar la moneda gastada con la que tenía Mariela.

Tipo de moneda	Cantidad de monedas	Dinero ahorrado
₡5	5	
₡25	10	
₡100	8	
Dinero que gastó	equivalencia	Dinero gastado
₡130		
Total de dinero ahorrado		

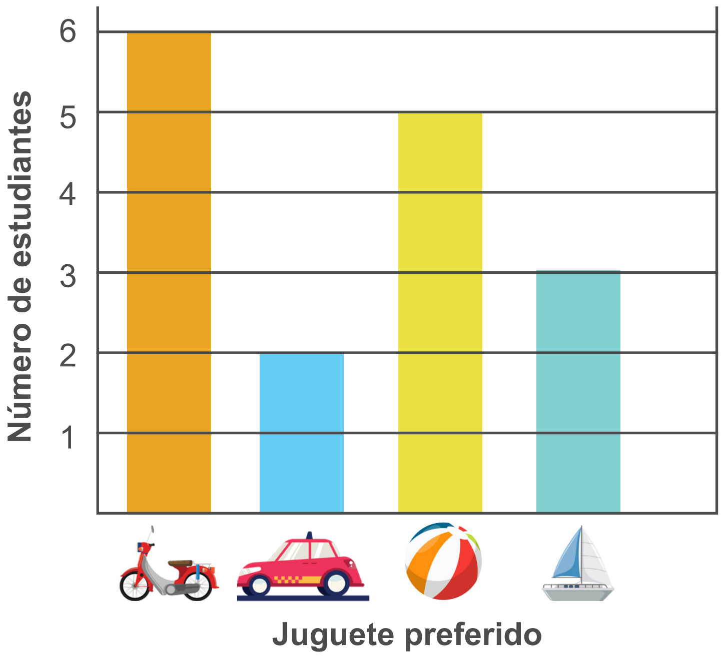
Volvamos a observar la tabla pero sin las monedas que hemos cancelado.

Tipo de moneda	Cantidad de monedas	Dinero ahorrado	Monto
₡5	4		**₡20**
₡25	9		**₡225**
₡100	7		**₡700**
Total de dinero ahorrado			**₡945**

La cantidad de dinero que le queda a Mariela es de **₡945**

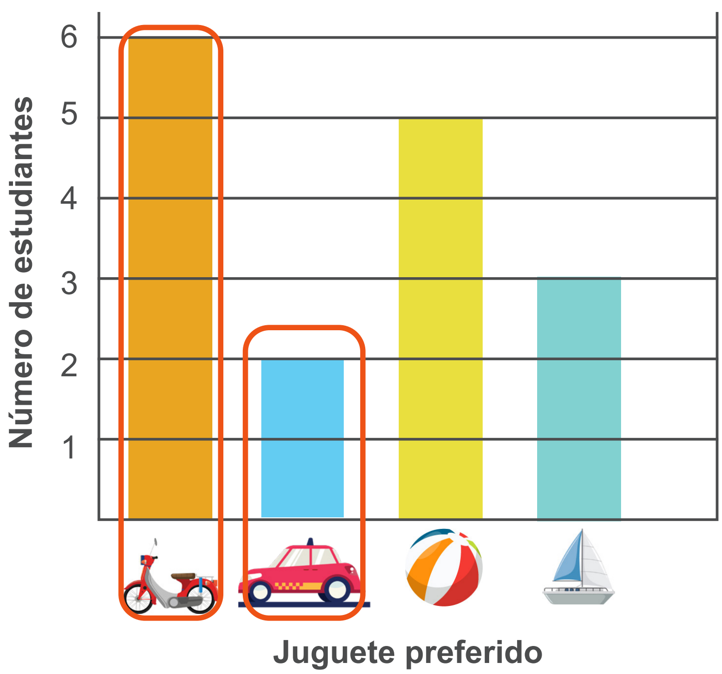
10. Los estudiantes de segundo año de la escuela Finca Porvenir, quisieron representar en el siguiente gráfico su preferencia por cuatro tipos de juguetes:

Juguetes preferidos por los estudiantes de la escuela Finca Porvenir



Según el gráfico, ¿cuál es la diferencia entre el juguete que presenta mayor preferencia y el de menor preferencia?

Primero identifiquemos los dos juguetes que presentaron mayor y menor preferencia respectivamente:



Los dos juguetes con mayor y menor preferencia respectivamente fueron la motocicleta y el carro.

La motocicleta 6

El carro 2

Para determinar la diferencia entre uno y otro sería:

6 – 2 = 4

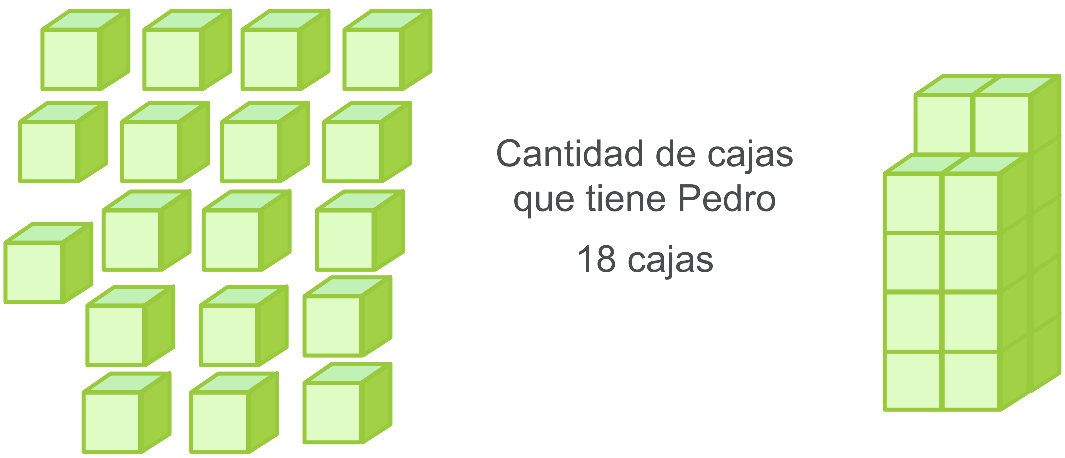
La diferencia sería de 4

11. Tres amigos construyen torres de cajas. Las torres de María y Alba juntas tienen tantas cajas como la de Pedro. La torre de María tiene el doble de cajas que la de Alba. Si la de Pedro tiene 18 cajas, ¿cuántas cajas tiene la torre de María? ¿Y la de Alba?

Consideremos diferentes maneras para resolver el problema.

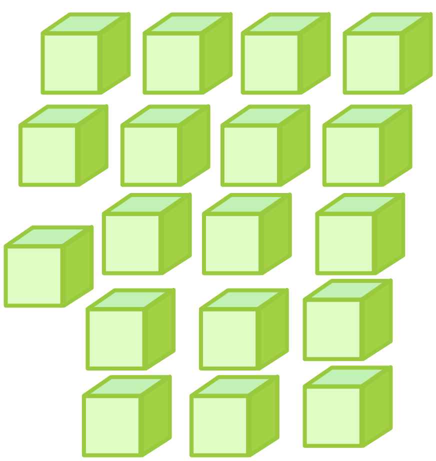
Opción #1

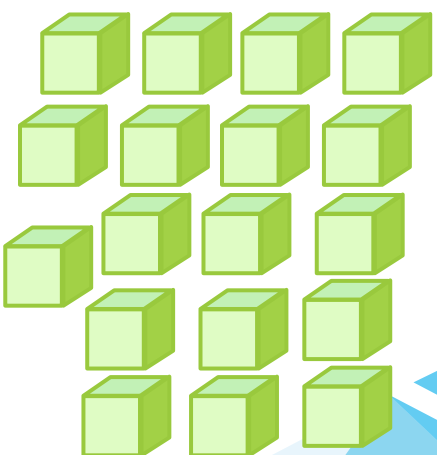
Consideremos la representación gráfica, considerando como punto de partida la cantidad de cajas de Pedro, por ejemplo:



Las torres de María y Alba juntas tienen tantas cajas como la de Pedro

Cajas de Pedro **Cajas de Alba y María**

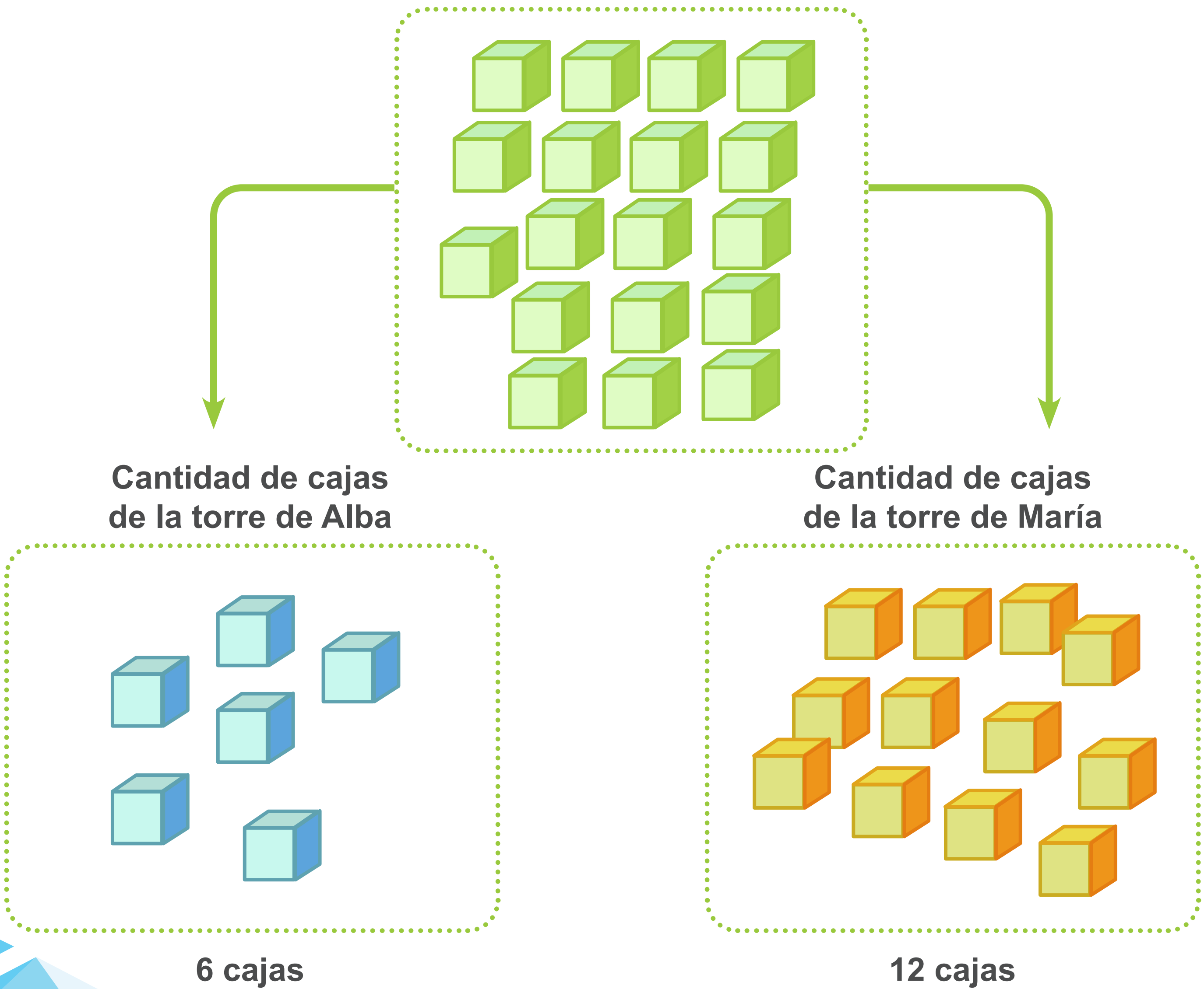




De acuerdo a lo anterior podemos realizar una repartición considerando que “La torre de María tiene el doble de cajas que la de Alba”

Recuerde que al momento de hacer el reparto por cada caja que le corresponde a Alba, debemos darle dos a María.

Cajas de cajas que tiene Pedro 18 cajas

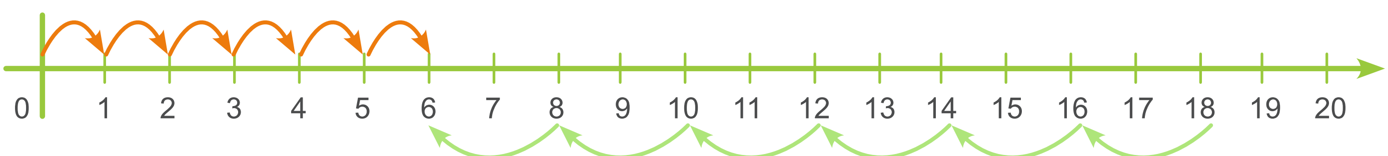


Veamos esta otra estrategia de solución

Opción #2

Podemos valorar el uso de la recta numérica para realizar la repartición de las 18 cajas de Pedro, de la manera diferente de como la hicimos anteriormente. Por ejemplo:

Cantidad de cajas de la torre de Alba



Cantidad de cajas de la torre de María

Al hacer uso de la recta numérica se puede ir determinando la cantidad de cajas que tienen tanto Alba como María, realizando una repartición de manera diferente a la anterior, utilizando flechas e indicando una caja para Alba y dos para María y así hasta que las flechas se "topen" como se muestra:

Cantidad de cajas de la torre de Alba

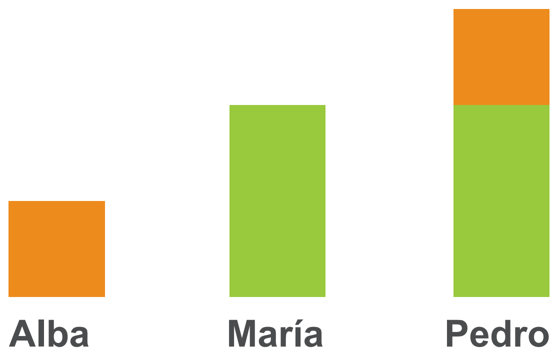
Cantidad de cajas de la torre de María

Punto donde se topan y se repartieron todas las cajas.

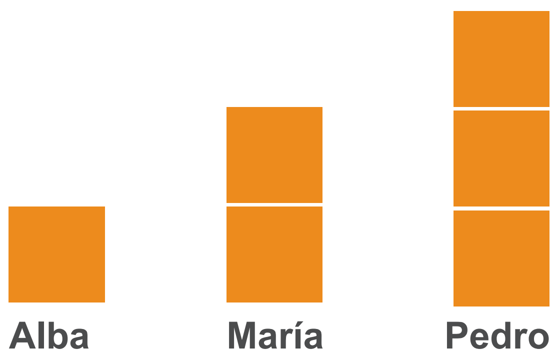
Utilicemos esta representación para solucionar el problema

Opción #3

Primero establezcamos la relaciones entre los datos

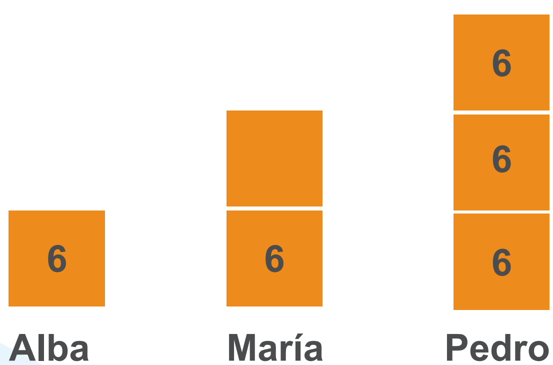


Se representa la primera relación entre los tres datos.



Al representar la segunda relación, podemos inferir que dos veces la de Alba completa la de María y tres veces la de Alba completa la de Pedro.

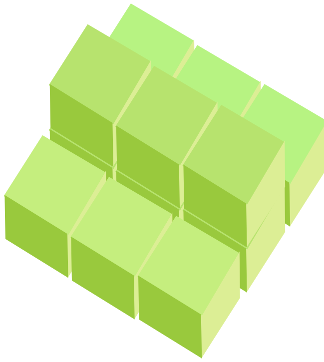
Utiliza el dato que indica que Pedro tiene 18 cajas.



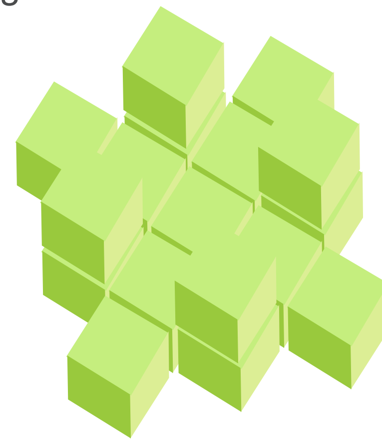
De acuerdo con la relación anterior y sabiendo que Pedro tiene 18 cajas, podemos concluir que cada cuadrado pequeño de la imagen debe valer por seis cajas.

Calculando así que Alba tiene 6 cajas, María 12 y Pedro 18.

12. Manuel y Juan se encuentran haciendo castillos de cajas. Cada uno construye un castillo con todas las cajas que tiene, de la siguiente forma:

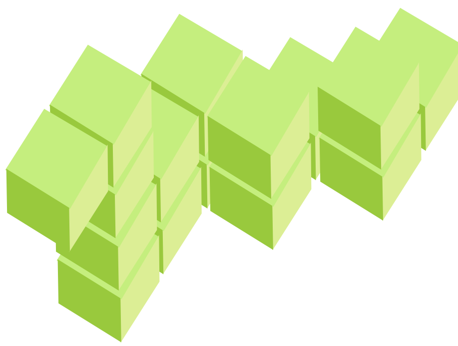


Manuel



Juan

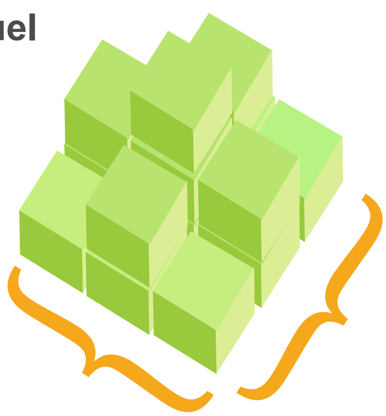
Ahora cada uno quiere construir la siguiente figura,



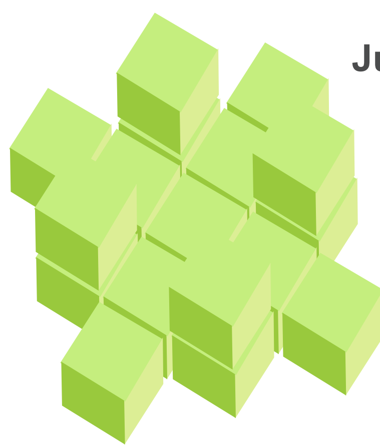
¿Podrá cada uno, con sus cajas, construir la figura anterior? Justifique su respuesta.

Vamos a considerar la cantidad de cajas utilizadas en cada uno de los castillos.

Manuel

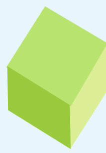


Juan



Para ello identificaremos las cajas colocadas en cada castillo por partes:

Castillo de Manuel
La caja de la torre



1 caja

Luego el segundo grupo de cajas

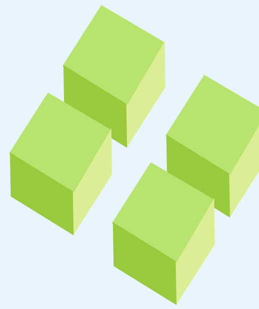
Utilizando
5 cajas

Por último la base del castillo

Utilizando
9 cajas

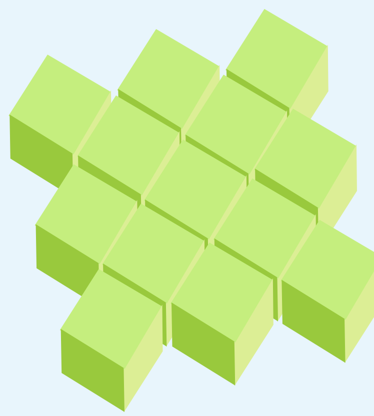
Para un total de **15 cajas**

Castillo de Juan
La torre de cajas utilizados



Utilizando
4 cajas

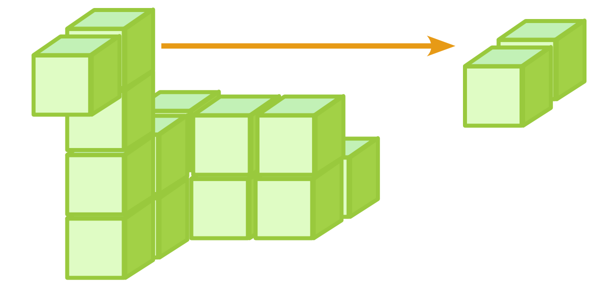
Luego la base del castillo



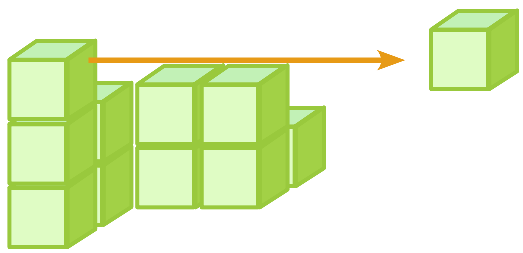
Donde
utilizó
13 cajas

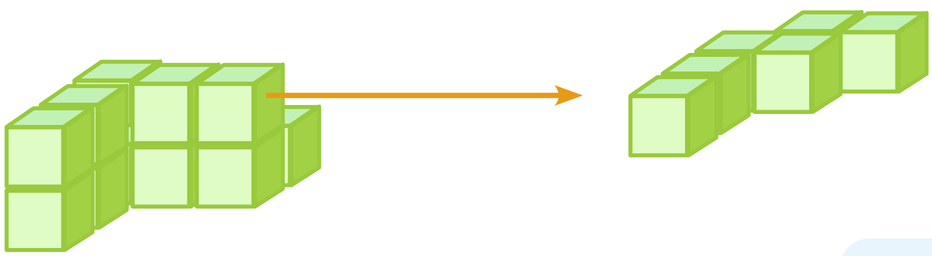
Para un total de **17 cajas**

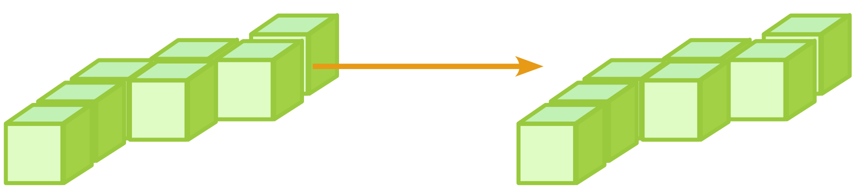
Ahora determinemos la cantidad de cajas utilizadas para construir la que nos proponen.



Recuerda que podrías realizar una descomposición por partes de la figura, comenzando con las piezas superiores e ir bajando hasta llegar a la base, como se muestra.







Al contar las piezas una vez que se descompuso la figura, determinamos que se necesitan 16 cajas.

De acuerdo con lo anterior puede concluir que solo **Juan** podría construir la figura anterior con la cantidad de cajas que cuenta.

13. Las siguientes figuras están formadas por fósforos siguiendo un patrón para su composición.

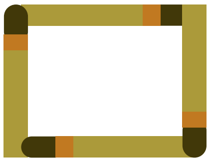


Figura 1


Figura 2

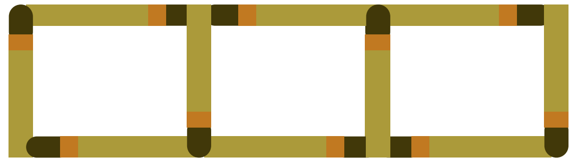


Figura 3

De mantenerse el patrón:

a. ¿Cuántos fósforos componen la figura 5?

b. Explica cómo averiguar la cantidad de fósforos necesarios para construir la figura 15.

Parte A

¿Cuántos fósforos componen la figura 5?

Opción #1

Vamos a contar la cantidad de fósforos utilizados en las primeras tres figuras y dibujar las figuras que hacen falta, construyendo la 4 y 5 como se muestra seguidamente:

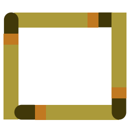


Figura 1

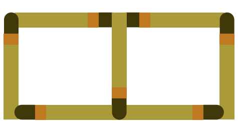


Figura 2

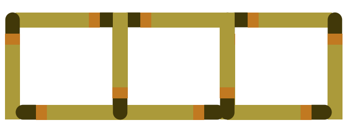


Figura 3

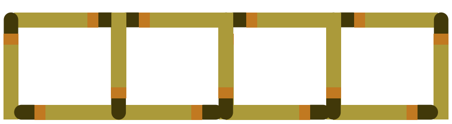


Figura 4

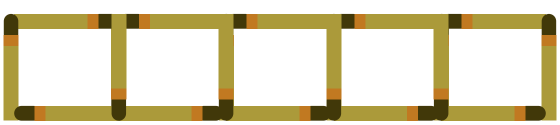


Figura 5

Luego contaremos los fósforos que utilizaron para completar la figura 5, en este caso serían 16 fósforos.

Opción #2

Utilicemos la representación tabular para dar respuesta al problema.

Al contar la cantidad de fósforos utilizados en las primeras tres figuras puede concluir que:

Figura	Número de fósforos utilizados por figura
1	4
2	7
3	10

De acuerdo con lo anterior, se determina que entre una figura y otra el aumento es de tres fósforos, lo que le permite indicar que para la figura cuatro y cinco llevará:

Figura	Número de fósforos utilizados por figura	Número de fósforos
4	10 + 3 =	13
5	**13 + 3 =**	**16**

Concluyendo que para elaborar la figura 5 necesitan **16 fósforos.**

Parte B

Explica cómo averiguar la cantidad de fósforos necesarios para construir la figura 15.

Ampliemos la tabla anterior para lograr determinar la cantidad de fósforos necesarios para construir la figura en la posición 15.

Opción #1

El estudiante puede hacer uso de una tabla como la siguiente:

Figura	Número de fósforos utilizados por figura
1	4
2	7
3	10
4	13
5	16
6	19
7	22
8	25
9	28
10	31
11	34
12	37
13	40
14	43
15	**46**

Por medio de la tabla anterior y siguiendo el patrón identificado “se le va sumando 3 fósforos” a la cantidad de fósforos del caso anterior, se concluye que la cantidad de fósforos que se necesitará para la figura 15 **serían 4**6.

Opción #2

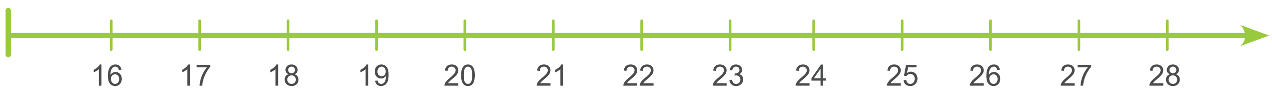
También podemos dar respuesta al problema, sería indicar que "que para obtener la figura en la posición correspondiente, se debe sumar el número de la posición por si mismo tres veces (multiplicar el valor de la posición por 3) y al resultado sumarle 1 unidad", por ejemplo:

Figura	Número de posición de la figura sumada por si misma tres veces (multiplicado por 3) y agregando 1 unidad	Número de fósforos
1	1 + 1 + 1 = 3 + 1 =	4
2	2 + 2 + 2 = 6 + 1 =	7
3	3 + 3 + 3 = 9 + 1 =	10
8	8 + 8 + 8 = 24 + 1 =	25
9	9 + 9 + 9 = 27 + 1 =	28
...	...	...
12	12 + 12 + 12 = 36 + 1 =	37
13	13 + 13 + 13 = 39 + 1 =	40
14	14 + 14 + 14 = 42 + 1 =	43
15	**15 + 15 + 15 = 45 + 1 =**	**46**

Al igual que en la estrategia anterior, por medio de esta, podemos determinar que la cantidad de fósforos de la figura en la posición 15 serían 46.

14. Soy un número entre 17 y 27. Si el dígito de las decenas es la mitad de las unidades, ¿qué número soy?

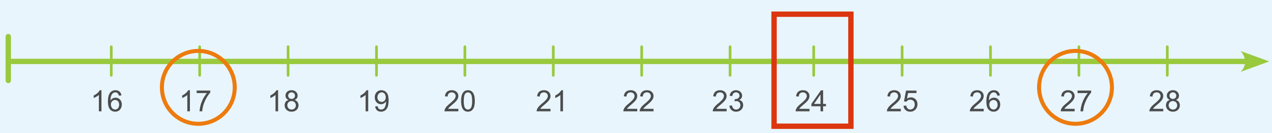
Utilicemos la recta numérica para encontrar el número.



Ubiquemos al 17 y al 27, ya que el número se encuentra entre ellos dos

Ahora consideremos la otra condición que indica el problema **"el dígito de las decenas es la mitad de las unidades"**

Para que el dígito de las decenas sea la mitad de el de las unidades debemos considerar que solo el 24 cumple con esta restricción, ya que con los demás números no se podría.



15. Observe la siguiente sucesión de números:

2, 0, 5, 6, 2, 0, ☐, 6, 2, 0 ...

Si se mantiene el patrón, ¿qué número se ubicaría en el ☐ ?

Primero identifiquemos el patrón que se encuentra presente en la sucesión anterior (busquemos alguna regularidad o repetición de números)

2, 0, 5, 6, 2, 0, ☐, 6, 2, 0 ...

Correcto! A partir de 6 vuelve a iniciar la sucesión con el 2, por lo que el primer elemento de ese patrón es el 2, el segundo es el 0, el tercero el 5 y el cuarto el 6. Como nos piden el valor que debe de ir en el recuadro, determinemos si sería el número que va de primero, segundo, tercero o cuarto en el patrón identificado.

El valor que buscamos se encuentra entre el 0 y el 6 como se muestra

2, 0, 5, 6, 2, 0, ☐, 6, 2, 0 ...

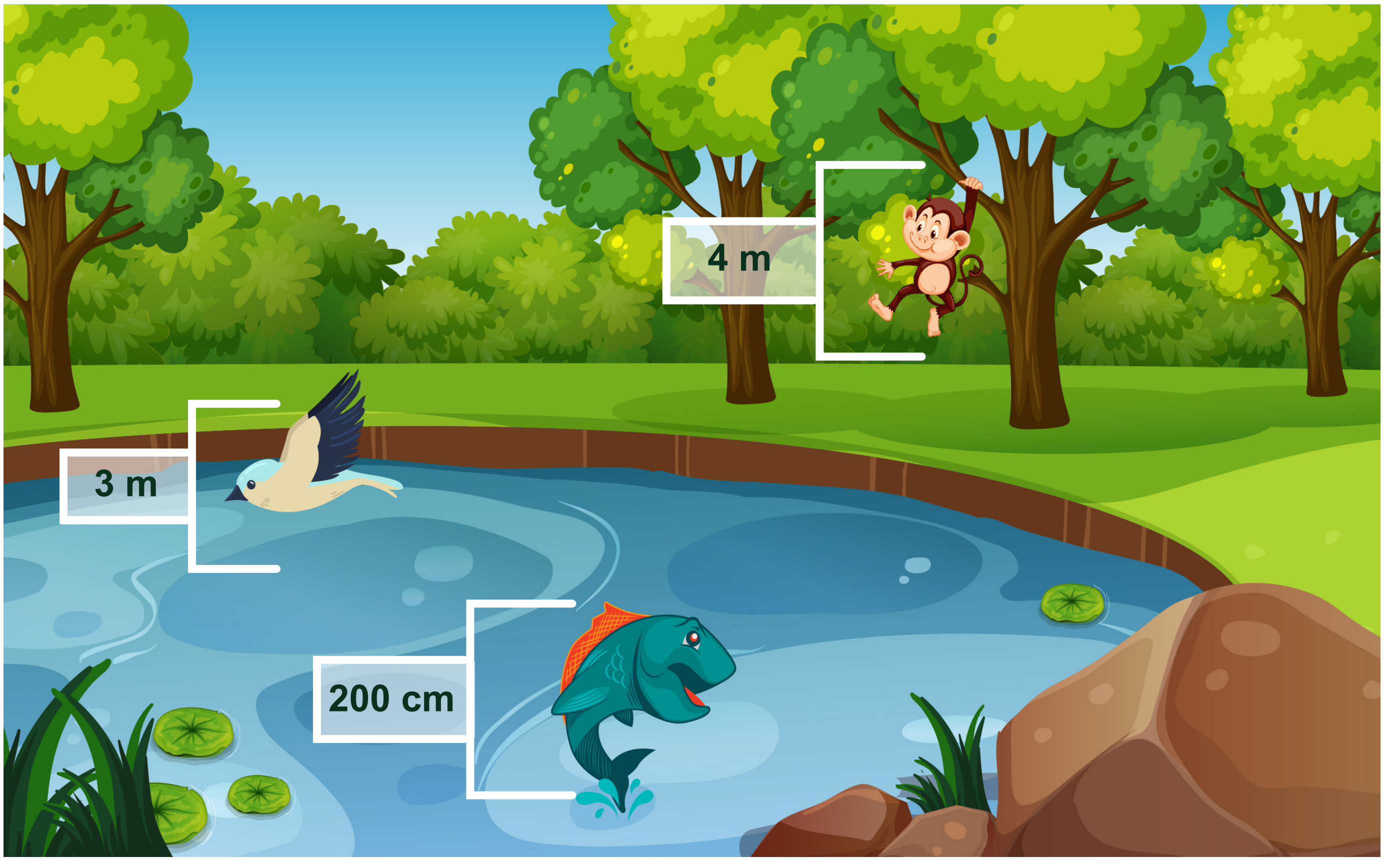
De acuerdo con lo anterior, en el patrón identificado, determinemos qué número se encuentra entre esos dos números:

2, 0, 5, 6, 2, 0, ☐, 6, 2, 0 ...

¡Así es! El 5 es el número que se encuentra entre el 0 y el 6, por eso el valor que debe de ir en el recuadro es el 5.

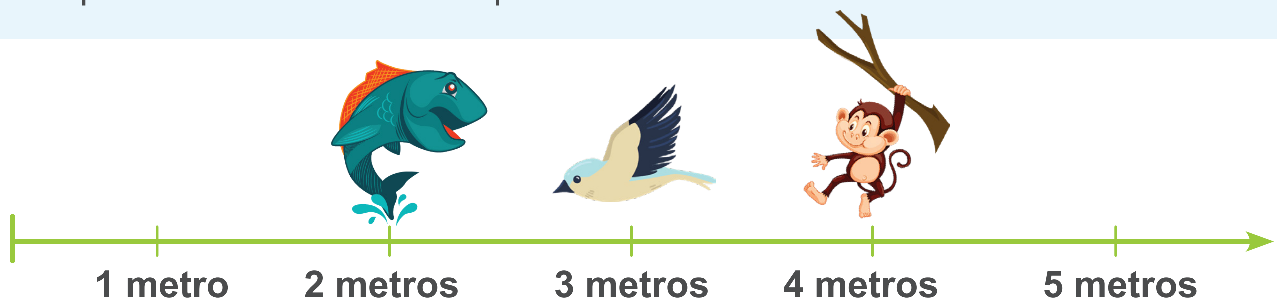
16. En un río un mono cuelga de un árbol a 4 metros del agua, mientras que un pez se encuentra nadando a 200 centímetros de la superficie del río. Además un ave vuela a 3 metros de la superficie del río. ¿Cuál animal se encuentra más cerca de la superficie del río?

En la siguiente imagen se ejemplifica la posición de cada animalito, según el problema



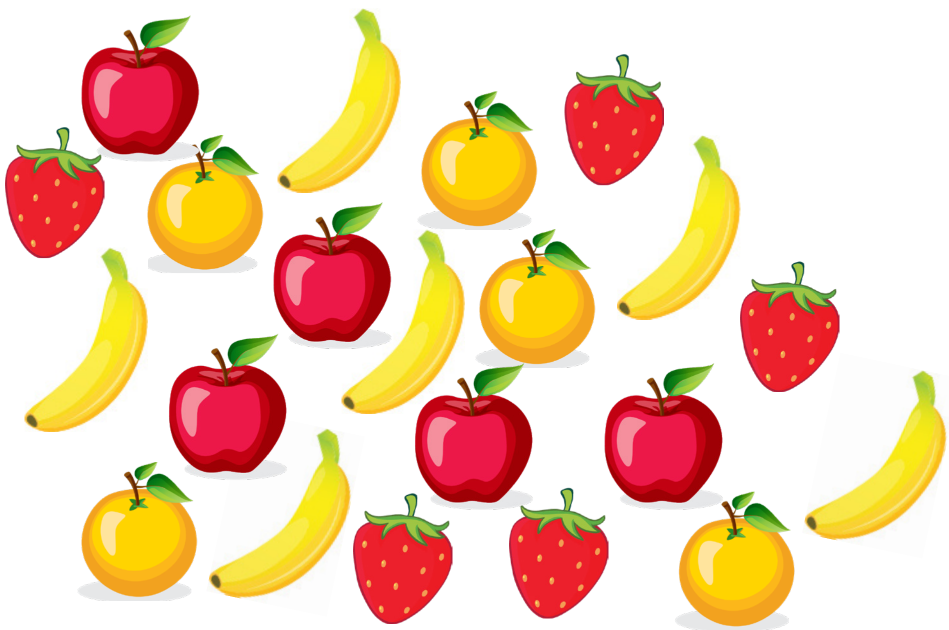
Recordemos que 1 metro equivale a 100 centímetros.

Coloquemos las distancias en que se encuentra cada animalito como se muestra:



De acuerdo con lo anterior, el pez es el que se encuentra en la superficie del rio.

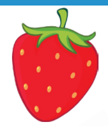
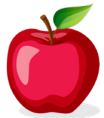
17. En la siguiente imagen se muestran las frutas preferidas por 21 personas:



Según lo anterior ¿cuál es la fruta de mayor preferencia?

Resumamos la información en una tabla donde indiquemos cuántas veces aparece cada una de las frutas.

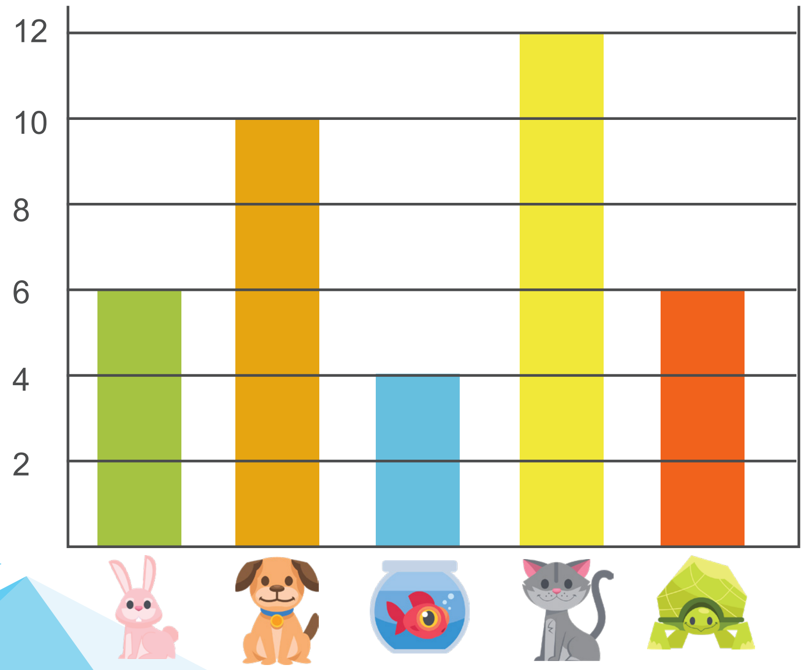
Recuerda que para hacer el conteo podemos usar líneas en la tabla para ir determinado cuántas frutas de ese tipo hay, y además a partir de la quinta fruta podemos pasar una línea que cruce las otras cuatro para hacer un grupito de 5 y si son muchas frutas sea más sencillo hacer el conteo.

Tipo de fruta	Conteo	Cantidad de veces que aparece
		5
		6
		5
		4

Según el conteo anterior, la fruta que presento mayor frecuencia entre las 21 personas fue el banano.

18. La siguiente información corresponde a la preferencia por tipo de mascota que tienen 38 estudiantes de la Escuela El Montecito.

Preferencia de mascotas de estudiantes de la Escuela El Montecito

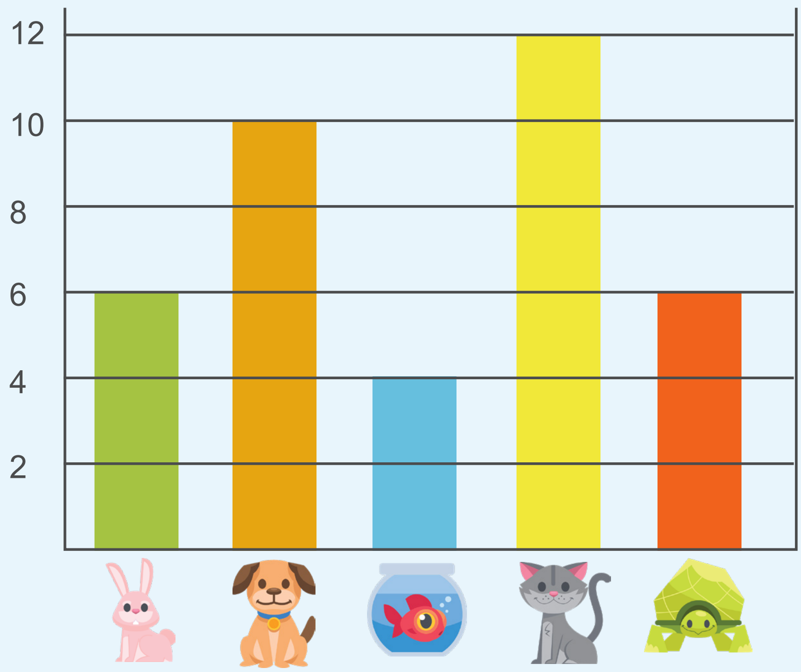


Según la información presente en el gráfico, ¿cuántos estudiantes eligieron las dos mascotas con mayor preferencia?

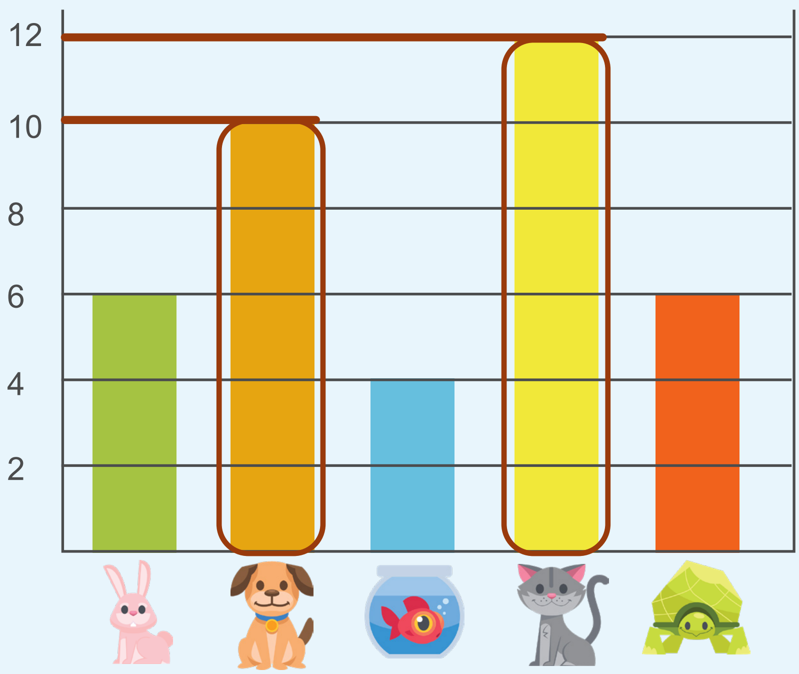
Identifiquemos las mascotas que prefirieron los estudiantes.

Preferencia de mascotas de estudiantes de la Escuela El Montecito

En este lado del gráfico se identifica la frecuencia (cantidad de estudiantes que prefieren esa mascota)



Preferencia de mascotas de estudiantes de la Escuela El Montecito



Las dos mascotas con mayor preferencia fueron los gatos y los perros.

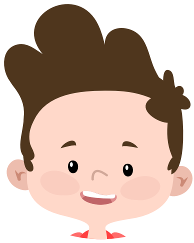
12 estudiantes prefirieron los gatos y 10 niños los perros.

Por lo que 12 + 10 son 22, quiere decir que 22 niños prefirieron esas dos mascotas.

19. Juan tiene la mitad del dinero que Pedro y María tiene el doble de dinero que Juan. Si Pedro tiene ₡1000, entonces ¿cuántos colones más tiene María que Juan?

Consideremos la información que se suministra de Juan, Pedro y María, de tal manera que identifiquemos de cuál de ellos dan información completa.

Juan



María

Pedro

En el problema solo me dan un dato exacto de Pedro, y es que tiene ₡1000, a partir de esta información vamos a determinar la cantidad de dinero de Juan y María, según las indicaciones del problema.

Se dice en el problema que “Juan tiene la mitad del dinero que Pedro” por lo tanto la mitad de ₡1000, sería ₡ 500.

Juan

₡ 500

Pedro

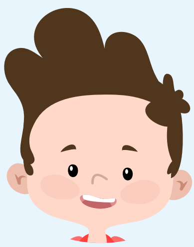
₡ 1000

Luego indica que “María tiene el doble de dinero que Juan” el doble de ₡ 500 serían ₡1000. Por lo tanto María tiene ₡1000.

María

₡ 1000

Juan



₡ 500

De acuerdo a lo anterior, María y Pedro tienen la misma cantidad de dinero y al pregunta “¿cuántos colones más tiene María que Juan?

María

₡ 1000

Pedro

₡ 1000

Vamos a indicar que ninguno, porque ambos tienen la misma cantidad de dinero.

20. La maestra explica a los estudiantes que los números capicúa son aquellos que se leen igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda por ejemplo el número 454. Sus estudiantes indican lo siguiente:

- Jesica dice que el número 117 es capicúa.
- Alfredo dice que el número 202 es capicúa.
- José que el 333 si es un número capicúa.

¿Cuál o cuáles de los estudiantes tiene razón?

Primero recordemos lo que dice la maestra “los números capicúa son aquellos que se **leen igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda por ejemplo el número 454”**

Si leemos el 454 de derecha a izquierda a derecha sería “cuatrocientos cincuenta y cuatro”

Izquierda a derecha

$\longrightarrow$

454

454

$\longleftarrow$

Derecha a izquierda

y de derecha a izquierda “cuatrocientos cincuenta y cuatro”

Jesica dice que el número 117 es capicúa.

Izquierda a derecha

117

117

Derecha a izquierda

No es lo mismo, no es un número capicúa.

No tiene razón ya que si leemos 117 de izquierda a derecha sería: ciento diecisiete y de derecha a izquierda 717 sería: setecientos diecisiete.

Alfredo dice que el número 202 es capicúa.

¿202? Si lo leo de derecha a izquierda sería "doscientos dos" y si la lectura la realizao de izquierda a derecha es "doscientos dos", este si es un número capicúa.

Izquierda a derecha

202

202

Derecha a izquierda

Este si es un número capicúa.

José que el 333 si es un número capicúa.

Izquierda a derecha

333

333

Derecha a izquierda

Este si es un número capicúa.

¿333? Si leo de derecha a izquierda sería "trecientos treinta y tres" y si la lectura la realizo de izquierda a derecha sería "trecientos treinta y tres" ¡este si lo es!

21. Considere la siguiente situación que se le presenta a tres amigas

- Laura tiene 4 monedas de ₡100, 3 monedas de ₡50 y 10 de ₡10.
- Samanta tiene 1 moneda de ₡ 500, 2 monedas de ₡100 y 5 de ₡25.
- Karla cuenta con 5 monedas de ₡100, 2 monedas de ₡ 50 y 24 de ₡5.

Ellas están interesadas en comprar un álbum de caricaturas que tiene un precio de ₡720. ¿A cuál o cuáles de las tres amigas le alcanza el dinero para comprar ese álbum?

Utilicemos una tabla para determinar de ¿cuánto dinero dispone cada una de estas amigas?

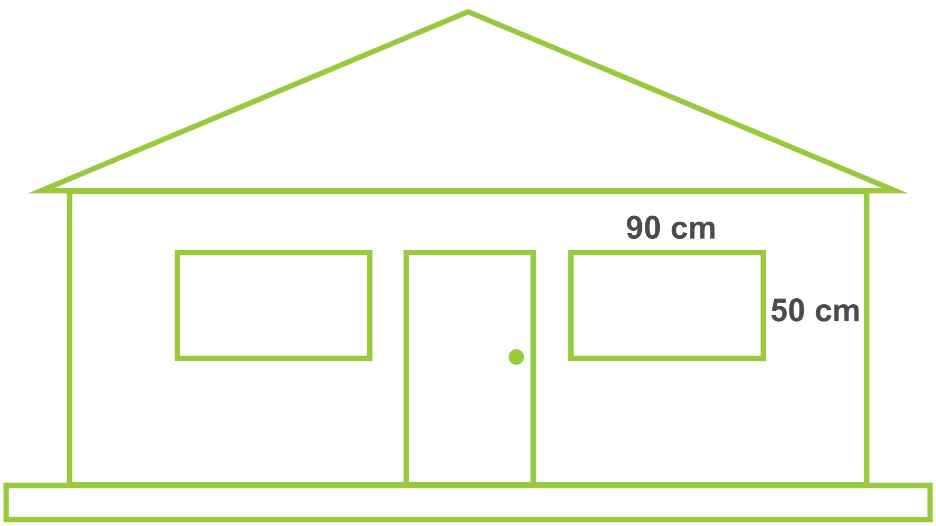
Dinero de Laura		
Tipo de moneda	**Cantidad**	**Cantidad de dinero en colones por moneda**
₡100		**400**
₡50		**150**
₡10		**100**
Total de dinero de Laura		**₡650**

Dinero de Samanta		
Tipo de moneda	Cantidad	Cantidad de dinero en colones por moneda
₡500		500
₡100		200
₡25		125
Total de dinero de Samanta		₡825

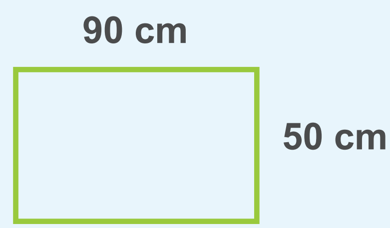
Dinero de Karla		
Tipo de moneda	Cantidad	Cantidad de dinero en colones por moneda
₡100		500
₡50		100
₡5		120
Total de dinero de Karla		₡720

El álbum lo pueden comprar Karla y Samanta

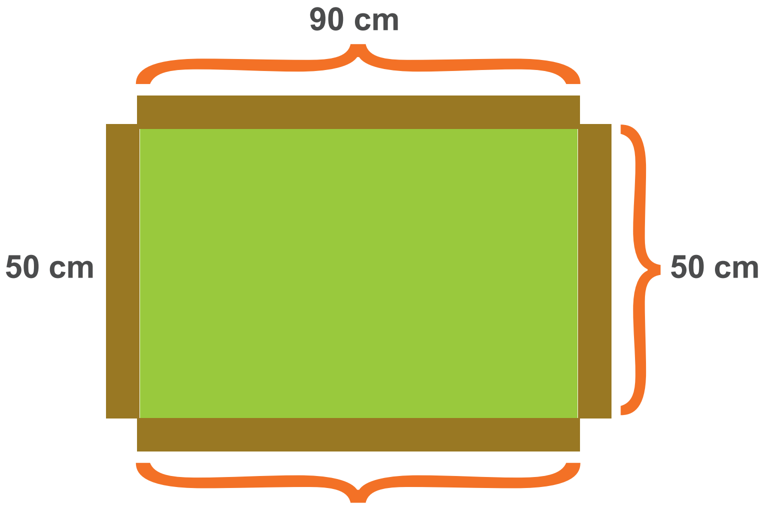
22. Un constructor de viviendas debe realizar dos marcos rectangulares de madera para las ventanas de una cocina, si ambas son iguales, y las dimensiones de cada una son: 50 cm de alto y 90 cm de largo. ¿Cuántos centímetros de madera utilizará para realizar los marcos?



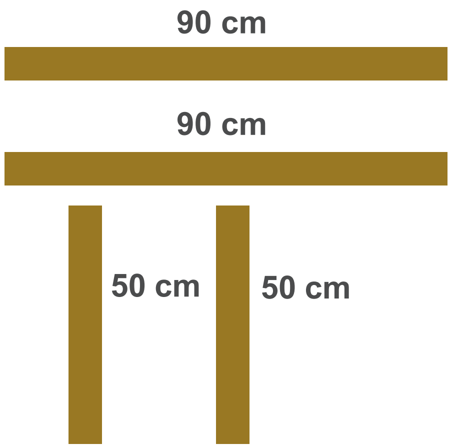
Consideremos que las ventanas tienen forma rectangular



Ahora debemos ver cuánta madera necesitará



De acuerdo al problema, debemos confeccionar dos marcos rectangulares para lo cual para una ventana se necesita 90 cm de madera para arriba y la misma cantidad para la parte de abajo y en el caso de los lados 50 cm para cada lado.



90 cm + 90 cm = 180 cm de madera para el largo

50 cm + 50 cm = 100 cm para el ancho

En total 180 cm + 100 cm = 280 cm

Para una ventana necesita 280 cm de madera.

Pero como son dos ventanas, deben confeccionar 2 marcos de madera, cada uno de 280 cm, por lo tanto:

280 cm + 280 cm = 560 cm de madera para elaborar los dos marcos de las ventanas de la cocina.

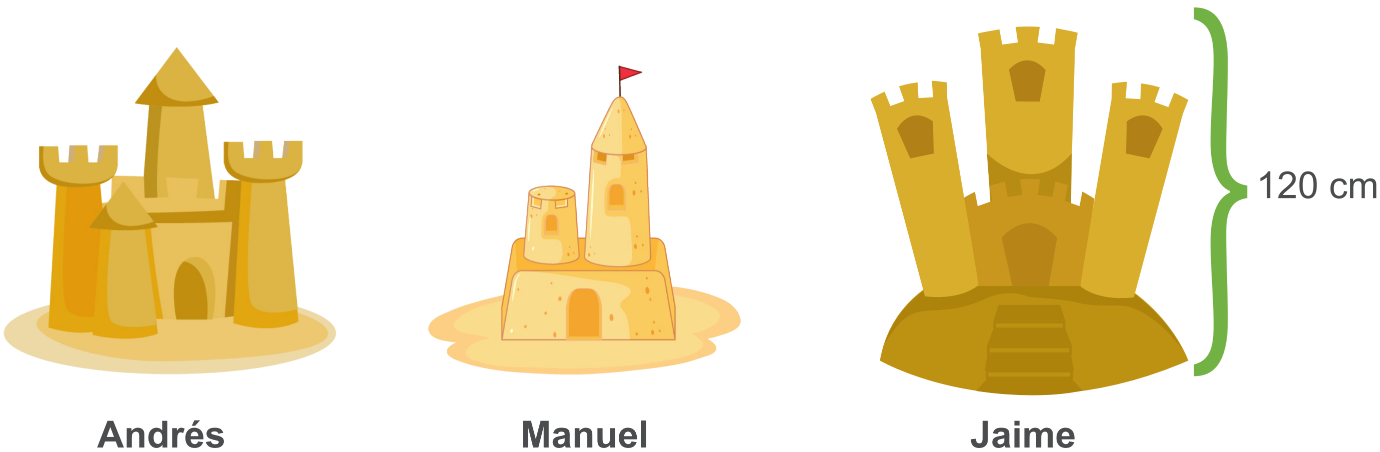
23. En un concurso de castillos de arena: el castillo de Jaime mide 120 cm de altura, el de Manuel mide de altura la mitad que el de Jaime y la altura del castillo de Andrés es 30 cm más pequeño que el de Jaime. Si la altura del castillo ganador del concurso mide tanto como los tres anteriores juntos, ¿cuánto mide de altura el castillo ganador?

Opción #1

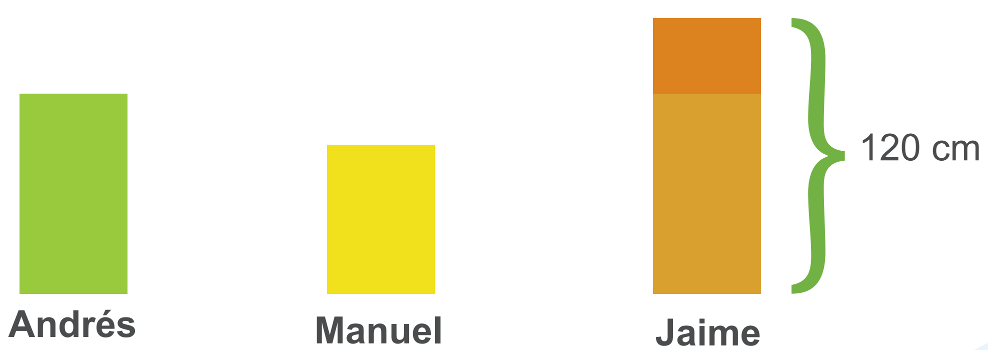
Vamos a resolverlo por medio del modelo de área.

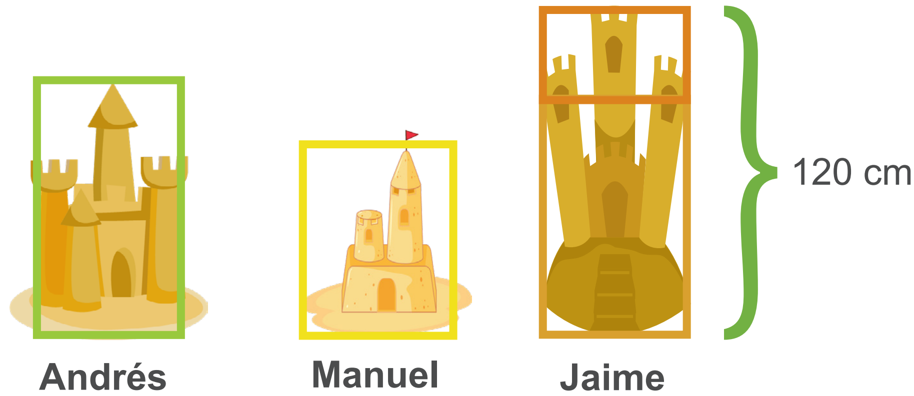
Para lo cual vamos a establecer las relaciones existentes entre los datos suministrados en el problema.

Realicemos la primera relación entre los tres datos y se ubica el primero de estos que es la altura del castillo de Jaime.



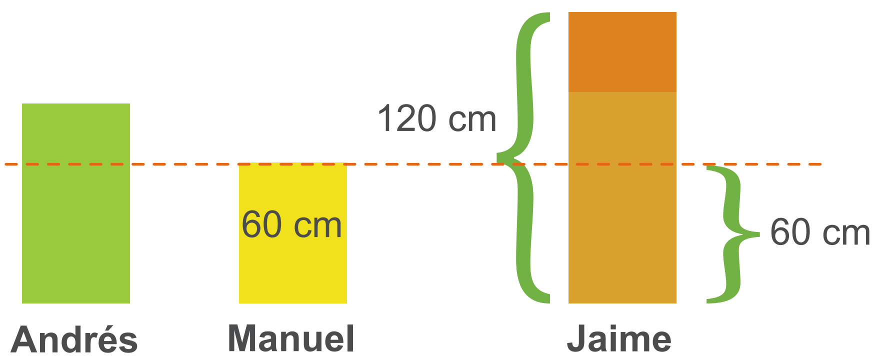
Esta representación también puede realizarse por medio de figuras geométricas como las siguientes:





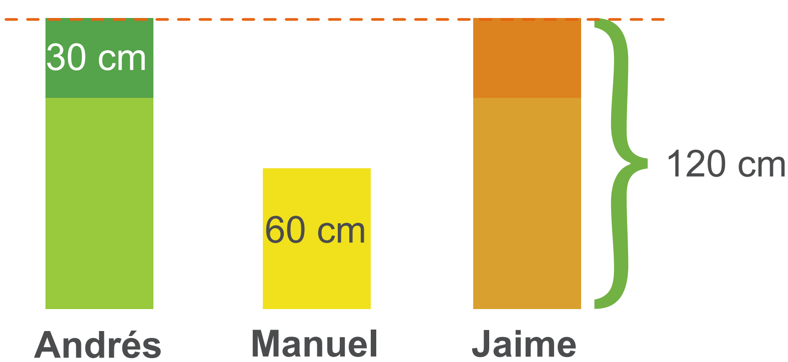
Podemos realizar la representación como mejor lo prefieras.

En el problema se indica que el castillo de Manuel mide la mitad de altura que el de Jaime



Al detallar la primera relación entre los datos, correspondiente a que el castillo de Manuel mide la mitad que el de Jaime. Se conoce entonces que el castillo de Manuel mide 60 cm?.

Ahora utilizaremos la información “el de Andrés mide 30cm menos de altura que el Jaime

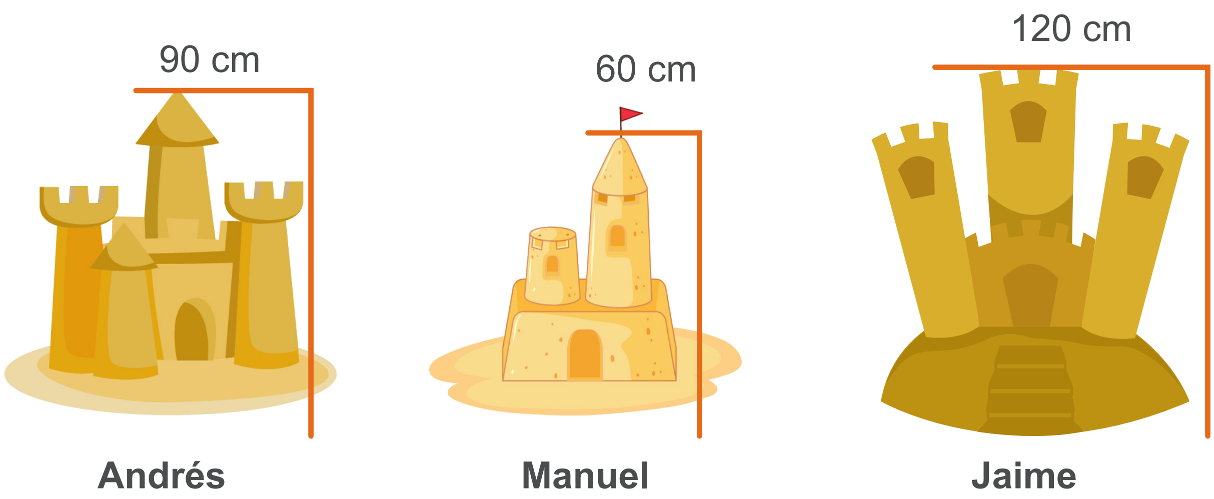


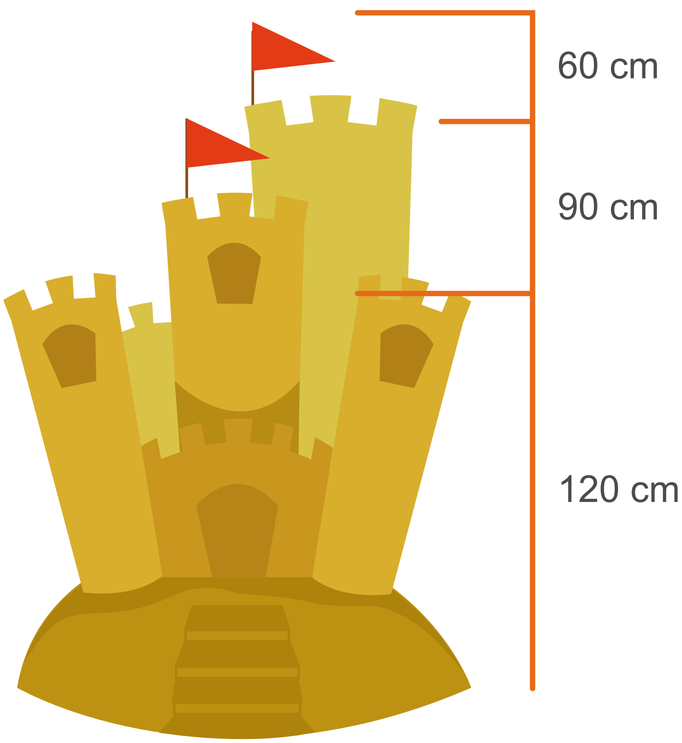
Sabiendo que el castillo de Andrés es más pequeño que el castillo de Jaime. Se determina que el castillo de Andrés mide (120-30 = 90)

90 cm de altura.

Se suman las medidas de las alturas de los tres castillos
120 + 90 + 60 = 270

Alturas de los tres castillos





60 cm	
90 cm	
+ 120 cm	
270 cm	

El castillo ganador tenía 270 cm de altura.

Opción #2
Consideremos la representación mediante modelo simbólico para resolver el problema

Exploremos el problema para determinar e inferir los datos suministrados
(cálculo de la mitad)

Jaime: 120 cm
Manuel: mitad que Jaime
Andrés: 30 cm más pequeño que Jaime

Jaime: 120 cm
Manuel: mitad de 120 cm equivalente por 60 cm
Andrés: 30 cm más pequeño que Jaime

De acuerdo con las relaciones identificadas, calculemos los datos que nos permitan resolver el problema.

Con la relaciona "30 cm más pequeños" y "30 cm menos de altura" determinamos las alturas de los castillos de Manuel y Andrés, como se muestra seguidamente.

Jaime: 120 cm
Manuel: 60 cm
Andrés: 120 cm – 30 cm = 90 cm

Teniendo las medidas de los castillos elaboradas por los tres niños, debemos sumarlas para determinar la altura del castillo ganador.

Jaime: 120 cm
Manuel: 60 cm
Andrés: 90 cm
120 + 60 + 90 = 270 cm

La altura del castillo ganador es de 270 cm.

24. Federico y Alberto construyen dos figuras con cajas idénticas, como se muestra en las imágenes:

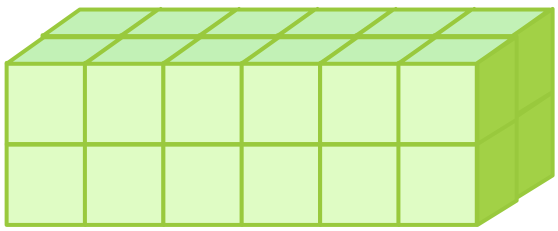


Figura de Federico

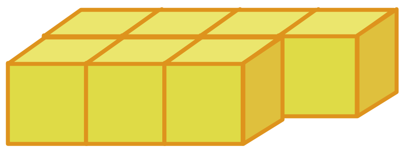


Figura de Alberto

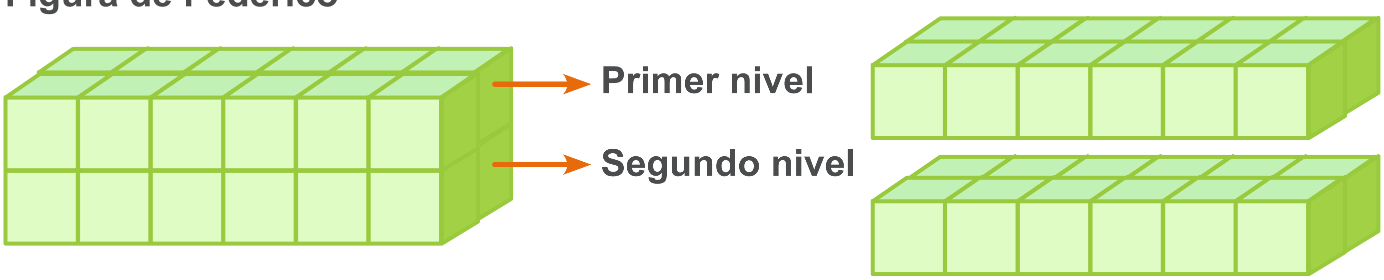
¿Cuántas figuras como la de Alberto podría hacer Federico con sus cajas? Justifique su respuesta.

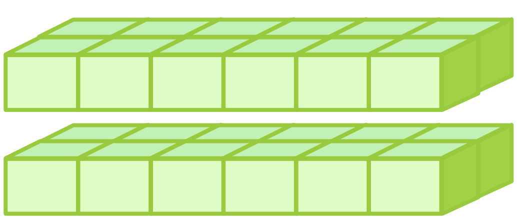
Opción #1

Vamos a contar las cajas que tienen Federico y Alberto

Federico para mayor facilidad desarmó su figura para contar la cantidad de cajas con las que dispone. Dividiéndolas por niveles

Figura de Federico



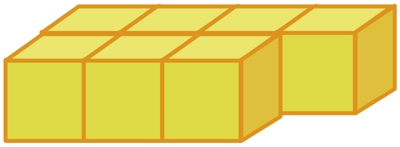


En el primer nivel de la figura tiene 12 cajas.

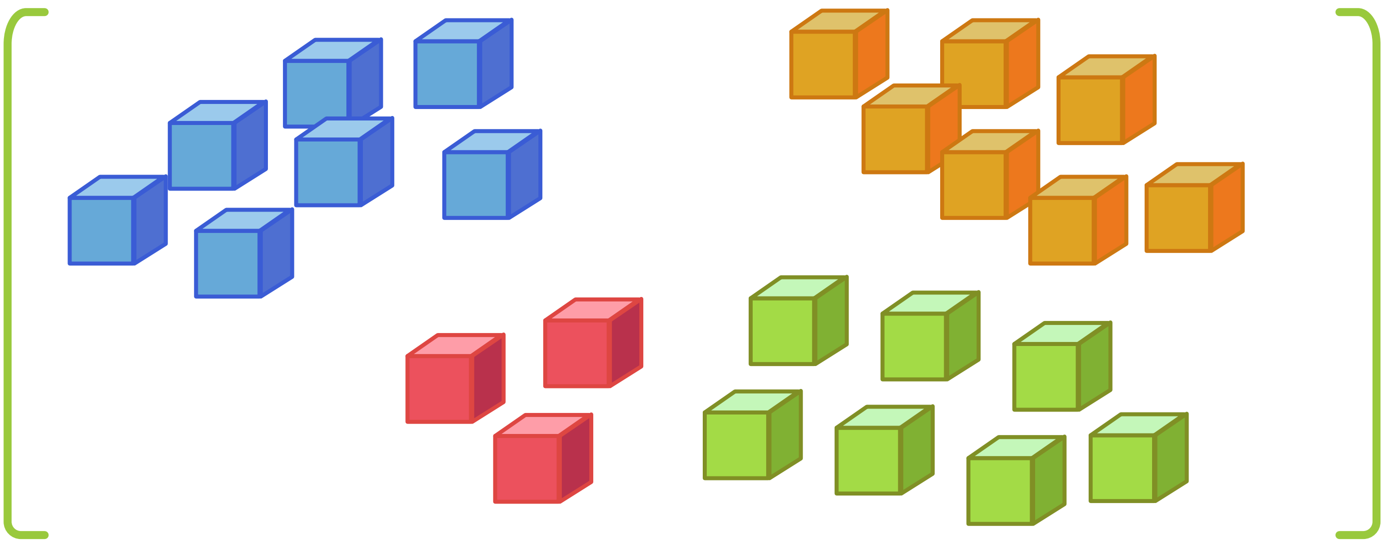
En el segundo nivel tiene igual cantidad (12 cajas)

De acuerdo con lo anterior, Federico cuenta con 24 cajas.

La figura de Alberto solo tiene un nivel por lo que es más sencillo contarla, y dispone de 7 cajas:



Por lo que con las 24 cajas de Federico se podrían formar tres grupos de siete figuras (tres veces la figura de Alberto) y sobrarían tres cubos. Tal como se muestra seguidamente:

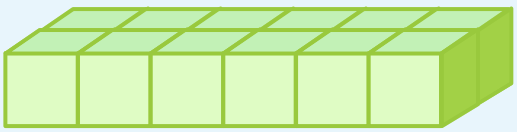


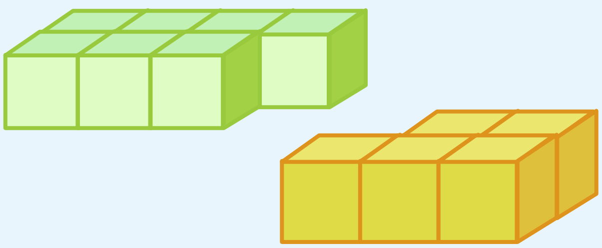
Opción #2

Vamos a desarmar la figura de Federico e ir formando las de Alberto.

Si tomamos la figura de Federico y la desarmamos en figuras como la de Alberto; tenemos:

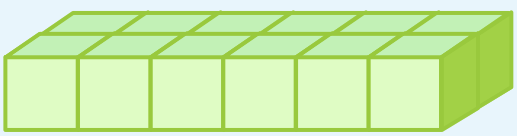
A partir del primer nivel de la figura de Federico se puede formar una figura como la de Alberto y sobran cinco cajas.

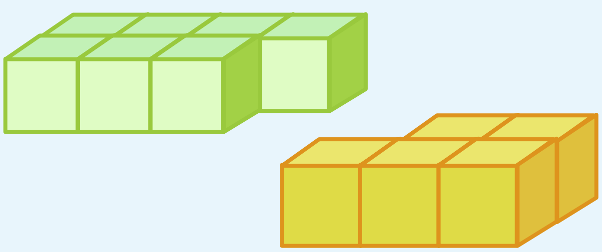




Estas 5 sobran vamos a cambiarle el color por amarillo para identificar las sobrantes.

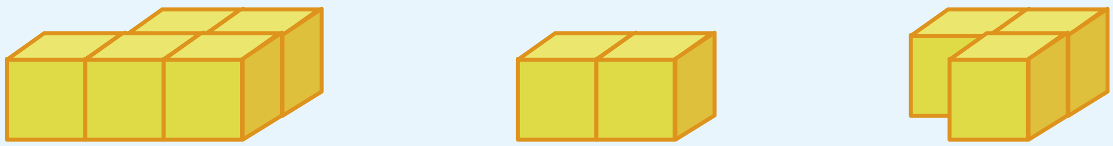
A partir del segundo nivel de la figura de Federico se puede formar de nuevo una figura como la de Alberto y sobran otras cinco cajas.



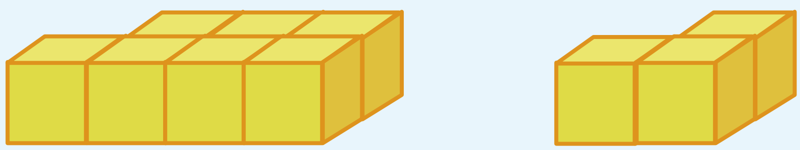


Estas 5 sobran igual vamos a cambiarle el color por amarillo para identificar las sobrantes

Con esos dos grupos de cinco cajas puedo formar una figura más como la de Alberto, agregando dos cajas más a una de ellas y sobran tres cajas.



Quedando así:



De acuerdo a lo anterior, se pueden formar tres figuras como la de Alberto y sobran tres cajas.

25. Angélica guarda de lunes a viernes monedas de la misma denominación. En la siguiente tabla se muestra la cantidad total de monedas que tiene acumuladas en su alcancía, según el día de la semana:

Semana	Primera semana					Segunda semana				
Día de la semana	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Cantidad de monedas	**6**	**11**	**16**		**26**	**31**	**36**			

Si se mantiene el mismo patrón:

a. Después de haber guardado las monedas correspondientes del jueves de la primera semana, ¿cuántas monedas tiene guardadas?

Opción #1

Continuemos el patrón y completemos la tabla hasta obtener el dato solicitado.

Observando que la diferencia entre un valor y el siguiente es de cinco unidades, así puede continuar rellenando la tabla, sumando cinco al valor anterior para obtener el siguiente.

Semana	Primera semana					Segunda semana				
Día de la semana	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Cantidad de monedas	**6**	**11**	**16**	**¿?**	**26**	**31**	**36**			

5 monedas

5 monedas

5 monedas

5 monedas

Manteniendo ese patrón podemos sumarle a la cantidad de monedas del día miércoles, sumarle 5 monedas más, como se observa a continuación:

Semana	Primera semana					Segunda semana				
Día de la semana	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Cantidad de monedas	6	11	16	16+5= 21	26	31	36			

5 monedas 5 monedas 5 monedas 5 monedas

Para el día jueves de la primera semana solo debe sumarle cinco a las 16 monedas que tenía el miércoles: **16+5 = 21**

Entonces el jueves tendría 21 monedas.

Opción #2

Podemos analizar la relación que existe entre la cantidad de dinero ahorrado y la cantidad de días que tiene ahorrando y nota que la cantidad de monedas acumuladas corresponde a *"uno más la cantidad de días que tiene ahorrando sumada cinco veces".*

Por lo que para el día jueves de la primera semana, tendría cuatro días ahorrando, entonces la cantidad de monedas ahorrada correspondería a:

1+4+4+4+4+4 = 21

Por lo que el jueves tendría 21 monedas.

b. El viernes de la segunda semana, después de haber guardado sus monedas en la alcancía, ¿cuántas monedas tiene Angélica?

Opción #1

Para esto podemos continuar sumando cinco hasta llenar la tabla para el día viernes de la segunda semana:

Semana	Primera semana					Segunda semana				
Día de la semana	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Cantidad de monedas	**6**	**11**	**16**	**21**	**26**	**31**	**36**	**36+5= 41**	**41+5= 46**	**46+5= 51**

5 monedas 5 monedas 5 monedas 5 monedas

De acuerdo con lo anterior, para el día viernes de la segunda semana, debe sumarle cinco a las 46 monedas que tenía el jueves: **46+5 = 51**

El viernes tendrá 51 monedas.

Opción #2

Podemos analizar la relación entre la cantidad de dinero ahorrada y la cantidad de días que tiene ahorrando y que la cantidad de monedas acumuladas corresponde a *“uno más la cantidad de días que tiene ahorrando sumada cinco veces”.*

De acuerdo a lo anterior para el día viernes de la segunda semana, tendría diez días ahorrando, entonces la cantidad de monedas ahorrada sería:

1+10+10+10+10+10 = 51

Por lo que para el viernes de la segunda semana tendría 51 monedas.

c. Si se mantiene el patrón de ahorro de Angélica, ¿cuántas monedas tendrá, después de guardar las monedas del miércoles de la cuarta semana?

Opción #1

Podemos ampliar la tabla y continuar el patrón identificado hasta el día miércoles de la cuarta semana, tal como se muestra seguidamente:

Semana	Primera semana					Segunda semana				
Día de la semana	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Cantidad de monedas	6	11	16	21	26	31	36	36+5= 41	41+5= 46	46+5= 51

Semana	Tercer semana					Cuarta semana				
Día de la semana	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Cantidad de monedas	51+5= 56	56+5= 61	61+5= 66	66+5= 71	71+5= 76	76+5= 81	81+5= 86	86+5= 91		

De tal manera que para el día miércoles de la cuarta semana, debe sumarle cinco a las 86 monedas que tenía el martes: **86+5 = 91**

De esta manera para el miércoles de la cuarta semana tendrá 91 monedas.

Opción #2

Podemos analizar la relación que se presenta entre la cantidad de dinero ahorrada y la cantidad de días que tiene ahorrando y que la cantidad de monedas acumuladas corresponde a *“uno más la cantidad de días que tiene ahorrando sumada cinco veces”.*

Por lo que para el día miércoles de la cuarta semana, tendría dieciocho días ahorrando, entonces la cantidad de monedas ahorrada correspondería a:

1+18+18+18+18+18 = 91

Para el miércoles de la cuarta semana tendrá 91 monedas.

Créditos

Los ítems fueron tomados de la prueba de la II y III Etapa de la Olimpiada Costarricense de Matemática de primer año 2019, elaborada por:

- **Adolfo Alejandro Monge Zamora**, asesor regional de Matemática de la Dirección Regional Educativa de Aguirre.
- **Hermes Mena Picado**, asesor nacional de Matemática del Departamento de Primero y Segundo Ciclos.
- **Mónica Mora Badilla**, profesora de Matemática de la Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica.
- **Carlos Alfaro Rivera**, profesor de Matemática. Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica.

Revisores (as) de los cuadernillos

Mónica Mora Badilla. Profesora de Matemática.
Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica.

Gabriela Valverde Soto. Profesora de Matemática.
Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica.

Carlos Alfaro Rivera. Profesor de Matemática.
Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica.

Xinia Zúñiga Esquivel. Asesora Nacional de Matemática
Departamento de Primero y Segundo Ciclos. Dirección de Desarrollo Curricular

Compilación y estrategias de solución de los cuadernillos realizadas por:

Hermes Mena Picado. Asesoría Nacional de Matemática.
Departamento de Primero y Segundo Ciclos. Dirección de Desarrollo Curricular.

Ministerio de Educación Pública

Olimpiada Nacional de Matemática en Primaria

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA