

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
SISTEMA DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Análisis de redes sociales en la Dirección General de Asesoría
Jurídica y Regulatoria, por medio de la teoría de grafos

Análisis de una serie de tiempo de datos de consumo de energía y
potencia eléctrica de una empresa industrial, imputación de datos
faltantes y pronóstico por medio de modelos lineales dinámicos
(DLM)

Trabajo final de investigación aplicada sometido a la consideración
de la Comisión del Programa de Estudios de Posgrado en
Estadística para optar al grado y título de Maestría Profesional en
Estadística

ADRIANA MARÍA SALAS LEITON

Ciudad Universitaria Rodrigo Facio, Costa Rica

2021

Dedicatoria y agradecimientos

Siempre dar las gracias a Dios por permitirnos cumplir nuestros sueños.

Quiero dedicar mi trabajo de graduación a mis papás, principalmente a mi papá que siempre ha sido mi ejemplo para seguir estudiando, cosechar éxitos y salir adelante a pesar de las dificultades de la vida. A mi mamá que siempre ha confiado mucho en mis capacidades. Y a los dos que siempre han estado ahí para mí.

Un agradecimiento especial a mi amigo de la maestría, Israel, que como él dice, “somos amigos de mil batallas”, sin el apoyo de él no hubiera sido igual.

“Este trabajo final de investigación aplicada I fue aceptado por la Comisión del Programa de Estudios de Posgrado en Estadística de la Universidad de Costa Rica, como requisito parcial para optar al grado y título de Maestría Profesional en Estadística”

Dr. Luis Ángel López Ruiz
Profesor Guía

Mag. Ileana Bonilla Salas
Lectora

Dr. Gilberth Brenes Camacho
Lector

Adriana María Salas Leitón
Sustentante

“Este trabajo final de investigación aplicada II fue aceptado por la Comisión del Programa de Estudios de Posgrado en Estadística de la Universidad de Costa Rica, como requisito parcial para optar al grado y título de Maestría Profesional en Estadística”

Dr. Luis Barboza Chinchilla
Profesor Guía

M.Sc. Óscar Javier Centeno Mora
Lector

Master Daniel Fernández Sánchez
Lector

Adriana María Salas Leitón
Sustentante

Tabla de Contenidos

Portada.....	i
Dedicatoria y agradecimientos	ii
Hoja de aprobación.....	iii
Hoja de aprobación.....	iv
Tabla de Contenidos.....	v
Resumen de Práctica Profesional I.....	ix
Resumen de Práctica Profesional II.....	x
Lista de Gráficos.....	xi
Lista de Figuras	xi
Lista de tablas	xi
Práctica Profesional I.....	1
Capítulo I.....	1
Introducción.....	1
Antecedentes.....	4
Antecedentes de la regulación de los servicios públicos.....	4
Antecedentes de la Teoría de Redes Sociales	6
Capítulo II.....	9
Marco Teórico.....	9
El capital social	10
El análisis de redes sociales.....	12
Capítulo III.....	21
Metodología.....	21
Medición de la Red Social	21
Grado:.....	21
La proximidad o cercanía:.....	22
Distancia geodésica:.....	22
Diámetro de un grafo:	22
La mediación:	22
La centralidad:.....	22
Densidad:.....	23
Medición del capital social.....	23
El cierre de la red:.....	23
Los agujeros estructurales,	24

Recolección de información.....	28
Cálculo de Indicadores.....	29
Medidas de centralidad	29
Medidas utilizadas para evaluar el capital social de la red.....	32
Capítulo IV.....	37
Resultados	37
Caracterización de los actores de la red.....	37
Indicadores de red.....	39
Grado.....	42
Proximidad e Intermediación	45
Grado.....	50
Proximidad e intermediación	52
Análisis de los resultados del capital social	54
Estratos de constricción	56
Capítulo V.....	61
Conclusiones.....	61
Bibliografía	66
Anexos.....	69
Práctica Profesional II.....	74
Capítulo I.....	74
Introducción.....	74
1. Justificación.....	78
2. Objetivo General:.....	79
2.1. Objetivos específicos:.....	79
2.2. Pregunta de investigación:.....	80
Capítulo II.....	81
Marco Teórico.....	81
1. Caso particular	81
1.1. Normas técnicas.....	83
1.2. Metodologías tarifarias.....	84
1.3. Conceptos básicos del tema en estudio	88
2. Técnicas estadísticas para analizar series de tiempo.....	90
3. Otras técnicas estadísticas de análisis de series de tiempo	91
3.1. Modelos lineales dinámicos	91
3.2. Modelo ARIMA	123
4. Criterios de Bondad de Ajuste.....	127

4.1. Criterio de información de Akaike (AIC).....	128
4.2. Criterio de información bayesiano (BIC).....	128
Capítulo III.....	129
Metodología.....	129
1. Tipo de investigación.....	129
2. Alcance de la investigación.....	129
3. Materiales.....	130
4. Instrumentos y técnicas de recolección de datos.....	131
5. Procedimientos metodológicos de la investigación.....	131
DLM con el uso del paquete estadístico R.....	132
Análisis de las innovaciones.....	134
Parámetros desconocidos.....	135
Resumen de las funciones del paquete dlm en R.....	135
Capítulo IV.....	137
Resultados de la aplicación de los métodos estadísticos.....	137
1. Presentación de los datos.....	137
1.1. Presentación del consumo de energía.....	137
1.2. Presentación del consumo de potencia.....	139
1.3. Análisis de los componentes de la serie de tiempo con los DLM.....	142
2. Estimación de los DLM para el consumo de energía.....	143
2.1. Modelo Polinomial para la tendencia.....	144
2.2. Modelo para la estacionalidad.....	147
2.3. Estimación de datos faltantes.....	151
3. Estimación de los DLM del consumo de potencia.....	154
4. Acceso a la tarifa solicitada.....	157
5. Modelo ARIMA.....	157
5.1. Análisis de la FAC y PFAC.....	157
5.2. Identificación:.....	159
5.3. Estimación:.....	159
5.4. Verificación:.....	160
5.5. Parámetros.....	160
5.6. Análisis de los residuos.....	160
5.7. Pronóstico.....	161
6. Comparación entre los modelos DLM y ARIMA.....	162
Capítulo V.....	164
Análisis de la Norma técnica.....	164

Capítulo VI.....	168
Conclusiones y Recomendaciones.....	168
1. Conclusiones.....	168
2. Recomendaciones.....	171
Referencias bibliográficas	172
Bibliografía	175

Resumen de Práctica Profesional I

La presente investigación tuvo lugar en la Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos, específicamente en la Dirección General de Asesoría Jurídica y Regulatoria (DGAJR o Dirección), su principal objetivo fue analizar la estructura de la red social que se forma en la DGAJR y los niveles de capital social que la caracterizan; a través del análisis de redes sociales. Para ello se aplicó un instrumento de encuesta a todos los miembros de la red, por medio del cual exponían con cuales de los otros actores mantenían relaciones laborales o relaciones de amistad. Los principales resultados desde el punto de vista profesional, indican que la red, es una red poco densa, donde hay menos de la mitad de relaciones que se podrían estar dando, lo que da pie a la presencia de agujeros estructurales. En cuanto a las relaciones de amistad es una red poco densa. Los nodos que resultaron más centrales desde el punto de vista de amistad fueron el 6, 3 y 22. Por su parte los nodos que están mejor posicionados para vincularse con el resto y obtener de ellos parte de su capital social, se lo deben a algunas de sus características, como sus años de experiencia en la profesión y su posición natural dentro de la red, ya que se encuentran en una posición de liderazgo, que se las brinda su condición de coordinadores de área. Hay nodos que se encuentran en desventaja, desde el punto de vista de su centralidad, y se lo deben a que son los más nuevos en formar parte de la Dirección. Con la identificación de los nodos mejor posicionados se pueden elaborar mecanismos que facilitan la integración de los nodos aislados (ya identificados) y una mejor propagación del conocimiento.

Resumen de Práctica Profesional II

Una empresa del sector industrial de Costa Rica que, dado su nivel de consumo de energía eléctrica y potencia, considera oportuno acceder a la tarifa de media tensión en dólares (T-MTb). Dicha empresa, al tratar de demostrar el cumplimiento de los requisitos de consumo a la empresa distribuidora, por medio de las lecturas de consumo del medidor que tiene instalado, presenta el inconveniente que el medidor falló en la lectura de consumo para 3 meses, por ello se hace necesario estimar o imputar estos 3 meses de consumo con algún método robusto que pueda ser justificado técnicamente. Por lo anterior, la investigación se justifica en el análisis de la serie de tiempo del consumo de energía y potencia de la empresa, y por medio de ello, resolver el tema de los valores faltantes por medio del uso y ejemplificación de las bondades de los Modelos Lineales Dinámicos, DLM por sus siglas en inglés, que han sido poco explorados. Al final se hace una comparación entre los resultados obtenidos con los DLM y los resultados con modelos ARIMA.

El trabajo que se presenta corresponde únicamente a un ejercicio puramente académico, los análisis, resultados y recomendaciones externados se hacen solamente con fines académicos.

Lista de Gráficos

Gráfico 1. Consumo de energía eléctrica de una empresa industrial	138
Gráfico 2. Consumo de potencia eléctrica de una empresa industrial	140
Gráfico 3. Resultados del modelo polinomial para el consumo de energía.....	145
Gráfico 4. Resultados del modelo aditivo para el consumo de energía	148
Gráfico 5. Gráfico QQ de los residuos del modelo aditivo.....	149
Gráfico 6. Pronóstico modelo aditivo para el consumo de energía.....	154
Gráfico 7. Resultados del modelo polinomial para el consumo de potencia	155
Gráfico 8. Función de autocorrelación y autocorrelación parcial	158
Gráfico 9. Pronóstico de la serie con el modelo ARIMA.....	162

Lista de Figuras

Figura 1: Interacción, capital social y redes sociales	9
Figura 2: Matrices y grafos.....	17
Figura 3: Flujos de información y agujeros estructurales	25
Figura 4: Red de la DGAJR.....	40
Figura 5: Relaciones entre nodos derivadas de la pregunta 8 y 9.....	41
Figura 6: Cliques pregunta 8 y 9.....	48
Figura 7: Relaciones entre nodos derivadas de la pregunta 10 y 11	49
Figura 8: Clique pregunta 10	53
Figura 9: Centralidad versus años de experiencia.....	57
Figura 10: Tarifas de la empresa distribuidora	85
Figura 11. Proceso recursivo.....	100
Figura 12. Flujo de la información en un DLM.....	108
Figura 13. Pasos para definir un modelo ARIMA.....	125

Lista de tablas

Tabla 1: Síntesis conceptual	26
Tabla 2: Operacionalización de los conceptos	35
Tabla 3: Características de los actores de la red DGAJR	38
Tabla 4: Estructura de la DGAJR.....	39
Tabla 5: Grado de nodo	43
Tabla 6: Indicadores de intermediación y proximidad por nodo	46
Tabla 7: Grado de nodo	50
Tabla 8: Indicadores de intermediación y proximidad por nodo.	52
Tabla 9: Índice de constricción individual.....	55
Tabla 10: Estratificación de los colaboradores de acuerdo a su índice de constricción.....	56
Tabla 11: Funciones FAC y PFAC teóricas.....	126

Tabla 12: Resumen - Especificación de un DLM en R.....	136
Tabla 13. Pruebas de normalidad de los residuos. Modelo polinomial	146
Tabla 14. Comparación de criterios de bondad de ajuste	151
Tabla 15. Valores faltantes.....	152
Tabla 16. Pronóstico del consumo de energía	153
Tabla 17. Pronóstico del consumo de potencia.....	156
Tabla 18. Resultados de ajustar el modelo ARIMA (0,1,1)(0,0,1).....	160
Tabla 19. Análisis de los residuos del modelo ARIMA (0,1,1)(0,0,1) _s	160
Tabla 20. Comparación de los criterios de bondad de ajuste.....	163



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

SEP Sistema de
Estudios de Posgrado

Autorización para digitalización y comunicación pública de Trabajos Finales de Graduación del Sistema de Estudios de Posgrado en el Repositorio Institucional de la Universidad de Costa Rica.

Yo, Adriana María Salas Leitón, con cédula de identidad 4-0186-0611, en mi condición de autor del TFG titulado Análisis de redes sociales en la Dirección General de Asesoría Jurídica y Regulatoria, por medio de la teoría de grafos y Análisis de una serie de tiempo de datos de consumo de energía y potencia eléctrica de una empresa industrial, imputación de datos faltantes y pronóstico por medio de modelos lineales dinámicos (DLM).

Autorizo a la Universidad de Costa Rica para digitalizar y hacer divulgación pública de forma gratuita de dicho TFG a través del Repositorio Institucional u otro medio electrónico, para ser puesto a disposición del público según lo que establezca el Sistema de Estudios de Posgrado. SI NO

*En caso de la negativa favor indicar el tiempo de restricción: _____ año (s).

Este Trabajo Final de Graduación será publicado en formato PDF, o en el formato que en el momento se establezca, de tal forma que el acceso al mismo sea libre, con el fin de permitir la consulta e impresión, pero no su modificación.

Manifiesto que mi Trabajo Final de Graduación fue debidamente subido al sistema digital ~~Kerwa~~ y su contenido corresponde al documento original que sirvió para la obtención de mi título, y que su información no infringe ni violenta ningún derecho a terceros. El TFG además cuenta con el visto bueno de mi Director (a) de Tesis o Tutor (a) y cumplió con lo establecido en la revisión del Formato por parte del Sistema de Estudios de Posgrado.

FIRMA ESTUDIANTE

Nota: El presente documento constituye una declaración jurada, cuyos alcances aseguran a la Universidad, que su contenido sea tomado como cierto. Su importancia radica en que permite abreviar procedimientos administrativos, y al mismo tiempo genera una responsabilidad legal para que quien declare contrario a la verdad de lo que manifiesta, puede como consecuencia, enfrentar un proceso penal por delito de perjurio, tipificado en el artículo 318 de nuestro Código Penal. Lo anterior implica que el estudiante se vea forzado a realizar su mayor esfuerzo para que no sólo incluya información veraz en la Licencia de Publicación, sino que también realice diligentemente la gestión de subir el documento correcto en la plataforma digital ~~Kerwa~~.

Práctica Profesional I

Capítulo I

Introducción

El análisis de redes sociales que se quiere llevar a cabo, tendrá lugar en la Dirección General de Asesoría Jurídica y Regulatoria de la Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos (en adelante Aresep).

El objetivo es caracterizar en forma general a la red social que se forma con la interacción de los 23 funcionarios que laboran en esta Dirección, y por otro lado, conocer como es la interacción entre ellos, así como su papel dentro de la red. Esto nos lleva a hacer un análisis más profundo de sus actores; identificar a los líderes, identificar el papel de cada uno de los actores de la red; dado que es importante conocer cómo es que la información fluye dentro de este grupo, cuales son los nodos que fungen como canales de comunicación, por medio de los cuales circula de una forma más eficiente la información y por otro lado, cuales actores actúan como intermediarios, entre otras características importantes que pueda arrojar el análisis de redes, como por ejemplo, cual es el tipo de capital social que posee la red, si es de cierre o de intermediación.

Como bien se expone, las relaciones sociales se crean en cualquier ambiente, tomando como base individuos. En el caso particular se analizará la red social que se crea en los departamentos de las empresas, donde tienen lugar relaciones de individuos que se podrían definir como, "relaciones impuestas", dado que nadie elige a la totalidad de sus compañeros de trabajo, pero de igual forma en estas redes se crean relaciones por afinidad entre las personas.

La afinidad entre ellos, puede derivarse de sus conocimientos, experiencia o por una serie de características que los identifica, lo cual se asocia con capital social, del cual pueden sacar mucho provecho los mismos actores de la red. Podría decirse, que los integrantes de la red con mayores conocimientos, podrían compartir de su conocimiento con los demás compañeros, o los compañeros más

positivos y felices, podrían crear vínculos con otros de sus compañeros que quisieran contagiarse de este sentimiento.

Identificando a estos actores que juegan papeles claves dentro de la red, la administración puede hacer un uso más eficiente de su recurso humano, a partir de la forma en que se dan las relaciones en los departamentos (redes) y lograr un mejor desarrollo del trabajo diario.

Dado que las redes sociales son un mecanismo de comunicación, transmisión de información y aprendizaje, pero que a la vez representan estructuras de poder, es que el objetivo de la investigación, es caracterizar a la red social que se crea en la DGAJR de la Aresep, identificar a los líderes o a los actores importantes en la red, todo esto desde la opinión de los mismos actores de la red social.

En palabras de Ferraris, S. y Leguizamón, L. (2013, p.48), cuando se pertenece a una red social, diariamente se crean relaciones articuladas con los demás integrantes de la red, la red es un espacio que permitirá el intercambio de recursos en general, es un lugar donde circulará el diálogo y por ende la información, lo cual permite socializar el conocimiento y generar proyectos juntos.

Como se indicó anteriormente, otro punto importante es, medir los recursos (capital social) que llevan a estos agentes a ocupar su posición y poder detectar las oportunidades que tienen los otros agentes en acumular más recursos (capital social). Todo lo anterior, con el fin de sacarle provecho a estos actores positivos, desde el punto de vista laboral y social, en pro de un mejor desempeño de la Dirección.

Más en detalle, este análisis pretende identificar y definir tanto a la red general como un todo, como también, analizar a sus individuos, sus características (o recursos) que los llevaron a obtener su posición dentro de la red.

Todo el análisis descrito anteriormente, se realiza por medio de programas computacionales que permiten, aplicar a estas redes, diferentes técnicas, medidas matemáticas y estadísticas para su análisis.

El estudio de las estructuras reticulares¹ suelen ser criticadas por su carácter meramente descriptivo, aunque se han realizado esfuerzos por hacer un vínculo entre lo cuantificable con lo calificable, lo cual resulta en una dificultad para obtener resultados. La dificultad de este vínculo se debe a la complejidad natural y evidente de estudiar las relaciones sociales.

Es por ello que el análisis que aquí se presenta, es meramente descriptivo de la estructura de la red social de la DGAJR y la caracterización del capital social que se posee. Identifica a los actores principales y más populares, así como evidencia los actores que están en posiciones menos privilegiadas, todo con el fin de promover y fortalecer las relaciones ya existentes, y hacer un esfuerzo por crear vínculos entre las posiciones más aisladas.

Así las cosas, el objetivo de la investigación es analizar la estructura de la red social que se forma en la DGAJR y los niveles de capital social que la caracterizan; a través del análisis de redes sociales.

Los objetivos específicos son:

1. Realizar un análisis básico de la estructura de la red, por medio de la estimación de la magnitud de los indicadores: densidad de la red, constricción individual, constricción global, cliqué.
2. Aportar evidencia que muestre la utilidad de los indicadores del análisis de redes sociales para medir: el capital social.
3. Definir la posición estructural de los agentes de la red, de acuerdo al capital social que poseen y de sus atributos cualitativos.

¹ Las estructuras reticulares es sinónimo de análisis de redes.

Antecedentes

Antecedentes de la regulación de los servicios públicos

La regulación de los servicios públicos en Costa Rica, es un proceso que inició en 1928, durante esta época, el Estado otorgó concesiones a compañías extranjeras y pudo concretar importantes obras como acueductos, alumbrado, electrificación, vías de comunicación y saneamiento. Es así como en 1928, se emitió la ley que creó el Servicio Nacional de Electricidad (SNE), bajo la filosofía de “servicio al costo” y empezó a controlar a las compañías eléctricas privadas para que mantuvieran tarifas bajas para los abonados.

El SNE resultó ser un órgano propiciador del desarrollo nacional. En este periodo se le adjudicó la regulación del alumbrado público y acueductos, lo que permitió que se instalara esta infraestructura en todos los cantones del país. En este periodo el SNE reguló instituciones descentralizadas recién creadas como el Instituto Costarricense de Electricidad, Acueductos y Alcantarillados, Juntas Administradoras de Servicio Eléctrico (Alajuela, Cartago, Heredia) y cooperativas eléctricas de San Carlos, Nicoya, Alfaro Ruiz y en la zona de los Santos (cantones de Tarrazú, Dota y León Cortés).

Entre el año 1991 y 1996, se desarrolló un nuevo concepto de regulación que logra concretarse en la Ley 7593 que transformó al SNE en la Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos de Costa Rica (Aresep), bajo la autoridad del Licenciado Leonel Fonseca Cubillo, el primer Regulador General del país.

La Aresep enfrentó el desafío de consolidar el sistema regulatorio en el país, mejorar su estructura organizativa para reglar los servicios de energía, concesión de obra pública, telecomunicaciones, agua, saneamiento ambiental, combustibles y transportes. Fungieron como Regulador General en ese periodo el ingeniero Rafael Carrillo Lara y nuevamente Leonel Fonseca Cubillo.

En esta nueva etapa, la Aresep enfrenta la necesidad de fomentar la participación ciudadana y de perfilarse como una institución que promueva la participación comunitaria en la resolución de situaciones locales y del ámbito nacional. En 2008 ocurrieron varios cambios en la Ley que le permiten definir su propia organización interna, para lo cual se constituyen las áreas especializadas en regulación, llamadas Intendencias y la potestad de definir tarifas recae en estas dependencias.

Es así, como parte de esta organización interna, se encuentra la DGAJR, dirección que se encuentra adscrita al despacho del Regulador General y dentro de sus funciones se encuentran: rendir criterio sobre los recursos administrativos que deba conocer la Junta Directiva, así como sobre consultas que le formule la Junta Directiva, elaborar los proyectos de resolución que deba emitir la Junta Directiva, atender los asuntos judiciales en que sea parte la Aresep. Participar, como parte de equipos designados por el Regulador General, en la ejecución de proyectos para el diseño de metodologías de fijación de tarifas y normativa de calidad, rendir criterio jurídico sobre las consultas que le formulen las dependencias que forman parte del Despacho del Regulador General, Centro de Desarrollo de la Regulación, Dirección General de Atención del Usuario y de la Dirección General de Operaciones.

Dada la variedad de funciones y dada la diversidad de temas que se analizan a lo interno de la Aresep, además de las especialidades de cada uno de los funcionarios, es que la DGAJR cuenta con 7 sub-áreas a saber:

1. Procesos judiciales
2. Procedimientos administrativos
3. Contratación administrativa
4. Área Regulatoria
5. Área de apoyo
6. Área Técnica
7. Administración

Aunque la Dirección se subdivide en 7 áreas, no son áreas excluyentes, dado que, por ejemplo, si el área judicial está atendiendo una demanda de un ente regulado puede pedir apoyo a los técnicos y abogados del área regulatoria.

De igual manera, si en el área de Procedimientos Administrativos están analizando el cobro de una tarifa no autorizada, puede recibir apoyo del área judicial, del área regulatoria o del área técnica.

El análisis tendrá lugar en la red social que se forma con los agentes o individuos que conforman la DGAJR, integrada por 23 personas, las cuales se organizan en 7 sub áreas, por medio del análisis de redes sociales, basado en análisis estadísticos.

Antecedentes de la Teoría de Redes Sociales

La teoría de redes sociales, tiene su historia en la sociología, principalmente fue un tema abordado por el autor clásico, George Simmel, el cual indicó:

“Para este sociólogo alemán, el tema del cruce de los círculos sociales es de importancia capital para la comprensión de lo real-social, pues el observador debe hacer evidentes las ligaduras que existen en las formaciones sociales, las cuales no son apreciables mediante la observación superficial, pues se encuentran ocultas tras la apariencia de un todo unitario, o bien de la simple representación casual. Por lo tanto, la ciencia social, en general y particularmente la sociología, necesita reconstruir las formas de las unidades sociales, con tal de lograr aprehender el contenido de las representaciones que está inmerso en tales formas.” (Morales, 2011, p.3)

Más adelante, señala Morales (2011, p.4) que Simmel, se convirtió en uno de los primeros autores en determinar que el análisis de las ligaduras y las conexiones entre los individuos, permite entender la sociedad. Simmel propone reconstruir estas formas de relación por medio de redes, las cuales son invisibles a la vista

convencional, con la idea de conocer y entender los contenidos que encierran estas redes de individuos.

Estas relaciones entre personas pueden ser recíprocas y se dan por condiciones propias de los agentes sociales, las cuales se construyen y tejen. Estas condiciones que dan origen a las relaciones recíprocas, pueden ser la “colaboración, la solidaridad, la competencia, la exclusión o la inclusión, y les imputan contenidos y representaciones particulares dando origen a las formaciones sociales.” (Morales, 2011, p.4).

Autores como Lozares (1996), hacen un desarrollo cronológico de la teoría de redes, e indican que este tipo de análisis inicia desde los años 30, pero toma más fuerza, al lado del análisis matemático y estadístico, hasta por ahí de los sesentas y setentas. Además exponen que al principio el estudio fue más antropológico, de la sociometría, y en los últimos años, su formalización ha sido más bajo el enfoque matemático y estadístico.

Ya para los años 60, el análisis de redes sociales, se consolidó como un conjunto de métodos y técnicas, por medio de la aplicación de formalizaciones matemáticas a intuiciones previamente expresadas en metáforas; “desde entonces la teoría de grafos (...) se ha convertido en el sustrato formalizado para el desarrollo del análisis de redes” (Sanz, 2003, p.21).

“una idea fundamental que sustenta el ARS es que las interacciones entre individuos y organizaciones en la red social, además de reflejar los flujos de conocimiento y comunicación, podrían tener un impacto relevante en el comportamiento de los actores, así como resultados en las estructuras de poder identificables y en los procesos de aprendizaje.” (Sanz, 2003, p.23).

Ferraris, S. y Leguizamón, L. (2013), señalan que la teoría de las redes sociales, como la conocemos hoy día, es resultado del aporte de diferentes disciplinas, es así como

“en la base del concepto de red social se encuentran corrientes disímiles como la: antropología (Max Gluckman: escuela de Manchester), psicológica-sociológica (Kurt Lewin: Gestland Theory; Moreno: sociometría, Scott: grupos dinámicos de Heider); también matemática (Cartwright y Zander, Harary y Normal entre otros: teoría de grafos).” (Ferraris, S. y Leguizamón, L., 2013, p.45).

Aunado a lo anterior, otros autores han señalado que:

“En la actualidad se puede encontrar análisis que emplean elementos matemáticos para estudiar la estructura reticular, una crítica fuertemente que reciben es por su carácter meramente descriptivo, pese a los considerables intentos de asociar lo cuantificable con lo cualificable resulta difícil lograr óptimo resultados, esta dificultad no solo se desprende de la complejidad evidente: estudiar relaciones sociales, sino que además tiene que ver con un diálogo entre teoría y empiria que no debe omitirse, tradicionalmente los enfoque matemáticos no se caracterizaban por prever tal relación, en el presente es posible concebir esta idea aunque su aplicación es, como ya dijimos, por demás compleja.” (Ferraris, S. y Leguizamón, L., 2013, p.45).

A pesar del esfuerzo realizado, no se encontró mucha bibliografía relacionada directamente con el tema de estudio, el análisis de redes sociales en oficinas de trabajo y además el análisis de redes sociales es un tema que no se ha abordado tanto, desde el punto de vista de la estadística, es decir, la representación por medio de grafos y la comprobación de supuestos a partir de los indicadores de red. En palabras de Lozares (1996, p.1) “Con todo subsisten dificultades por solventar y lagunas por llenar (...)”

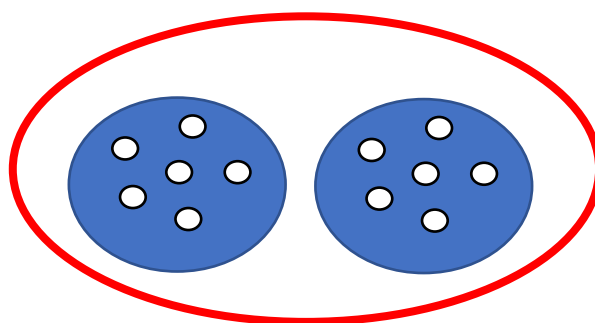
Capítulo II

Marco Teórico

Un análisis breve, que posteriormente será abordado con más amplitud, es que el capital social es un concepto que ha sido desarrollado por autores como Putnan y Coleman, entre otros; sin embargo, entre los autores que desarrollan este tema no hay una visión unificada. El tema del capital social, engloba dentro de su campo a las redes sociales, puesto que sin la interacción de los individuos, no puede haber capital social. Es por ello que abordar el tema de las redes sociales, se complementa con el abordaje del tema del capital social y viceversa, puesto que la existencia de capital social, es lo que permite que existan interacciones entre los individuos, dando pie a la existencia de redes sociales.

El siguiente diagrama trata de explicar la idea indicada supra:

Figura 1: Interacción, capital social y redes sociales



Fuente: elaboración propia

En la figura 1, los círculos blancos, representan a los individuos o agentes que tienen relaciones entre sí, dando lugar a la formación de redes sociales (los círculos azules), las cuales se encuentran dentro de lo conocido como capital social, que se origina por la existencia de interacciones (círculo rojo).

Entrando en los temas centrales de la investigación, a continuación se hará un abordaje de ambos conceptos por separado: el capital social y las redes sociales:

El capital social

Ferraris, S. y Leguizamón, L. (2013), señalan que Putnam y Coleman son considerados los principales precursores del capital social, por todos los estudios que ellos han aportado al pensar, desde el enfoque de la problemática social. Por su parte, consideran el trabajo elaborado por Pierre Bourdieu, que en los años 1980, describió al capital social como “el: conjunto de recursos actuales o potenciales que están ligados a la posesión de una red duradera de relaciones más o menos institucionalizadas de interconocimiento y de inter-reconocimiento” (Ferraris, S. y Leguizamón, L., 2013 p.45).

Según Velázquez y Marín (2007), “El Capital Social no sólo se refiere a sentimientos nobles de amistad y compañerismo, sino que aborda una amplia variedad de beneficios que van desde la confianza, reciprocidad e información, hasta la cooperación en comunidad.” (p.1).

Estos autores, citan al Banco Mundial, que indica que el capital social son “las normas y redes que hacen posible una acción colectiva. Las investigaciones sobre cohesión social –capital social- sugieren que ésta es crítica para aliviar la pobreza y lograr un desarrollo humano y económico sustentable” (p.2).

De lo anterior, se evidencia que el capital social, es un concepto aún más amplio que el de redes sociales, sin embargo esta última es un componente del capital social, que por medio de su metodología nos permite hacer mediciones y caracterizaciones de este capital social.

La CEPAL (2006, p.7) define el capital social como “Activos que se tienen derivados de las relaciones de una persona con otros y por su participación en organizaciones. Tales relaciones facilitan el acceso a otros recursos.” Agrega que “El capital social puede ser entendido como un recurso intangible, que permite a personas y grupos la obtención de beneficios por medio de relaciones sociales dotadas de confianza, reciprocidad y cooperación.” (p.12)

Una forma de unir ambos conceptos: el de redes sociales, con el capital social; es bajo la premisa de que las redes sociales se estructuran y evolucionan para conservar o aumentar los recursos (capital social). Por otra parte, el capital social supone la existencia de relaciones, tanto formales como informales entre los actores de la red social, relaciones que tienen permanencia y regularidad, las cuales por lo general se basan en confianza, cooperación y la solución conjunta de problemas.

En línea con la idea anterior, Ferraris, S. y Leguizamón, L. (2013), exponen que:

“el capital social contiene una indiscutible perspectiva de red al abordar la problemática desde un punto de vista relacional; esto es, un sujeto se vincula con otro en base a los vínculos y relaciones que entre ellos establecen, el feedback entre los sujetos o agentes (...) constituye el núcleo central de la noción de capital social.” (p.50).

Como se evidenció en el análisis de la figura No.1 el capital social y las redes sociales no son estáticas, las relaciones presentes en una red social, permiten la creación o traslado de capital social; pero por otra parte, de acuerdo al capital social que una persona posea es que podrá entablar relaciones dentro de la red con otros individuos.

Al respecto Ferraris, S. y Leguizamón, L. (2013) señalan que el capital social no se agota con su uso, sino más bien que este se agota con el desuso, agregan además que:

“...la red es generadora de capital social el cual estará disponible para cada uno de los integrantes de la red cuando lo requieran, el capital social está relacionado a las conexiones a nivel individual, grupal, social, los recursos son los movilizados para pertenecer a este círculo generador de capital social.” (p. 51).

El análisis de redes sociales

Tal y como lo expone Pinto (2014), es durante las últimas décadas, que el concepto de red social y los análisis de estas relaciones, toman más importancia en el desarrollo de las investigaciones relacionadas con la medición de las estructuras sociales.

Según Sanz (2003), los primeros trabajos que trataron de describir las estructuras sociales, hablando en términos de redes, fueron elaborados por Barnes (1954) y Bott (1957), quienes las analizaron bajo el enfoque de la sociometría.

“En sociología el tradicional concepto de estructura social se ha visto influenciado por el énfasis en los patrones de vinculación que afectan la conducta social (Simmel, 1908), por un interés desde la epidemiología a la teoría de la comunicación en los procesos de difusión de los recursos (Coleman et al, 1966; Rogers, 1979), así como por los desarrollos en la teoría del intercambio (Blau, 1964; Homans, 1961) y la preocupación sobre el poder basado en los recursos (Emerson, 1962; Cook y Whitmeyer, 1992); todo esto añadido a la presencia del razonamiento matemático en la ciencias sociales (White, 1965), ha concluido en un desarrollo sociométrico para medir cuantitativamente las propiedades de las redes (Freeman, 1979),” (Sanz, 2003, p.24)

En el párrafo anterior, se evidencia una idea importante; que es la difusión de los recursos y el poder que permiten estos recursos dentro de las redes sociales, es decir, que por medio de las redes sociales, se forma capital social.

Tan complejo es el ser humano visto de forma individual, como complejas son las relaciones que tiene con otros individuos. Para autores como Morales (2011), las relaciones sociales constituyen fenómenos de enorme complejidad, de la misma manera en que el ser humano es complejo, sumado a la influencia que ejerce el entorno sobre él, más complejas resultan sus relaciones.

Es así como, de este complejo conjunto de relaciones, surgen las redes sociales, dando origen a un sin número de vínculos y posiciones que los individuos toman en tales redes, relaciones que se pueden medir e interpretar.

Ampliando y reforzando esta idea, Morales (2011) señaló que:

“...una red social podría definirse como un agregado de individuos o actores sociales que entran en relación debido a múltiples motivaciones, las cuales están insertas en la estructura social, y en función de ella, pues estos forman parte de la estructura y además la constituyen. En ese sentido, la acción social está motivada por las necesidades y las demandas que la estructura plantea al individuo...” (p.6)

Para Morales (2011) quien cita a Lozares (2008), una red social es “un conjunto bien definido de actores, individuos, grupos, organizaciones, comunidades, sociedades globales, etc., que están vinculados unos a otros a través de una o un conjunto de relaciones sociales” (Morales, 2011, p. 5).

Por su parte, Morales (2011), que cita a Sanz (2003):

“Las redes sociales son a la vez la causa y el resultado de las conductas de los individuos. Las redes sociales crean y limitan las oportunidades para la elección individual y de las organizaciones; al mismo tiempo los individuos y organizaciones inician, construyen, mantienen y rompen las relaciones y, a través de estas acciones, determinan y transforman la estructura global de la red.” (p.26)

Uno de los temas más importantes a tener en cuenta en este tipo de análisis, es que el estudio de las redes sociales no solo implica la captación y la descripción de las relaciones entre los agentes sociales, sino que permite, además, detectar las oportunidades y las limitaciones a las que esos agentes se enfrentan, las cuales se pueden calcular por medio de medidas estadísticas.

Además de identificar una red, de reconocer sus actores, poder describirlos, comprender su forma, es esencial que los estudios métricos permitan fundamentar otros aspectos dentro de estas relaciones.

Lo anterior, se puede llevar a cabo por medio del cálculo de indicadores, tales como: el grado, las densidades, las intermediaciones y las cercanías entre los actores de la red, los cuales se obtienen por medio de cálculos que determinan la posición de cada individuo y el grado de la centralidad existente en las relaciones.

González y Pinto, (2011) establece que incluir estas métricas

“fortalece la visión de que las Redes Sociales se fundamentan también en la Estadística, puesto que son una suma de cooperación entre dos o más puntos, o simplemente porque constituyen una representación de frecuencia científica diseñada en un mapa por inferencias similares (de autores, temáticas, revistas, documentos o instituciones científicas).”
(p.255)

La importancia del análisis de las redes sociales, radica en que, la forma de interacción e interrelación de los miembros de una red podrían mejorar, analizando las redes, desde su estructura simple, hasta las relaciones complejas que surgen en ellas. Es decir, estas estructuras que se crean, nos pueden ayudar a comprender, predecir e incluso gestionar mejor, los resultados de la acción humana.

“...una idea fundamental que sustenta el ARS es que las interacciones entre individuos y organizaciones en la red social, además de reflejar los flujos de conocimiento y comunicación, podrían tener un impacto relevante en el comportamiento de los actores, así como resultados en las estructuras de poder identificables y en los procesos de aprendizaje”,
(Sanz, 2003, p.23).

Aunado a lo anterior, Ferraris, S. y Leguizamón, L. (2013) señalan que:

“Al interior de la noción de red encontramos elementos básicos como el nodo (persona o conjunto de personas que se conecta con otros) y la posición (que cada actor ocupa en la estructura), los gráficos resultantes que demuestran qué lugar ocupa cada actor social en la red de relaciones. Por ejemplo si tiene una posición central o periférica, se podrá evidenciar líderes o personas con mayor posibilidad de disponer recursos que otras, esta visualización a su vez permite reconocer los eslabones débiles y pensar estrategias para revertir esta situación.” (p.46)

De esta manera, el análisis de la posición de los actores, permitirá describir al colectivo, pero también permitirá fortalecer a los actores que se identifican como débiles. Lo anterior quiere decir, que las redes sociales permiten potenciar los recursos que se poseen y además permite la creación de oportunidades para la resolución de problemas o lograr la satisfacción de necesidades de cada miembro de la red, dado que cada participante de la red, se podrá enriquecer a través de las relaciones con los otros, optimizando el aprendizaje cuando éste es socialmente compartido. (Ferraris, S. y Leguizamón, L., 2013, p.47).

El análisis de la red social va a permitir la representación formalizada de las relaciones entre los actores de la red, a partir de algoritmos, ya que es importante poder representar gráficamente la forma de la red de actores, es decir, la estructura social subyacente; como también es importante poder medir y establecer índices algebraicos que representen sistemáticamente propiedades de esta estructura social, a partir de nodos y vínculos. (Sanz, 2003).

Tanto es así, que Sanz (2003, p.21) afirma que el análisis de una red social es “una aproximación intelectual amplia para identificar las estructuras sociales que emergen de las diversas formas de relación, pero también un conjunto específico de métodos y técnicas.”

Sanz (2003), expone que el análisis de las redes sociales, se ha formalizado y concretado por medio de la teoría de los grafos, y es aquí donde juega un papel protagonista la estadística.

“En definitiva, el “análisis de redes sociales” es un método, un conjunto de instrumentos para conectar el mundo de los actores (individuos, organizaciones, etc) con las estructuras sociales emergentes que resultan de las relaciones que los actores establecen. Por tanto, el análisis de redes debe ser visto más como un conjunto de técnicas con una perspectiva metodológica compartida que como un nuevo paradigma en las ciencias sociales.” (p.21)

Los trabajos realizados sobre las redes sociales, abrieron el camino a nuevas posibilidades teóricas, estos análisis de redes se fueron “complejizando con la incorporación de aportes de disciplinas diversas como la matemática y su propuesta en torno a los grafos.” (Ferraris y Leguizamón, 2013, p.44).

La teoría de grafos es muy útil en el ARS, en primera instancia porque utiliza un vocabulario sencillo que permite analizar muchas propiedades de las estructuras sociales. Este método, ofrece operaciones matemáticas que permite el análisis y medición de estas propiedades y por último, permite probar teoremas sobre los grafos.

Sanz (2003, p.22), expone que

“Un grafo G consiste en dos conjuntos de información: un conjunto de nodos, $N = \{n_1, n_2, \dots, n_g\}$ y un conjunto de líneas, $L = \{l_1, l_2, \dots, l_L\}$ entre pares de nodos. En un grafo hay g nodos y L líneas. Un grafo se representanta como $G(N, L)$. Se dice que dos nodos son adyacentes si la línea $l_k = (n_i, n_j)$ está incluida en el conjunto de líneas L .”

Por su parte, Lozares (1996) indica que

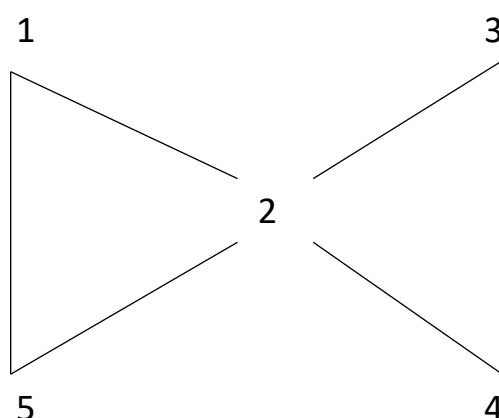
“Se pueden dar diversas formas de representación de las Redes Sociales: pares de productos cartesianos que indican la relación entre las unidades, representación jerarquizada, grafos y matrices. Son estas dos últimas formas las que permiten, la primera, más gráfica, una mejor visualización

del entramado reticular aunque limitada a pocos elementos y relaciones, la segunda que no proporciona una mayor disponibilidad y potencia al cálculo de los índices en redes de cualquier tamaño y complejidad.” (p.7).

Un ejemplo del análisis de redes sociales, por medio de matrices y grafos podría verse como se ejemplifica en la figura No.2, en la cual se analizan las relaciones entre un conjunto de 5 individuos (actores), donde la existencia o no de una relación, toma el valor de 1 o 0 respectivamente. De la misma forma en que la red social se representa por medio de una matriz, esta matriz puede ser llevada a la forma de un grafo. Lo anterior se muestra a continuación:

Figura 2: Matrices y grafos

	1	2	3	4	5
1	-	1	0	0	1
2	1	-	1	1	1
3	0	1	-	1	0
4	0	1	1	-	0
5	1	1	0	0	-



Fuente: Elaboración propia

Tanto la matriz, como el grafo muestran la misma información; por ejemplo, vemos que el individuo 2 tiene relaciones de amistad con todos los demás actores de la red, lo cual se evidencia al observar que tiene valores 1 con cada uno de los actores, lo mismo se visualiza en el grafo, donde de cada actor sale

una línea que termina apuntando al actor 2. Por su parte el actor 5, solamente tiene relaciones con el actor 1 y el 2, según la matriz de 0 y 1, y el grafo muestra lo mismo, donde es visible que el actor 5 tiene líneas que lo unen con 1 y 2.

Los investigadores en este campo, se han interesado por cómo las propiedades estructurales afectan la conducta más allá de las prescripciones normativas, los atributos personales y las relaciones diádicas (bilaterales). Por tanto, se concentran en estudiar cómo los patrones de lazos en las redes generan oportunidades significativas y restricciones que afectan el acceso de la gente y las instituciones a recursos tales como la información, la riqueza o el poder.

El uso de esta herramienta, (ARS) permite bajar a un nivel más gráfico las relaciones individuales y grupales de los actores.

Sanz (2003), propone una serie de conceptos y herramientas básicas que se deben estudiar para capturar las características generales de la red, la posición de los individuos que forman parte de ella, y las características de sus relaciones.

Del análisis de la red, de sus características generales y particulares, se pretende reflejar los flujos de comunicación y conocimiento, mostrar indicadores para medir la eficacia del capital social individual y la posición que cada uno de los actores ocupa, según el capital que poseen y al mismo tiempo, evaluar las oportunidades que tienen los otros actores para intermediar eficientemente las fuentes de información e innovación (Velázquez y Marín, 2007).

Al respecto de la idea de integrar ambos conceptos el de capital social con el análisis de redes, la CEPAL (2006) indica que

“Una red social posee capital social cuando tiene la capacidad de ampliar el espectro de recursos de cada uno de los agentes que la componen, poniendo la experiencia propia a disposición de otros para el logro de objetivos y metas comunes.” (p.12)

Aterrizando estos conceptos al caso que nos ocupa, que es en análisis de la red social que se forma por medio de la interacción de los actores que componen la DGAJR, al relacionar a 23 personas de diferentes edades, diferentes profesiones y diferentes áreas laborales, se puede pensar que hay características que los hace relacionarse a unos más que a otros, y que hay espacios para que entre agentes se compartan su capital social.

Dentro de una red es de esperar que unos agentes estarán más unidos que otros, tanto por cuestiones impuestas, como su ubicación física o su área de trabajo, como por cuestiones personales de afinidad, es decir, el capital social de cada uno de los agentes, va a influir en la forma en que se relacionan en la red, en el espacio y ubicación que ocupan en esta red social.

Para partir de lo más simple, con el objetivo de medir la estructura y organización de la red, se debe iniciar por el análisis de la estructura general de la red, es decir, su forma.

Antes de iniciar el cálculo de indicadores que permitan caracterizar a la red, se identificaran a los agentes que conforman la red, contactar y recolectar información sobre las características generales de estos agentes, analizar la información recolectada sobre las redes y el capital social y por último sintetizar los datos y resultados obtenidos, para determinar la relación existente entre las redes y el capital social en sus aspectos negativos y positivos.

Sanz (2003), menciona que de la estructura general de la red de relaciones nos interesa especialmente el grado de integración o la cohesión que la red manifiesta. Para este se han desarrollado un conjunto de categorías, procedimientos y algoritmos, que nos dan información sobre la estructura, tales como: componentes, densidad, unipolaridad, integración y centralización.

El estudio de la posición que cada uno de los actores ocupa en el conjunto de la red, se hace habitualmente a través del análisis de la centralidad de los actores participantes en la misma. Interesa conocer la posición que cada uno de los actores alcanza en la estructura general.

Este análisis general está más relacionado con el poder que con otra categoría sociológica y los algoritmos básicos que representan estas propiedades de la centralidad de los actores en la red son: grado, proximidad o cercanía y mediación.

Ambas medidas de una red, asociadas al estudio de la centralidad y cohesión, tienen en cuenta, en lo fundamental: el número de agentes ligados, el grado de exclusividad de los lazos y la posición de los agentes en el conjunto.

Capítulo III

Metodología

Medición de la Red Social

Como se ha indicado, el ARS se realiza por medio del análisis de grafos, donde se pasa de una idea, a un análisis gráfico de la red, que por medio de indicadores, puede ser explicada y analizada.

Reiterando a Sanz (2003), el análisis de las redes sociales, se ha formalizado y concretado por medio de la teoría de los grafos, y es aquí donde juega un papel protagonista la estadística. La teoría de grafos puede utilizarse para analizar muchas propiedades de las estructuras sociales. Es así, como este método ofrece operaciones matemáticas que permite el análisis y medición de estas propiedades y por último, permite probar teoremas sobre los grafos.

A continuación se exponen los principales conceptos relacionados con el ARS:

Grado: Sanz (2003), propone que el grado representa el nivel de la actividad comunicativa, es decir, la capacidad que tiene un actor de comunicarse directamente con otros.

En otras palabras, el grado de un nodo es el número de líneas incidentes que contiene, se puede clasificar en dos:

- Indegree (Grado interno): Es el número de líneas que “recibe” el nodo, o sea, el número de líneas que se dirigen al nodo.
- Outdegree (Grado externo): Es el número de líneas que “emite” el nodo, o sea, el número de líneas “enviadas” por el nodo a otros nodos.

El grado es una medida que se calcula para cada uno de los nodos, pero también, se puede calcular el grado de la red, como la media aritmética de todas las medidas.

A partir de la medida del grado, los nodos se pueden clasificar como siguen:

1. Nodo aislado: Un nodo aislado es el que tiene 0 relaciones.
2. Nodo transmisor: Un nodo transmisor tiene $\text{outdegree} > 0$ pero $\text{indegree} = 0$.
3. Nodo receptor: Tiene $\text{indegree} > 0$ pero $\text{outdegree} = 0$.

La proximidad o cercanía: representa la independencia, es decir, la capacidad de un actor de llegar a los otros miembros de la red sin apoyarse en otros, actuando como intermediadores.

Distancia geodésica: La ruta más corta entre dos nodos.

Diámetro de un grafo: Es la distancia geodésica más grande entre cualesquiera dos nodos.

La mediación: representa el control de la comunicación de otros y su capacidad de restringirla.

La centralidad: si se desea detectar cuáles son los agentes cuyo rol en la red es importante, se hace necesario poder clasificarlos según algún criterio objetivo de importancia para el funcionamiento de la red, la propuesta de esta división por criterios la aporta Saade (2010, p.9).

Al respecto este autor indica que

“Los indicadores de centralidad en red son una forma de clasificar los agentes en una red según su importancia. Estos indicadores, utilizados en economía de redes, suelen clasificarse en alguna de las siguientes categorías según el estadístico en el que se basan.” (p. 9)

- a. **Centralidad según grado de nodo:** mide cuantas conexiones directas tiene cada agente.
- b. **Centralidad por capacidad de intermediación:** miden la importancia de cada agente conectando a los demás miembros de la red. Este indicador supone que los actores intermediarios tienen mayor influencia interpersonal.

Desde el punto de vista sociológica, la centralidad en una red busca describir el prestigio, popularidad y participación activa en la red de un nodo.

Densidad: Permite medir hasta qué punto una red se encuentra conectada. En palabras más sencillas, se puede definir como la proporción de líneas que en realidad tiene el grafo con respecto de todas las líneas que podría tener el grafo. El cálculo del total de relaciones posibles que puede tener el grafo, se hace multiplicando el número total de nodos por el número total de nodos menos 1, esto quiere decir, que si tengo una red con 3 nodos, el máximo de relaciones que puedo tener es de $3 \times 2 = 6$.

Bajas densidades indican la presencia de agujeros estructurales, por el contrario, altas densidades implican redes cerradas. (Velázquez y Marín, 2007, p.5)

Por otra parte, tenemos la medición del capital social presente en la red social, para ello algunos autores proponen metodologías para realizar este tipo de mediciones, las cuales se exponen a continuación:

Medición del capital social

Por su parte Velázquez y Marín (2007), proponen dos formas para medir del capital social a partir del enfoque del ARS, estos dos enfoques de medición, los denominan: el cierre de la red y los agujeros estructurales.

El cierre de la red: Es de esperar, que una red cerrada presente altas densidades y es aquella red en la cual los individuos poseen la misma información, la

información es elevada, hay conexión entre todos los miembros de la red, por lo que “no es posible que la conducta individual pase inadvertida a los otros” (Velázquez y Marín, 2007, p.5).

Los beneficios de una red cerrada se ven reflejados en la reducción de costos de intermediación, en la rapidez y veracidad de los flujos de información, así como en la reducción de los riesgos en confiar en los otros miembros de la red. Y según, Velázquez y Marín (2007, p.5), “Esto, por definición propia, es una fuente de capital social.”

Los agujeros estructurales, es una conexión débil en una red, los mismos, crean ventajas competitivas para un individuo, dado que se le permite a algunos individuos intermediar a través de los agujeros estructurales, lo cual significa existencia de capital social.

Así lo afirman Velázquez y Marín (2007, p.6), “Intermediar a través de los agujeros estructurales significa capital social [...] la participación en la difusión de información y el control sobre ella subyacen al capital social de los agujeros estructurales” lo cual representa un activo por definición.”

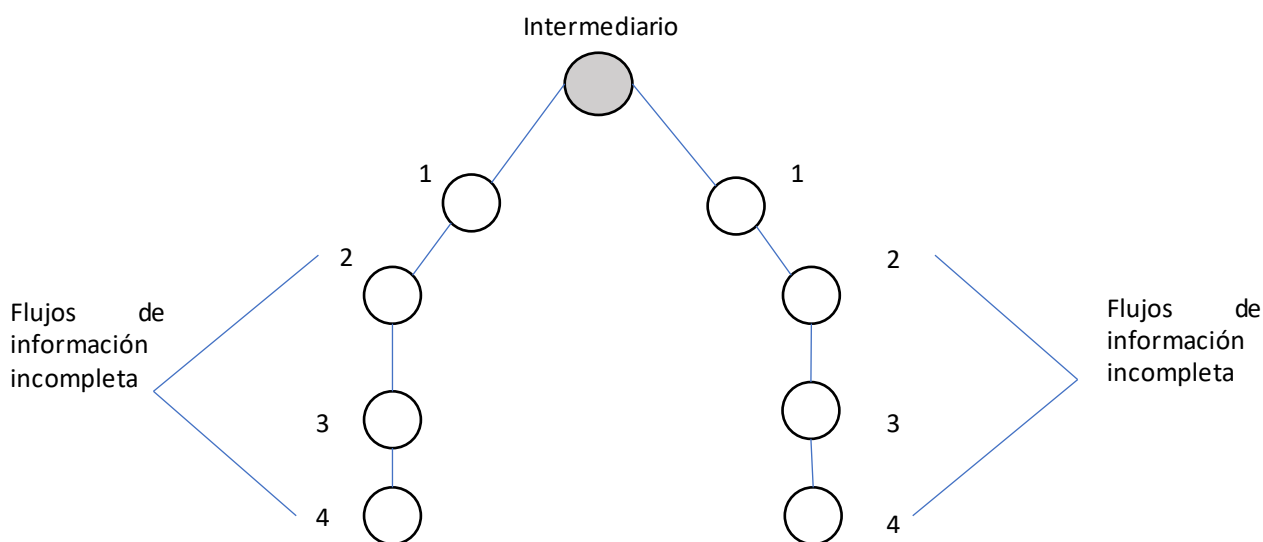
La existencia de estos agujeros en una red, ilustran el desinterés mutuo entre los actores sobre sus actividades y, según Velázquez y Marín (2007), su formación es natural.

De esta manera hay individuos que se aprovecharán de la situación, intermediando en el flujo de información entre una región y otra, lo cual genera oportunidades de control sobre la información que poseen los actores de ambos lados, lo cual se conoce como capital social. (Velázquez y Marín, 2007).

En complemento a lo anterior, Arriagada (2006), indica que en una red los puntos son llamados nodos y las líneas pasos, los primeros representan a los actores o agentes de la red, y los segundos, los representan los vínculos entre ellos. Los actores pueden ser individuos, grupos u organizaciones de un determinado escenario social.

Cuando se observan espacios entre ciertas regiones de la red, estamos ante lo que se denominan agujeros estructurales, lo cual quiere decir que no existen relaciones sociales o pasos entre los agentes. Cuando una red presenta espacios menores entre las partes de la red, es decir, los espacios están ocupados por varias líneas, quiere decir que la red es más densa, o lo que es lo mismo, que existen más vínculos entre los agentes de la población bajo análisis.

Figura 3: Flujos de información y agujeros estructurales



Fuente: Velázquez y Marín (2007, p.4)

De la figura No.3, se extrae lo siguiente: se puede apreciar los flujos de información, los más bajos costos de intermediación los tiene el agente 1, debido a su vínculo directo con el informante (nodo gris). A medida que los demás actores se van alejando del intermediario, sus costos de intermediación se incrementan.

Se aprecia con facilidad, que sin el nodo gris, los actores quedarían reducidos a dos grupos, desvinculados entre sí.

Tabla 1: Síntesis conceptual

Nombre	Descripción
Red	Espacio donde se producen los intercambios de recursos en general, circula el diálogo, por ende la información, se socializan los conocimientos y se generan proyectos conjuntos.
Red social	Conjunto de actores y sus relaciones.
Capital social	Un poder que exige inversiones permanentes, en tiempo, esfuerzo, en otros capitales, y puede aumentar o disminuir, mejorando o empeorando las posibilidades de quien lo posea, se fundamenta en lazos permanentes y útiles que se sostienen en intercambios materiales y simbólicos.
Nodos	Representan gráficamente a los actores o agentes de una determinada red social.
Vínculo	El vínculo entre los nodos son las líneas que los unen, se grafica por medio de líneas que representan la dirección y el sentido del vínculo.
Ego	Nodo al que se está refiriendo.
Actores/ agentes	Individuos y unidades sociales colectivas (en el caso particular, son las personas que conforman la DGAJR).
Tamaño	Cantidad de vínculos de todos los individuos de la red de la unidad de análisis. El tamaño define la complejidad de las redes. Las redes simples tienen pocos vínculos, las más complejas presentan una gran cantidad de lazos sociales.
Conectividad	Proporción de vínculos existentes dentro de una red y el número de todas las posibles conexiones que pueden establecerse entre el total de nodos de la red.
Grado	El grado de un nodo es el número de líneas incidentes que tiene.
Densidad	Permite medir hasta qué punto una red se encuentra conectada. Bajas densidades indican la presencia de agujeros estructurales, por el contrario, altas densidades implican redes cerradas. (Velázquez y Marín, 2007, p.5)
Centralidad	La medición de la centralidad dentro de una red permite identificar la prominencia de un actor o grupo. Se definen distintas medidas de centralidad, por ejemplo: un actor puede ser el más central desde el punto de vista de la intermediación que realiza entre una parte de la red y otra, según la información que maneja, o según la cantidad de vínculos que tenga.

Fuente: Elaboración propia, con información de todo el documento

El análisis de redes sociales tendrá lugar en la Dirección General de Asesoría Jurídica y Regulatoria de la Aresep, la cual cuenta con un total de 23 trabajadores, de diversas profesiones y los cuales laboran en diferentes subáreas, las cuales están claramente delimitadas.

El análisis de redes se fundamenta, en la creación y desarrollo de la matriz de relaciones y en la construcción de los grafos. Cuando va a desarrollarse un análisis relacional, el material básico para el análisis es la construcción de la matriz que liga a los actores entre sí.

Por medio de la forma tradicional de las variables, los atributos, para llevar a cabo el ARS hay que transformar los datos disponibles a una forma relacional, que tiene normalmente la forma de matriz, en la cual el valor de 1 indica que hay una relación entre los actores y 0 si dicha relación no existe, por lo tanto se crea una matriz de 0 y 1, ver figura No.2.

En el lenguaje del ARS, si a los actores se les describe como nodos y a sus relaciones como líneas entre pares de nodos, el concepto de red social pasa de ser una metáfora, a ser una herramienta operativa analítica que utiliza el lenguaje matemático de la teoría de grafos, de las matrices y del álgebra relacional.

El ARS permite la representación formalizada de esas relaciones, a partir de algoritmos relativamente estandarizados. Tan importante es poder representar gráficamente la forma de la red de actores, esto es, la estructura social subyacente, como poder medir y establecer índices algebraicos que representen sistemáticamente propiedades de la estructura, o las situaciones de determinados actores o grupos de ellos en el conjunto de la red, a partir de nodos y vínculos (puntos y líneas).

Por su parte, un modelo integrado que tome en cuenta tanto el análisis de las redes sociales, como el capital social, es el método de diagnóstico de redes de capital social, que según la CEPAL (2006), se debe abordar de la siguiente forma:

1. Identificar a los actores sociales.
2. Obtener información sobre el capital social de estos actores por medio de un cuestionario de diagnóstico de redes de capital social.
3. Medir los tipos de capital social de los actores.

Existen modelos estadísticos de red que pueden usarse para la estimación de parámetros o para testar los efectos de red de diversas estructuras de incentivos.

Una vez recolectada la información, se va a tabular la misma en hojas de Excel, para luego utilizarlas de insumos para el procesamiento de los datos en el software estadístico R versión 3.3.3.

Por medio del cálculo de estas medidas, podremos definir, en la red social que nos ocupa, cómo se encuentra distribuido el poder, quién domina, quién lidera, cuáles son estas estructuras de poder que ejercen presión sobre los demás miembros de la red, cómo los integrantes de la red pueden aprovechar su posición para adquirir conocimientos, recursos, tener acceso a la información, entre otros.

Recolección de información

El primer paso, para el análisis de la red social, consistió en sensibilizar a los miembros de la unidad de estudio, para que respondieran el instrumento y se les indicó los beneficios y el objetivo que se perseguía con la investigación.

Se analizó los vínculos de amistad o intercambio de información entre 23 funcionarios de la DGAJR durante el mes de abril del 2017.

El análisis se realizó por medio de la aplicación de una encuesta generadora de nombres, la cual fue autocontestada, vía correo electrónico después de que los actores recibieran las indicaciones de como completar el instrumento (ver Anexo No.1).

Luego de la recolección de la información, se procedió a sintetizarla por medio de una matriz de relaciones, para cada uno de los ítems y a graficar dichas matrices.

Gracias al apoyo de los individuos pertenecientes a la red, las respuestas obtenidas de las preguntas del cuestionario, más algunos atributos de cada persona y de la sub área donde labora, fue posible conformar una base de datos consistente para el análisis.

Es importante acotar, que de los 23 funcionarios de la Dirección, uno de ellos tiene menos de 3 meses de laborar en la Dirección, si bien se incluyó dentro del análisis, el funcionario cuenta con pocas relaciones dado el poco tiempo que tiene de laborar en la institución.

Por otra parte, se indica que se recibió respuesta de 22 funcionarios, solamente 1 persona no respondió al instrumento.

Cálculo de Indicadores

A continuación, se presentan las ecuaciones y algoritmos que permitieron calcular cada uno de los indicadores anteriormente mencionados, propuestos por Sanz (2003, p.28 y 29):

Medidas de centralidad

1.1. El grado: número de otros actores a los cuales un actor está directamente unido o es adyacente. Esta medida trata de la centralidad de un actor con respecto a los actores cercanos, pero dice poco de la importancia del actor en la red en su conjunto.

El grado de un actor se define como:

$$CD(n_i) = \sum_j x_{ij}$$

Donde:

CD: grado de un actor.

x_{ij} : número de actores a los cuales está un actor unido.

- 1.2. Proximidad:** propiedad por la cual un actor puede tener relaciones con otros actores, pero a través de un pequeño número de pasos en la red.

Los actores son valorados por su distancia medida en pasos, por otros vértices o nodos, a todos los demás actores de la red. Son tanto más centrales cuanto mayor es el valor de su cercanía, esto es, menor es el número de pasos que a través de la red deben dar para relacionarse con el resto. Dependiendo del contexto, la cercanía mide la independencia o autonomía

$$D_{i+} = \sum_{j=1}^n D_{ij}$$

Donde:

D_{i+} : suma de las distancias desde i a todos los demás puntos.

D_{ij} : distancia desde i a todos los demás puntos (actores).

El índice es mayor, cuando aumenta la proximidad.

- 1.3. Centralidad:** se mide como la mediación, la cual es el nivel en que otros actores deben pasar a través de un actor focal para comunicarse con el resto de los actores.

El valor de la mediación para un actor mide la proporción de las geodésicas, es decir, los caminos más cortos entre 2 actores cualesquiera del grafo, que pasan por el mismo vértice.

Suelen tener valores altos de mediación los actores más centrales de la red según su cercanía, o aquellos que vinculan subgrupos o bloques diferentes.

El valor de la centralidad-mediación, para todos los puntos no ordenados i, j, k se representa como:

$$C_b(K) = \frac{2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (g_{ij}(k) / g_{ij})}{n^2 - 3n + 2}$$

Donde:

$i < j$

n : número de nodos de la red

$g_{ij}(k)$: número de geodésicas (camino más cortos).

Según Freeman, Borgoti y White (1991), mencionados por Sanz (2003) la

“mediación se refiere al hecho de que unos actores están entre otros, en sus vías de comunicación; los actores centrales, desde este punto de vista, serían los intermediarios del acceso de otros a la información y el conocimiento. Una combinación de valores altos de mediación y cercanía sugiere actores muy importantes en el conjunto de la red.” (p.28)

1.4. Indicadores de centralidad según grado de nodo: sea $G_t = [g_{i,j}^t]$ una matriz $n_t \times n_t$ que denote las conexiones existentes en la red, donde n_t es el número de participantes en la red. Los elementos de esta matriz son:

$g_{i,j}^t = 1$, si existe alguna operación de compra de i a j en t .

0, de lo contrario

Dada esta notación, los indicadores de centralidad según grado de salida (solicita la ayuda) y según grado de entrada (brinda la ayuda) son respectivamente

$c_t^{DegC}(i)$ y $c_t^{DegV}(i)$:

$$c_t^{DegC}(i) = \frac{1}{n_t-1} \sum_k g_{i,k}^t = \% \text{ de la red con quienes se conectó solicitando colaboración}$$

$$c_t^{DegV}(i) = \frac{1}{n_t-1} \sum_k g_{i,k}^t = \% \text{ de la red con quienes se conectó ofreciendo colaboración.}$$

1.5. Indicadores de centralidad según capacidad de intermediación -

Betweenness: dada la matriz de conexiones G_t definida anteriormente, un posible camino que conecte al agente a con el agente b es un conjunto de conexiones $R = \{g_{a,k1}^t, g_{a,k2}^t, g_{a,k3}^t, \dots, g_{kr-1,kr}^t, g_{kr,b}^t\}$ tal que $\min(R) = 1$. Dado este camino, los agentes en $I_R = \{k_1, k_2, \dots, k_r\}$ son intermediarios posibles entre a y b .

Indica Saade (2010) que:

“Entre cualquier par de nodos pueden existir muchos caminos de diverso tamaño. Sea σ_{ab} el conjunto de todos los caminos de tamaño mínimo que conecten a los agentes a y b . este conjunto se conoce como el conjunto de geodésicas dirigidas entre a y b . dado un agente i , sea $\sigma_{ab}(i)$ el conjunto de geodésicas entre a y b que pasan por i : $\sigma_{ab}(i) = \{R \in I_R\}$ ” (p.11)

De esta manera, el indicador de centralidad por intermediación propuesto, tiene como objetivo aproximar que tan probable es que un agente se encuentre presente en los caminos más cortos que conectan cualquier par de individuos de la red:

$$c_t^B(i) = \frac{1}{(n_t-1)(n_t-2)} \sum_{a \neq i, b \neq i, \sigma_{ab} \neq 0} \frac{\#\sigma_{ab}(i)}{\#\sigma_{ab}}$$

Donde C denota el número de elementos del conjunto C .

Medidas utilizadas para evaluar el capital social de la red

- 1.6. Densidad del grafo:** es el número de vínculos que se establecen entre los nodos con relación a un número máximo que pudiera establecerse si todos los actores estuvieran conectados directamente por una línea con todos los demás.

Sea $A = \{a_{ij}\}$ la matriz de adyacencia que caracteriza a la red social de estudio y a_{ij} la componente relacional que define el vínculo entre el actor i y el actor j , tal que si el actor i dice tener vínculo con el actor j , a_{ij} es igual a 1. La densidad estandarizada de la red está dada por la siguiente ecuación (Velázquez, 2007):

$$D = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}$$

Donde:

a_{ij} : es la componente relacional entre el actor i y el actor j .

n : es el número de actores que integral la red.

Bajas densidades indican la presencia de agujeros estructurales, por el contrario, densidades altas implican redes cerradas (el concepto de densidad fue expuesto en cuadro No.1).

- 1.7. Cliques:** esta medida permite detectar a subgrupos dentro de la red que se encuentran cohesionados, el concepto es similar a decir, que es la máxima sub red posible, en palabras sencillas, es un subconjunto de los actores en el que todos los pares de puntos están conectados directamente a través de al menos un vínculo. (Velázquez y Marín, 2007).

El tamaño del cliqué se define por el número de actores que lo integran.

- 1.8. Constricción:** mide la concentración de una red a través de contactos redundantes. Mide cuánto la red de un actor i está directa o indirectamente dedicada a la relación con el actor j .

Esta variable indica que “La constricción de un individuo es alta si los contactos de una persona están directamente vinculados entre ellos (redes densas) o baja cuando los contactos de este se dan indirectamente a través de un contacto central (redes jerárquicas).” (Velázquez y Marín, 2007, p. 6).

$$c_{ij} = (p_{ij} + \sum_{q=1}^n p_{iq} p_{qj})^2$$

Donde:

p_{ij} : es la proporción tiempo y energía que la red de i utiliza para contactar a j .

$(p_{ij} + \sum_{q=1}^n p_{iq} p_{qj})^2$: es la proporción de las relaciones de i que están directa o indirectamente invertidas en la conexión con el contacto j .

Debe de cumplirse que:

$$p_{ij} = \frac{z_{ij}}{\sum_q z_{iq}}$$

Donde:

Z_{ij} : representa la fuerza de la relación entre i y j .

- 1.9. Índice de constricción de la red:** ofrece una prueba sintética que contiene los dos principales mecanismo que proporcionan capital social: agujeros estructurales y redes cerradas.

$$C = \sum_{j=1}^n C_{ij}$$

Los resultados serán calculados por medio del software estadístico R, versión 3.3.3.

El siguiente cuadro que se presenta tiene el objetivo de unificar la teoría, pasando por el método, hasta la obtención de los resultados:

Tabla 2: Operacionalización de los conceptos

Objetivo General: Analizar la estructura de la red social que se forma en la DGAJR y los niveles de capital social que la caracterizan; a través del análisis de redes sociales.				
Objetivos Específicos	Concepto	Definición	Indicador	Item del cuestionario
1. Análisis básico de la estructura de la red, por medio de la estimación de la magnitud de los indicadores: densidad de la red, constricción individual, constricción global, cliqué.	Grado	Grado: El grado promedio de nodo dice con cuántos agentes, en promedio, se relaciona un individuo de la red. Es un indicador valioso porque ayuda a entender qué tan relacionados están los nodos de la red. Para su cálculo se necesita, primero, identificar el grado de cada uno de los nodos. El grado del nodo i, es el número de nodos con los que se conectó, bien sea en temas laborales, como en temas sociales.	$CD(n_i) = \sum_j x_{ij}$	Por medio de la matriz de relaciones que se forma con cada una de estas preguntas, se pueden calcular los indicadores indicados:
	Centralidad	Centralidad: se mide como la mediación, la cual es el nivel en que otros actores deben pasar a través de un actor focal para comunicarse con el resto de los actores. El valor de la mediación para un actor mide la proporción de las geodésicas, es decir, los caminos más cortos entre 2 actores cualesquiera del grafo, que pasan por el mismo vértice. Suelen tener valores altos de mediación los actores más centrales de la red según su cercanía, o aquellos que vinculan subgrupos o bloques diferentes.	$C_b(K) = \frac{2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (g_{ij}(k)/g_{ij})}{n^2 - 3n + 2}$	1. Con qué compañeros de la Dirección mantiene vínculos de intercambio de información referente a la actividad? (laboral) 2. A cuales de sus compañeros les tiene más confianza para consultarles temas/dudas laborales.
	Densidad	Densidad: Permite medir hasta qué punto una red se encuentra conectada. Bajas densidades indican la presencia de agujeros estructurales, por el contrario, altas densidades implican redes cerradas. (Velázquez y Marín, 2007, p.5)	$D = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}$	3. Quiénes son los compañeros de la Dirección con los que mantiene una relación de amistad más allá de los deberes laborales? (amistad)
	Cliques	Cliques: esta medida permite detectar a subgrupos dentro de la red que se encuentran cohesionados, el concepto es similar a decir, que es la máxima sub red posible, en palabras sencillas, es un subconjunto de los actores en el que todos los pares de puntos están conectados directamente a través de al menos un vínculo. (Velázquez y Marín, 2007). El tamaño del cliqué se define por el número de actores que lo integran.		4. A cuales de sus compañeros les tiene más confianza para consultarles temas personales? 5. La fuerza de la relación entre i y j es el peso de la relación. Para medir la fuerza se utiliza una medida de 0 al 3, donde 0 es la ausencia de relación, 1 relación de sólo saludo, 2 relación de saludo y pláticas espontáneas, y 3 donde la relación es fuerte ya que además de ser compañeros de trabajo también son amigos.
	Constricción individual	Constricción individual: mide la concentración de una red a través de contactos redundantes. Mide cuánto la red de un actor i está directa o indirectamente dedicada a la relación con el actor j.	$c_{ij} = (p_{ij} + \sum_{k=1}^n p_{ik} p_{kj})^2$	
	Constricción global	Constricción global: ofrece una prueba sintética que contiene los dos principales mecanismo que proporcionan capital social: agujeros estructurales y redes cerradas.	$C = \sum_{j=1}^n C_{ij}$	
2. Aportar evidencia que muestre la utilidad de los indicadores del análisis de redes sociales para medir: el capital social.	Capital Social Capital social de cierre	Cierre de la red: una red cerrada presente altas densidades y es aquella red en la cual los individuos poseen la misma información, la información es elevada, hay conexión entre todos los miembros de la red.	Densidad	6. Con qué otros compañeros de la Dirección mantiene vínculos de intercambio de información referente a la actividad?
	Capital social de intermediación	Agujeros estructurales: es una conexión débil en una red, los mismos, crean ventajas competitivas para un individuo, dado que se le permite a algunos individuos intermediar a través de los agujeros estructurales.	Densidad	7. Quiénes son los compañeros de la Dirección con los que mantiene una relación de amistad más allá de los deberes laborales?
3. Definir la posición estructural de los agentes de la red, de acuerdo al capital social que poseen y de sus atributos cualitativos.	Red densa	Red densa: los contactos de una persona están directamente vinculados, es decir, tiene un alto valor en el indicador de constricción.	Cliqué	8. Profesión
	Red Jerárquica	Red jerárquica: cuando hay pequeños valores de la constricción para los agentes de la red. Interpretación del cliqué.	Constricción Individual Constricción global	9. Años de ejercer la profesión 10. Años de Escolaridad Edad (años) 11. Subárea donde labora 12. Tiempo de laborar en la Dirección

Capítulo IV

Resultados

Después de tabular todas las respuestas y dar formato a las matrices binarias que se forman de las relaciones existentes o ausentes entre los nodos, es posible calcular los indicadores generales de red, de los nodos y de capital social para realizar el análisis integral de la red social de la DGAJR.

El análisis se va a dividir en 5 partes: en la primera parte se va a caracterizar a los miembros de la red de la DGAJR, en la segunda, se van a analizar los indicadores generales de la red, la tercera sección se va a referir a los indicadores de nodos relacionados a vínculos laborales, conocimientos, etc., en la cuarta parte se hará un análisis de las relaciones por vínculos sociales, afinidades personales y por último se hará el análisis del capital social que posee la red.

El detalle de la sub área donde trabaja cada colaborador se encuentra en el Anexo No.1.

Caracterización de los actores de la red

La red social de la DGAJR está conformada por 23 personas, 13 de ellas son mujeres y 10 son hombres.

En cuanto al nivel profesional, el grupo tiene un alto nivel, dado que más de la mitad tienen nivel de maestría incompleta y completa. De estas 23 personas, 2 tienen estudios secretariales, 2 son economistas, 2 son contadores, hay un ingeniero eléctrico y los demás 16 son abogados. Las anteriores características se resumen en la tabla 3:

Tabla 3: Características de los actores de la red DGAJR

Sexo	Femenino	56.52%
	Masculino	43.48%
Profesión	Secretaria	8.70%
	Economista	8.70%
	Contador	8.70%
	Ingeniero	4.35%
	Abogado	69.57%
Nivel profesional	Tecnico profesional	4.55%
	Licenciatura incompleta	4.55%
	Licenciatura completa	13.64%
	Maestría incompleta	18.18%
	Maestría completa	59.09%
Años de experiencia	Menos de 5 años	4.55%
	Entre 5 y 10 años	27.27%
	Entre 10 y 20 años	63.64%
	Entre 20 y 30 años	4.55%
	Más de 30 años	0.00%

Fuente: Elaboración propia

La Dirección está dividida en áreas, cada una de las áreas coordinada por un actor, los coordinadores tienen a cargo diferente número de personas, según el área. El siguiente cuadro muestra las áreas en que se subdivide la dirección, y de cuantas personas esta conforma cada una de ellas:

Tabla 4: Estructura de la DGAJR

Área	Colaboradores
Administración	Secretaria Secretaria Jefatura (abogada)
Regulatoria	Abogado (coordinador) 3 abogados
Procedimientos Administrativos	Abogado (coordinador) 1 Abogado
Técnica	Economista (coordinador) 1 Economista 2 Contadores 1 Ingeniero
Judicial	Abogada 3 Abogados
Contratación Administrativa	Abogado (coordinador) 1 Abogado
Apoyo	Abogado (coordinador) 2 Abogados

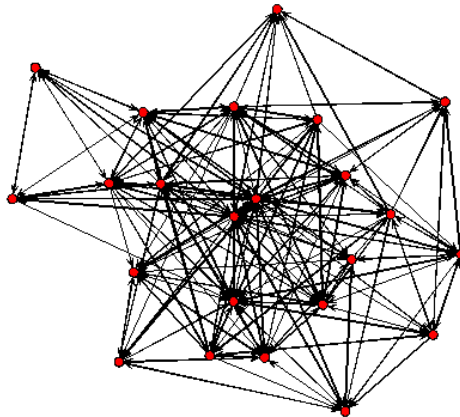
Fuente: Elaboración propia

Indicadores de red

La densidad, es el primer indicador del análisis de redes, que permite medir hasta qué punto una red se encuentra conectada. Tal y como se indicó en el apartado de Marco Teórico, bajas densidades indican la presencia de agujeros estructurales, mientras que altas densidades implican redes cerradas, recordemos que éstas dos interpretaciones son fuentes de capital social.

Basándonos en este primer nivel de análisis, respecto de los datos obtenidos en el trabajo de campo y de las relaciones laborales, se puede observar a simple vista en la figura 4, que hay vinculaciones entre los colaboradores.

Figura 4: Red de la DGAJR



Fuente: Elaboración propia a partir de los datos del cuestionario

La red presenta una densidad general (basado en los resultados de la pregunta No.8 del cuestionario), de 41,69%, que en términos prácticos quiere decir que es una red de densidad moderada, este resultado quiere decir que de las 506 relaciones que podrían darse, solamente se están dando 211 relaciones. Dado lo anterior, es de esperar en esta red, la presencia de agujeros estructurales².

De antemano, se puede esperar que la red presente grupos cerrados y grupos abiertos, lo cual nos lleva al siguiente análisis, encontrar el máximo número de miembros pertenecientes a un cliqué en la red.

Un cliqué es una medida que permite detectar a un sub conjunto de los actores en el que todos los pares de puntos están conectados directamente a través de al menos un vínculo. En el caso de la red analizada, el análisis de la presencia de cliques se desarrollará más adelante para cada una de las preguntas generadoras de nombres.

Relaciones basadas en vínculos laborales

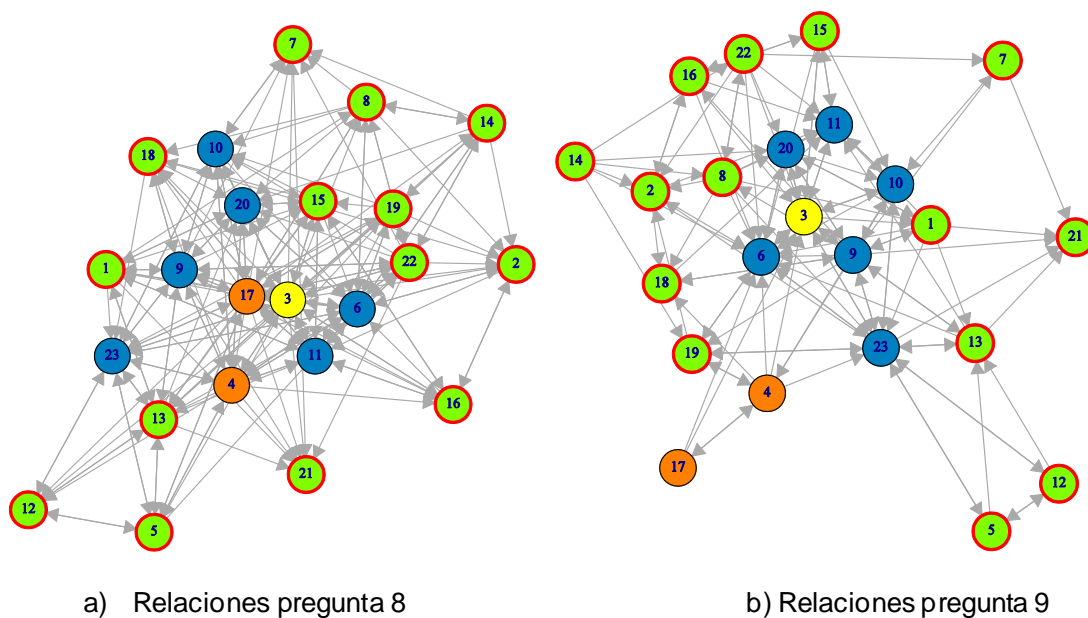
² Los agujeros estructurales, es una conexión débil en una red, los mismos, crean ventajas competitivas para un individuo, dado que se le permite a algunos individuos intermediar a través de los agujeros estructurales.

Las preguntas del instrumento que se relacionan con este tema son la número 8 y 9, las cuales indican lo siguiente:

8. ¿Con qué compañeros de la Dirección mantiene vínculos de intercambio de información referente a la actividad que se desarrolla en la DGAJR (relación por temas laborales)?
9. A cuales de sus compañeros les tiene más confianza para consultarles temas/dudas laborales.

Lo primero que se muestra sobre estas preguntas es un gráfico, por medio del cual se visualizan las relaciones entre los nodos:

Figura 5: Relaciones entre nodos derivadas de la pregunta 8 y 9



A simple vista, es difícil observar la magnitud y dirección de las relaciones, sin embargo tanto el gráfico de la izquierda como el de la derecha, evidencian algunos nodos aislados o con pocos vínculos, contra otros nodos que muestran muchas relaciones, como es el caso del nodo identificado con el número 6.

Los colores indican lo siguiente:

Color	Categoría
Amarillo	Jefatura
Celeste	Coordinadores
Verde	Profesionales
Naranja	Secretarias

La centralidad, importancia o relevancia dentro de la red de cada uno de los nodos, se puede medir por medio de métodos formales, analizando algunos indicadores de nodo, dentro de ellos; el grado, la proximidad y la intermediación. A continuación un análisis de ellos:

Grado

En el siguiente cuadro se analizan los indicadores de nodo que tienen que ver con el grado. Recordemos que el indegree (grado interno), se refiere al número de líneas que “recibe” el nodo, o sea, el número de líneas que se dirigen al nodo. Por su parte, el outdegree (grado externo), se refiere al número de líneas que “emite” el nodo, o sea, el número de líneas “enviadas” por el nodo a otros nodos. Por último, el grado total, es la sumatoria del indegree y del outdegree:

Tabla 5: Grado de nodo**Pregunta 8 y 9**

Nodo	Pregunta 8			Nodo	Pregunta 9		
	Indegree	Outdegree	Totaldegree		Indegree	Outdegree	Totaldegree
21	8	0	8	7	2	2	4
7	7	2	9	17	1	3	4
12	6	3	9	5	2	3	5
2	8	4	12	12	2	3	5
16	7	5	12	21	5	0	5
18	7	5	12	14	0	6	6
5	6	6	12	18	4	2	6
14	6	7	13	15	3	5	8
1	6	9	15	16	3	5	8
8	6	9	15	19	5	4	9
15	10	6	16	22	2	7	9
19	6	10	16	2	6	4	10
10	11	8	19	4	3	7	10
13	8	12	20	13	5	5	10
23	12	9	21	1	4	7	11
22	7	14	21	8	3	8	11
20	13	9	22	10	8	5	13
11	14	10	24	20	7	6	13
9	10	14	24	11	11	3	14
4	11	14	25	3	11	8	19
6	17	10	27	6	16	4	20
17	11	22	33	9	7	14	21
3	13	22	35	23	11	10	21

Fuente: elaboración propia

Del análisis de grado, se evidencia que sobre la pregunta No.8, los nodos con más relaciones son el 3, el 17 y el 6, con 35, 33 y 27 puntos respectivamente. Por medio de la información sociodemográfica que se recaudó por medio del instrumento de medición, es posible analizar más a profundidad estas relaciones, de esta manera, el nodo 3 corresponde a la jefatura, el 17 corresponde a una de las compañeras que apoyan en el área secretarial y el nodo 6 corresponde al coordinador del área técnica.

Un análisis primordial es conocer la dirección de estas relaciones, esto se logra por medio de los indicadores indegree y outdegree.

El nodo que recibe más líneas, es decir, que las líneas van hacia él, es el 6, con 17 líneas, seguido por el nodo 11 con 14 líneas. Sobre el nodo 6, llama la atención, porque tratándose de una dirección jurídica, una primera impresión es esperar que la persona a la que más acuden los demás miembros de la DGAJR, para consultar temas laborales hubiese sido un abogado, pero resultó ser un economista y coordinador del área técnica, *-el área técnica está conformada por 5 funcionarios con profesiones diferentes a derecho, se ubican colaboradores: economistas, contadores y del área de ingeniería-*.

Por su parte, el nodo 11, corresponde al coordinador del área Regulatoria, el cual es un abogado que coordina a otros 2 abogados. Importante indicar sobre ello, que la regulación de los servicios públicos es la razón de ser de la Aresep, por lo tanto, que el coordinador del área regulatoria sea un referente para los demás nodos de la red en temas laborales, demuestra que su posición podría estar acorde con sus conocimientos.

El outdegree, se refiere a la mayor cantidad de líneas que emite el nodo, de este indicador podemos decir, que el nodo que emite más líneas o relaciones hacia los demás colaboradores, es el nodo 3 y 17, el primero de ellos corresponde a la jefatura y el segundo, como se dijo anteriormente corresponde a unas de las compañeras que colaboran en el área secretarial.

El mismo análisis se realiza para la pregunta No.9, donde el nodo que más líneas recibe es nuevamente el nodo 6. El nodo que emite más líneas es el nodo 9 con 14 vínculos hacia sus compañeros, que corresponde al coordinador del área de Procedimientos. Y por último quien obtiene el mayor grado total es el nodo 9 y 23, ambos coordinadores, el primero corresponde al coordinador del área de Procedimientos y el segundo al coordinador del área judicial.

De los resultados anteriores podemos clasificar a los nodos, siguiendo la siguiente clasificación:

Nodo aislado: puesto que un nodo aislado es el que tiene 0 relaciones, no hay ninguno nodo que se clasifique como aislado.

Nodo transmisor: un nodo transmisor tiene $\text{outdegree} > 0$ pero $\text{indegree} = 0$, este corresponde al nodo 14.

Nodo receptor: Tiene $\text{indegree} > 0$ pero $\text{outdegree} = 0$, este es el caso del nodo 21.

Proximidad e Intermediación

Otro de los indicadores asociados a la centralidad de los nodos, es la proximidad o cercanía y la intermediación. La proximidad mide cuán próximos están los actores, unos de otros, es decir, mide la distancia más corta (geodésica) entre dos actores.

Por su parte, según Aguilar y Velázquez (2005, p.25), una razón para considerar la importancia de un actor recae en su intermediación, el cual se enfoca en el control de la comunicación, y nos indica la posibilidad que tiene un nodo para intermediar comunicaciones entre pares de nodos.

Estos indicadores se calculan para cada uno de los nodos y se muestran en el siguiente cuadro:

Tabla 6: Indicadores de intermediación y proximidad por nodo

Nodo	Pregunta 8		Nodo	Pregunta 9	
	Intermediación	Proximidad		Intermediación	Proximidad
12	0.000	0.021	5	0.000	0.014
21	0.000	0.002	12	0.000	0.014
7	1.233	0.018	14	0.000	0.023
14	1.621	0.025	17	0.000	0.014
16	2.821	0.026	21	0.000	0.002
1	3.056	0.029	7	1.393	0.013
5	3.232	0.026	22	3.176	0.016
2	3.719	0.022	15	3.452	0.014
18	4.462	0.023	16	4.261	0.014
15	4.488	0.026	1	6.713	0.017
8	4.655	0.029	18	8.385	0.015
19	4.894	0.029	20	11.044	0.016
22	9.321	0.033	2	12.269	0.014
20	12.108	0.029	11	12.883	0.013
13	16.896	0.031	13	13.508	0.016
23	18.851	0.029	19	14.408	0.015
9	19.068	0.033	8	24.813	0.017
4	19.137	0.033	4	25.700	0.016
11	22.592	0.029	6	32.727	0.015
10	24.648	0.028	10	33.124	0.016
6	32.934	0.029	3	59.767	0.017
17	42.657	0.045	23	98.647	0.018
3	54.609	0.045	9	127.728	0.020

Fuente: elaboración propia

Podemos observar que los resultados de intermediación de la pregunta 8, nos arrojan al nodo 3 (la jefatura) como el actor de mayor intermediación con 54,61, lo cual es muy positivo, porque dentro de un grupo de funciones se espera que la jefatura tenga un papel de líder, tanto por su posición natural, como por su relación con todos sus colaboradores. Excluyendo a las compañeras del área secretarial, que por su rol, se podría esperar alta intermediación –*como efectivamente sucede, ver nodo 4 y 17*- el nodo que sigue con mayor intermediación es el actor identificado con 6 nuevamente.

Por su parte, cuando se tienen valores de intermediación de 0, esto se debe a que no hay dependencia de los demás actores para llegar a los otros nodos. Tal es el caso del nodo 12 y el 21, sin embargo con estos dos nodos se tienen

algunas consideraciones que no se deben obviar, el nodo 12 es un colaborador con menos de 3 meses de laborar en la Dirección, por ello se espera que aún no haya creado las relaciones suficientes y el nodo 21, es el nodo que no respondió el instrumento.

Por su parte, con respecto al indicador de la proximidad, para hacer una mejor interpretación de los resultados, el resultado se debe multiplicar por 1000, de esta manera, los nodos más próximos a todos los demás nodos de la red son los que arrojen los valores más altos de este indicador.

En el caso particular, la pregunta 8 nos indica que los nodos con mayores niveles de proximidad son el 17, 3, 22, 9 y 4.

El mismo indicador, pero medido por medio de la pregunta 9 indica que los nodos con los más altos indicadores de proximidad son el 14 (nodo que pertenece al área técnica), 9 y 23 (este nodo corresponde a la coordinadora del área Judicial). Lo anterior quiere decir, que estos actores son los que tienen la mayor capacidad para alcanzar a todos los demás nodos de la red.

Dentro de una red, se pueden crear subredes, que se conforman por la cohesión de algunos actores, es importante detectar estas subredes que se conocen con el nombre de cliqué, cuando son mayores a 3 nodos.

La pregunta 8, nos indica la presencia de 3 cliques, los cuales se conforman por los siguientes nodos:

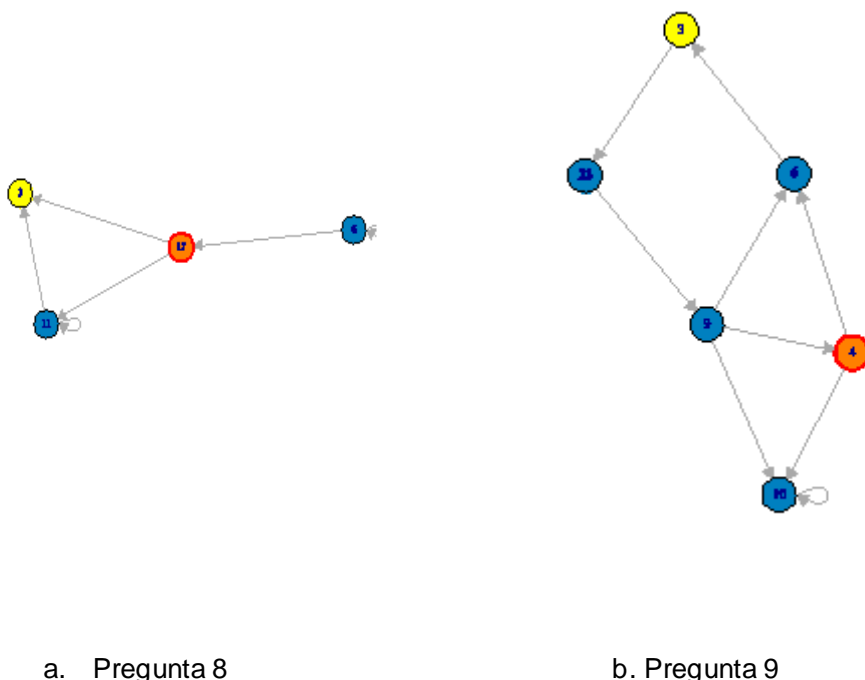
- Primer cliqué: 3, 17, 6, 11, 15, 13, 1 y 20
- Segundo cliqué: 3, 17, 6, 11, 4, 10, 22 y 20
- Tercer cliqué: 3, 17, 6, 11, 4, 10, 22 y 19

Como se desprende de lo anterior, los nodos que se repiten en los 3 cliques son: 3, 17, 6 y 11; los cuales corresponden a la jefatura, la secretaria, el coordinador del área técnica y al coordinador del área regulatoria, respectivamente.

Para la pregunta 9, que en gran medida se relaciona con la anterior, se forma solamente una subred, que se conforma de los nodos: 6, 3, 9, 10, 4 y 23. Nuevamente aparece la jefatura, una compañera del área secretarial y se le suman 4 coordinadores.

La siguiente figura, nos muestra la relación entre estos nodos:

Figura 6: Cliques pregunta 8 y 9



Fuente: Elaboración propia

Ahora bien, tan importante es conocer la opinión que tienen los actores de una red de sus compañeros en cuanto a temas laborales, como también conocer la opinión en cuanto a relaciones de amistad, porque mucho de ello podría influir en cómo se sienten los actores de la red laborando en esta Dirección, lo que indiscutiblemente influirá en su estado de ánimo y en su desempeño laboral.

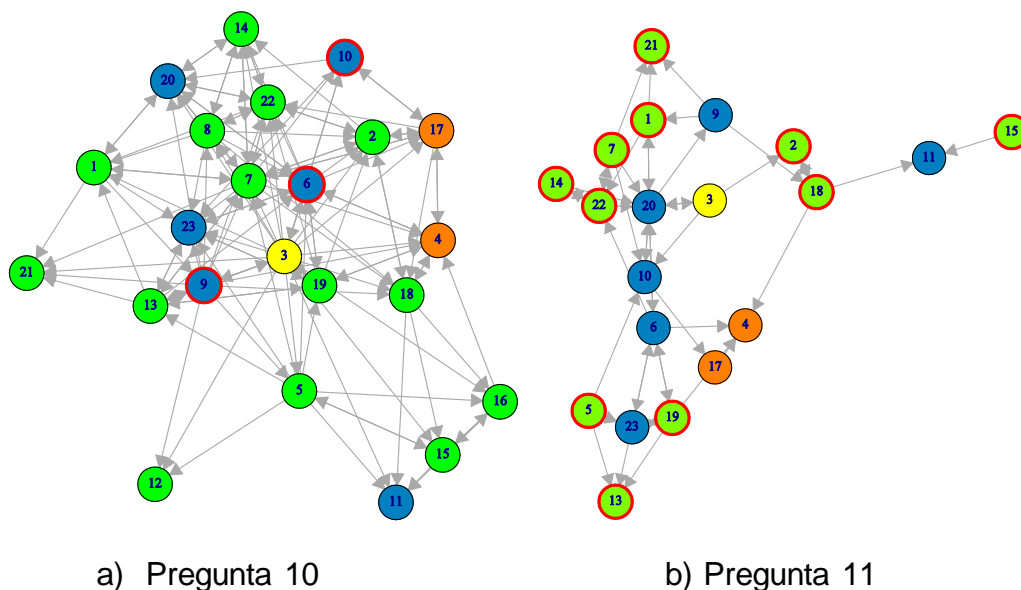
De esta manera el mismo análisis que se acaba de presentar, es posible realizarlo a partir de la información que brindan las preguntas 10 y 11, que muestran las relaciones de amistad. Estos ítems indican lo siguiente:

10. ¿Quiénes son los compañeros de la Dirección con los que mantiene una relación de amistad más allá de los deberes laborales?

11. ¿A cuáles de sus compañeros les tiene más confianza para consultarles temas personales?

Se inicia el análisis con la inspección visual de las relaciones derivadas de estos ítems:

Figura 7: Relaciones entre nodos derivadas de la pregunta 10 y 11



Nuevamente, las relaciones son difícil de visualizar a simple vista, aunque al comparar las relaciones laborales con las relaciones de amistad, es evidente que con respecto a las segundas, hay una menor cantidad de vínculos, incluso es más fácil de detectar a simple vista a algunos nodos que se encuentran aislados del resto y cuáles califican como los nodos más centrales.

La red presenta una densidad general (basado en los resultados de la pregunta No.10 del cuestionario), de 27,3%, que en términos prácticos quiere decir que es

una red con densidad baja, este resultado quiere decir que de las 506 relaciones que podrían darse, solamente se están dando 138 relaciones.

Desde esta perspectiva, de la parte social, amistad y confianza, también se va a evaluar la centralidad, analizando algunos indicadores de nodo, dentro de ellos; el grado, la proximidad y la intermediación.

Grado

En el siguiente cuadro se analizan los indicadores de nodo que tienen que ver con el grado.

Tabla 7: Grado de nodo

Pregunta 10 y 11

Nodo	Pregunta 10			Nodo	Pregunta 11		
	Indegree	Outdegree	Totaldegree		Indegree	Outdegree	Totaldegree
12	3	0	3	8	0	0	0
11	5	0	5	12	0	0	0
21	5	0	5	16	0	0	0
15	4	3	7	15	0	1	1
16	4	3	7	11	2	0	2
23	10	3	13	17	1	1	2
10	3	4	7	13	3	0	3
14	7	4	11	21	3	0	3
4	8	4	12	2	2	1	3
20	9	4	13	14	1	2	3
18	7	5	12	5	0	3	3
2	8	5	13	4	4	0	4
22	11	5	16	3	1	3	4
1	5	6	11	9	1	3	4
17	6	6	12	1	2	3	5
19	6	6	12	18	2	3	5
13	6	7	13	7	1	4	5
6	8	8	16	10	4	2	6
5	3	9	12	23	3	3	6
8	5	9	14	19	2	4	6
9	3	12	15	22	4	3	7
7	10	13	23	6	3	5	8
3	2	22	24	20	7	5	12

Fuente: elaboración propia

Del análisis de grado, se evidencia que sobre la pregunta No.10, el nodo con más relaciones totales es el 3 y el 7. Por su parte, el análisis del indegree indica que el nodo que recibe más líneas, es el 22, 7 y 23, con 11, 10 y 10 líneas respectivamente.

Aunque el objetivo de la Dirección es sacar la tarea en cuanto a la regulación de los servicios, dentro de un grupo de personas que trabajan de forma conjunta, es importante que se formen ciertos lazos de confianza, incluso de amistad, porque ello podría influir positivamente en la labor que se realiza.

De esta manera, identificar a los actores más “populares” dentro del grupo en temas de amistad, podría ser de mucho provecho por parte de la Administración superior, para que usen como puente a estos nodos que están ubicados en posiciones privilegiadas, promoviendo las relaciones entre los nodos que podrían estar aislados, estos nodos “centrales” podrían fungir como agentes de traspaso de información, etc.

El outdegree, que se refiere a la mayor cantidad de líneas que emite el nodo, los nodos con el mayor valor en este indicador, son el nodo 3 y 7.

El mismo análisis puede hacerse para la pregunta No.11, donde el nodo que más líneas recibe es nuevamente el nodo 20 y 22, el nodo corresponde a un actor que es coordinador del Área de Apoyo y el nodo 22, es el mismo que resultó ser el más popular o amistoso dentro de la red. Los nodos que emiten más líneas son el 20, 6, 19 y 17.

Por último quien obtiene el mayor grado total es el nodo, 20 y 6, que corresponde al nodo que resultó ser el más popular, con respecto a las relaciones de amistad y el nodo 6, es quien resultó ser el nodo más central, con respecto a los aspectos meramente laborales.

De los resultados anteriores podemos clasificar a los nodos, siguiendo la siguiente clasificación:

Nodo aislado: puesto que un nodo aislado es el que tiene 0 relaciones, no hay ninguno que se clasifique en este grupo
 Nodo transmisor: un nodo transmisor tiene $\text{outdegree} > 0$ pero $\text{indegree} = 0$, tampoco se encuentra ningún nodo que cumpla las anteriores características.
 Nodo receptor: Tiene $\text{indegree} > 0$ pero $\text{outdegree} = 0$, este es el caso del nodo 11, 12 y 21.

Proximidad e intermediación

Con respecto al análisis de los indicadores de intermediación y proximidad, los mismos se calcularon para cada uno de los nodos y se muestran en el siguiente cuadro:

**Tabla 8: Indicadores de intermediación y proximidad por nodo.
Preguntas 10 y 11**

Nodo	Pregunta 10		Nodo	Pregunta 11	
	Intermediación	Proximidad		Intermediación	Proximidad
11	0.000	0.002	8.000	0.000	0.000
12	0.000	0.002	12.000	0.000	0.000
21	0.000	0.002	16.000	0.000	0.000
16	2.083	0.017	4.000	0.000	0.003
14	4.818	0.020	11.000	0.000	0.003
23	7.655	0.019	13.000	0.000	0.003
20	9.086	0.019	21.000	0.000	0.003
8	10.351	0.026	15.000	0.000	0.003
22	12.001	0.020	14.000	0.000	0.012
15	12.606	0.019	5.000	0.000	0.014
19	14.348	0.022	17.000	2.167	0.003
10	15.544	0.025	2.000	2.333	0.003
1	18.401	0.024	7.000	3.333	0.013
2	19.146	0.022	19.000	5.333	0.011
17	20.846	0.024	3.000	10.000	0.012
3	21.737	0.045	23.000	10.167	0.011
5	26.860	0.028	18.000	16.333	0.003
4	29.127	0.021	1.000	18.833	0.012
6	29.798	0.022	10.000	20.167	0.012
13	32.559	0.025	22.000	21.333	0.012
9	33.952	0.031	9.000	23.333	0.012
18	42.364	0.020	6.000	63.167	0.013
7	73.719	0.030	20.000	112.500	0.014

Fuente: Elaboración propia

Los resultados de intermediación, para el análisis de la pregunta 10, nos arrojan al nodo 7, 18 y 9 como los actores con mayor nivel de intermediación con 73,71, 42,36 y 33,95. Estos nodos corresponden a actores de diferentes subáreas de la DGAJR, ninguno de ellos es coordinador, pero ya identificados se podrían utilizar de puente entre algunos grupos de personas o personas que se encuentran más alejados del resto.

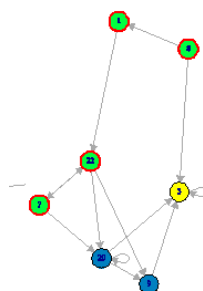
Tanto para la pregunta 10, como para la 11, se muestran valores de intermediación de 0, esto se debe a que no hay dependencia de los demás actores para llegar a los otros nodos.

La proximidad, medida como esa capacidad de nodo para alcanzar a los demás nodos, ubica en las posiciones más altas al nodo 3, 9 y 7.

Para la pregunta 11, los nodos con los mayores niveles de intermediación con el 20, 6 y 9. Y para el indicador de proximidad quienes obtienen los mayores lugares con el nodo 7, 6, 2 y 5. Sin embargo es importante destacar, que los niveles de proximidad son bajos en general, lo que suele indicar que no hay fuertes relaciones de amistad en la red de la DGAJR.

La presencia de cliques para las preguntas relacionadas con las relaciones de amistad indica que por medio de la pregunta 10 se ubican 1 clique conformado por 7 nodos que son: 3, 7, 9, 1, 8, 20 y 22.

Figura 8: Clique pregunta 10



Fuente: Elaboración propia

El mismo análisis para la pregunta 11, indica que la detección de un clique no fue posible, porque hay mezclas entre los nodos que se relacionan de acuerdo a los niveles de amistad.

Análisis de los resultados del capital social

Una vez analizada la red de acuerdo a diferentes criterios individuales (temas laborales y amistad), procederemos a calcular e identificar la fuente del capital social de todos los nodos de la red.

La interpretación del capital social, a partir del grado de constricción se clasifica de la siguiente manera; a mayor constricción del nodo o actor, el capital social que éste posee se lo debe a su red cerrada y entre más bajo sea el nivel de constricción, su capital social se lo debe a la intermediación de agujeros estructurales (en la sección de Marco Teórico se explicó que son los agujeros estructurales).

Tabla 9: Índice de constricción individual

Nodo	Constricción p8	Nodo	Constricción p9
17	0.182	9	0.197
3	0.182	23	0.206
6	0.197	6	0.207
9	0.198	11	0.217
4	0.202	2	0.231
11	0.204	3	0.236
22	0.213	8	0.245
20	0.215	22	0.258
10	0.218	10	0.262
18	0.222	20	0.272
13	0.224	1	0.283
19	0.225	18	0.288
23	0.228	4	0.288
1	0.229	19	0.304
8	0.230	13	0.307
15	0.236	16	0.318
21	0.247	7	0.321
2	0.251	14	0.330
16	0.259	21	0.368
14	0.269	15	0.385
7	0.270	17	0.488
5	0.315	5	0.671
12	0.368	12	0.671

Fuente: Elaboración propia

El cuadro anterior, nos permite identificar a los nodos que poseen el mayor capital social de intermediación y los actores con los niveles más altos de constricción que deben el origen de su capital social al cierre de la red.

La pregunta 8 y 9, ambas refieren a las relaciones por temas laborales, por este motivo la constricción la vamos a analizar a partir de los dos ítems. De esta manera, los nodos con el mayor capital social de intermediación, es decir, que toman provecho del capital de los otros nodos, que propician el intercambio de conocimientos, de experiencias, son los nodos 9, 6, 3 y 17 (el índice de constricción se analiza de forma inversa, un menor índice, es mejor), más adelante se va identificar con más detalle a estos nodos, porque es interesante detectar si la fuente de su capital se lo podría deber a algunas de sus características sociodemográficas.

Para la pregunta 9, los nodos con el mayor nivel de índice de constricción, son el nodo 9, 23 y 6.

La constricción de la red, se calcula como la sumatoria del índice de constricción de toda la red, para la pregunta 8 la constricción de la red es de 5,38 y para la pregunta 9 es de 7,53.

Estratos de constricción

Después de calcular la constricción individual, procedimos a sistematizar esta información, se crearon 4 rangos como se visualiza en el cuadro siguiente y a partir de ahí se ubicaron a los nodos en cada estrato.

Tabla 10: Estratificación de los colaboradores de acuerdo a su índice de constricción

Estrato	Rango	Cantidad	%
Estrato I	Menor 0.20	4	0.173913
Estrato II	de 0.20-0.25	13	0.565217
Estrato III	de 0.25-0.30	4	0.173913
Estrato IV	de 0.30-1	2	0.086957
Total		23	1

Fuente: Elaboración propia

El estrato I ubica a los nodos poseedores del más elevado capital social de intermediación en la red, mientras que el Estrato II contiene los actores que poseen el segundo nivel de capital y así sucesivamente, hasta el IV estrato, que refiere a los individuos de menor capital social de intermediación.

Lo anterior nos lleva a preguntarnos: ¿Existen algunas características que favorecen el capital social?, ¿Podríamos esperar que los nodos con el más nivel de capital de intermediación compartan algunas características?

Un análisis de las características sociodemográficas de los nodos con el mayor capital de intermediación, nos lleva a obtener el siguiente análisis:

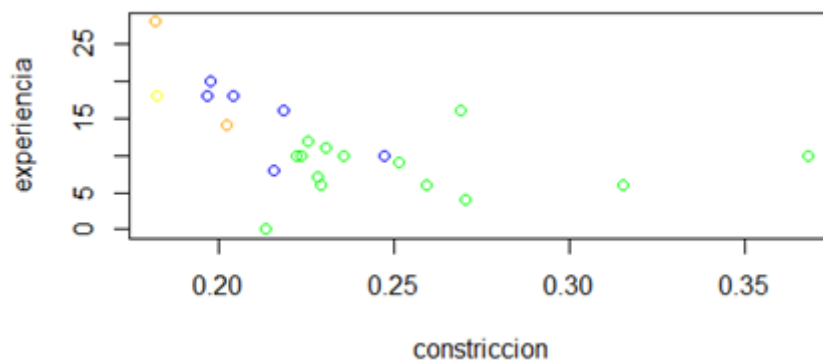
El grupo I está conformado por 4 de los 5 colaboradores con más años de experiencia en el ejercicio de su profesión, además dos de ellos tienen una posición privilegiada que les permite obtener información de todos los demás nodos, dado que uno corresponde a la jefatura y el otro nodo colabora en el área secretarial, era de esperar que ambos roles tuvieran fuertes vínculos con los demás nodos. Los otros dos nodos, corresponden a coordinadores de diferentes áreas, lo cual es positivo, porque están utilizando su posición como coordinadores para promover las relaciones.

El segundo grupo, lo componen la mayoría de los nodos de la red, un total de 13 nodos.

Los dos últimos grupos, con la menor posibilidad de obtener capital de intermediación, están conformados por los nodos que tienen menor cantidad de tiempo de laborar en la Dirección.

Para ilustrar los anteriores resultados, en la siguiente figura se muestra la relación entre centralidad, medida desde el punto de vista del indicador de constricción y los años de experiencia de cada nodo:

Figura 9: Centralidad versus años de experiencia



Fuente: Elaboración propia

La anterior figura muestra a una de las secretarias, la jefatura y los 2 coordinadores que conforman el grupo I, nodos que tienen la mayor cantidad de

años de experiencia y los más bajos niveles de constricción, es decir, son los nodos más centrales, situación que les permite adquirir parte del capital de los otros nodos.

Además se evidencia la relación que hay entre los años de experiencia y el índice de constricción, quienes tienen los mayores índices (se recuerda que entre mayor el índice menos centralidad) en su mayoría, son los que tienen menos años de experiencia y además, menos años de trabajar en la Dirección analizada. Por lo tanto, se podría atribuir el nivel de centralidad de un nodo a sus años de experiencia y de laborar en la DGAJR.

Adicionalmente se corrió una regresión logística para el análisis de redes, con la intención de corroborar si es más probable que haya relaciones entre nodos con diferentes años de experiencia o si por el contrario los nodos con más relaciones tienen años de experiencia similares.

Cuando se tienen grafos o redes sociales, se puede plantear un análisis de regresión para predecir la probabilidad de que haya una conexión entre dos nodos. El modelo a plantear sería, un modelo de regresión logística porque se desea predecir la existencia o no de una relación entre los nodos, relación que se puede operacionalizar como una variable binaria.

En este tipo de modelos, es importante tener presente que la conexión entre el nodo A y el nodo B no es independiente de la conexión entre el nodo A y el nodo C, pues A podría ser implícitamente muy popular y atraer varias conexiones, como se vio en el caso de indicadores de proximidad o de intermediación. Este modelo también plantea que la probabilidad de una conexión depende o es condicional a la estructura total de la red.

Teóricamente, el modelo se podría plantear como:

$$\text{logit}(P(Y_{ij} = 1 | Y^c)) = \theta'[\Delta(g(y))_{ij}]$$

Donde:

$Y_{ij} = 1$, si existe una conexión entre el nodo i y el nodo j .

Y^c : resto de la red o grafo

θ : vector de coeficientes

$g(y)$: vector de indicadores de red (grado, intermediación)

$\Delta(g(y))$: cambio de una unidad en el indicador de red cuando el valor de Y_{ij} se incorpora.

Los resultados indican que el valor- p^3 para la variable experiencia es de 0,000251, el cual es un valor menor que el valor de significancia del 5%; por lo tanto, la variable experiencia si es estadísticamente significativa y vale la pena que permanezca en el modelo.

De esta manera:

- a. Si el coeficiente es positivo, quiere decir que, a mayor diferencia en experiencia entre dos funcionarios, más probabilidad de que estén conectados.
- b. Si el coeficiente es negativo, quiere decir que, a mayor diferencia en experiencia entre dos funcionarios, menor la probabilidad de que estén conectados, por lo que los que están conectados son los que tienen años de experiencia similares.

Puesto que el coeficiente para la variable experiencia, es 0,058; nos encontramos ante el primer caso y se interpreta de esta manera: $\exp(0,058) = 1.06$, por cada año adicional de diferencia en experiencia, los odds de que dos personas tengan una conexión aumenta en 6%. Esto quiere decir, que entre más años de experiencia tengan algunos nodos, éstos serán más

³ corresponde al nivel de significación más pequeño posible que puede escogerse, para el cual todavía se aceptaría la hipótesis alternativa con las observaciones actuales

centrales ante los nodos con menos años de experiencia. La estimación del modelo es como sigue:

$$\text{Matriz relaciones} = e^{0,05828 * \text{experiencia}} + \varepsilon$$

Capítulo V

Conclusiones

La red analizada, presenta una densidad general (basado en los resultados de la pregunta No.8 del cuestionario), de 41,69%, que en términos prácticos quiere decir que es una red de densidad moderada. De las 506 relaciones que podrían darse, solamente se están dando 211 relaciones.

La red de la DGAJR es una red con la presencia de agujeros estructurales, cuenta con una densidad que no alcanza ni siquiera con el 50% de las relaciones que podrían darse realmente, analizado desde la perspectiva de las relaciones laborales y no de amistad.

El análisis de la pregunta 8, relacionada con temas laborales, indica que los nodos con los grados de indegree más altos, con el 6 y el 11, los cuales corresponden a dos coordinadores de área, el primero, economista del área técnica y el segundo, abogado del área regulatoria.

Existe un actor, que es evidentemente central e importante en la red, que es el nodo 6, obtuvo los mayores indicadores de indegree, intermediación, centralidad, este es uno de los nodos claves que la jefatura podría considerar cuando desee involucrar a los nodos aislados, o cuando se desee que la información fluya de manera eficiente y rápida.

Sobre el outdegree, el nodo que emitió más relaciones es el 3, que corresponde a la jefatura, lo cual resulta positivo, en el tanto, se espera que la líder de la red, este entablando relaciones con los demás nodos de la red.

Sobre la pregunta 9, relacionada también con temas laborales, el nodo que recibió el mayor indegree fue el 6 y el nodo que emitió más relaciones es el 9, este último, un abogado coordinador del área de Procedimientos.

Desde el punto de vista sociológico, la centralidad en una red busca describir en un nodo, su prestigio, popularidad y participación activa en la red. Un actor es prominente si las conexiones de dicho actor lo hacen ser “visible” a los otros actores en la red.

Una conclusión importante, que si bien no forma parte de los objetivos de esta investigación, es que se ha cuestionado la presencia de colaboradores técnicos en la Dirección Jurídica, sin embargo, este resultado demuestra que este tipo de colaborador es valioso en el área, máxime que la regulación de los servicios públicos es materia tanto técnica como jurídica, áreas que no pueden desligarse en los análisis que realiza la Dirección.

A nivel general, involucrando los ítems que tienen que ver con temas laborales, la clasificación de nodos indica que en la DGAJR no hay nodos aislados, lo cual es muy positivo, porque, aunque algunos tienen pocas relaciones, no se encuentran del todo aislados y por el trabajo que en esta Dirección se realiza la interrelación de conocimientos y experiencias es muy valiosa y primordial.

Otra información importante, es que la posición de centralidad se logra en esta Dirección teniendo más tiempo de laborar, es de esperar, que los nodos con menor tiempo de laborar en la DGAJR no tengan una posición tan privilegiada con respecto a los demás nodos.

En términos de relaciones laborales, los nodos transmisores son el 14, que corresponde a una de las contadoras que forma parte del área técnica y los nodos receptores, corresponden al 11 (abogado coordinador del área Regulatoria), 12 (nodo que pertenece al área Judicial) y 21 (nodo que pertenece al área de Procedimientos).

Conocer el tipo de nodos que conforman la red es importante, porque a partir de estas clasificaciones se pueden tomar decisiones. Por ejemplo, es importante para la jefatura y para los coordinadores tener conocimiento quienes son los nodos aislados, como punto de partida, luego identificar algunas de las razones por las cuales se encuentran en estas posiciones e idear alguna forma de

integrarlos al grupo. Los nodos transmisores son valiosos, porque por medio de ellos se pueden mejorar los canales de comunicación.

De acuerdo a la pregunta 8, llama la atención que la mayoría de los nodos tienen niveles de intermediación bajos, la mediana de los datos se ubica en 4,98; así las cosas, se pueden identificar fácilmente los nodos que podrían colaborar a nivel de Dirección para fungir como comunicadores, como mediadores de la comunicación. Estos nodos con niveles altos, que son pocos, son los que están mejor posicionados en cuanto al control de la comunicación a lo interno de la Dirección.

El indicador de proximidad para la pregunta 9 indica que los nodos con los más altos indicadores de proximidad son el 14, 9 y 23 (este nodo corresponde a la coordinadora del área Judicial). Lo anterior quiere decir, que estos actores son los que tienen la mayor capacidad para alcanzar a todos los demás nodos de la red.

Esto nos lleva a caracterizar a los nodos, según las siguientes características:

Actor central: Actor involucrado en muchas conexiones directas o indirectas. En el caso que nos ocupa, desde el punto de vista de los vínculos de los nodos en temas laborales, el nodo más central es el 6.

Actor prestigioso (o popular): Actor que recibe muchas conexiones, o sea, que en conexiones direccionadas, las conexiones van dirigidas a él. De lo anterior se puede concluir que el nodo que es líder en cuanto a conocimientos y al que acuden más los compañeros para solventar dudas laborales es el 6.

Con respecto a las relaciones de amistad, se destaca una red con baja densidad, de 27,3%, este resultado quiere decir que de las 506 relaciones que podrían darse, solamente se están dando 138 relaciones.

Los niveles de proximidad son bajos en general, lo que suele indicar que no hay fuertes relaciones de amistad en la red de la DGAJR, sin embargo el nodo 20 y

22, son los que podríamos clasificar como los más “amigueros” o los que tienen más relaciones de acercamiento personal con el resto de nodos de la red.

Los nodos con el mayor capital social de intermediación, es decir, que toman provecho del capital de los otros nodos, son los nodos 9, 6, 3 y 17.

Importante mencionar que la DGAJR cuenta con 7 coordinadores, de los cuales solamente 4 fueron posiciones como centrales dentro de la red. Se esperaría que los coordinadores de todas las áreas fueran los mejores ranqueados por sus compañeros, sin embargo, no fue el resultado esperado para algunos de ellos, eso da indicios de que estos coordinadores no están promoviendo la comunicación y participación de los actores que tienen a cargo.

El grupo I está conformado por 4 de los 5 colaboradores con más años de experiencia en el ejercicio de su profesión, además dos de ellos tienen una posición privilegiada que les permite obtener información de todos los demás nodos, dado que uno corresponde a la jefatura y el otro nodo colabora en el área secretarial, ambos roles son primordiales que tengan fuertes vínculos con los demás nodos.

Los dos últimos grupos, están conformados por los nodos que tienen menor cantidad de tiempo de laborar en la Dirección.

Podemos decir que en esta red, la experiencia laboral tanto en años de ejercer la posición, como en años de laborar en la DGAJR, es un factor determinante para la posesión del mayor capital social de intermediación.

Indican los autores como Velázquez y Marín (2007), que en este caso los ganadores serán siempre quienes tengan acceso a la información de varios grupos, esos actores que intermedian estos agujeros estructurales son quienes en verdad ganan pues son lo que tienen la información de todos a primera mano, y es sabido por todo que la información es poder.

Los años de experiencia influyen positivamente en la centralidad de los nodos, lo cual se comprobó por medio de un diagrama de dispersión y un modelo de regresión logística.

Puesto que el coeficiente para la variable experiencia en el modelo logístico, resultó en 0,058; nos encontramos ante el caso donde, el coeficiente es positivo, y esto quiere decir que, a mayor diferencia en experiencia entre dos funcionarios, más probabilidad de que estén conectados. Quiere decir que por cada año adicional de diferencia en experiencia, los odds de que dos personas tengan una conexión aumenta en 6%. Esto quiere decir, que entre más años de experiencia tengan algunos nodos, éstos serán más centrales ante los nodos con menos años de experiencia.

Se evidencia la relación que hay entre los años de experiencia y el índice de constricción, quienes tienen los mayores índices (se recuerda que entre mayor el índice menos centralidad) en su mayoría, son los que tienen menos años de experiencia y además, menos años de trabajar en la Dirección analizada. Por lo tanto, se podría atribuir el nivel de centralidad de un nodo a sus años de experiencia y de laborar en la DGAJR.

Identificados los nodos más centrales de acuerdo a temas laborales y temas de amistad, la Administración puede sacar provecho de estas posiciones en pro del mejor desarrollo de las funciones que realiza la DGAJR.

Bibliografía

Arriagada, I. (2006). *Breve guía para la aplicación del enfoque de capital social en los programas de pobreza*. Comisión Económica para América Latina y el Caribe. Naciones Unidas.

Baptista, M., Fernández, C. y Hernández, R. (2010). *Metodología de la investigación*. McGraw Hill. México D.F, México.

Csardi G, Nepusz T: *The igraph software package for complex network research*, *InterJournal*, Complex Systems 1695. 2006. <http://igraph.org>

Daniel Adler, Duncan Murdoch and others (2017). *rgl: 3D Visualization Using OpenGL*. R package version 0.98.1. <https://CRAN.R-project.org/package=rgl>

Ferraris, S. y Leguizamón, L. (2013). *Capital Social y Redes Sociales en la ciudad de La Rioja*. Cuadernos de la Facultad de Humanidades y Ciencias Sociales. Universidad Nacional de Jujuy, núm. 43, junio 2013, pp.43-65, Argentina.

Gabor Csardi (2015). *igraphdata: A Collection of Network Data Sets for the igraph' Package*. R package version 1.0.1. <https://CRAN.R-project.org/package=igraphdata>

Gallegos, A. y Velázquez, A. (2005). *Manual introductorio al análisis de Redes Sociales*. Universidad Autónoma del Estado de México y Universidad Autónoma Chapingo.

González, A. & Pinto, A. (2014). *Visibilidad de los estudios en análisis de redes sociales en América del Sur: su evolución y métricas de 1990-2013*. *TransInformação*, Campinas, 26(3), 253–267.

Grossetti, M. (2009). *¿Qué es una relación social? Un conjunto de mediaciones diádicas*. *Redes, Revista hispana para el análisis de redes sociales*. Vol. 6, #2, Junio 2009.

H. Wickham. *ggplot2: Elegant Graphics for Data Analysis*. Springer-Verlag New York, 2009.

Handcock M, Hunter D, Butts C, Goodreau S and Morris M (2008). “statnet: *Software Tools for the Representation, Visualization, Analysis and Simulation of Network Data*.” *Journal of Statistical Software*, *24*(1), pp. 1-11. <URL: <http://www.jstatsoft.org/v24/i01>>.

Handcock M, Hunter D, Butts C, Goodreau S, Krivitsky P and Morris M (2017). *_ergm: Fit, Simulate and Diagnose Exponential-Family Models for Networks_*.

Handcock M, Hunter D, Butts C, Goodreau S, Krivitsky P, Bender-deMoll S and Morris M (2016). *_statnet: Software Tools for the Statistical Analysis of Network Data_*. The Statnet Project (<URL: <http://www.statnet.org>>). R package version 2016.9, <URL: CRAN.R-project.org/package=statnet>.

Lozares, C. (1996). *La teoría de redes sociales*. Papers, N°48

Molina, J. (2009). *Panorama de la investigación en redes sociales*. *Redes, Revista hispana para el análisis de redes sociales*. Vol. 17, #11, Diciembre 2009.

Morales, L. (2011). *Análisis de redes sociales como posibilidad teórico-metodológica para la investigación educativa*. *Actualidades Investigativas En Educación*, 11(3), 1–15.

Opsahl, T., 2009. *Structure and Evolution of Weighted Networks*. University of London (Queen Mary College), London, UK, pp. 104-122. Available at <http://toreopsahl.com/publications/thesis/>; <http://toreopsahl.com/tnet/>

Saade, A., (2010). *Estructura de red del Mercado Electrónico Colombiano (MEC) e identificación de agentes sistémicos según criterios de centralidad*. Banco de la República Colombiana.

Sanz, M. (2003). *Análisis de Redes Sociales: o como representar las estructuras sociales subyacentes*. Asociación para el Avance de la Ciencia y la Tecnología en España.

The Statnet Project (<URL: <http://www.statnet.org>>). *R package version 3.7.1*, <URL: <https://CRAN.R-project.org/package=ergm>>.

Therneau T (2015). *_A Package for Survival Analysis in S_*. version 2.38, <URL: <https://CRAN.R-project.org/package=survival>>.

Velázquez, A. y Marín, L. (2007). *El valor agregado de las redes sociales: propuesta metodológica para el análisis del capital social*. REDES-Revista hispana para el análisis de redes sociales. Vol.13

Wasserman S. & Faust K. (1994) *Social Network Analysis. Methods and Applications*. Cambridge: Cambridge University Press.

Anexos

Anexo No.1

Tabla indicadora de nodos

Número Nodo	Ubicación
1	Colaborador Área Apoyo
2	Colaborador Área Técnica
3	Jefatura
4	Área Secretarial
5	Colaborador Área Judicial
6	Coordinador Área Técnica
7	Colaborador Área Contratación Administrativa
8	Colaborador Área Técnica
9	Coordinador Área Procedimientos Administrativos
10	Coordinador Área Contratación Administrativa
11	Coordinador Área Regulatoria
12	Colaborador Área Judicial
13	Colaborador Área Judicial
14	Colaborador Área Técnica
15	Colaborador Área Apoyo
16	Colaborador Área Regulatoria
17	Área Secretarial
18	Colaborador Área Regulatoria
19	Colaborador Área Técnica
20	Coordinador Área Apoyo
21	Colaborador Área Procedimientos Administrativos
22	Colaborador Área Regulatoria
23	Coordinador Área Judicial

Anexo No. 2
Cuestionario aplicado
Instrumento de medición

Instrucciones generales

El siguiente conjunto de preguntas, tienen el objetivo de detectar, dibujar y medir la red de relaciones (de trabajo y de amistad) que se forman en la DGAJR.

A partir de estas relaciones se puede medir cuales son los agentes más populares (por conocimientos o amistad), cuales agentes relacionan a unos con otros, todo con el objetivo de mejorar los canales de comunicación y el traspaso de conocimientos entre todos y poder lograr las metas de la Dirección de la forma más eficiente posible.

La información que aquí se recolecta, es información en términos positivos, todas las preguntas están redactadas de forma que solo se revelen aspectos positivos de las relaciones en la DGAJR.

No hay respuestas buenas ni malas, la información se utilizará para fines académicos y si la jefatura lo considera oportuno, para contar con la colaboración de estos agentes más centrales e influyentes para mejorar las relaciones sociales y laborales de la DGAJR.

Completar el cuestionario no le tomará más de 20 minutos.

Si tiene alguna duda durante el proceso de completar el cuestionario, puede consultarlo con Adriana Salas, celular 8343-0648, extensión 1456 o Skype.

De antemano muchas gracias por su colaboración.

I Parte. Datos personales.

1. Nombre:			
2. Sexo:	F:		M:
3. Profesión:			
4. Años de ejercer la profesión (esto quiere decir el tiempo que llevan laborando, no necesariamente en Aresep):			
5. Nivel de escolaridad (ejemplo: bachillerato completo, licenciatura incompleta, maestría completa, etc):			
6. Sub área donde labora (marque con x):	1. Judicial:		
	2. Administración superior:		
	3. Regulatoria:		
	4. Técnica:		
	5. Contratación Administrativa:		
	6. Procedimientos:		
	7. Apoyo:		
7. Tiempo de laborar en la DGAJR (en años completos, es decir, si tiene 2,5 años, debe poner solamente 2 años):			

II Parte. Preguntas relacionadas con sus compañeros.

8. ¿Con qué compañeros de la Dirección mantiene vínculos de intercambio de información referente a la actividad que se desarrolla en la DGAJR (relación por temas laborales)?

1.	8.
2.	9.
3.	10.
4.	11.
5.	12.
6.	13.
7.	14.

9. A cuales de sus compañeros les tiene más confianza para consultarles temas/dudas laborales.

1.	8.
2.	9.
3.	10.
4.	11.
5.	12.
6.	13.
7.	14.

10. Quiénes son los compañeros de la Dirección con los que mantiene una relación de amistad más allá de los deberes laborales? (amistad)

1.	8.
2.	9.
3.	10.
4.	11.
5.	12.
6.	13.
7.	14.

11. A cuales de sus compañeros les tiene más confianza para consultarles temas personales?

1.	8.
2.	9.
3.	10.
4.	11.
5.	12.
6.	13.
7.	14.

12. Complete el siguiente cuadro con el nivel de relación que tiene con sus compañeros de oficina. Todas las casillas tiene que estar llenas con números entre 0 y 3, como se detalla abajo.

¿Qué tan fuerte es la relación que tiene con el resto de sus compañeros?

0: ausencia de relación

1: relación de sólo saludo

2: relación de saludo y pláticas espontáneas

3: relación fuerte, ya que además de ser compañeros de trabajo también somos amigos.

	A dr i M .	Ad ri S.	Car ol	Cri s	Cristoph er	Dani el	Danie la	Edwi n	Eri c	Heil yn	Hen ry	Jere my	Jua n C.	Laur a	L. Dani el	Marc el	Mart a	Me li	Ósc ar	Ro x	Sele ne	St ep h	Vi vi
Su nombr e																							

Práctica Profesional II

Capítulo I

Introducción

La Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos (Aresep) es la empresa autónoma de Costa Rica dedicada a la regulación de la prestación de servicios públicos, sus funciones se definen en la Ley 7593, la cual indica que “fijará precios y tarifas; además, velará por el cumplimiento de las normas de calidad, cantidad, confiabilidad, continuidad, oportunidad y prestación óptima” (Aresep, 2008, pág. 15).

Dentro de los servicios públicos que regula la Aresep se encuentra: “a) Suministro de energía eléctrica en las etapas de generación, transmisión, distribución y comercialización”. (Aresep, 2008, pág. 15).

Dentro de su estructura organizativa, la Aresep cuenta con 3 intendencias de regulación, cada una dedicada a un sector, las cuáles son: Intendencia de Agua (IA), Intendencia de Transporte (IT) e Intendencia de Energía (IE), sobre esta última se enfoca la presente investigación.

Así las cosas, se entiende que la Aresep, por medio de la Intendencia de Energía es la que regula lo relacionado con el sector eléctrico e hidrocarburos. Las intendencias de regulación tienen funciones específicas que están definidas en el “Reglamento interno de organización y funciones de la Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos y su órgano desconcentrado (RIOF)” (Aresep, 2013), dentro de las que se encuentran:

“Artículo 17. Funciones generales de las Intendencias de Regulación

*1. **Fijar los precios, tarifas** y tasas de los servicios públicos bajo su competencia aplicando los modelos vigentes aprobados por Junta Directiva.*

2. Regular y fiscalizar la calidad, la cantidad, la confiabilidad, la continuidad y la oportunidad necesaria para prestar en forma óptima los servicios públicos bajo su competencia.

3. Evaluar el cumplimiento de los reglamentos técnicos, normativa y otras disposiciones que especifican aspectos tales como: estándares, condiciones de calidad, cantidad, confiabilidad, continuidad, oportunidad y prestación óptima con que deben suministrarse los servicios públicos.

(...)

9. Colaborar, cuando así se requiera, con la Dirección de Participación del Usuario en la resolución de quejas, controversias y denuncias; brindando para esto, la información, criterio técnico y otros apoyos que fueran requeridos.” (el resaltado es propio, Aresep, 2013, pág. 23)

Por lo tanto, teniendo claro lo anterior, los precios y tarifas para los servicios públicos de electricidad, así como también la resolución de quejas de parte de los usuarios, son funciones que realiza la IE de la Aresep.

Según información de la página web de la Aresep (<https://aresep.go.cr/>), ésta debe regular a las empresas eléctricas en sus 3 etapas: generación, transmisión y distribución, y como se verá más adelante, el tema a tratar en esta investigación se enmarca en la etapa de distribución de la energía eléctrica.

En Costa Rica hay 8 empresas distribuidoras, las cuales son: Instituto Costarricense de Electricidad (ICE), Compañía Nacional de Fuerza y Luz (CNFL), Junta Administrativa del Servicio Eléctrico de Cartago (JASEC), Empresa de Servicios Públicos de Heredia (ESPH) y 4 cooperativas municipales.

La presente investigación se enfoca en una empresa distribuidora y para contextualizar la situación, se tienen los siguientes hechos que constan en los archivos confidenciales de la Aresep:

1. La empresa industrial analizada, solicitó a la distribuidora la revisión de las facturaciones de los meses de agosto, setiembre y octubre 2015.
2. La empresa industrial le indicó a la empresa distribuidora que su demanda del servicio eléctrico era estacional y que, en los meses de agosto, setiembre y octubre de 2015 se le facturó en exceso.
3. La empresa distribuidora indicó que a causa de un fallo del medidor no fueron registrados los datos de agosto, setiembre y octubre; de modo que los datos usados para la facturación de estos meses fueron estimados.
4. La empresa industrial solicitó a la empresa distribuidora trasladarla a la tarifa de media tensión b (T-MTb).
5. La empresa distribuidora le comunicó a la empresa industrial que, su servicio cumplió en 9 ocasiones los requisitos establecidos para la tarifa MT-b y por lo tanto, la solicitud de cambio de tarifa MT a tarifa MT-b, no era viable, debido a que la tarifa MT-b establece claramente que el servicio debe cumplir con los límites establecidos en mínimo 10 meses de 1 año calendario.
6. Dado la situación anterior, la empresa industrial interpuso una queja formal contra el proceder de la empresa distribuidora, y pidió anular el cálculo de la facturación estimada correspondiente a los meses de agosto, setiembre y octubre del año 2015, realizar un nuevo cálculo de la facturación estimada correspondientes a estos meses aplicando el artículo 52 de la Norma Técnica Regulatoria Supervisión de la comercialización del suministro eléctrico en baja y media tensión (AR-NT-SUCOM), y reconocer a la empresa industrial como beneficiario de la tarifa T-MTb, en forma retroactiva a abril de 2016.

7. El Regulador General resolvió archivar la gestión planteada por la empresa industrial contra la empresa distribuidora, porque no había mérito suficiente para iniciar un procedimiento administrativo.

8. La empresa industrial, interpuso un recurso de revocatoria con apelación⁴ contra la decisión tomada por el Regulador General, siendo su petitoria: que se revoque la decisión tomada, se calculen nuevamente las facturaciones correspondientes a los meses de agosto, setiembre y octubre 2015 aplicando el artículo 52 de la norma técnica AR-NT-SUCOM para cargas no estacionales, que se establezca que la metodología implementada por la empresa distribuidora violentó la norma técnica y es contraria a derecho, y que se ordene reconocerla como beneficiaria de la tarifa T-MTb en forma retroactiva a abril de 2016.

Dado la situación anterior, se propone la aplicación de los modelos lineales dinámicos (DLM) para resolver la situación.

⁴ “actos del administrado mediante los cuales éste pide a la propia administración la revocación o reforma de un acto suyo o de una disposición de carácter general de rango inferior a la Ley en base a un título jurídico específico.” (Procuraduría General de la República, 2007, p. 189)

1. Justificación

Existe una empresa del sector industrial de Costa Rica que, dado su nivel de consumo de energía eléctrica y potencia, considera oportuno acceder a la tarifa de media tensión en dólares (T-MTb), dicha tarifa resulta más conveniente que la tarifa convencional T-MT (tarifa de media tensión), es decir, es más barato el kWh, con la primera que con la segunda; según la resolución de la Intendencia de Energía, RIE-035-2016, pero para acceder a dicha tarifa, dicha resolución indica que se debe de cumplir con una serie de requisitos por parte del interesado.

Dicha empresa, al tratar de demostrar el cumplimiento de los requisitos a la empresa distribuidora, por medio de las lecturas de consumo del medidor que tiene instalado, presenta el inconveniente que el medidor falló en la lectura de consumo para 3 meses, por ello se hace necesario estimar o imputar estos 3 meses de consumo con algún método robusto que pueda ser justificado técnicamente.

Dependiendo del comportamiento y características de la serie y de la estimación que se haga de estos datos faltantes, la empresa distribuidora puede permitir que la empresa industrial acceda a la tarifa solicitada. Las implicaciones en la decisión son importantes, dado que, si la empresa distribuidora no le permite el acceso, su consumo eléctrico tendrá un mayor costo, por el contrario, con las mejores condiciones de la tarifa alternativa, la empresa industrial se puede ver beneficiada con una menor tarifa.

Al respecto, existe una norma eléctrica aprobada por Aresep “Supervisión de la comercialización del suministro eléctrico en baja y media tensión”, AR-NT-SUCOM (Junta Directiva de la Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos, 2015), por medio de la cual se detalla el procedimiento a seguir cuando hay evidencia de la existencia de energía y potencia consumida pero no facturada, como el caso que

nos ocupa. Dicha norma incluye el: “Artículo 52. Procedimiento de cobro de la energía y potencia consumida y no facturada”.

Por lo anterior, la investigación se justifica en resolver, por un lado, el tema de los valores faltantes de la serie de datos por medio del uso y ejemplificación de las bondades de los Modelos Lineales Dinámicos, DLM por sus siglas en inglés, que han sido poco explorados, y por el otro, proponer una modificación a la norma técnica, para que la misma pueda ser aplicada con un mínimo de discrecionalidad técnica y con robustez estadística.

2. Objetivo General:

Analizar la serie de tiempo del consumo de energía y potencia de una empresa industrial en Costa Rica, con el fin de determinar por medio del uso de los modelos lineales dinámicos (DLM) si la empresa puede acceder a la tarifa eléctrica T-MTb, dados los requisitos que se establecen para ello.

2.1. Objetivos específicos:

1. Determinar los componentes de la serie de tiempo analizada: tendencia, estacionalidad, ciclo y componente irregular.
2. Analizar la serie de tiempo del consumo de energía y potencia de la empresa en cuestión por medio del uso y ejemplificación de los modelos lineales dinámicos, con el uso del programa R, para determinar si puede acceder a la tarifa T-MTb.
3. Señalar las oportunidades de mejora de la norma técnica, en cuanto al procedimiento para analizar la estacionalidad de las series de datos de

consumo de energía y potencia e imputar los datos faltantes para poder realizar el cobro de energía y potencia consumida y no facturada.

4. Comparar las conclusiones obtenidas por medio de los modelos lineales dinámicos, con los resultados de usar los modelos tradicionales: suavizamiento exponencial, Holt Winters o metodología de Box Jenkins.

2.2. Pregunta de investigación:

Dados los requisitos establecidos en la determinación de la tarifa de media tensión en dólares (T-MTb), ¿puede una empresa del sector industrial de Costa Rica acceder a la tarifa eléctrica T-MTb, dado su consumo de energía y potencia?

Capítulo II

Marco Teórico

1. Caso particular

El siguiente análisis se circunscribe al trabajo que realiza la Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos (Aresep), la cual tiene como uno de sus objetivos que los servicios públicos en Costa Rica se brinden de acuerdo con el principio de servicio al costo, el cual determina la forma de fijar las tarifas y los precios de los servicios públicos, de manera que, como lo indica la Ley de la Aresep N°7593 (Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos, 2008), se contemplen únicamente los costos necesarios para prestar el servicio, que permitan una retribución competitiva y garanticen el adecuado desarrollo de la actividad. Además de ello, la Aresep debe velar porque en la prestación de los servicios públicos se cumplan los requisitos de calidad, cantidad, oportunidad, continuidad y confiabilidad necesarios para prestar en forma óptima, los servicios públicos sujetos a su autoridad, requisitos que también están plasmados en la Ley 7593.

Dentro de las funciones que tiene la Aresep, relacionadas con los servicios públicos, es la de fijar precios y tarifas; y además, debe velar por el cumplimiento de las normas de calidad, cantidad, confiabilidad, continuidad, oportunidad y prestación óptima. Dentro de los servicios públicos que regula la Aresep está el servicio de suministro de energía eléctrica en las etapas de generación, transmisión, distribución y comercialización, que es el servicio en el que se realizará la investigación.

Según material elaborado por ingenieros eléctricos que laboran en la Aresep para capacitaciones internas (Argüello, 2019), la energía eléctrica se produce a partir de diferentes fuentes: agua, combustibles, sol, viento, etc. La energía sufre una ruta de transformación durante la cual una parte se pierde y la otra llega al consumidor en forma de energía eléctrica.

Según el curso Sector Eléctrico y Normas Técnicas de Aresep (Espinoza, 2020), el proceso mediante el cual se produce la energía se llama: generación, este proceso consistente en la conversión de una fuente de energía para producir electricidad, la misma se transmite hacia los lugares donde se necesita, por medio del uso de líneas de alta tensión desde los generadores para enviar la electricidad a través de una distancia y para distribuirla se usan tensiones más bajas para proporcionar el servicio a los consumidores, que es lo que permite recibirla en empresas, industrias (alta o media tensión) y hogares (baja tensión).

La energía eléctrica, llega al consumidor final por medio de las líneas de transmisión, las cuales transportan grandes cantidades de energía eléctrica a través de grandes distancias. En el generador, la tensión se incrementa para la transmisión por medio de las líneas de transmisión. El servicio en alta tensión llega a una subestación, en la cual se reduce a tensiones de distribución, para que sea proporcionada a los consumidores (cargas) (Universidad de Costa Rica, 2014).

Cuando la energía llega a los consumidores finales, por medio de las empresas distribuidoras (en Costa Rica son 8), la misma se tiene que facturar, para ello se definen dos unidades de medida, que la Aresep (2015) define como:

- El kW (kilovatio) es una unidad de medida de potencia. Su unidad básica es el vatio (W).
- El kilovatio hora (kWh) hace referencia exclusivamente al término de energía, se usa para medir la energía consumida.

A partir de estas dos unidades de medida la facturación depende del tipo de consumidor que sea, residencial o industrial, por lo tanto, hay dos unidades de cobro:

- Energía (kWh), tarifa monómica (se cobra solo 1 componente)

- Energía (kWh) y potencia (kW), tarifa binómica (se cobran 2 componentes)

En el caso de la potencia (kW), a diferencia de la energía (kWh) que se puede medir constantemente, se mide en un instante en particular, además, teóricamente la energía es el área bajo la curva de la potencia, y por ello, es posible obtener la potencia a partir de los datos de energía (Cordero, 2007).

1.1. Normas técnicas

Como se mencionó, la Aresep debe velar por el cumplimiento de la calidad en la prestación de estos servicios, es por ello que, a lo largo de los años, para el sector eléctrico, se han aprobado diversas normas técnicas:

- Planeación, Operación y Acceso, al Sistema Eléctrico Nacional, (AR-NT-POASEN) (Junta Directiva de la Aresep, 2015)
- Supervisión de la instalación y equipamiento de acometidas eléctricas, (AR-NT-SUINAC) (Junta Directiva de la Aresep, 2015)
- Supervisión del uso, funcionamiento y control de medidores de energía eléctrica, (AR-NT-SUMEL) (Junta Directiva de la Aresep, 2015)
- Supervisión de la calidad del suministro eléctrico en baja y media tensión, (AR-NT-SUCAL) (Junta Directiva de la Aresep, 2015)
- Supervisión de la comercialización del suministro eléctrico en baja y media tensión, (AR-NT-SUCOM) (Junta Directiva de la Aresep, 2015)

Con respecto a esta última norma (en adelante SUCOM), y en particular los artículos 51 y 52, es en la que se enmarca esta investigación. Dicha norma establece las condiciones bajo las cuales se brindará el servicio eléctrico en sus etapas de distribución y de comercialización, comprendiendo los aspectos técnicos, comerciales, tarifarios y contractuales del servicio, así como las condiciones de desempeño que rigen para la prestación del servicio de distribución y comercialización de energía eléctrica, en las siguientes áreas:

- a. Técnica: condiciones y responsabilidades de las partes en la interconexión de la instalación eléctrica de la edificación y la red eléctrica de la empresa.
- b. Comercial: lectura, facturación, cobro, suspensión del servicio, clasificación y aplicación del régimen tarifario y otras actividades relacionadas con la venta o comercialización de la energía eléctrica.
- c. Régimen contractual en la prestación del suministro eléctrico: derechos y obligaciones de las empresas, abonados y usuarios.
- d. Desempeño en el régimen comercial de las empresas distribuidoras y comercializadoras.
- e. Interconexión, acceso y suministro eléctrico para abonados productores o usuarios productores.

1.2. Metodologías tarifarias

Por el lado de las tarifas, mediante la resolución RIE-035-2016 del 18 de marzo de 2016, publicada en la Gaceta N° 46 del 30 de marzo de 2016 (Intendencia de Energía, 2016) se aprobó un “Ajuste tarifario de oficio al servicio de generación del Instituto Costarricense de Electricidad y al sistema de distribución de todas las empresas distribuidoras del servicio eléctrico nacional”, dictada por la Intendencia de Energía, dicha resolución fue tramitada en el expediente administrativo ET-009-2016.

En dicha resolución se estableció la mencionada tarifa T-MTb, dicha tarifa corresponde a la tarifa para los clientes que se conectan a media tensión, y una de sus principales particularidades es que está definida en dólares, a diferencia de la tarifa convencional de media tensión (T-MT), que corresponde a la tarifa que se le cobra a los clientes conectados en media tensión en colones.

Así las cosas, la tarifa T-MTb se define como:

“Tarifa para abonados servidos en media tensión que, en el periodo comprendido de enero a diciembre del último año calendario, tuvieran en al menos 10 de los 12 meses **un consumo igual o superior a los 2 MW de potencia y de 1 GWh de energía.**” (resolución RIE-035-2016, el resaltado es propio)

El cuadro tarifario se muestra a continuación:

Figura 10: Tarifas de la empresa distribuidora

Sistema de distribución		Estructura sin combustible	
Categoría tarifaria	detalle del cargo	Rige del 1/abr/2016 al 10/jun/2016	Rige del 1/jul/2016 al 31/dic/2016
Tarifa T-MT: tarifa media tensión			
<u>Por consumo de energía (kWh)</u>			
Periodo Punta	cada kWh	62,06	62,99
Periodo Valle	cada kWh	31,02	31,5
Periodo Noche	cada kWh	22,33	22,68
<u>Por consumo de potencia (kW)</u>			
Periodo Punta	cada kW	10 880,06	11 044,63
Periodo Valle	cada kW	7 741,51	7 858,61
Periodo Noche	cada kW	4 914,46	4 988,80
Tarifa T-Mtb: tarifa media tensión en dólares			
<u>Por consumo de energía (kWh)</u>			
Periodo Punta	cada kWh	0,20	0,20
Periodo Valle	cada kWh	0,07	0,07
Periodo Noche	cada kWh	0,04	0,04
<u>Por consumo de potencia (kW)</u>			
Periodo Punta	cada kW	5,73	5,73
Periodo Valle	cada kW	4,00	4,00
Periodo Noche	cada kW	2,56	2,56

Fuente: cuadro tarifario de la resolución RIE -035-2016

Se muestran tanto las tarifas aprobadas para la T-MT, como las de la T-MTb, para que se visualicen las diferencias entre ambas, mucho del beneficio de optar por esta

segunda es que los usuarios tienen una ventaja al ser una tarifa en dólares, dado que, por el tipo de cambio, la tarifa es menor que la tarifa determinada en colones.

Como se ha mencionado, para que un cliente de media tensión pueda acceder a la tarifa T-MTb, debe cumplir con que en 10 de 12 meses del último año calendario haya tenido:

- un consumo igual o superior de 2MW de potencia
- un consumo igual o superior d 1GWh de energía

De esta manera, el problema a resolver es que la empresa industrial (consumidora) en análisis quiere acceder a la tarifa T-MTb, pero para ello tiene que demostrar el cumplimiento de los requisitos de consumo de potencia y energía mencionados.

Dicha empresa industrial, al tratar de demostrar a la empresa distribuidora el cumplimiento de los requisitos para optar por la tarifa de su interés, por medio de las lecturas de consumo del medidor, se encontró con la situación que el medidor falló en la lectura de consumo para 3 meses, es decir, no hay lecturas de consumo para estos 3 momentos, los cuales son indispensables para verificar si la empresa cumplió los requisitos de consumo.

Para este tipo de situaciones, en los que hubo consumos de energía y potencia que no se facturó, la Aresep debe referirse a la norma SUCOM (Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos, 2015), la cual tiene que ver con aspectos técnicos, comerciales, tarifarios y contractuales del servicio. Para un adecuado análisis del caso, es necesario extraer el numeral 52 de dicha norma, el cual indica:

“Artículo 52. Procedimiento de cobro de la energía y potencia consumida y no facturada

*Cuando el prestador del servicio demuestre que en un servicio, **se consumió energía eléctrica y se demandó potencia que no fue cobrada** en su totalidad, o se cobró más energía de la consumida o se cobró más potencia de la demandada, **podrá estimar la energía consumida y la potencia demandada**. Para calcular el monto a cobrar de la energía consumida y no facturada y de la potencia demandada y no facturada, la empresa eléctrica **utilizará como base tres lecturas reales posteriores a la corrección de la causa que dio origen al error o, en aquellos servicios en los que existe una carga del tipo estacional (por ejemplo: ingenios, beneficios de café o clientes con tarifa horario/estacional), se comparará el mes en que se produjo la falla con su promedio de estacionalidad del año anterior**. En caso de cobros de más potencia y energía, deberá devolver la totalidad de lo cobrado en exceso, con base a los registros de la empresa o de las pruebas que el abonado o usuario aporte.*

En ninguna circunstancia, podrá la empresa eléctrica suspender el servicio si el abonado o usuario está al día en el pago de la factura por energía eléctrica del último periodo de consumo puesto al cobro.” (Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos, 2015)

De los anteriores artículos se desprende que, en casos en los cuales se presenten errores de facturación por problemas en el sistema de medición, se estimará la energía y demanda consumida con base en lo indicado en el artículo 52. De forma tal que, para estimar la energía consumida y la potencia demandada en los meses cuando existieron problemas en el sistema de medición y poder decidir sobre el acceso de la empresa consumidora a la tarifa deseada, la empresa distribuidora debe utilizar:

“(…) como base tres lecturas reales posteriores a la corrección de la causa que dio origen al error o, en aquellos servicios en los que existe una carga del tipo estacional (por ejemplo: ingenios, beneficios de café o clientes con

tarifa horario/estacional), se comparará el mes en que se produjo la falla con su promedio de estacionalidad del año anterior.”

La anterior situación debe ser resuelta entre la empresa industrial (consumidora) y la empresa distribuidora, por medio de la aplicación de la norma técnica, sin embargo, la empresa distribuidora manifestó que no podía resolver el problema de la facturación y como no lograron llegar a un acuerdo, la empresa industrial interpuso la queja en la Aresep y es el Ente Regulador quien debe resolver sobre el inconveniente.

De esta manera, para solucionar el problema de la facturación faltante, esta investigación propone estimar tanto, los datos faltantes como el comportamiento futuro de la serie, para lo cual, se hace necesario analizar los componentes de la serie de tiempo, estimar el comportamiento de la serie, poder realizar pronósticos, y poder evidenciar si la empresa industrial es candidata para optar por la tarifa T-MTb.

Dado que, los DLM, permiten modelar series que presentan datos faltantes, con series no estacionarias y presentan otras ventajas que serán atendidas en el siguiente apartado, es que se propone resolver la situación con la aplicación de estos modelos.

1.3. Conceptos básicos del tema en estudio

Los siguientes conceptos fueron tomados de la Norma Técnica “Supervisión de la comercialización del suministro eléctrico en baja y media tensión” AR-NT-SUCOM de la Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos (Aresep, 2015)

“Consumo: es la energía eléctrica en kWh consumida por un dispositivo, carga o sistema en un intervalo dado.

Demanda: valor de la potencia medida en kVA o en kW requerida por una instalación eléctrica, elemento de red, dispositivo o aparato eléctrico en un instante de tiempo dado.

Demanda máxima: valor más alto de la demanda en un período dado.

Factor de potencia: es la relación o razón entre la potencia real y la aparente.

(...)

Empresa eléctrica: persona jurídica concesionaria que suministra el servicio eléctrico en cualquiera de sus etapas.

(...)

Falla: cese de la capacidad o aptitud de un elemento o sistema para realizar la función para la que fue concebido.

(...)

Media Tensión: nivel de tensión mayor a 1kV pero menor a 100kV.

(...)

Queja: gestión presentada por un abonado o usuario, para que se le solucione un problema o que se resarzan los daños ocasionados por la calidad del suministro eléctrico.

(...)

Servicio eléctrico: disponibilidad de energía y potencia en las etapas de generación, transmisión y distribución y en las condiciones para su comercialización.

(...)

Sistema de medición: es el conjunto de equipos y materiales (contadores de energía, alambrado, dispositivo de comunicación, transformadores de potencial y corriente) que se utiliza para la medición y registro de la energía y potencia requerida en un servicio eléctrico.

Tarifa: precios o conjunto de precios fijados por la ARESEP para la venta de energía y potencia eléctrica.

Usuario: persona física o jurídica que hace uso del servicio eléctrico en determinado establecimiento, casa o predio.”

2. Técnicas estadísticas para analizar series de tiempo

Hernández (2011) reiterando lo propuesto por Box y Jenkins en los años setenta, indica que un enfoque simple para analizar las series de tiempo es por medio de la descomposición de la misma, esto quiere decir, descomponer la serie mediante sus movimientos o características, como lo son los componentes de tendencia, estacionales, cíclicos e irregulares.

Adicionalmente el autor propone que hay técnicas cuantitativas y cualitativas, las segundas utilizan la opinión de los expertos, pero no serán las estudiadas en esta investigación. En esta investigación el enfoque será bajo las técnicas cuantitativas.

Estas técnicas cuantitativas de análisis de series de tiempo se dividen en: univariantes y modelos multivariantes o causales, en esta investigación el enfoque será sobre las univariantes. Las técnicas univariantes utilizan los datos históricos de la serie con el fin de identificar un patrón en ella que permita describirla.

Hernández (2011, pág. 13) indica que “Los métodos de descomposición persiguen la descomposición básica de una serie en dos componentes: el componente de tendencia-ciclo y el componente estacional.” Y luego los componentes se suman o multiplican, dependiendo de las características que luzcan los datos.

Por otro lado, se presentan los métodos de suavizamiento, fueron introducidos en la década de los cincuenta, son modelos simples, de bajo costo y rápidos, ponderan las observaciones pasadas para obtener valores futuros. Tienen la desventaja de que el valor inicial (inicialización) juega un papel importante en el pronóstico.

Otro método conocido es el método de Holt Winters, este método toma en cuenta la estacionalidad de la serie, se puede usar para series con tendencia y estacionalidad e indican que la relación entre ambos puede ser multiplicativa o aditiva (Hernández, 2016).

Los modelos de tendencia son otros de los métodos utilizados, según Hernández (2011, pág. 53) se puede considerar una tendencia lineal, en ellos se considera que la serie se puede representar por un nivel promedio que cambia en el tiempo linealmente y es modificado por variaciones aleatorias. Y también se puede considerar una tendencia cuadrática, en la cual, la serie crece o decrece según un patrón curvilíneo cuadrático que cambia por variaciones aleatorias.

3. Otras técnicas estadísticas de análisis de series de tiempo

En la siguiente sección, se hace un análisis de otras técnicas estadísticas para el análisis de series de tiempo, como lo son los modelos lineales dinámicos y los modelos ARIMA.

3.1. Modelos lineales dinámicos

En esta investigación se discutirán los modelos de espacio-estado y su uso en el análisis de series de tiempo. Los modelos lineales dinámicos (DLM, por sus siglas en inglés) son un caso particular de un modelo de espacio - estado.

El uso de los DLM, según Campagnoli, Petris, y Petrone (2009) ha tomado fuerza debido a su capacidad de solucionar problemas computacionales y se han utilizado mayormente en el análisis de series de tiempo, desde los años setenta y ochenta. Indican que los DLM son modelos lineales y gaussianos, y que la estimación y la predicción se pueden resolver por medios recursivos mediante el filtro de Kalman.

Dichos modelos pueden ser estimados por medio del enfoque de máxima verosimilitud o mínimos cuadrados y por medio del enfoque bayesiano, en esta investigación la estimación de dichos modelos se hará por medio de máxima verosimilitud.

Estos modelos consideran la incertidumbre que siempre está presente en la estimación de modelos debido a la existencia de variables olvidadas, errores de medición o imperfecciones que se pueden describir a través de la probabilidad. Los DLM están basados en la idea de describir los resultados de un sistema dinámico, es así como, analizan una serie de tiempo como función de procesos de estado que son no observables, pero que se ven afectados por los errores aleatorios, dado que, difícilmente cuando se analiza información real en el campo que sea, se tiene la información perfecta y completa del fenómeno.

Lo anterior tiene sentido con la realidad, dado que, difícilmente cuando se analiza información real en cualquier campo, el investigador cuenta con información perfecta del fenómeno analizado.

Por lo tanto, la idea de estos modelos es calcular la probabilidad condicional del fenómeno estudiado, dada la información con la que se cuenta.

De esta manera, por medio de la verosimilitud y la distribución a priori de la variable no observable, que es el estado θ , se puede expresar la incertidumbre de dicha variable.

Según Campagnoli, *et al.* (2009), los modelos de espacio-estado, consideran una serie temporal como la salida de un sistema dinámico alterado por perturbaciones aleatorias. Este tipo de modelos permiten una interpretación natural de una serie de tiempo, la interpretan como la combinación de varios componentes, tales como: tendencia, factor estacional o componentes de regresión. Al mismo tiempo, tienen

una estructura probabilística potente, que ofrece un marco flexible para una amplia gama de aplicaciones.

Una de las principales ventajas de estos modelos, es que los cálculos pueden implementarse mediante algoritmos recursivos⁵, mediante los cuales, la nueva información que se va adquiriendo permite la estimación y pronóstico de la serie. Los problemas de estimación y pronóstico se resuelven calculando recursivamente la distribución condicional de las cantidades de interés, dada la información disponible.

Estos modelos pueden usarse para trabajar series de tiempo univariadas o multivariadas, también en presencia de no estacionariedad, cambios estructurales y patrones irregulares (Campagnoli, *et al.*, 2009).

El análisis básico de series temporales se basa en la posibilidad de encontrar una regularidad razonable en el comportamiento del fenómeno en estudio, así las cosas, pronosticar el comportamiento futuro, es más fácil si la serie tiende a repetir un patrón regular con el tiempo. Por lo tanto, se vuelve algo necesario el uso de modelos de series temporales más flexibles, que no asumen un patrón regular y la estabilidad del sistema, pero que pueda incluir puntos de cambio o cambios estructurales.

Campagnoli, *et al.* (2009, pág. 35 y 36), dan una idea básica de los cálculos recursivos a través de un ejemplo simple que sirve como introducción:

Se puede estar interesado en determinar la posición de un objeto, determinada por θ , dado que no se conoce. En el problema estático, el objeto no se mueve con el tiempo, pero es natural extender la discusión al caso de un objeto en movimiento. De esta manera, la posición de interés se puede obtener basándose en algunas

⁵ Son mecanismos mediante los cuales el modelo va aprendiendo de la actualización de la información disponible. Es la forma en la cual se especifica un proceso basado en su propia definición.

medidas, que son las observaciones en el tiempo t ($Y_t: t = 1, 2, \dots$), y considerando que dichas mediciones están afectadas por errores aleatorios, por lo tanto, se muestra un proceso que es dinámico. La misma lógica se puede llevar a otros campos, como podría ser un problema económico, tal como el pronóstico de ventas de un bien; en el corto plazo el pronóstico puede ser un promedio de las ventas observadas en el tiempo anterior, $t-1$, más un componente de error, dado que el promedio de las ventas se puede considerar como una constante que varía en el tiempo. Sin embargo, en el largo plazo, hay otros factores que pueden afectar estas ventas que no son tan fácilmente observables, pero que afectan el comportamiento de la serie.

De esta manera, la observación se puede modelar como sigue:

$$Y_t = \theta + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

Dicha ecuación quiere decir que, dados los estados θ , las observaciones Y_t son condicionalmente independientes e idénticamente distribuidos, con una distribución normal con media 0 y variancia σ^2 ($N(0, \sigma^2)$); a su vez, θ se distribuye normal (m_0, C_0). La distribución posterior para θ es gaussiana, y se calculan secuencialmente, a medida que se disponga de nuevos datos.

Una de las características más atractivas de los modelos de espacio – estado, es que la estimación y el pronóstico se pueden aplicar secuencialmente a medida que se dispone de más datos.

Aspectos básicos de los DLM:

- El proceso que es observable, que se conoce como (Y_t) está determinado por un proceso latente (θ_t), con errores aleatorios gaussianos. Y_t depende de la posición de θ_t en el tiempo.
- El proceso latente θ_t depende de θ_{t-1} a través de una relación lineal.

- La estimación y el pronóstico pueden ser obtenidos secuencialmente con nueva información disponible.

Campagnoli, *et al.* (2009), indican que el supuesto de linealidad y el de normalidad es específico de los DLM, pero la estructura de dependencia de los procesos Y_t y θ_t es parte de la definición de un modelo de estado, de estados generales.

Campagnoli, *et al.* (2009), exponen que al considerar una serie de tiempo (Y_t), donde el tiempo es mayor o igual que uno, $t \geq 1$, especificar las distribuciones conjuntas de dimensión finita de (Y_1, \dots, Y_t) , no es una tarea sencilla. Y además que, en las aplicaciones de series de tiempo, los supuestos de independencia o intercambiabilidad rara vez están justificados, ya que esencialmente harían que el tiempo fuera irrelevante. Por lo tanto, la dependencia de Markov es posiblemente la forma más simple de dependencia entre los Y_t en la que el tiempo tiene un papel definido. Por ello se dice que, Y_t es una cadena de Markov si, para cualquier tiempo mayor a 1 ($t > 1$), se cumple:

$$\pi(y_t | y_{1:t-1}) = \pi(y_t | y_{t-1})$$

Lo anterior significa que la información sobre Y_t que aportan todas las observaciones hasta el momento $t - 1$ es exactamente la misma, que la información transportada solamente por Y_{t-1} .

En los modelos de espacio – estado, se asume que existe una cadena de Markov no observable (θ_t), llamada proceso de estado, y que Y_t es una observación imprecisa de θ_t . De esta manera, se puede pensar en θ_t como una serie de tiempo auxiliar que facilita la tarea de especificar la distribución de probabilidad de la serie de tiempo observable (Y_t).

Por tanto, como lo definen Campagnoli, *et al.* (2009), un modelo de espacio – estado consiste en una serie de tiempo donde el vector de estados se define en el tiempo

$(\theta_t: t = 0, 1, \dots)$ y el vector de observaciones Y_t en el tiempo ($Y_t: t = 1, 2, \dots$) que satisface los siguientes supuestos:

- i. θ_t es una cadena de Markov.
- ii. Condicionalmente en θ_t , los Y_t son independientes y Y_t depende solamente de θ_t .

3.1.1. Especificación de un DLM

Como se ha mencionado, una clase importante de modelos de espacio – estado, son los modelos lineales de Gauss, también llamados modelos lineales dinámicos (DLM). Un modelo lineal dinámico (DLM) se especifica mediante una distribución previa normal para el vector de estado p -dimensional en el tiempo $t = 0$:

$$\theta_0 \sim N_p(m_0, C_0)$$

Donde:

- m_0 es la media
- C_0 es la varianza

Los DLM son especificados por medio de un conjunto de ecuaciones:

$$Y_t = F_t \theta_t + v_t, \quad v_t \sim N(0, V_t) \quad (1)$$

$$\theta_t = G_t \theta_{t-1} + w_t, \quad w_t \sim N(0, W_t) \quad (2)$$

Donde:

- $t \geq 1$
- y_t y θ_t son vectores aleatorios con p -dimensiones.
- F_t, G_t, V_t y W_t son matrices conocidas.
- v_t y w_t son dos secuencias independientes de vectores aleatorios gaussianos independientes con media cero y matrices de varianza conocidas (V_t) $t \geq 1$ y (W_t) $t \geq 1$.

- y_t es el valor de una serie de tiempo observada en el tiempo t
- θ_t es un vector de estado no observable.

La especificación del modelo se completa mediante la asignación de una distribución a priori para el estado inicial (previo a la muestra) 0 . Se supone que se distribuye normalmente con media m_0 y varianza C_0 .

La ecuación (1) recibe el nombre de ecuación de las observaciones y la (2) es la ecuación de los estados o sistema de ecuaciones.

Las secuencias (v_t) y (w_t) , se supone que son independientes, tanto dentro como entre ellas, e independientes de θ .

Petris (2010, pág. 3), señala que, por medio de los DLM se pueden construir modelos de procesos ARIMA, modelos polinomiales, regresión lineal, modelos periódicos con factores estacionales o modelos periódicos de la forma trigonométrica.

Por otra parte, haciendo una comparación con otros modelos, el análisis de series temporales no estacionarias con los modelos ARMA requieren al menos una transformación preliminar de los datos para obtener estacionariedad de la serie; pero podría resultar más natural tener modelos que permitan analizar directamente los datos que muestran inestabilidad en el nivel medio y en la varianza, así como, presencia de cambios estructurales y saltos repentinos. Los modelos de espacio-estado incluyen los modelos ARMA como un caso especial, los cuales se pueden aplicar a series de tiempo no estacionarias, sin requerir una transformación preliminar de los datos.

3.1.2. Estimación de DLM

Los autores Campagnoli, *et al.* (2009), Petris (2010) y Mayoral (2013) indican que, la gran flexibilidad que tienen los modelos de espacio – estado, es la razón para su aplicación en gran cantidad de problemas. En este tipo de modelos, los estados pueden ser intuitivos y del conocimiento de los expertos se puede especificar las probabilidades de la ecuación de estado.

Para este tipo de modelos, las tareas principales son hacer inferencias sobre los estados, que como se ha dicho, son no observados y también el interés está en predecir las observaciones futuras basadas en una parte de la secuencia de observación. Entonces, la estimación y el pronóstico se resuelven calculando las distribuciones condicionales de las cantidades de interés, dada la información disponible.

Por lo tanto, Mayoral (2013) manifiesta que, dada la serie de tiempo, se tiene información hasta el tiempo t , denótese como: $y_{1:t}$ y a partir de esa información, se desea hacer inferencia estadística del vector de los estados, lo cual se logra por medio de la obtención de la densidad condicional $\pi = (\theta_s | y_{1:t})$.

Para obtener 3 densidades condicionales $\pi = (\theta_s | y_{1:t})$ en los DLM se pueden utilizar 3 técnicas:

1. filtración; esto sucede cuando $s=t$ (s : periodo de la serie de tiempo)
2. pronóstico; cuando $s > t$
3. Suavizamiento; cuando $s < t$.

Muchos autores mencionan estas 3 formas de obtener los DLM, sin embargo, Campagnoli, *et al.* (2009), exponen la importancia de explicar la diferencia entre el filtrado y el suavizamiento.

Campagnoli, *et al.* (2009) y Mayoral (2013) indican que, en el problema del filtrado, se supone que los datos llegan secuencialmente en el tiempo y ejemplifican con problemas aplicados: tal como el problema del seguimiento de un objeto en

movimiento, o lo que sucede en aplicaciones financieras, donde hay que estimar, día a día, la estructura temporal de las tasas de interés, actualizando las estimaciones actuales a medida que se va contando con más datos observados. En estos casos, lo que se quiere es un procedimiento para estimar el valor actual del vector de estado, basado en las observaciones hasta el momento t , que es "ahora", y actualizar las estimaciones y pronósticos a medida que se disponga de nuevos datos en el momento futuro que es, $t + 1$. Para resolver el problema de filtrado, se debe calcular la densidad condicional $\pi(\theta_t | y_{1:t})$ y para ello, el filtro de Kalman proporciona las fórmulas para actualizar la inferencia actual en el vector de estado, a medida que se dispone de nuevos datos, es decir, pasar de la densidad de filtrado en el tiempo t , al tiempo $t+1$, $\pi(\theta_t | y_{1:t})$ a $\pi(\theta_{t+1} | y_{1:t+1})$.

Por otro lado, para el problema del suavizamiento, o análisis retrospectivo, lo que se busca es estimar el estado como una secuencia en el tiempo desde $1, \dots, t$, dada por la información de las observaciones y_1, \dots, y_t . es decir, en muchas aplicaciones se tiene un conjunto de observaciones en una serie temporal durante cierto periodo y el interés está en estudiar retrospectivamente, o sea, estudiar el pasado para entender el comportamiento de la serie. El suavizamiento también se utiliza para aislar alguna señal. De esta manera, el problema del suavizado se resuelve calculando la distribución condicional de los estados, dada la información disponible, $\theta_{1:t}$ dado $y_{1:t}$.

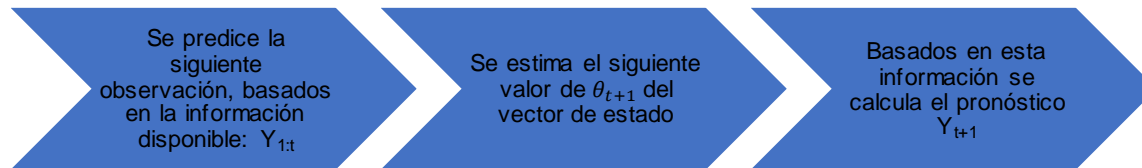
Es así como tanto en el filtrado, como en el suavizamiento se pueden implementar algoritmos recursivos.

Para el caso de análisis de las series de tiempo, el pronóstico es una de las tareas principales, para ello, se debe estimar el estado, que es el paso previo para predecir el valor del futuro.

De esta manera los algoritmos recursivos trabajan de forma que, la estimación del estado es solo un paso para predecir el valor de las observaciones futuras. Para

lograr una predicción un paso adelante, o sea, la estimación de Y_{t+1} , basada en los datos hasta el tiempo t ($Y_{1:t}$), es debe estimar el siguiente valor del estado, θ_{t+1} y luego el pronóstico de las observaciones en el tiempo $t+1$ (Y_{t+1}).

Figura 11. Proceso recursivo



Fuente: Elaboración propia

En cuanto al pronóstico, el ejercicio se puede realizar “k” pasos adelante, para $k \geq 1$, para ello es necesario que el estado de la predicción sea resuelto calculando k pasos adelante la densidad predictiva. Sin embargo, es importante considerar que, entre mayor sea k , o la cantidad de pasos hacia adelante que se desea pronosticar la serie, más incierto es ese pronóstico.

3.1.3. Filtración

Según Mayoral (2013, pág.20 y 21) para el caso de la filtración $s = t$; se considera que la información se puede ir actualizando continuamente, en estos casos, el problema se resuelve obteniendo la densidad condicional de los estados θ_t , dada la información disponible al tiempo t $y_{1:t}$, es decir, $\pi = (\theta_s | y_{1:t})$.

El mecanismo que permite resolver el problema anterior es por medio de la actualización de la inferencia del vector de estados con los datos disponibles, usando el filtro de Kalman.

El filtro de Kalman, su nombre se debe a que “con los datos disponibles, se pasa de la densidad $\pi(\theta_t|y_{1:t})$ a $\pi(\theta_{t+1}|y_{1:t+1})$, a través de la densidad $\pi(\theta_t|y_{1:t-1})$ ” (Mayoral, 2013, pág. 21). Se pasa de la densidad en el tiempo t , a la densidad en un tiempo posterior $t+1$.

La fórmula tiene la ventaja de poder aplicarse de manera recursiva, y por ello su implementación computacional resulta conveniente (Mayoral, 2013, pág. 21).

Según lo propone Mayoral (2013, pág. 21)

“Los pasos a seguir para resolver el problema de filtrado de una manera general son los siguientes:

- (i) Se obtiene la distribución predictiva del estado θ_t , dadas las observaciones $y_{1:t-1}$, (...) usando la densidad “filtrada” $\pi(\theta_{t-1}|y_{1:t-1})$ y la distribución condicional $\pi(\theta_t|\theta_{t-1})$;*
- (ii) Se obtiene la distribución predictiva de la siguiente observación y_t dadas las observaciones anteriores $y_{1:t-1}$ (...)*
- (iii) Se obtiene la distribución filtrada $\pi(\theta_t|y_{1:t})$ usando la regla de Bayes con $\pi(\theta_t|y_{1:t-1})$ como la distribución a priori y $\pi(y_t|\theta_t)$ como la de verosimilitud.”*

Mayoral (2013, pág. 21) acota que, partiendo de la distribución inicial, que vendría dada por $\theta_0 \sim \pi(\theta_0)$, lo mostrado anteriormente, se puede realizar de manera recursiva, se puede seguir los mismos pasos para todo el lumbral de tiempo, $t= 1, 2, \dots$, Esta condición de recursividad es considerada una de las ventajas de los DLM, la cual es producto de la estructura Markoviana de los estados y el supuesto de independencia condicional de las observaciones.

Lo anterior lo comparten otros autores, tales como Campagnoli, *et al.* (2009), los cuales exponen que, es importante devolverse sobre la recursividad general y entender el papel que juegan en ello los supuestos de independencia condicional. Manifiestan que, debido a la estructura Markoviana de los estados dinámicos y a los supuestos de independencia condicional de las observaciones, el filtrado y las densidades predictivas, pueden ser calculadas usando algoritmos recursivos.

Filtro de Kalman para los DLM

Continuando con Mayoral (2013, pág. 21), indica que obtener distribuciones condicionales no es una tarea sencilla, sin embargo, en el caso de los modelos analizados, DLM, la tarea se vuelve un poco más sencilla debido a los supuestos de normalidad y de estructura Markoviana⁶, lo cual provoca que las distribuciones marginales y condicionales tienen también una distribución Normal.

Según Campagnoli, *et al.* (2009), los DLM son un caso importante, en el que la recursividad se simplifica considerablemente utilizando resultados estándares sobre la distribución gaussiana, y se puede demostrar fácilmente que el vector aleatorio de estados y observaciones, $(\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_t, y_1, \dots, y_t)$, tiene distribución gaussiana para cualquier $t \geq 1$. Por lo tanto, se puede deducir que las distribuciones marginales y condicionales son gaussianas.

Entonces, para resolver el problema de la filtración, lo que se aplica es el Filtro de Kalman. Partiendo de un DLM de la forma:

$$\theta_{t-1} | y_{1:t-1} \sim N(m_{t-1}, C_{t-1})$$

Campagnoli, *et al.* (2009) y Mayoral (2013), indican que, las siguientes proposiciones son verdaderas:

⁶ Las cadenas de Markov: proceso estocástico donde el valor presente de una variable aleatoria es relevante para predecir el valor futuro de dicha variable. Barrielo, J. y Botta, M. (2015)

- i. La distribución predictiva un paso adelante de θ_t dado $y_{1:t-1}$ es Gaussiana con parámetros:

$$a_t = E(\theta_t | y_{1:t-1}) = G_t m_{t-1}$$

$$R_t = \text{Var}(\theta_t | y_{1:t-1}) = G_t C_{t-1} G_t' + W_t.$$

- ii. La distribución predictiva un paso adelante de Y_t dado $y_{1:t-1}$ es Gaussiana con parámetros:

$$f_t = E(Y_t | y_{1:t-1}) = F_t a_t$$

$$Q_t = \text{Var}(Y_t | y_{1:t-1}) = F_t R_t F_t' + V_t$$

- iii. La distribución filtrada de θ_t dado $y_{1:t}$ es Gaussiana con parámetros:

$$m_t = E(\theta_t | y_{1:t}) = a_t + R_t F_t' Q_t^{-1} e_t$$

$$C_t = \text{Var}(\theta_t | y_{1:t}) = R_t - R_t F_t' Q_t^{-1} F_t R_t.$$

Donde $e_t = Y_t - f_t$, es el error del pronóstico.

De lo anterior se deduce que, dado que el vector de estados y observaciones $(\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_t, Y_1, \dots, Y_t)$ tiene distribución conjunta Normal, al igual que las distribuciones condicionales y marginales, entonces cualquier subconjunto de ese vector tiene una distribución Normal, por lo tanto, la distribución predictiva y la de filtración son gaussianas.

Los autores Campagnoli, *et al.* (2009), concluyen que, en el caso de los DLM, todas las distribuciones son gaussianas y el problema es el mismo que el problema de inferencia bayesiana para el modelo lineal:

$$Y_t = F_t \theta_t + v_t, \quad v_t \sim N(0, V_t)$$

De esta manera, el filtro de Kalman permite calcular la distribución predictiva y la distribución de filtrado recursivamente, empezando de $\theta_0 \sim N(m_0, C_0)$, luego calculando la densidad condicional de $\pi(\theta_1 | y_1)$ y procesando recursivamente la nueva información disponible.

Otra de las grandes ventajas que tienen los DLM, para el análisis de series de tiempo, es que permiten trabajar con información faltante, debido a su forma recursiva. Ello quiere decir que, si la información en el tiempo t contiene datos faltantes, entonces la observación y_t no aporta ningún tipo de información, y por lo tanto, según Mayoral (2013, pág. 24), se puede asumir que:

$$\pi(\theta_t | y_{1:t}) = \pi(\theta_t | y_{1:t-1})$$

Y dado que el primer argumento de la ecuación anterior se distribuye como una $N(a_t, R_t)$, lo único que se hace es actualizar los valores $m_t = a_t$ y $C_t = R_t$ y para la observación $t+1$ el algoritmo se sigue actualizando de la forma habitual.

3.1.4. Suavizamiento

Suponiendo que un DLM está completamente especificado, es decir, que no hay parámetros desconocidos en su definición, uno puede usar los conocidos algoritmos de filtrado y suavizado de Kalman para obtener medias y variaciones de las distribuciones condicionales de los estados del sistema no observables dado los datos. (Petris, 2010, pág. 4)

El suavizamiento, busca reconstruir el comportamiento del sistema a partir de los datos disponibles, utilizando un algoritmo recursivo regresivo para construir la distribución condicional $\pi(\theta_t | y_{1:T})$, para cualquier $t < T$, e iniciando con la distribución filtrada $\pi(\theta_T | y_{1:T})$ y estimando de forma retrospectiva de todos los estados.

Campagnoli, *et al.* (2009), exponen que para el suavizamiento las siguientes proposiciones son ciertas:

- i. La condicional en $y_{1:T}$, la secuencia de estados $(\theta_0, \dots, \theta_T)$ tienen probabilidades de transición hacia atrás dadas por:

$$\pi(\theta_t | \theta_{t+1}, y_{1:T}) = \frac{\pi(\theta_{t+1} | \theta_t) \pi(\theta_t | y_{1:t})}{\pi(\theta_{t+1} | y_{1:t})}$$

- ii. La distribución de suavizamiento de θ_t dado $y_{1:T}$ puede ser calculada de acuerdo a la siguiente recursividad hacia atrás en t , a partir de $\pi(\theta_T | y_{1:T})$:

$$\pi(\theta_t | y_{1:T}) = \pi(\theta_t | y_{1:t}) \int \frac{\pi(\theta_{t+1} | \theta_t)}{\pi(\theta_{t+1} | y_{1:t})} \pi(\theta_{t+1} | y_{1:T}) d\theta_{t+1}$$

Para un DLM la recursividad del suavizamiento se puede establecer de forma más explícita en términos de las medias y variancias de las distribuciones de suavizado. Lo anterior por medio del suavizado de Kalman que, al respecto Mayoral (2013, pág. 26 y 27) brinda la proposición del suavizamiento por medio del filtro (Kalman smoother), para ello se debe de considerar un DLM sencillo, como el especificado en la ecuación 1:

$$\theta_{t+1} | y_{1:T} \sim N(s_{t+1}, S_{t+1}) \quad \theta_t | y_{1:T} \sim N(s_t, S_t) \text{ donde:}$$

$$s_t = m_t + C_t G'_{t+1} R_{t+1}^{-1} (s_{t+1} - a_{t+1})$$

$$S_t = C_t - C_t G'_{t+1} R_{t+1}^{-1} (R_{t+1} - S_{t+1}) R_{t+1}^{-1} G_{t+1} C_t$$

De esta manera, el suavizamiento con Kalman permite calcular las distribuciones de $\theta_t | y_{1:T}$, comenzando desde $t=T-1$ y procediendo hacia atrás para calcular las distribuciones de $\theta_t | y_{1:T}$ para $t= T-1, t=T-3$, y así sucesivamente.

Los autores, Campagnoli, *et al.* (2009), indican que, en los DLM el proceso de aprendizaje sobre el estado del sistema se produce en un entorno dinámico, es decir, en el que el estado cambia a medida que se obtiene nueva información sobre él. Por lo tanto, en la actualización de la variancia de filtrado del tiempo $t-1$, al tiempo t , hay 2 procesos en conflicto: por un lado, la observación y_t trae nueva información sobre $t-1$, pero mientras tanto, el estado del sistema ha cambiado a θ_t , con la incertidumbre adicional llevada por la variancia, w_t .

Por lo tanto, a medida que se recopilan más datos, el impacto de una observación adicional, en la información sobre el estado del sistema disminuye, y en algún momento, se equilibrará exactamente con la pérdida de información representada por la variancia adicional W .

3.1.5. Pronóstico

Se puede estar interesado en pronosticar valores futuros de las observaciones y_{t+k} , o de los vectores de estado θ_{t+k} para los modelos de espacio – estado, la forma recursiva de los cálculos hace que sea natural calcular los pronósticos de un solo paso y actualizarlos secuencialmente a medida que se dispone de nuevos datos.

En un DLM las distribuciones predictivas un paso adelante para estados y observaciones, se obtienen como subproducto del filtro de Kalman.

Cuando se trabaja o analizan series de tiempo, uno de los objetivos es realizar predicciones, lo que se busca es predecir la siguiente observación, Y_{t+1} , basado en los datos disponibles $y_{1:t}$, que se representa así: $\pi(Y_{t+1}|y_{1:t})$, la anterior distribución lleva el nombre de predicción del primer paso.

Tal como nos indica Mayoral (2013, pág. 29)

“(...) primero se estima el valor del estado θ_{t+1} , luego, basados en esta estimación, se puede obtener la predicción de Y_{t+1} , así sucesivamente. Ahora, la densidad predictiva del estado del primer paso es $\pi(\theta_{t+1}|y_{1:t})$, observemos que está basada en la densidad “filtrada” de θ_t , a partir de la cual se obtiene la densidad predictiva de la observación del primer paso $\pi(y_{t+1}|y_{1:t})$ ”

A partir de lo anterior, se puede estar interesado en hacer predicciones para el tiempo $t+k$, donde k es la cantidad de pasos hacia adelante que se desean predecir, para ello, habría que estimar el sistema en el tiempo $t+k$ (θ_{t+k}), para alguna $k \geq 1$.

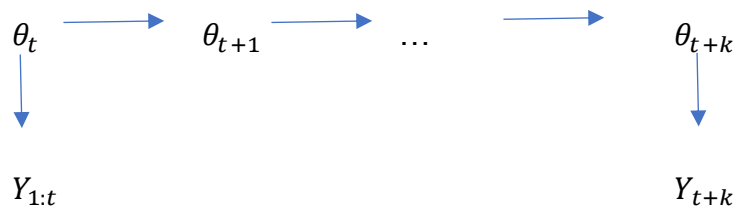
Para poder hacer estimaciones en el tiempo $t+k$, se puede hacer por medio de “ k -pasos”, lo cual es lo mismo que hacer el paso 1, k veces y así obtener la densidad predictiva $\pi(\theta_{t+k}|y_{1:t})$ para la observación futura al tiempo $t+k$.

Hay que considerar que conforme se hacen más predicciones, las mismas se vuelven más inciertas, pero es posible cuantificar esa incertidumbre a través de la función de densidad de probabilidad, por medio del estimador óptimo de Y_{t+1} que es la esperanza condicional $E(Y_{t+1}|y_{1:t})$, la cual se obtiene por medio de la minimización de la esperanza condicional del error de predicción al cuadrado.

En los DLM, se tiene la ventaja de un algoritmo de aplicación recursiva, por lo tanto, la predicción del primer paso se puede hacer por medio de la actualización de la información y repetir el proceso recursivamente.

Para ejemplificar, en el caso de los DLM, es importante recordar el flujo de la información del modelo por medio del siguiente diagrama (Mayoral, 2013, pág. 30), el cual ejemplifica el camino de $Y_{1:t}$ hacia Y_{t+k} , a la vez que, $Y_{1:t}$ proporciona información sobre θ_t que, a su vez, le proporcionan información al estado futuro θ_{t+k} y consecuentemente a Y_{t+k} .

Figura 12. Flujo de la información en un DLM



Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar del diagrama, conforme k es mayor, la información que se le proporciona a los pronósticos es menor, lo que quiere decir que, estos pronósticos son más inciertos.

Así las cosas, los autores, Campagnoli, *et al.* (2009) y Mayoral (2013) indican que para un modelo de espacio – estado general se cumplen los siguientes supuestos:

1. La distribución del pronóstico de k -pasos adelante del estado es:

$$\pi(\theta_{t+k}|y_{1:t}) = \int \pi(\theta_{t+k}|\theta_{t+k-1})\pi(\theta_{t+k-1}|y_{1:t})d\theta_{t+k-1}$$

2. La distribución del pronóstico k -pasos delante de las observaciones es:

$$\pi(y_{t+k}|y_{1:t}) = \int \pi(y_{t+k}|\theta_{t+k})\pi(\theta_{t+k}|y_{1:t})d\theta_{t+k}$$

Para los DLM, las anteriores proposiciones tienen una forma explícita, ya que todas las integrales se pueden calcular directamente. Sin embargo, como en el caso del filtrado y suavizado, dado que todas las distribuciones de pronóstico son gaussianas, es suficiente calcular sus medias y varianzas.

Campagnoli, *et al.* (2009, pág. 80) y Mayoral (2013, pág. 30 y 31), indican que, para DLM, el algoritmo para obtener la distribución de los pronósticos para los estados y observaciones es el siguiente:

Suponiendo que $a_t(0) = m_t$ y $R_t(0) = C_t$, se cumple que:

- i. La distribución predictiva de θ_{t+k} dado $y_{1:t-1}$ es Gaussiana con los siguientes parámetros:

$$a_t(k) = G_{t+k} a_t(k-1),$$

$$R_t(k) = G_{t+k} R_t(k-1) G'_{t+k} + W_{t+k}$$

- ii. La distribución predictiva de Y_{t+k} dado $y_{1:t}$ es Gaussiana con los siguientes parámetros:

$$f_t(k) = F_{t+k} a_t(k)$$

$$Q_t(k) = F_{t+k} R_t(k) F'_{t+k} + V_{t+k}$$

3.1.6. Innovación o errores de predicción del modelo

Para saber cuándo un modelo es adecuado, siempre es importante hacer una verificación de este, y ello se logra evaluando los supuestos del modelo, que se puede llevar a cabo por medio del análisis de los errores del modelo o las innovaciones. En los DLM el error de predicción se define como:

$$e_t = Y_t - E(Y_t | y_{1:t-1}) = Y_t - f_t$$

$$e_t = Y_t - F_t a_t = F_t + v_t - F_t a_t$$

$$= F_t(\theta_t - a_t) + v_t$$

Para los errores de predicción de un DLM se deben cumplir las siguientes propiedades (Mayoral, 2013, pág. 33):

- i. El valor esperado de e_t es cero.
- ii. El vector aleatorio e_t no está correlacionado con cualquier función de Y_1, \dots, Y_{t-1} .
- iii. Para cualquier $s < t$, e_t y Y_s no están correlacionados.
- iv. Para cualquier $s < t$, e_t y e_s no están correlacionados.
- v. E_t es una función lineal de Y_1, \dots, Y_t .
- vi. $(e_t)_{t \geq 1}$ es un proceso Gaussiano.

Siendo que $Y_t = f_t + e_t$, se piensa en Y_t como la suma de un componente f_t , que se puede predecir a partir de la información disponible, más un componente de error, e_t , el cual es independiente del pasado y se considera que proporciona nueva información para Y_t .

Así las cosas, según Mayoral (2013, pág. 34 y 35), la ecuación de las observaciones se deriva de: $e_t = Y_t - f_t = Y_t - F_t a_t$, por lo tanto:

$$Y_t = F_t a_t + e_t$$

Y considerando $a_t = G_t m_{t-1}$, donde m_{t-1} está dado por el filtro de Kalman:

$$a_t = G_t m_{t-1} = G_t a_{t-1} + G_t R_{t-1} F'_{t-1} Q'_{t-1} e_{t-1}$$

Y con esto la ecuación se convierte en:

$$a_t = G_t a_{t-1} + w_t^*$$

Con $w_t^* = G_t R_{t-1} F'_{t-1} Q_{t-1}^{-1} e_{t-1}$

Tal y como propone Mayoral (2013, pág. 35), por medio de la anterior ecuación, es la forma innovadora de un DLM. En dicha ecuación se puede observar que, los errores de las observaciones y los errores de los estados ya no son independientes, esto quiere decir que, la dinámica de los estados ya no es independiente de las observaciones.

La principal ventaja es que, en la forma innovada, se elimina automáticamente todos los componentes del vector de estado sobre los que no podemos obtener información de las observaciones.

Si el modelo resulta correcto, la sucesión de las innovaciones $\tilde{e}_1, \dots, \tilde{e}_t$ que se obtiene de los datos debería parecer una muestra de tamaño t de una distribución normal estándar.

Los autores, Campagnoli, *et al.* (2009), consideran que hay enfoques informales para analizar los e_t , como lo son: el QQ plot, para analizar la normalidad de los residuos, el diagrama de la función de autocorrelación, que revela desviaciones de la falta de correlación, el análisis gráfico, que permite detectar valores atípicos, puntos de cambio y patrones inesperados.

Por ello, recomiendan como herramientas útiles para analizar las innovaciones y detectar desviaciones de los supuestos del modelo: la gráfica de la función de autocorrelación (ACF) y la gráfica QQ normal. También el uso de las pruebas de Shapiro Wilk.

3.1.7. Análisis de series de tiempo univariadas con DLM

Antes de iniciar con el abordaje del análisis de series de tiempo por medio de DLM, se abordará el tema de lo que es una serie de tiempo.

Según el autor Hernández R. (2011, pág. 1) “Una serie cronológica es un conjunto de observaciones obtenidas secuencialmente en el tiempo.”

“Una serie cronológica es continua si las observaciones o valores de la serie se obtienen o registran para todo tiempo t en un intervalo de tiempo (...). Una serie es discreta si sus observaciones se obtienen o registran sólo en momentos particulares, usualmente equiespaciados, p.ej. cada hora, mes, año.” (Hernández, 2011, pág. 1)

Adicionalmente, continuando con el mismo autor, él expone que, las series de tiempo tienen características que se pueden llamar: patrones, movimientos o variaciones, que describe como sigue:

“La tendencia es la componente general a largo plazo y se suele expresar como una función del tiempo (...)

Las variaciones estacionales son oscilaciones que se producen, y se repiten, en períodos de tiempo corto. Pueden estar asociadas a factores dinámicos, por ejemplo la ocupación hotelera, la venta de prendas de vestir, de juguetes, etc., cuya evolución está claramente ligada a la estacionalidad climática, vacacional, publicitaria, etc.

Las variaciones cíclicas se producen a largo plazo y suelen ir ligadas a etapas de prosperidad o recesión económica. Suelen ser tanto más difíciles de identificar cuanto más largo sea su período, debido, fundamentalmente, a que el tiempo de recogida de información no aporta suficientes datos, por lo que a veces quedarán confundidas con las otras componentes.

En la práctica los ciclos son difíciles de estimar y se les incluye generalmente en el movimiento generalmente en el movimiento de tendencia, por lo que se habla de un movimiento tendencia-ciclo”

Adicionalmente con respecto a los efectos estacionales, Pepió (2002) indicó:

“Nótese que los efectos estacionales son diferentes de los efectos cíclicos, porque los primeros están contenidos dentro de un año calendario, mientras que los segundos cubren periodos mayores de un año, generalmente.”
(Pepió, 2002, pág. 16)

Retomando a Hernández R. (2011), sobre los movimientos irregulares indicó:

“d) Movimiento irregular (I): consiste de variaciones en la serie que no siguen ningún patrón regular o reconocible, es decir, muestran un patrón impredecible o aleatorio. Es lo que queda en una serie después de que se ha eliminado de ella la tendencia-ciclo y las variaciones estacionales. (...)

Los cuatro patrones descritos pueden presentarse individualmente en una serie, o pueden ocurrir combinados de diversas formas.” (Hernández, 2011, pág. 3)

Los modelos lineales dinámicos permiten representar una serie de tiempo como el conjunto de varios componentes, y cada uno de estos componentes puede ser un DLM.

Cuando el objetivo es modelar una serie de tiempo, se desea modelar la serie como el resultado de la combinación de varios componentes que caracterizan a los datos, como lo son los componentes: tendencia, estacionalidad, ciclo, componente irregular y cualquier otro.

Esto es algo que se puede hacer por medio de los DLM, los cuales permiten modelar cada uno de esos componentes como un DLM individual, por medio de la técnica

de descomposición aditiva (Mayoral, 2013, pág. 38), y el resultado final es la suma de cada uno de los componentes, en un único modelo lineal.

Los autores proponen, imaginar la serie de tiempo obtenida mediante las combinaciones de componentes elementales simples, cada uno capturando una característica diferente de la serie. La combinación de cada componente conforma el modelo para la serie de tiempo.

De esta manera, la serie de tiempo se representa como: $Y_t = F_{i,t}\theta_{i,t} + \dots + Y_{n,t}$

Y_t podría presentar tendencia: $Y_{2,t}$, o un componente estacional, o cualquier otro, por lo tanto el modelo podría representarse como:

$$Y_{i,t} = F_{i,t}\theta_{i,t} + v_{i,t}$$
$$\theta_{i,t} = G_{i,t}\theta_{i,t-1} + w_{i,t}$$

Los componentes DLM se combinan en orden para obtener un DLM para la serie Y_t . Suponiendo independencia de los componentes, se puede demostrar que un DLM se describe como:

$$Y_t = \sum_{i=1}^h Y_{i,t}$$

Esta técnica les da otra ventaja a los DLM, ya que permiten modelar las series no estacionarias directamente, esto es, sin necesidad de hacerle transformaciones a los datos.

3.1.8. DLM aditivos

Petris (2010, pág. 3) expone que, una característica importante de estos modelos es que permiten la suma de varios DLM, lo cual permite la especificación de un

modelo más complejo por medio de varios DLM individuales. Un ejemplo básico es la representación de una serie de tiempo trimestral por medio de un DLM (modelo estacional), y se desea incluir un componente de tendencia lineal (modelo polinomial de orden 2). La especificación del modelo sería como sigue:

$$\text{Modelo} = \text{ModPoly}(2) + \text{ModSeas}(4)$$

Donde:

ModPoly(2): representa el modelo polinomial de orden 2, que describe la tendencia de la serie.

ModSeas: representa el modelo estacional para la variable trimestral (4)

Modelo: es la suma de ambos modelos

De esta manera, se puede decir que, los DLM son modelos que otorgan mucha flexibilidad, su especificación es sencilla. Permiten combinar modelos por medio de la suma de sus componentes. Y por la facilidad y libertad que otorgan estos modelos, el investigador se puede concentrar en otros temas sustantivos. (Petris, 2009, pág. 14).

3.1.9. Componentes de un DLM

Modelos para la tendencia

Mayoral (2013, pág. 43), expone que, los DLM polinomiales son los modelos que se utilizan con más frecuencia para describir la tendencia de una serie de tiempo. En el tiempo t , la tendencia esperada de la serie se puede considerar como el comportamiento esperado de Y_{t+k} para $k \geq 1$, dada la información hasta el tiempo t , esto quiere decir que, la tendencia esperada es la función de pronóstico:

$$f_t(k) = E(Y_{t+k} | y_{1:t}).$$

Para ello, un modelo polinomial de orden n es un DLM con matrices constantes $F_t = F, G_t = G$, y función predictiva:

$$f_t(k) = E(Y_{t+k} | y_{1:t}) = a_{t,0} + a_{t,1}k + \dots + a_{t,n-1}k^{n-1}, k \geq 0$$

$a_{t,0}, \dots, a_{t,n-1}$ son funciones lineales de $m_t = E(\theta_t | y_{1:t})$ y son independientes de k , por lo tanto, la función predictiva es un polinomio de orden $n-1$ en k . Para ello, en la práctica, usualmente se usan valores pequeños de n , $n=1$ (Modelo Uniforme Local) y $n=2$ (Modelo de Crecimiento lineal).

Modelo Uniforme local

El camino aleatorio o modelo a nivel local, es definido por 2 ecuaciones. El comportamiento del proceso Y_t está muy influenciado por la relación $r=W/V$, es decir, por la relación entre las 2 variancias del error.

La incertidumbre sobre las observaciones futuras se resume en la variancia $Q_t(k) = C_t + kw + V$ y aumenta a medida que el horizonte $t+k$ se aleja.

Este tipo de modelo está definido por:

$$\begin{aligned} Y_t &= \mu_t + v_t, \quad v_t \sim N(0, V) \\ \mu_t &= \mu_{t-1} + w_t, \quad w_t \sim N(0, W) \end{aligned}$$

En el cual, los errores v_t y w_t son independientes, así las cosas, Mayoral (2013, pág. 44) nos propone por medio del filtro de Kalman, lo siguiente:

$$\begin{aligned} \mu_t | y_{1:t-1} &\sim N(m_{t-1}, R_t = C_{t-1} + W) \\ Y_t | y_{1:t-1} &\sim N(f_t = m_{t-1}, Q_t = R_t + V) \\ \mu_t | y_{1:t} &\sim N(m_t = m_{t-1} + K_t e_t, C_t = K_t V) \end{aligned}$$

$K_t = R_t/Q_t$ y $e_t = Y_t - f_t$, además la distribución predictiva de a k pasos es:

$$Y_{t+k}|y_{1:t} \sim N(m_t, Q_t(k)), k \geq 1$$

Con ello tenemos que: $Q_t(k) = C_t + \sum_{j=1}^k W_{t+j} + V_{t+k} = C_t + kW + V$, de esta manera la función predictiva $f_t(k) = E(Y_{t,k}|y_{1:t}) = m_t$ es constante como función de k.

Modelo de Crecimiento lineal

Este modelo expuesto por varios autores, Campagnoli, *et al.* (2009) y Mayoral (2013, pág. 44), supone que el nivel actual u_t cambia linealmente a lo largo del tiempo y que la tasa de crecimiento también puede evolucionar.

Dicho modelo, está dado por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} Y_t &= \mu_t + v_t, & v_t &\sim N(0, V) \\ \mu_t &= \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + w_{t,1}, & w_{t,1} &\sim N(0, \sigma_\mu^2) \\ \beta_t &= \beta_{t-1} + w_{t,2}, & w_{t,2} &\sim N(0, \sigma_\beta^2) \end{aligned}$$

v_t , $w_{t,1}$ y $w_{t,2}$ no están correlacionados y el vector de estados $\theta_t = (\mu_t, \beta_t)'$, donde μ_t es interpretado como el nivel y β_t como la tasa de crecimiento. Ahora se considera $m_{t-1} = (\hat{\mu}_{t-1}, \hat{\beta}_{t-1})$, se tiene que:

$$\begin{aligned} a_t &= Gm_{t-1} = \begin{bmatrix} \hat{\mu}_{t-1} & + \hat{\beta}_{t-1} \\ \hat{\beta}_{t-1} \end{bmatrix} \\ f_t &= F_t a_t = \hat{\mu}_{t-1} + \hat{\beta}_{t-1} \\ m_t \begin{pmatrix} \hat{\mu}_t \\ \hat{\beta}_t \end{pmatrix} &= a_t + K_t e_t = \begin{pmatrix} \hat{\mu}_{t-1} + \hat{\beta}_{t-1} + k_{t,1} e_t \\ \hat{\beta}_{t-1} + k_{t,2} e_t \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Y la función de predicción sería como:

$$f_t = (k) = \hat{\mu}_t + k\hat{\beta}_t$$

La cual es una función lineal respecto a k, por lo que el modelo de crecimiento lineal es un DLM polinomial de orden 2.

Modelo Polinomial de orden n

Según nos expone Mayoral (2013, pág. 45), el modelo general polinomial de orden n tiene un espacio de estados de dimensión n y se describe por medio de las siguientes matrices:

$$F = (1, 0, \dots, 0)$$

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \\ 0 & & \dots & 1 & 1 \\ 0 & & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$W = \text{diag}(W_1, \dots, W_n)$$

También puede ser escrito de la siguiente manera:

$$Y_t = \theta_{t,1} + v_t$$

$$\theta_{t,n} = \theta_{t-1,n} + \theta_{t-1,j+1} + w_{t,j} \quad j=1, \dots, n-1$$

$$\theta_{t,n} = \theta_{t-1,n} + w_{t,n}$$

Representación DLM de modelo ARIMA

Campagnoli, *et al.* (2009), desarrollan ampliamente cómo es posible la representación DLM de un modelo ARIMA e indican que representar un ARMA con un DLM es útil principalmente por:

1. Un componente ARMA en un DLM puede explicar la autocorrelación residual no contabilizada por otros componentes estructurales como la tendencia y el componente estacional.
2. La evaluación de la función de probabilidad de un modelo ARMA se puede realizar eficientemente, aplicando la recursividad general utilizada para calcular la probabilidad de un DLM.

Como se ha indicado líneas arriba, los DLM tienen la capacidad de poder representar una serie de tiempo no estacionaria a través de la suma de varios componentes, y estos componentes, no son más que la modelación de los componentes de las series de tiempo, tales como: la tendencia, componente estacional, etc.

Modelo para la estacionalidad

Para explicar este tipo de modelos, suponga que tiene una serie trimestral, la cual puede ser representada por cada uno de los trimestres, α_i : diferentes trimestres, $i=1, \dots, 4$. De esta manera, Y_{t-1} representa el primer trimestre del año y Y_t representa el segundo trimestre del año y así sucesivamente.

Se puede suponer que se tiene una serie de tiempo $\{Y_t\}$ que tiene media cero, que además presenta estacionalidad, por lo que se puede representar la serie, como desviaciones de la media ($\alpha_i, i=1, \dots, 4$). Ahora se considera que Y_{t-1} es la serie en el primer trimestre, así que se tiene lo siguiente:

$$Y_{t-1} = \alpha_1 + v_{t-1}$$

$$Y_t = \alpha_2 + v_t$$

Ahora se tiene que, $\theta_{t-1} = (\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4)'$ y $F_t = F(1,0,0,0)$, lo anterior se convierte en un DLM de la siguiente forma:

$$Y_{t-1} = F\theta_{t-1} + v_{t-1}$$

La ecuación de estado se puede reescribir como:

$$\theta_t = G\theta_{t-1} + w_t = (\alpha_2, \alpha_1, \alpha_4, \alpha_3)' + w_t$$

En los modelos estacionales, w_t es un vector de ceros.

De esta manera, Campagnoli, *et al.* (2009), indican que, una serie de tiempo estacional con periodo s , puede ser modelada a través de un vector θ_t s -dimensional, especificado como un DLM con $F = (1, 0, \dots, 0)$ y G dados por una matriz de permutación $s \times s$.

Deben imponerse restricciones de identificabilidad sobre los factores estacionales $\alpha_1, \dots, \alpha_s$. Una opción que se utiliza es imponer que los factores sumen 0.

La restricción lineal sobre los factores estacionales (s), implica que solo hay $s-1$ factores, y esto sugiere una representación alternativa más parsimoniosa que usa un vector de estados $(s-1)$ dimensional.

Según Mayoral (2013, pag. 47) una serie de tiempo estacional con periodo s puede ser modelada a través de s -vector de estados θ_t dimensional mediante un DLM, por medio de $F = (1, 0, \dots, 0)$ y G una matriz de permutación. Otra forma de hacerlo es por medio de la condición de que la $\sum_{j=1}^s \alpha_j = 0$, lo cual, quiere decir que hay solamente $s-1$ factores estacionales libres, lo que permite modelos más parsimoniosos, por medio de un vector de estados $s-1$ dimensional.

Modelos de regresión longitudinal

Este tipo de modelos es fácilmente incorporado en DLM.

Una ventaja de los DLM que se indicó es que por medio de ellos, es posible agregarle variables explicativas al modelo.

Un ejemplo de este tipo de modelos es estudiar una respuesta Y_t a diferentes dosis de fármacos x_t a lo largo del tiempo t , donde cada uno de los fármacos se explica con un beta diferente:

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

3.1.10. Modelos con parámetros desconocidos

En muchas ocasiones, se parte del hecho que se conocen todos los parámetros del modelo, pero la realidad es que siempre hay parámetros que hay que calcular. En las aplicaciones de series de tiempo, las matrices DLM difícilmente se conocen por completo, ya que los parámetros desconocidos, suelen ser constantes en el tiempo.

Para poder obtener los parámetros desconocidos se parte de los supuestos de la estructura de los DLM que se han repetido hasta este momento: que son lineales y gaussianos.

Para obtener los parámetros desconocidos, la estadística bayesiana, parte del hecho que los mismos son cantidades aleatorias. En el contexto de DLM, la distribución posterior de interés es la distribución condicional conjunta de los vectores de estado, o de las medidas futuras y el vector de parámetros desconocidos (γ) dadas las observaciones.

La inferencia bayesiana si es simple en principio, implica cálculos que normalmente no son manejables analíticamente.

Los métodos Markov Chain-Monte Carlo y los métodos secuenciales modernos de Monte Carlo pueden ser bastante eficientes para proporcionar una aproximación de

las distribuciones posteriores de interés. Por lo tanto, para obtener los parámetros desconocidos, la literatura consultada (Campagnoli, *et al.*, 2009 y Petris, 2010) propone dos métodos: máxima verosimilitud y por medio de la estadística bayesiana.

En el caso concreto de esta investigación, se hará uso de la máxima verosimilitud.

3.1.11. Estimación por medio de máxima verosimilitud

Suponga que tiene N vectores aleatorios: Y_1, \dots, Y_n ; cuya distribución depende de un parámetro desconocido γ . La densidad conjunta de las observaciones para un valor particular del parámetro desconocido se denota como: $p(y_1, \dots, Y_n; \gamma)$. De esta manera para un DLM se debe escribir la densidad conjunta de las observaciones como:

$$p(y_1, \dots, y_n; \gamma) = \prod_{t=1}^n p\left(\frac{y_t}{y_{1:t-1}}; \gamma\right)$$

Lo anterior corresponde a la probabilidad condicional de Y_t dada la información sobre el tiempo $t-1$, asumiendo que γ es el valor del parámetro desconocido.

De esta manera, la función de verosimilitud se puede escribir como:

$$l(\gamma) = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^n \log|Q_t| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^n (y_t - f_t)' Q^{-1} (y_t - f_t)$$

f_t y Q_t dependen implícitamente de γ .

Campagnoli, *et al.*, 2009, agregan que, una variancia estimada con MLE que suele ser muy grande, es una señal de que el modelo no está bien identificado. Para ello, la solución puede ser simplificar el modelo, eliminando parámetros, especialmente cuando uno está interesado en hacer inferencias e interpretar los propios parámetros.

La convergencia de componentes siempre debe verificarse, un valor diferente de cero indica que no se ha logrado la convergencia mínima.

3.1.12. Análisis de los residuos para verificar el cumplimiento de los supuestos teóricos.

Para analizar los residuos se puede probar la constancia de la variancia del error y la independencia de los términos de error. Lo anterior se puede realizar por medio de gráficos.

3.2. Modelo ARIMA

Dado que el análisis que se hace es sobre el comportamiento de una serie de tiempo para estimar algunos de sus datos, además de los modelos que se han analizado hasta el momento, también se considerará el análisis por medio de los modelos ARIMA. Sin embargo, dado que el enfoque principal de esta investigación son los DLM, con respecto a los modelos ARIMA, solamente se mostrará un breve resumen de la parte teórica.

Pankratz (1944) propone que la notación de los modelos ARIMA es (p, d, q) que significa un modelo autorregresivo integrado de promedio móviles (por sus siglas en inglés), p indica el orden de la parte autorregresiva, d indica el número de veces que se necesitó diferenciar la serie para volverla estacionaria y q , indica el orden de la parte de los promedios móviles.

Para iniciar con la construcción de modelos ARIMA, lo primero que recomiendan los expertos (Pankratz, 1944 y Hernández, 2016) es el análisis de la serie de tiempo iniciando con la función de autocorrelación (FAC), la cual es una herramienta básica para explorar una serie de tiempo y además es útil para ver la estacionalidad, tendencias (estacionariedad) y otros patrones de la serie.

Hernández (2016), indica que, la función de autocorrelación parcial (PFAC) mide la asociación entre Y_t y Y_{t-k} . Es calculada mediante una ecuación de regresión, los coeficientes de rezagos de Y representan la correlación parcial:

$$Y_t = b_0 + b_1 Y_{t-1} \quad b_1 \text{ es el coeficiente de autocorrelación } r_1$$

$$Y_t = b_0 + b_1 Y_{t-1} + b_2 Y_{t-2} \quad b_2 \text{ es el coeficiente de autocorrelación } r_2$$

Y así sucesivamente.

El gráfico de ambas funciones se llama: correlograma. La inspección visual del correlograma es muy útil para detectar propiedades de la serie como estacionariedad, estacionalidad para poder aplicar la metodología de Box-Jenkins.

Estacionariedad

La serie Z_t es estacionaria en sentido débil si:

- La media es constante independientemente del tiempo
- Si la variancia es constante y finita
- Si la FAC es constante

La serie Z_t es estacionaria en sentido estricto si:

- La función de distribución es independiente del tiempo

Hernández (2016) indica que, el análisis visual de la serie es con frecuencia suficiente para evaluar la estacionariedad de la serie. El correlograma completa el análisis. Las series estacionarias se caracterizan porque tienen una FAC con un valor de r_1 relativamente grande. También existen pruebas formales de integración que ayudan a medir la estacionariedad.

Cuando se tiene una serie que no es estacionaria usualmente se transforma por medio de la obtención de diferencias de la serie original o diferencias de la serie en logaritmos. Cuando una serie es estacionaria no tiene pendiente. Por otro lado, cuando la serie tiene tendencia, es no estacionaria.

Por lo tanto, para saber si la serie es estacionaria se tiene:

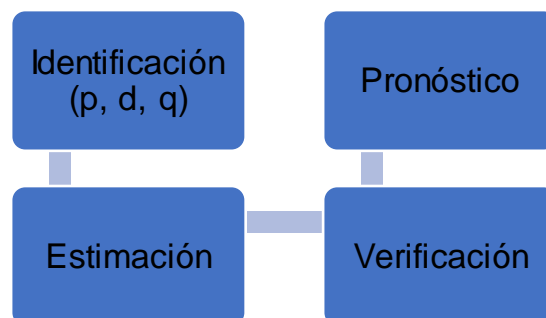
1. El análisis gráfico de la serie original y en diferencias.
2. El correlograma de la serie original y en diferencias.
3. Aplicación de pruebas formales: dentro de ellas se tienen las pruebas de Dickey-Fuller, Dickey Fuller aumentada y Phillip-Perrón.

Las pruebas formales se aplican a la serie original, si no se rechaza la hipótesis nula de que la serie no es estacionaria, entonces la serie es $I(1)$, entonces se hace la diferencia de la serie y se aplica nuevamente la prueba. El proceso se detiene hasta comprobar que la serie diferenciada sea $I(0)$.

Construcción del modelo ARIMA

Para definir un modelo ARIMA, Hernández (2016), basada en Pankratz (1944) propone seguir los siguientes pasos:

Figura 13. Pasos para definir un modelo ARIMA



La **identificación** involucra (Pankratz, 1944):

1. Comprobar el supuesto de estacionariedad de la media.
2. Comprobar el supuesto de estacionariedad de la variancia.
3. Análisis de las FAC y PFAC, para definir si el modelo tiene componente AR (autorregresivo) o MA (medias móviles).
4. Comparar la FAC y PFAC con las teóricas.

Cada proceso ARIMA tiene asociado una FAC teórica y una PFAC teórica que lo caracteriza. La metodología de Box-Jenkins compara estas funciones teóricas con las respectivas funciones muestrales de autocorrelación y parcial, con el fin de identificar el proceso ARIMA. El siguiente cuadro puede ayudar a definir los componentes del modelo:

Tabla 11: Funciones FAC y PFAC teóricas

Proceso	ACF	PACF
AR	Cae hacia cero	Corta en cero
MA	Corta en cero	Cae hacia cero

Fuente: Pankratz (1944)

La estimación incluye obtener los resultados del modelo por medio de máxima verosimilitud.

La verificación busca que los residuos del modelo no estén correlacionados (Pankratz, 1944).

1. Analizar las condiciones de invertibilidad y estacionariedad.
2. Comprobar la significancia de los parámetros.
3. Análisis si los residuos son ruido blanco.
4. Análisis si los residuos son normales.

Lo anterior también se aplica a los modelos ARIMA estacionales (p, d, q) (P, D, Q) . A las series estacionales también se les llama serie periódica y tienen la característica de un patrón que se repite cada s periodos de tiempo, para $s > 1$. En este tipo de series se espera que las observaciones separadas s periodos están correlacionadas.

La FAC y PFAC deberían tener coeficientes diferentes de cero en uno o más múltiplos de s : $s, 2s, 3s, \dots$

4. Criterios de Bondad de Ajuste

Los criterios de selección entre modelos rivales y compararlos, usualmente distingue entre pronósticos que se hacen dentro de la muestra, esto señala como elegir el modelo que mejor se ajusta a los datos, por su parte, los pronósticos fuera de la muestra, se refiere a evaluar como el modelo pronostica valores de observaciones futuras.

Estos criterios de selección para evaluar la capacidad de ajuste de los modelos tienen el objetivo de seleccionar aquellos que presenten el mejor balance entre la capacidad de ajuste de los datos y su complejidad. Usualmente los modelo con mayor número de parámetros tienden a ajustar mejor una base de datos, sin embargo, tienden a ser más inestables y a modelar la variabilidad de esos datos más que su tendencia.

Existen muchos criterios de selección de modelos, en este caso se van a considerar los criterios de información Akaike (AIC) y criterio de información Bayesiana. Noguera y Posado (2007, pág. 144) explican:

“2. Criterio de información de Akaike (AIC) y criterio de información bayesiano (BIC). Cuando se tiene una serie de modelos M_1, M_2, \dots con parámetros K_1, K_2, \dots , respectivamente, una metodología para compararlos corresponde a la

función de máxima verosimilitud (likelihood). La máxima verosimilitud permite seleccionar el modelo que realiza el mejor ajuste de los datos pero no penaliza su complejidad, lo que si sucede cuando se emplean medidas de contraste como el AIC y el BIC. Ambos criterios hacen uso del Log-likelihood (log Lik), que es el logaritmo de máxima verosimilitud, y sustraen un término proporcional al número de parámetros (K)”

4.1. Criterio de información de Akaike (AIC)

Por su parte, el criterio AIC combina la teoría de máxima verosimilitud, la información teórica y la entropía de información. Toma en cuenta el número de parámetros entre los modelos. Los mejores modelos son los que presentan el menor valor de AIC y se define por medio de la siguiente ecuación:

$$AIC = -2 * \log Lik + 2K$$

4.2. Criterio de información bayesiano (BIC).

El BIC es una función de la bondad de ajuste del logaritmo de la verosimilitud, el número de parámetros ajustados (K) y el número total de datos (N). Al igual que el criterio anterior, el modelo con el más bajo valor de BIC es considerado el mejor en explicar los datos con el mínimo número de parámetros (6). El BIC está definido por la ecuación:

$$BIC = -2 * \log Lik + \log(N) * K$$

Capítulo III

Metodología

1. Tipo de investigación

Esta investigación es del tipo cuantitativa. Este tipo de investigación “utiliza la recolección y el análisis de datos para contestar preguntas de investigación y probar hipótesis establecidas previamente, y confía en la medición numérica, el conteo y frecuentemente en el uso de la estadística para establecer con exactitud patrones de comportamiento en una población.” (Baptista, P., Fernández, C. y Hernández, R. (2003, pág. 5)

Los mismos autores agregan que, las investigaciones del tipo cuantitativas parten de una idea que se transforma en varias preguntas que llevan al establecimiento de hipótesis y variables, estas variables se miden, se analizan y, por último, se establecen conclusiones respecto a las hipótesis con el fin de establecer recomendaciones.

2. Alcance de la investigación

El alcance de la investigación es descriptivo, en este tipo de investigación “Su objetivo es describir un fenómeno, una situación, un contexto o un evento, es decir, el investigador detalla cómo son y se manifiestan”. Este busca “especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis” (Ulate, I. y Vargas, E., 2014)

Baptista, P., Fernández, C. y Hernández, R. (2003, pág. 119) exponen que la “Investigación descriptiva: busca especificar propiedades, características y rasgos importantes de cualquier fenómeno que se analice.”

En el caso particular, el análisis descriptivo, corresponde al análisis de la serie de tiempo de consumo de energía y potencia, analizar y describir sus componentes para hacer una imputación de datos faltantes y hacer un pronóstico de la misma que permita determinar si la empresa industrial cumple o no los requisitos establecidos para acceder a la categoría tarifaria mencionada.

3. Materiales

En esta sección se hará un resumen de las fuentes de información que se utilizan en una investigación. Según Ulate y Vargas (2019) las fuentes de información se clasifican en: primeras, secundarias y terciarias.

En esta investigación solamente se utilizaron fuentes primarias y secundarias. Con respecto a las primeras, las autoras indican que, son las fuentes de información que proporcionan datos de primera mano, es decir, son fuentes de información a través de las cuales se pueden conocer los resultados de estudios. En esta investigación se hizo uso de información de libros, consulta a expertos (ingenieros eléctricos), tesis, información de la Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos que se consideran documentos oficiales, Ley No.7593, también información de cursos académicos y de foros.

En el caso de las fuentes secundarias, se hizo uso de algunos documentos oficiales de la Aresep, que son el resultado del análisis de otras fuentes de información, como lo son las normas técnicas internacionales que Costa Rica ha adoptado y libros de la Universidad de Costa Rica (UCR) que se dedican a recopilar información.

A continuación, se presenta un resumen de las fuentes de información utilizadas:

Fuentes primarias	Fuentes secundarias	Fuentes terciarias
Consulta a expertos en el tema de los DLM. Consulta a ingenieros eléctricos Libros y artículos sobre los modelos DLM. Libros y artículos sobre los modelos DLM en R. Documentos oficiales de la Aresep: resoluciones tarifarias, Ley No. 7593. Tesis académicas. Trabajos presentados en conferencias, foros.	Documentos de la Aresep que se basan en normas internacionales. Libros de la UCR	No se utilizaron.

Fuente: elaboración propia

4. Instrumentos y técnicas de recolección de datos

Ulate y Vargas (2019) recomiendan que, en esta sección se deben incluir todas las herramientas utilizadas en la recolección de datos, aunque sean sencillas.

En esta investigación, la información sobre la serie de tiempo del consumo de energía y potencia de una empresa del sector industrial para el periodo de tiempo de enero 2011 a mayo 2016 se obtuvo de las bases de datos de la Aresep, la cual fue obtenida por medio de sus sistemas de recolección de información regulatoria que las empresas reguladas tienen que entregar obligatoriamente como parte de la recolección de información estadística. Por lo tanto, se puede concluir que la técnica de recolección de datos utilizada es la de registros de datos estadísticos.

5. Procedimientos metodológicos de la investigación

Como se mencionó, la obtención de los datos fue por medio de los registros estadísticos de la Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos que se obtienen de los sistemas de facturación de las empresas distribuidoras eléctricas de Costa Rica y son depositados en el SIR: Sistema de Información Regulatoria de la Aresep. Así las cosas, se tiene la siguiente información de la serie de tiempo que se analiza:

- Población de interés: consumo de energía y potencia de una empresa del sector industrial de Costa Rica.
- Tamaño de la muestra: se consideró toda la información para la cual se tenían los datos, que para el caso de la energía va de enero 2011 a mayo 2016, para un total de 65 observaciones. Y para la potencia de enero 2011 a julio 2015, para un total de 55 observaciones.
- Unidad de muestreo: no se realizó muestreo porque los datos se obtuvieron de los registros estadísticos de la Aresep.
- Unidad informante: SIR, sistemas de información regulatoria de la Aresep.

Dado que la investigación se basa en el análisis de una serie de tiempo, es el caso univariante, por lo tanto, la única variable que se analiza es la del consumo de energía y potencia de una empresa industrial de Costa Rica, por medio de la aplicación de los DLM.

DLM con el uso del paquete estadístico R

El software que se utilizará en esta investigación es R. Para la representación de los DLM se hará uso del paquete dlm (Petris, 2009).

Estimación de los DLM

Filtro de Kalman en el programa R

En el programa R, el filtro de Kalman se puede implementar por medio de la función: ***dlmFilter***, que tiene como argumentos:

- ***y***, que es la información, en forma de matriz, vector numérico o serie de tiempo, esta última es la que se usará en esta investigación.
- ***mod***, modelo de la clase *dln*.

Los datos de la salida del filtro incluyen:

- los datos originales y del modelo
- las medias de la distribución predictiva y filtrada (*a* y *m*)
- variancias R_t y C_t , de la distribución predictiva
- U.R. y D.R. juntos dan la descomposición singular del valor de las variancias de los errores de predicción.
- U.C y D.C juntos dan la descomposición singular del valor de las varianzas de los errores de estimación.
- *f*, que son las predicciones.

Adicionalmente, la función ***dlnFilter*** permite que las series de tiempo tengan NA's, es decir, acepta valores faltantes sin necesidad de hacer ninguna clase de ajuste o transformación.

Suavizamiento en R

Para realizar un análisis retrospectivo en R se utiliza la función ***dlnSmooth***, los argumentos de esta función son:

- ***y***, que corresponde a la información en forma de vector, matriz o una serie de tiempo, como es el caso en análisis
- ***mod***, el modelo, el cual corresponde con un objeto de clase *dln*.

Los datos de salida de esta función son:

- una lista de componentes s , que corresponde con las medias de la distribución suavizada.
- U.S, D.S, juntos dan la descomposición singular del valor de las variaciones de los errores del suavizamiento.
- dicha función acepta NA's, sin necesidad de hacer ajustes.

Análisis de Pronóstico en R

Para los pronósticos del primer paso se puede utilizar la función ***dlmFilter***, esta función va proporcionando una predicción, y si se quieren hacer predicciones con un horizonte de tiempo mayor, se utiliza la función ***dlmForecast***, que tiene como argumentos:

- un objeto de clase *dlmFiltered*
- la cantidad de predicciones que se desean, ***nAhead***
- el número de muestras que se quiere de las predicciones, ***sampleNew***.

Las salidas de la función son:

- las medias y variancias de las distribuciones predictivas de las observaciones (f y Q) y de los estados (a, R).
- Esta función también acepta los NA's sin necesidad de hacer ajustes a los datos.

Análisis de las innovaciones

Para obtener las innovaciones en el software R, se puede hacer por medio de los objetos de clase ***dlmFiltered*** con ayuda de la función ***residuals***.

Parámetros desconocidos

Estimación por máxima verosimilitud

Para lo anterior, el software R proporciona un optimizador extremadamente potente “*optim*”, que se utiliza dentro de la función *dlmMLE*.

La función *dlmMLE* tiene como argumentos:

- **y**, que es la información de la serie de tiempo.
- **parm**, es el vector de valores iniciales para los parámetros.
- **build**: es la función definida por el usuario que toma un vector de parámetros como primer argumento y devuelve un objeto del tipo *dln*.

Para entender exactamente qué es lo que hace la función *dlmMLE* del programa R, Petris (2010) expone que:

1. La función define una función objetivo componiendo el argumento de construcción con *dlnLL()*, que evalúa el logaritmo negativo de la densidad conjunta de las observaciones, definiendo de esta manera, la función de máxima verosimilitud negativa.
2. Llama a “*optim*” para minimizar la función máxima verosimilitud negativa definida en el punto 1.

Resumen de las funciones del paquete *dln* en R

A continuación, se presenta un resumen de los modelos y las tareas que se pueden ejecutar en el paquete *dln* de R:

Tabla 12: Resumen - Especificación de un DLM en R

Función	Modelo
dlm	Modelo genérico dlm
dlmModARMA	Proceso ARMA
dlmModPoly	Modelo polinomial de orden n
dlmModReg	Regresión lineal
dlmModSeas	Factores estacionales
dlmModTrig	Formas trigonométricas

Función	Tarea
dlmFilter	Filtro de Kalman
dlmSmooth	Suavizamiento de Kalman
dlmForecast	Pronóstico
dlmLL	Probabilidad
dlmMLE	Máxima verosimilitud

Fuente: Elaboración propia

Capítulo IV

Resultados de la aplicación de los métodos estadísticos

1. Presentación de los datos

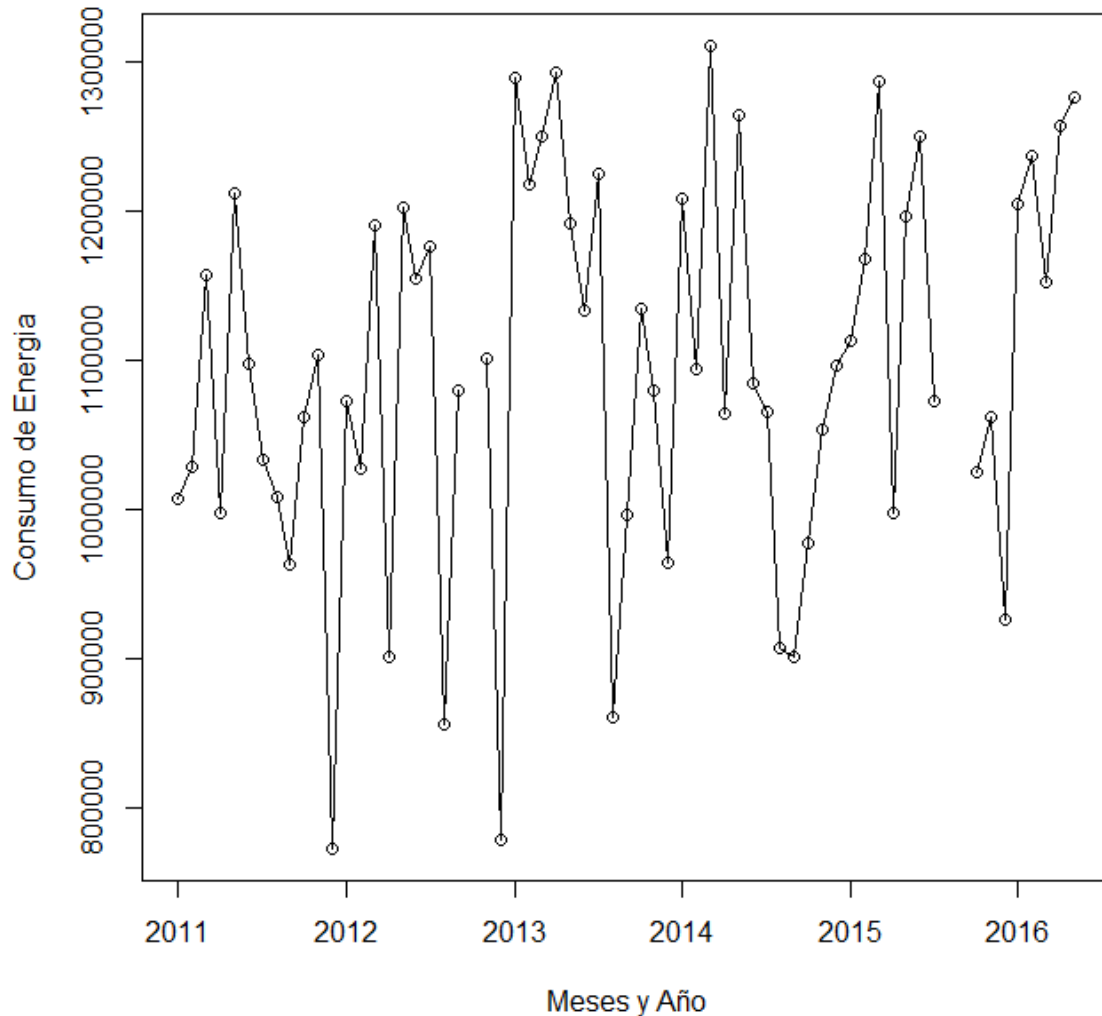
1.1. Presentación del consumo de energía

Como se indicó en el capítulo II, las series de tiempo son colecciones de observaciones sobre un determinado fenómeno efectuadas secuencialmente en el tiempo. En este caso particular, se analiza la serie del consumo de energía mensual en kWh de una empresa industrial de Costa Rica.

Nombre corto	Consumo de energía de una empresa industrial de Costa Rica
Nombre completo	Consumo de energía eléctrica en kilowatt hora (kWh) de una empresa industrial de enero 2011 a mayo 2016
Fuente primaria	Aresep (información confidencial), SIR
Unidad de medida	kWh
Periodicidad	mensual
Rango de datos	de enero 2011 a mayo 2016
Cantidad de datos	65 observaciones

Fuente: Información confidencial de la Aresep

Gráfico 1. Consumo de energía eléctrica de una empresa industrial
-de enero 2011 a mayo 2016-
-kWh-



Fuente: Información confidencial de la Aresep

Los gráficos son la forma más efectiva de identificar efectos de eventos que inciden en los datos. De ser posible, estos eventos deben ser ajustados o incluidos en el modelo.

Dado lo anterior, se analiza el gráfico 1 de la serie que corresponde al consumo mensual de energía en kWh de una empresa industrial de Costa Rica de enero de 2011 a mayo de 2016, la serie no muestra una marcada tendencia, lo que indica

que es posible que la serie sea estacionaria, dado que aparenta tener una media y una variancia constante.

En el gráfico 1, se observa una variancia que luce constante en el tiempo y que la serie presenta un patrón estacional, parece presentar patrones a lo largo del año, muestra consumos elevados en marzo, que caen en abril y nuevamente aumentan para el mes de mayo, igualmente en los meses de agosto se muestran siempre descensos en el consumo, al igual que en los meses de diciembre.

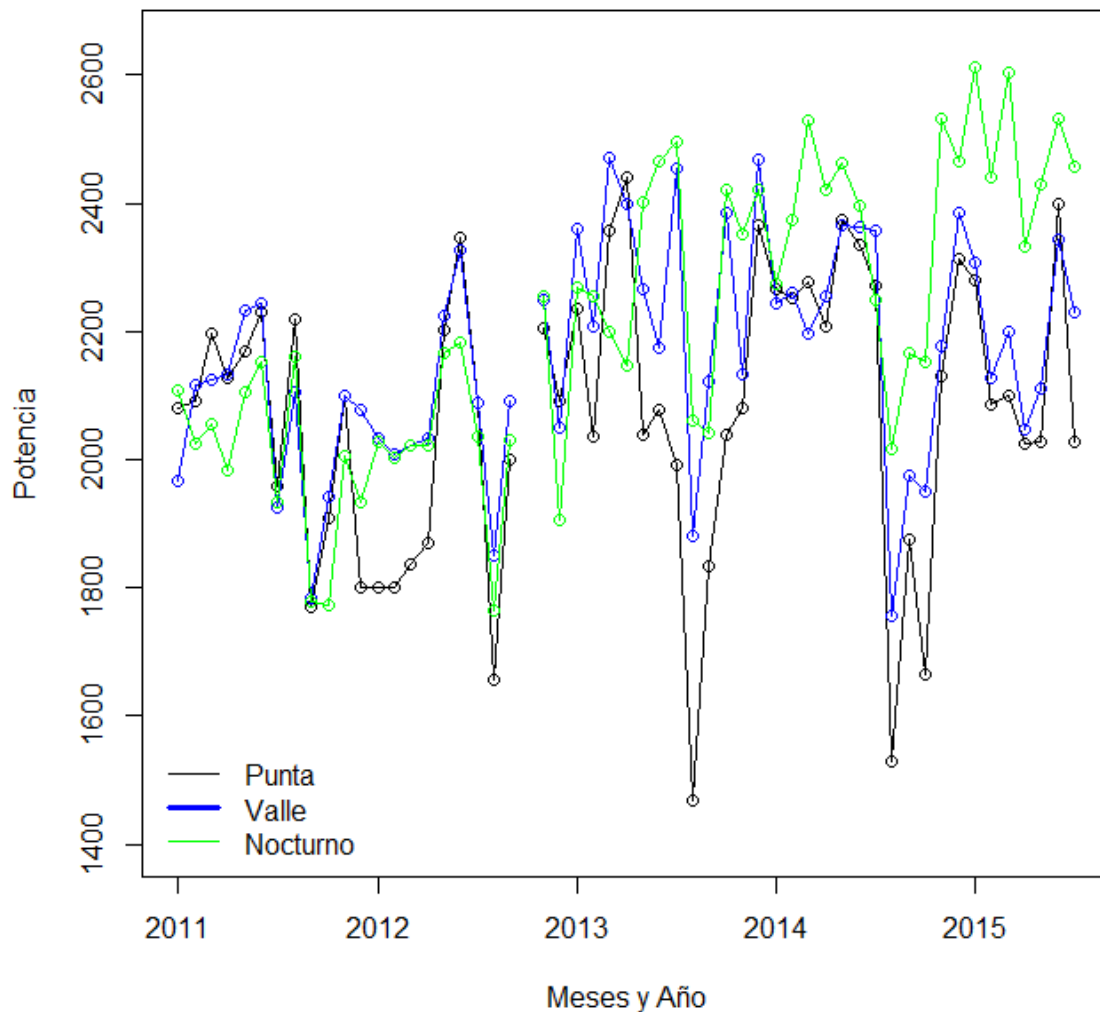
Además, se puede observar que la serie tiene 3 datos faltantes, correspondiente a las observaciones de los meses: octubre del 2012 y agosto y setiembre del 2015 (estas dos últimas corresponden con información del año que se encuentra en análisis, según lo desarrollado en el capítulo II).

1.2. Presentación del consumo de potencia

Paralelamente se muestra la información de la empresa industrial del consumo de potencia (kW) en el mismo periodo de tiempo:

Nombre corto	Consumo de potencia de una empresa industrial de Costa Rica
Nombre completo	Consumo de potencia kilowatt (kW) de una empresa industrial de enero 2011 a julio 2015
Fuente primaria	Aresep (información confidencial), SIR
Unidad de medida	kW
Periodicidad	mensual
Rango de datos	de enero 2011 a julio 2015
Cantidad de datos	55 observaciones

**Gráfico 2. Consumo de potencia eléctrica de una empresa industrial
-de enero 2011 a julio 2015, en kW-**



Fuente: Información confidencial de la Aresep

Con respecto a las variables de consumo de potencia, la misma se presenta para 3 momentos diferentes, que corresponde a la mayor demanda de potencia en punta, valle y noche, que son períodos horarios. La punta está constituida por cinco horas, separadas en dos bloques, de mayor demanda de los cinco días laborales de la semana, de las 10:30 h a las 13:00 h y de las 17:30 h a las 20:00 h. El período nocturno abarca de las 20:00 h a las 6:00 h del día siguiente, los siete días de la semana. El valle cubre las demás horas, incluyendo de 6:00 h a 20:00 h los fines de semana, donde no hay punta.

El análisis del consumo de potencia, por su concepto, es diferente al análisis del consumo de energía. Cuando se analiza el consumo de energía, el consumo se mide en diferentes periodos de tiempo del día que se clasifican en punta, valle y noche, para obtener el total de consumo de energía en un periodo de tiempo específico, se hace una sumatoria de los montos reportados en cada uno de esos periodos (Comité de Regulación, 2012). Sin embargo, en el caso de la potencia, esta se contabiliza como la medición más alta en intervalos de 15 minutos en cada uno de los periodos horarios. Esto quiere decir que, por ejemplo, para el mes de marzo de 2014 se tiene un reporte de 2.195,62kW, lo que implica que es el dato de potencia demandada más alto registrado en intervalos de 15 minutos en el periodo valle de ese mes y ese es el dato que reporta el medidor.

Tal como lo indica Cordero (2007), la potencia se puede representar como una curva conformada de puntos, en los cuales, se van representando la mayor potencia demandada en los intervalos de 15 minutos por mes (o el periodo que se defina), mientras que, la energía es el área bajo la curva de la potencia, la potencia se mide en momentos específicos y la energía es la sumatoria del consumo.

Otro punto importante, es que para esta variable solamente se obtuvo la información hasta julio del año 2015. Dado que como se explicó en la primera parte del capítulo II, la Aresep tuvo que intervenir, por solicitud de la empresa industrial, para resolver las diferencias de criterio entre ella y la empresa distribuidora, la afectada presentó los datos para resolver el caso y hasta el momento, no se ha podido ampliar los datos de la serie, lo cual, se convierte en un inconveniente real al que se enfrenta la Aresep al analizar series de tiempo, pero esta situación se resolverá como se indica más adelante.

Las 3 series del consumo de la potencia muestran entre ellas, un comportamiento similar con diferente escala, muestran una posible tendencia creciente en el tiempo,

se puede notar como hasta febrero de 2013 se puede visualizar una variancia constante, pero que no sucede lo mismo en los siguientes meses.

Del gráfico 2 también se puede observar que las series presentan un patrón estacional, presenta patrones a lo largo del año, muestra consumos altos en junio de cada año, además de puntos bajos de consumo en los meses de agosto. Entre marzo, abril y mayo se suele observar como una especie de escalera, con consumos altos, que luego bajan y vuelven a subir.

Al igual que con el consumo de energía, existen datos faltantes para el mes de octubre del año 2012.

Dado que, en el caso de la potencia, lo que se factura por parte de la empresa distribuidora, es el dato máximo, para hacer el análisis con DLM de esta serie, se toma el dato de máxima potencia de cada mes.

1.3. Análisis de los componentes de la serie de tiempo con los DLM

Partiendo del análisis visual de la serie en el gráfico 1, se puede concluir que la serie tiene una tendencia lineal estocástica y además parece tener un comportamiento estacional. Como se atendió en el capítulo II del marco teórico, la variación estacional: son los movimientos que se producen dentro del año y que se repiten de un año a otro. Este comportamiento estacional se produce por cambios climáticos, cambios en las costumbres, festividades, inicio de clases, navidad, etc.

Por lo tanto, para ejemplificar el uso de los DLM, en primera instancia se estimará un modelo de crecimiento local y luego un modelo aditivo de crecimiento local y estacional.

Para empezar el análisis de la serie se hará por medio de los DLM, más adelante, se mostrará el análisis de esta, por medio de los modelos ARIMA.

2. Estimación de los DLM para el consumo de energía

Cómo se indicó en el capítulo II, una de las ventajas prácticas de los DLM, consiste en que permiten modelar una serie de tiempo como el conjunto de varios componentes, y cada uno de ellos representa un modelo dinámico lineal.

La realidad es que intentar modelar una serie de tiempo no es una tarea sencilla, pero el investigador debería poder imaginar la serie como la suma de distintos componentes, es decir: la sumatoria de la tendencia, la estacionalidad, el ciclo y cualquier otro componente que caracterice a la serie. Para ello, se utiliza la técnica de descomposición aditiva, que va sumando poco a poco los componentes, hasta tener una representación completa de la serie analizada. Al final de ello, lo que se obtiene es un único modelo lineal dinámico.

Esta característica le otorga a los DLM mayor flexibilidad que los modelos ARIMA, lo cual permite modelar series de tiempo univariadas no estacionarias de forma directa, sin que sea necesario realizarle una transformación previa a la serie.

La modelación casi siempre inicia con la construcción del modelo de la tendencia. Como se verá más adelante, la construcción del DLM se hizo de forma paulatina iniciando con la construcción del modelo a nivel local, el cual incluye una pendiente estocástica. El paquete en R, *dlm*, tiene una forma muy conveniente de construir estos modelos de acuerdo con el orden polinomial, en este caso, al ser un polinomio de orden 1, es un modelo de nivel local.

Al analizar los residuos de este modelo y para evidenciar la fortaleza de los DLM de poder construir modelos aditivos, se agregó un componente para capturar la estacionalidad.

Por lo tanto, se construyeron 2 DLM:

1. Un modelo para la tendencia (dlmModPoly).
2. Un modelo aditivo para la tendencia y la estacionalidad (dlmModSeas)

2.1. Modelo Polinomial para la tendencia

Los DLM polinomiales son los modelos que se utilizan con más frecuencia para describir la tendencia de una serie de tiempo, donde la tendencia se ve como un desarrollo suave de la serie a lo largo del tiempo.

Dado que del análisis visual de la serie se concluyó que la serie luce una tendencia lineal, la serie se puede representar por un nivel promedio que cambia en el tiempo linealmente, por lo que se estimó un modelo de la tendencia local.

La modelación de los DLM en todos los casos incluyó la construcción del modelo y la estimación de los parámetros desconocidos, la aplicación del filtro y suavizamiento de Kalman y el análisis de los residuos.

Hay que tener presente que aún no se tienen los valores de los parámetros de la variancia de las observaciones y la variancia de los estados, por lo tanto, dichos parámetros se estiman por medio del procedimiento de máxima verosimilitud.

De esta manera, al aplicar el DLM y por medio de la máxima verosimilitud, se obtienen los valores de los parámetros desconocidos y se tiene el siguiente DLM para el nivel local (de orden 1) que es definido por dos ecuaciones:

$$\begin{aligned} Y_t &= \theta_t + av_t, & a &= 27,824; v_t \sim N(0,1) \\ \theta_t &= \theta_{t-1} + bw_t, & b &= -5,937; w_t \sim N(0,1) \end{aligned}$$

Por lo tanto, se tiene que:

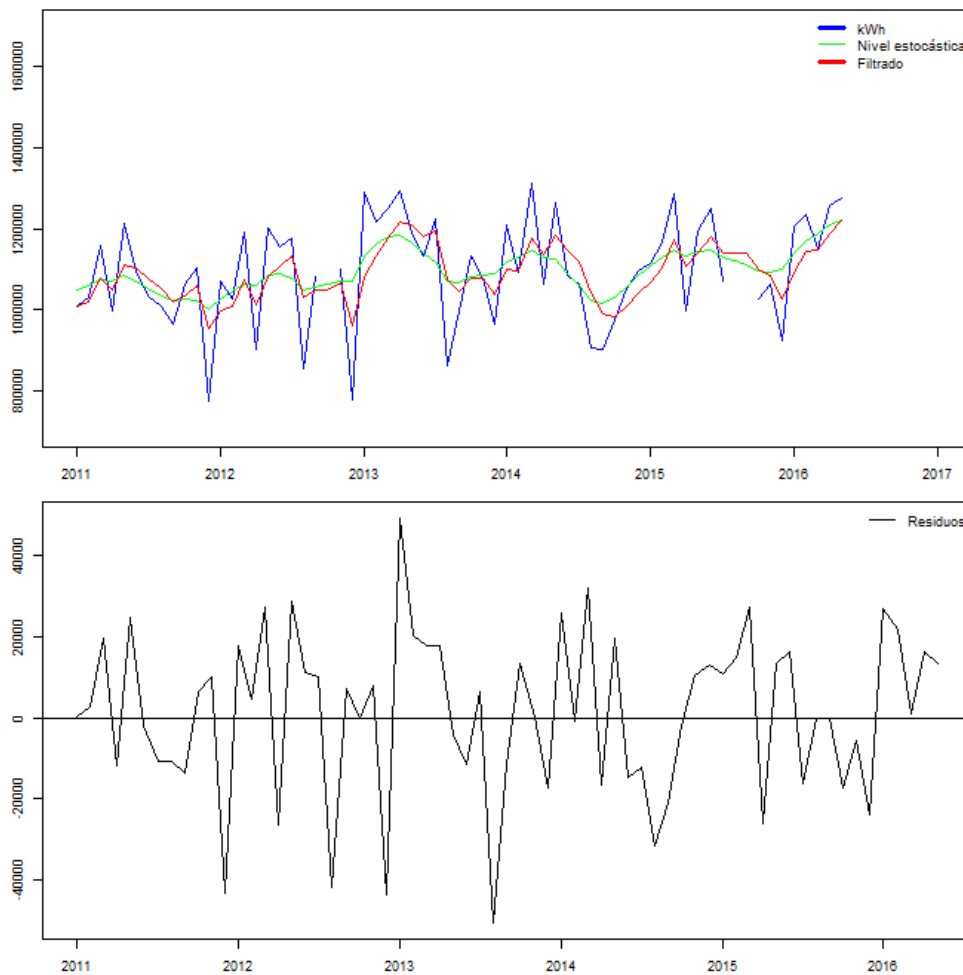
$$F= 1$$

$$G= 1$$

$$W= -5.937$$

Después de obtener los parámetros desconocidos del modelo, se realizó la filtración y el suavizamiento de la serie, por medio del filtro de Kalman. Los resultados obtenidos se muestran en el gráfico 3:

Gráfico 3. Resultados del modelo polinomial para el consumo de energía



Fuente: Información confidencial de Aresep

En los gráficos anteriores se puede observar como el modelo captura la evolución aleatoria de la serie en el tiempo y considera todo aquello no observable que está contenido en los estados.

En el primer gráfico, se observa como los datos faltantes de la serie son imputados por el modelo y la aplicación del filtro de Kalman, que es el objetivo principal de esta investigación. Los residuos parecen no seguir un patrón y parecen tener una media y variancia constante.

En este caso, en el tiempo t , la tendencia esperada de la serie del consumo de energía, se puede considerar como el comportamiento esperado de cada observación en el tiempo, un número “ k ” de pasos adelante, $t+k$, es decir, Y_{t+k} para $k \geq 1$, dada la información hasta el tiempo t que se tiene de la serie analizada.

Se hace un análisis más formal de los residuos de este modelo por medio de la aplicación de algunas pruebas (Tabla 3). El diagnóstico de los residuos que se incluye a continuación sugiere que no hay evidencia de correlación serial y su distribución es relativamente normal, bajo la hipótesis nula de que los residuos siguen una distribución normal y son independientes (no autocorrelación).

Tabla 13. Pruebas de normalidad de los residuos. Modelo polinomial

Prueba	Estadístico	p-value
Pearson	9,6308	0,2919
Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov)	0,086925	0,2584
Shapiro	0,97421	0,1918

Fuente: Información confidencial de Aresep

Luego de este análisis, se decidió agregar un componente para capturar la estacionalidad de la serie.

2.2. Modelo para la estacionalidad

Para incorporar al modelo el componente de la estacionalidad, es necesario incorporar ecuaciones de estado adicionales para cada componente estacional. El componente estacional se mide con una frecuencia mensual.

Se siguieron los mismos pasos del modelo de la tendencia: se construyó el modelo (polinomial más estacional) y luego por medio de máxima verosimilitud se obtuvieron los valores de los parámetros desconocidos.

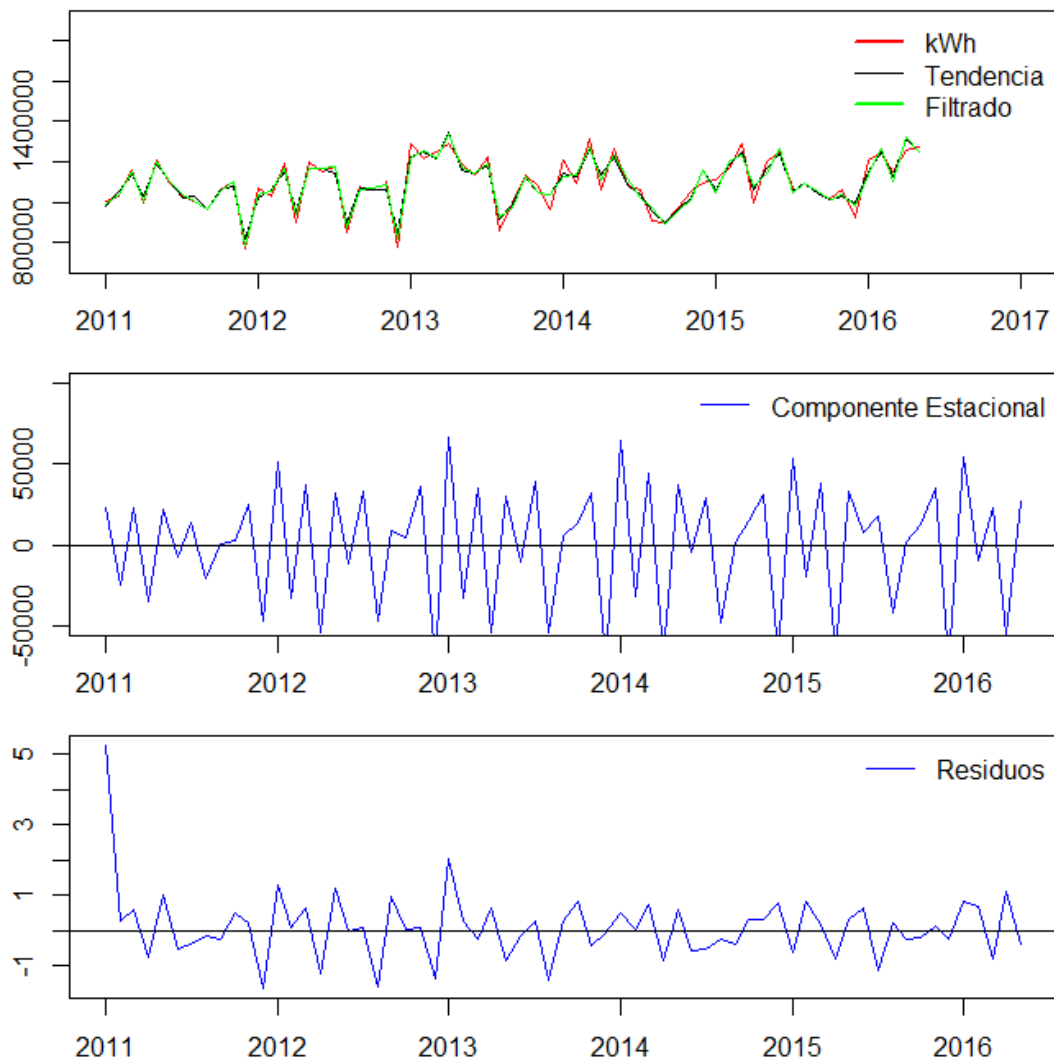
En este tipo de modelos los parámetros a conocer son v_t y w_t , los cuales son vectores gaussianos independientes con media 0 y matriz de variancias conocidas (V_t y W_t). Así las cosas, tenemos:

$$V_t = 2,77$$

$$W_t = \text{diag}(24,31; 20,12; 1,39; 1,86; 1,82; 1,46; 1,40; 2,35; 2,48; 0,59; 2,54)$$

Luego de estimar el modelo se aplicó el filtro y el suavizamiento de Kalman. Y se obtuvieron los siguientes resultados:

Gráfico 4. Resultados del modelo aditivo para el consumo de energía



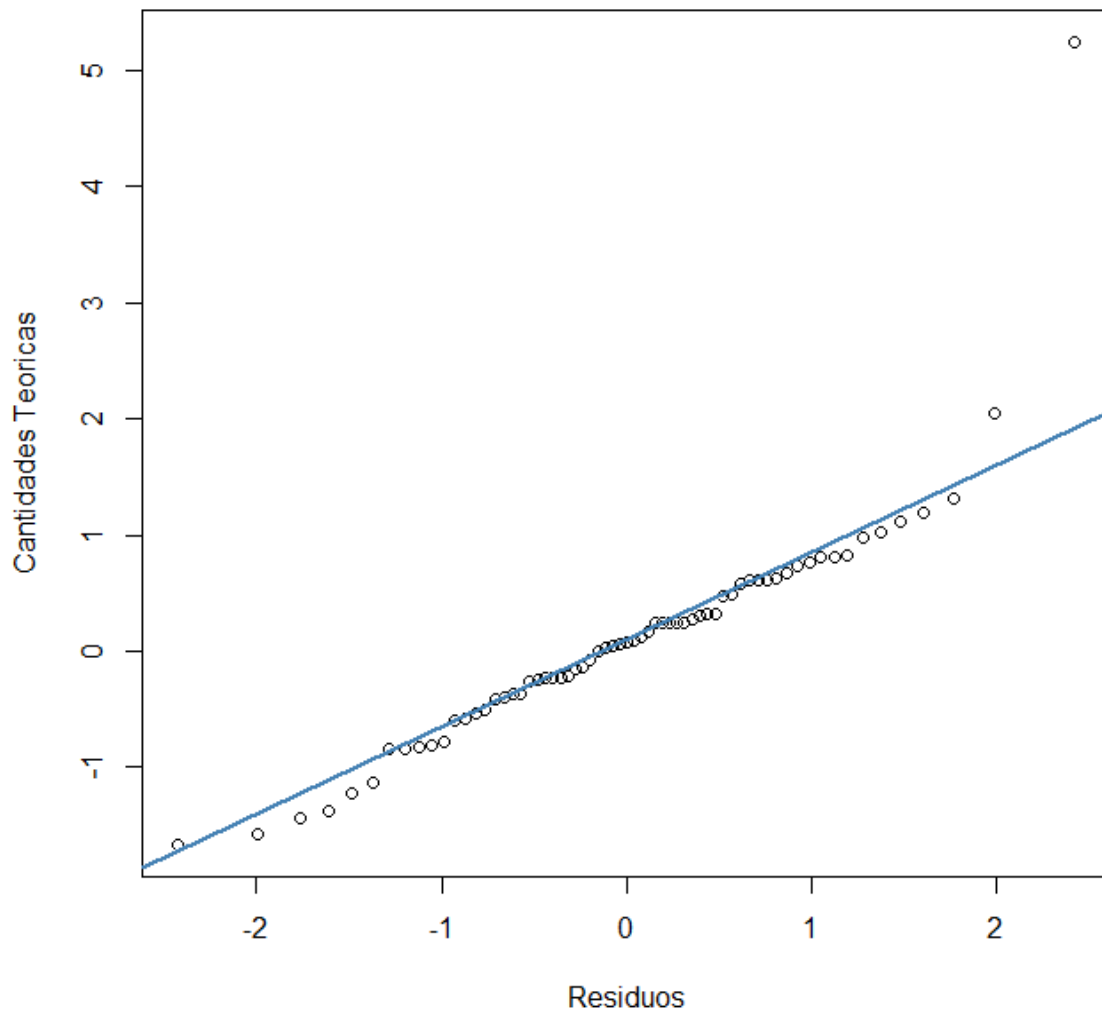
Fuente: Información confidencial de Aresep

El primer gráfico muestra los resultados del modelo polinomial, que al igual que como se analizó anteriormente, trata de simular el comportamiento aleatorio de la serie original, también, con este modelo se pueden imputar los datos faltantes. Como se puede apreciar de la comparación del gráfico 3 y 4, el modelo aditivo parece tener un mejor ajuste a los datos, hay un menor error en la parte de entrenamiento del modelo.

En el segundo gráfico, se extrae el componente estacional. En el tercero de los gráficos se muestran los residuos, que parecen tener variancia constante, tal y como lo proponen Campagnoli, *et al.* (2009) muchas veces un enfoque más informal para la verificación del modelo se basa en la evaluación gráfica de los residuos del modelo. Indican que, los más útiles son, un QQplot para evaluar la normalidad y un diagrama de la función de autocorrelación empírica de las innovaciones estandarizadas, para evaluar la autocorrelación.

En cuanto a lo anterior, se muestra el gráfico QQ de los residuos del modelo:

Gráfico 5. Gráfico QQ de los residuos del modelo aditivo



Fuente: Información confidencial de Aresep

Este es un gráfico de probabilidad utilizado para comparar dos distribuciones de probabilidad al trazar sus cuantiles uno contra el otro. En este caso, lo ideal es que los puntos se acerquen a una recta diagonal. Del gráfico anterior se podría pensar en la existencia de algunos datos atípicos, pero dado que el objetivo del trabajo es básicamente la imputación de los datos faltantes, no se considera necesario detenerse en ello.

Es importante recalcar nuevamente que, el modelo fue seleccionado de entre otros, por medio de los criterios de bondad de ajuste AIC y BIC y para el objetivo de la investigación que es la imputación de los datos faltantes, resuelve bien el problema.

Adicionalmente a los ejercicios mostrados, también se optó por estimar un modelo puro estacional, sin embargo, evidentemente este modelo solo capturó la estacionalidad de la serie, quedando componentes de la serie que no fueron captados, y la imputación de datos faltantes, así como el pronóstico de la serie, no arrojó resultados confiables.

Al respecto, tal y como lo indicó Campagnoli, et al. (2009), para estimar un modelo estacional hay que asumir que la serie tiene media cero, una media diferente de cero, o un componente de tendencia se pueden modelar por separado, por lo tanto, si se estima un modelo solo estacional, se está considerando a la serie como pura estacional, lo cual no es el caso de la serie analizada.

Análisis de bondad de ajuste de los modelos

Siendo que se tienen dos modelos que ajustan bien a los datos, se hace necesario evaluarlos por medio de los criterios de Akaike y de información Bayesiana. Los resultados se muestran a continuación:

Tabla 14. Comparación de criterios de bondad de ajuste

Modelo	Criterio AIC	Criterio BIC
Polinomial	1 791,133	1 795,482
Aditivo: Polinomial y estacional	1 605,689	1 631,782

Fuente: Información confidencial de Aresep

Como se puede observar, el modelo que presenta los menores valores de los criterios AIC y BIC a pesar de tener mayor cantidad de parámetros, es el modelo aditivo, por ello, aunque al analizar este modelo, los residuos no cumplieron algunos de los supuestos y a pesar de tener muchos más parámetros que el modelo polinomial, hace un buen ajuste de los datos y dado que el objetivo de la investigación es sobre todo la imputación de datos faltantes en el periodo de entrenamiento, se toma la decisión que para estos fines se va a elegir el modelo aditivo.

Por lo tanto, para la obtención de los datos faltantes y corroborar el cumplimiento de los requisitos de tarifa T-MTb por parte de la empresa industrial, basados en los criterios AIC y BIC, se decidió utilizar para el caso del consumo de energía, el modelo aditivo.

2.3. Estimación de datos faltantes

Ahora bien, se hace un análisis de los montos facturados por concepto de energía consumida. Para el año 2015, que es el año en que se presenta la disputa, la empresa tuvo un consumo de energía de más de 1GWh en 8 de 10 meses registrados (resaltados en gris), por lo tanto, para poder concluir si la empresa puede tener acceso a la tarifa T-MTb, se deben corroborar que cumple el primer requisito, que es, que en 10 de 12 meses haya tenido un consumo de energía de más de 1GWh, es por ello que, la estimación que se haga de los meses de agosto y setiembre 2015, es indispensable para la decisión sobre si la empresa puede acceder a la tarifa que solicita o no.

Cómo se pudo analizar en el capítulo II del Marco Teórico, en el caso de los DLM, permiten trabajar con series de tiempo que tienen datos faltantes (NA's), como es el caso de la serie analizada, y motivo por el cual, era necesario estimar un modelo que pudiera estimar estos datos. De esta manera, cuando se calcularon los modelos por medio de la filtración y el suavizado, se obtuvo una estimación para los valores faltantes.

Por medio del filtrado y del suavizamiento, se pudo obtener una estimación para los valores faltantes de los meses de octubre 2012, agosto y setiembre 2015, así como sus intervalos de confianza al 95%. De esta manera, el DLM aditivo estimó los valores faltantes para el consumo de energía, en los siguientes valores:

Tabla 15. Valores faltantes

Fecha	Límite inferior	Valor medio	Límite superior
Octubre 2012	809.861	1.063.743	1.317.625
Agosto 2015	794.901	1.048.783	1.302.665
Setiembre 2015	794.901	1.048.783	1.302.665

Fuente: Información confidencial de Aresep

Para el caso académico, se presenta el intervalo de confianza (IC) al 95% de confianza, sin embargo, dado que la investigación se hace para ilustrar la toma de una decisión con fines de la Aresep, la decisión es que se muestre únicamente el valor medio del intervalo, el cual, para efectos prácticos es el que tiene la mayor probabilidad.

Considerando que para el año 2015 se tenían 8 meses en los cuales la empresa tuvo un consumo de energía mayor a 1GWh y con la estimación de los dos meses faltantes de información, basados en el valor medio del intervalo de confianza al 95%, se observan consumos mayores a este requisito, por ello, es posible concluir

que, para efectos prácticos de la Aresep, por el lado del consumo de energía, la empresa industrial si está cumpliendo con el requisito de consumo.

Pronóstico de la serie

En el caso de los DLM, la estimación de los estados es solo un paso para predecir observaciones futuras. Primero se estima el valor del estado, luego basados en esa estimación se puede obtener la predicción de Y_{t+k} .

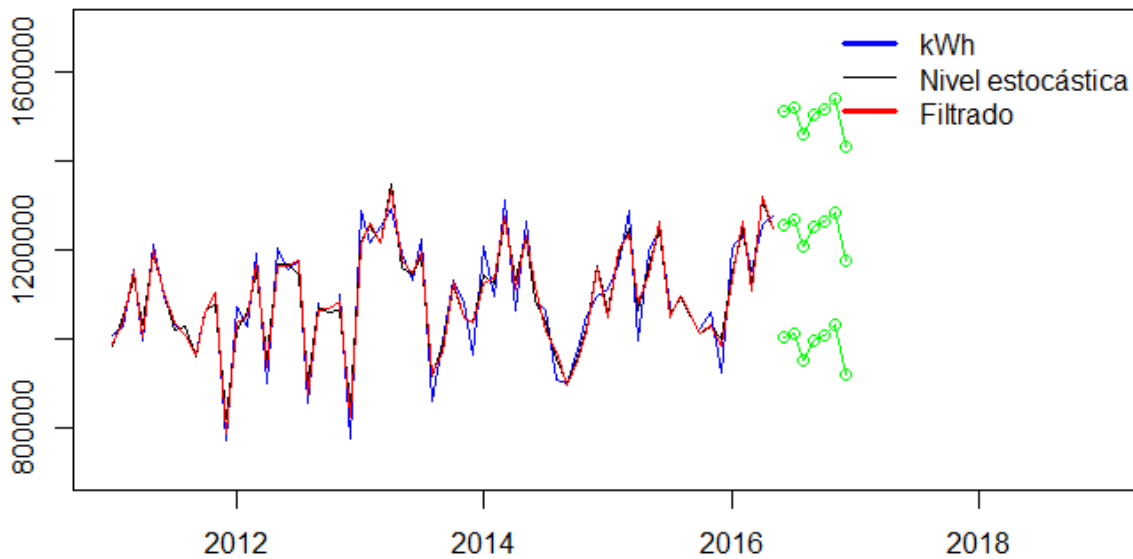
En este caso, se estimaron 7 datos, para tener todas las observaciones para el año 2016 y el DLM aditivo arrojó los siguientes resultados para el pronóstico, que nuevamente se calcularon con sus intervalos de confianza al 95%.

Tabla 16. Pronóstico del consumo de energía

Fecha	Valor estimado	Límite inferior	Límite superior
Junio 2016	1.257.492	1.003.610	1.511.374
Julio 2016	1.266.710	1.012.828	1.520.592
Agosto 2016	1.207.263	953.381	1.461.145
Setiembre 2016	1.250.505	996.623	1.504.387
Octubre 2016	1.261.913	1.008.031	1.515.795
Noviembre 2016	1.284.479	1.030.597	1.538.361
Diciembre 2016	1.176.141	922.259	1.430.023

Fuente: Información confidencial de Aresep

Gráfico 6. Pronóstico modelo aditivo para el consumo de energía



Fuente: Información confidencial de Aresep

En el caso del análisis del año 2016, en la tabla 5, se desprende que para los 5 meses que se tenía información, el consumo de energía de la empresa fue mayor a 1GWh, y con el pronóstico de la serie, tabla 7 y gráfico 6, se puede concluir que, basados en el valor medio del intervalo de confianza al 95%, que es el de mayor probabilidad, se cumple nuevamente con el límite mínimo de consumo.

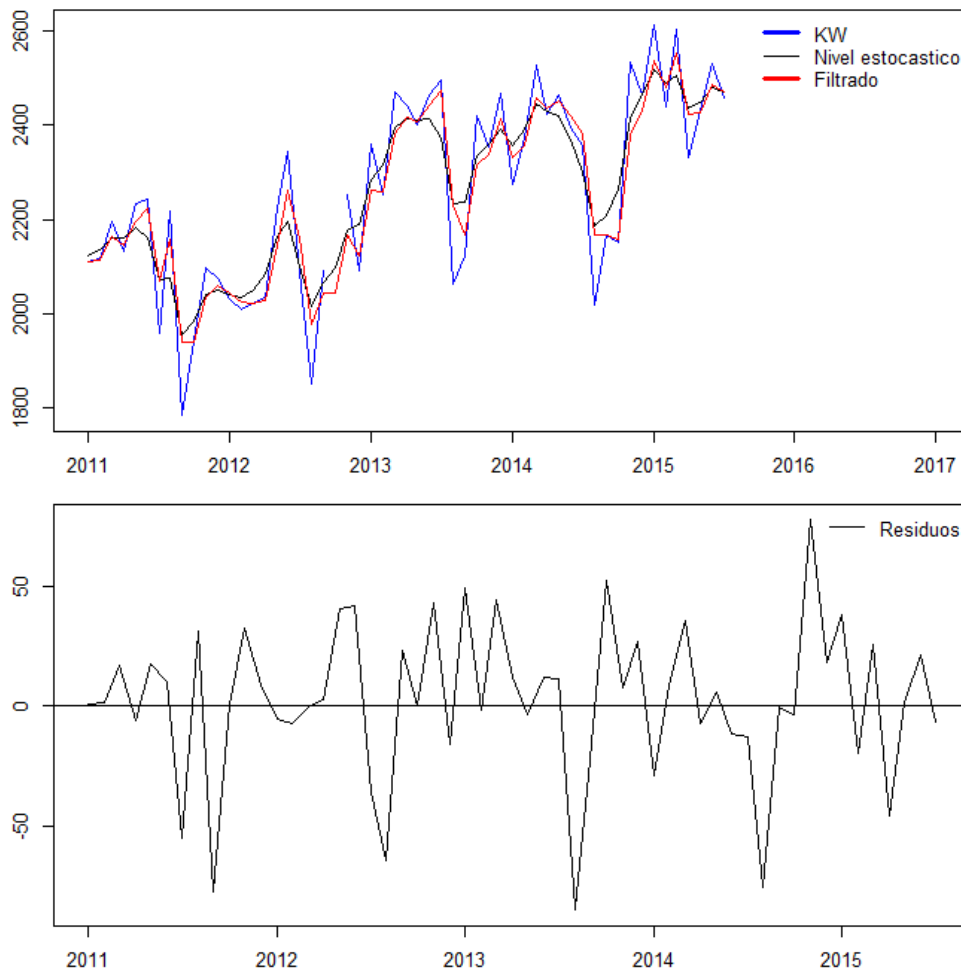
Tómese en cuenta que el modelo aditivo, que hace un mejor ajuste de los datos al presentar menor error en la parte de entrenamiento, sacrifica incertidumbre en el pronóstico.

3. Estimación de los DLM del consumo de potencia

Para analizar la serie del consumo de potencia, se siguió la misma lógica utilizada en el análisis de la serie del consumo de energía: 1. Se construyó el modelo para la tendencia, aunque los residuos no cumplieron los supuestos del modelo gráficamente se puede observar que el modelo polinomial hizo un buen ajuste de los datos y 2. se prosiguió con la construcción de un modelo aditivo, un DLM para la tendencia y un DLM para el componente estacional, se estimaron los parámetros

desconocidos y se aplicó el filtro y el suavizamiento de Kalman, se hicieron análisis de los residuos y 3. Se hicieron comparaciones basadas en los criterios AIC y BIC, de esta manera se observó que el modelo polinomial, respecto al aditivo arrojó mejores resultados en cuanto al ajuste de los datos. Los resultados se muestran a continuación:

Gráfico 7. Resultados del modelo polinomial para el consumo de potencia



Fuente: Información confidencial de Aresep

Ahora bien, se hace un análisis de los montos facturados por concepto de potencia consumida, para el año 2012, se tiene un dato faltante dentro del periodo de entrenamiento.

Cuando se calculó el modelo, se obtuvo una estimación para este valor faltante. Por lo tanto, este fue el procedimiento que se utilizó para la estimación de los datos faltantes, y por medio de ello se puede concluir que, el dato faltante de agosto 2012, el DLM lo estimó en: 2.044 KW, con un intervalo de confianza al 95% de confianza, que va de 1 641 KW a 2 447 KW.

Dado que para esta serie se necesitan 5 datos que están fuera de la región de entrenamiento del modelo y es necesario estimarlos, se toma la decisión que, esa estimación se hará por medio del pronóstico de la serie.

Pronóstico de la serie

En el caso de los DLM, la estimación de los estados es solo un paso para predecir observaciones futuras. Primero se estima el valor del estado, luego basados en esa estimación se puede obtener la predicción de Y_{t+k} .

En este caso, se estimaron 5 datos, para tener todas las observaciones para el año 2015 y el DLM polinomial arrojó los siguientes resultados para el pronóstico, que nuevamente se calcularon con sus intervalos de confianza al 95%.

Tabla 17. Pronóstico del consumo de potencia

Fecha	Valor estimado	Límite inferior	Límite superior
Agosto 2015	2469	2066	2872
Setiembre 2015	2469	2066	2872
Octubre 2015	2469	2066	2872
Noviembre 2015	2469	2066	2872
Diciembre 2015	2469	2066	2872

Fuente: Información confidencial de Aresep

En el caso del análisis del consumo de potencia del año 2015, en la tabla 8, se desprende que para los 7 meses que se tenía información, el consumo de potencia de la empresa fue mayor a 2GW, y con el pronóstico de la serie de los 5 valores que

restan para completar el año (Tabla 9), basados en el valor medio del intervalo de confianza al 95%, el cual es el que tiene mayor probabilidad y para fines prácticos de la Aresep, se puede concluir que se cumple nuevamente con el requisito mínimo de consumo de potencia.

4. Acceso a la tarifa solicitada

Siendo que, en el caso del consumo de energía y potencia de la empresa industrial analizada, los DLM estimados, permiten concluir que, se observa un consumo mayor a 1GWh y de 2GW, respectivamente, en 10 de 12 meses del año 2015 se concluye que la empresa cumple los requisitos para acceder a la tarifa T-MTb.

5. Modelo ARIMA

El modelo ARIMA se estimó con el objetivo de hacer una comparación con los DLM, en cuanto a facilidad de cálculo, flexibilidad y bondad de ajuste.

Para iniciar con el análisis de la metodología Box Jenkins, se indica que dado que el programa R para el análisis de procesos ARIMA no permite datos faltantes en la serie de tiempo analizada, el análisis se hace con la serie con los datos imputados en el apartado de los DLM y dado que los modelos ARIMA se muestran como una opción a los DLM, solamente se hará el ejercicio para el dato de consumo de energía, que es en el que se observa mayor variabilidad de los datos.

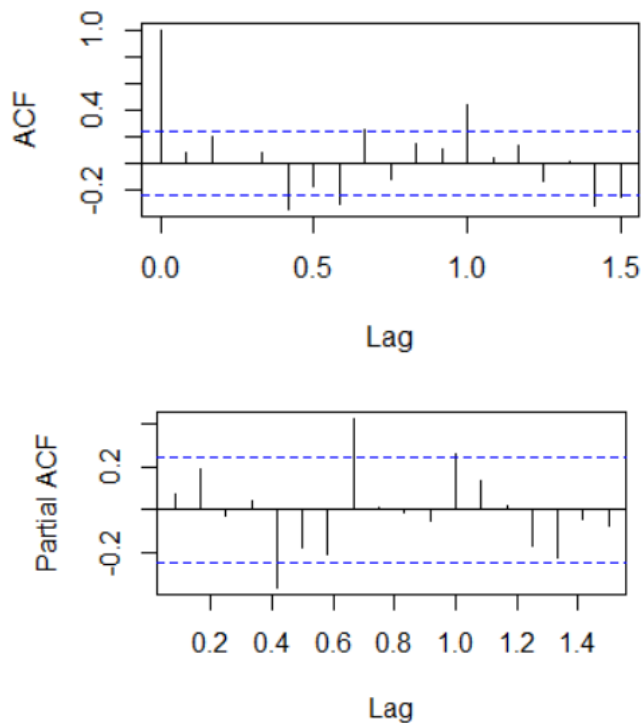
Partiendo de ella, tal como lo propone Hernández (2016) se inicia con el análisis del gráfico de las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial de la serie original.

5.1. Análisis de la FAC y PFAC

Como se indicó en el capítulo II, la inspección del correlograma permite identificar o detectar propiedades de la serie, como la estacionariedad y la estacionalidad.

Gráfico 8. Función de autocorrelación y autocorrelación parcial

Consumo de energía de una empresa industrial
-de enero 2011 a mayo 2016-
-kWh-



Las series estacionarias se caracterizan por mostrar una función de autocorrelación con un valor de correlación, r_1 relativamente grande en la FAC. Por otro lado, se tiene que, cuando la FACP muestra un comportamiento que va cayendo a cero, también se puede suponer que la serie es estacionaria.

Según Pankratz (1944), se recuerda que cuando se trabaja en la construcción de modelos ARIMA, uno de los principales requisitos es que la serie de tiempo sea estacionaria, si no es así, hay que hacer transformaciones a la serie, por medio de diferencias, o logaritmos, para lograr que la serie sea estacionaria $I(0)$.

En este caso se realizaron pruebas de raíz unitaria y se consideró que era necesario hacer una transformación de la serie por medio de las primeras diferencias.

Teniendo en cuenta lo anterior, se procedió con la identificación (p, q) del modelo ARIMA.

5.2. Identificación:

Para la identificación del modelo ARIMA, los autores indican que hay que comparar las FAC y FACP con las funciones teóricas. Sobre este punto, se hicieron varias propuestas, pero dado que el objetivo principal de la investigación no es el análisis de los modelos ARIMA, se van a omitir todas las pruebas que se hicieron y solamente se va a mostrar el modelo que al final fue el que se identificó.

En el caso de la serie analizada se identificó que la misma presenta un modelo ARIMA en la parte estacional, del análisis de la FAC y la FACP se identificaron varios modelos los cuales fueron probados y se verificaron tanto los supuestos de los residuos, como normalidad e independencia, así como la significancia de los parámetros, los modelos que se probaron fueron los siguientes: $(1,1,1)(1,1,1)_s$, $(1,1,0)(1,1,0)_s$, $(1,1,0)(1,0,0)_s$, $(2,1,1)(0,0,1)_s$ y el modelo $(0,1,1)(0,0,1)_s$. Este último modelo fue el que pasó todas las pruebas que verifican los supuestos de los modelos ARIMA.

5.3. Estimación:

Con la identificación anterior, lo que sigue es estimar el modelo, para ello se usó el software estadístico R, con el paquete: *forecast*

Los resultados obtenidos son los siguientes:

Tabla 18. Resultados de ajustar el modelo ARIMA (0,1,1)(0,0,1)

Variable	Coefficiente	S.E	t-Statistic
ma1	-0,9265	0,0894	-10,364
sma1	0,6019	0,1576	3,819
MLE de la varianza de las innovaciones		1,075e+10	
log likelihood		-836,24	
aic		1.678,47	

5.4. Verificación:

Luego de la estimación del modelo, se debe hacer una verificación de este, ello se hace por medio de la evaluación de algunos criterios de los modelos ARIMA.

5.5. Parámetros

Se inicia con el análisis de la significancia e invertibilidad. Los coeficientes que identificaron los componentes de medias móviles, se espera que sean en valor absoluto menor que 1, en este caso se cumple, dado que los parámetros son -0,09265 y 0,6019. A un 95% de confianza, se puede considerar que los coeficientes individualmente son significativamente diferentes de 0.

5.6. Análisis de los residuos

Luego se analizan los residuos del modelo, para corroborar que no hay autocorrelación entre ellos.

Se evalúan algunos criterios formales de los residuos que se muestran en el siguiente cuadro:

Tabla 19. Análisis de los residuos del modelo ARIMA (0,1,1)(0,0,1)_s

Prueba	Estadístico	p-value
Ljung-Box	11,797	0.2989
Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov)	D= 0,065429	0.7007
Shapiro	W= 0,98629	0.6906

Fuente: Información confidencial de Aresep

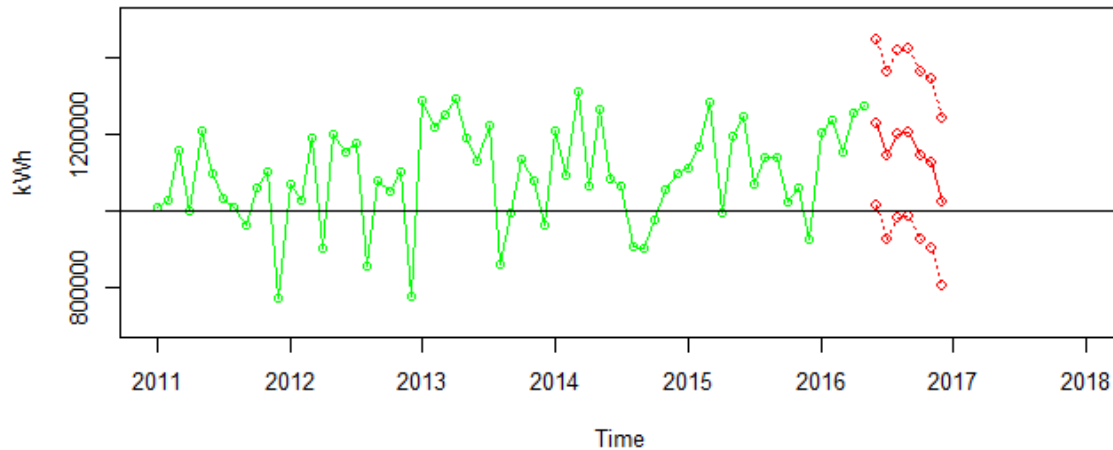
Bajo la prueba de Ljung-Box, se puede indicar que las autocorrelaciones residuales no son significativamente diferentes de cero, y se acepta el supuesto de que los residuos son aleatorios independientes. La prueba de Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov) y Shapiro, permiten aceptar el supuesto de que los residuos provienen de una distribución normal.

Luego de cumplir con la verificación del modelo, se puede decir que el modelo logró simular el comportamiento de la serie de tiempo y entonces se procede con el pronóstico de la misma.

5.7. Pronóstico

La estimación del pronóstico, también se realizó con el software R y se obtuvieron los siguientes resultados, considerando un 95% de confianza para la estimación de las observaciones futuras:

Gráfico 9. Pronóstico de la serie con el modelo ARIMA



Fuente: Información confidencial de Aresep

Se muestran el pronóstico con sus intervalos de confianza al 95%. En el gráfico se puede ver la línea negra que marca el consumo de 1GWh (requisito para la tarifa deseada) y como se puede observar, el pronóstico de la serie permite indicar que, el consumo de energía mínimo requerido se cumple en la empresa y en el tiempo analizado.

6. Comparación entre los modelos DLM y ARIMA

Para el caso de interés, ambos modelos concuerdan en que la empresa eléctrica tiene consumos de energía para el resto del año 2016, superiores a los 1.000.000 kWh, lo cual, hace más fuerte la posición de que es posible otorgarle a la empresa la entrada a la tarifa T-Mtb.

Para elegir el modelo que mejor ajusta a los datos analizados, se procedió con la evaluación de los criterios de bondad de ajuste AIC para los 3 modelos se obtuvieron los siguientes datos:

Tabla 20. Comparación de los criterios de bondad de ajuste

Modelo	Criterio AIC
DLM Polinomial	1 791
DLM Aditivo: Polinomial y estacional	1 606
ARIMA	1 678

Fuente: Información confidencial de Aresep

Como indica la teoría, el modelo que mejor ajusta a los datos, es el que presenta el menor valor del criterio AIC, que en este caso corresponde con el DLM aditivo.

Por su parte, los DLM tienen una estructura probabilística que ofrece un marco de modelización más flexible que los modelos ARIMA. Estos modelos, permiten trabajar con las series en sus niveles naturales, sin ser necesario transformaciones para obtener una serie estacionaria, tampoco hay que considerarla modificaciones por cambios estructurales, patrones irregulares, entre otros.

Para el caso del modelo ARIMA, como bien lo indica la teoría y los autores, hay que hacerle muchos análisis y eventualmente modificaciones a la serie de tiempo para volverla estacionaria.

Capítulo V

Análisis de la Norma técnica

Según la información de la Junta Directiva de la Aresep (2015), para la estimación de energía y potencia consumida pero no facturada, hay que referirse al artículo 52 de la norma SUCOM, la cual indica que, cuando se dé el caso de energía y potencia consumida pero no facturada, la empresa eléctrica debe utilizar para la estimación del consumo:

“como base tres lecturas reales posteriores a la corrección de la causa que dio origen al error o, en aquellos servicios en los que existe una carga del tipo estacional (por ejemplo: ingenios, beneficios de café o clientes con tarifa horario/estacional), se comparará el mes en que se produjo la falla con su promedio de estacionalidad del año anterior”. (Junta Directiva de la Aresep, 2015)

Con la información que aporta la norma técnica SUCOM, se puede observar que, la misma propone dos procedimientos diferentes para la estimación del consumo no facturado: uno para lo que llama cargas del tipo estacional, que se refiere a los ingenios, beneficios de café o clientes con tarifa horario estacional, este tipo de clientes consumen energía solamente en una parte del año, por ejemplo: durante la cosecha cuando el ingenio está en funcionamiento, y otro procedimiento para todos los demás tipos de consumos, se entiende que son los que consumen energía y potencia todo el año.

Esta es una de las primeras oportunidades de mejora que se resaltan, dado que en la teoría estadística una serie estacional tiene otra connotación, es decir, si bien el consumo de energía de un ingenio se considera estacional, porque se espera que lo haga todos los años en meses específicos, como un comportamiento repetido a lo largo de los años, lo cierto del caso es que, otro tipo de industrias que consumen

energía todo el año, también pueden presentar rasgos estacionales a lo largo del año, por ejemplo, las industrias que se dedican a la producción de artículos navideños, las cuales aumentan sus consumos de energía al final del año, otro ejemplo es la industria hotelera o casas de lujo/verano, las cuales tienen consumos muy elevados en los meses de verano, y en general, las industrias que se ven afectadas por los días festivos: vacaciones escolares, semana santa, etc.

Los dos procedimientos que menciona la norma son:

1. Tomar de base los 3 consumos anteriores a la causa que produjo el error, es decir, para estimar el dato de agosto de 2015, se debe de tomar como base los meses de mayo, junio y julio de 2015.

En este primer procedimiento se resalta otra oportunidad de mejora, dado que no se precisa que es tomar “como base”, se puede entender como que se obtenga un promedio, un promedio ponderado, el mayor valor de los 3 consumos anteriores, el menor, etc. Es decir, la norma podría estar dejando un vacío en el análisis y tratamiento que se le debe dar a la serie cuando se presentan datos faltantes.

2. En aquellos servicios en los que existe una carga del tipo estacional (por ejemplo: ingenios, beneficios de café o clientes con tarifa horario/estacional), se comparará el mes en que se produjo la falla con su promedio de estacionalidad del año anterior.

En el segundo procedimiento también se denota una oportunidad de mejora, dado que dice que el valor faltante se comparará con su promedio de estacionalidad del año anterior, lo cual, no es un procedimiento ni concepto claro. No indica a que se refiere con el promedio de estacionalidad o con cual procedimiento se debe de obtener.

Por lo tanto, dado los análisis estadísticos que se hicieron en este caso, se observan oportunidades de mejora en la norma, para que la misma sea modificada y especifique el procedimiento para estimar los valores faltantes (consumos no facturados) de la siguiente forma:

1. Homogenizar el procedimiento a cualquier serie de tiempo: que dicha modelación se haga independientemente si la carga es estacional o no y que por medio de los DLM u otro modelo estadístico que se elija, se estudien los componentes de la misma: tendencia, estacionalidad, ciclos.
2. Modelo estadístico: que la estimación de los valores faltantes se realice por medio del uso de un modelo estadístico robusto que permita modelar el comportamiento de la serie de consumo, de forma retrospectiva y a futuro.
3. Energía: que el modelo estadístico permita modelar el componente de la energía consumida.
4. Potencia: que el modelo estadístico permita modelar el componente de la potencia demandada.

Contemplando las bondades de los DLM que se han analizado y la simpleza de estos modelos comparados con otros, como los ARIMA, la propuesta de la redacción de la norma se muestra a continuación:

“Artículo 52. Procedimiento de cobro de la energía y potencia consumida y no facturada

Cuando el prestador del servicio demuestre que en un servicio, se consumió energía eléctrica y se demandó potencia que no fue cobrada en su totalidad, o se cobró más energía de la consumida o se cobró más potencia de la demandada, podrá estimar la energía consumida y la potencia demandada. Para calcular el monto a cobrar de

la energía consumida y la potencia demandada y no facturada, la empresa eléctrica hará un análisis de la serie de tiempo considerando datos históricos (la mayor cantidad de datos posibles), en el que considere las características de la misma: tendencia, patrón estacional, ciclos y a partir de ese análisis estimará un modelo lineal dinámico (DLM), por medio del cual, obtendrá la estimación de los datos faltantes y podrá realizar pronósticos del comportamiento esperado del consumo de energía y potencia. En caso de cobros de más de potencia y energía, deberá devolver la totalidad de lo cobrado en exceso, con base a los registros de la empresa o de las pruebas que el abonado o usuario aporte.

Bajo ninguna circunstancia podrá la empresa eléctrica suspender el servicio si el abonado o usuario está al día en el pago de la factura por energía eléctrica del último periodo de consumo puesto al cobro.”

Capítulo VI

Conclusiones y Recomendaciones

1. Conclusiones

- 1.1. Considerar que el trabajo realizado corresponde a un ejercicio puramente académico.
- 1.2. Los modelos de espacio - estados son muy flexibles, y permiten describir los fenómenos debido a ciertos estados que no son estáticos, como es el caso de las series de consumo de energía y potencia. En esta investigación solo se analizó los DLM.
- 1.3. En el caso de las series de tiempo analizadas con los DLM, es posible modelar la estacionalidad y la tendencia, pero un aspecto poderoso de los DLM es que permite mediante la técnica de descomposición aditiva, pensar en la serie como la unión de distintos componentes, donde cada componente puede describirse mediante un modelo dinámico individual, de esta manera ir capturando sus características una a una.
- 1.4. En la parte de implementación del modelo, se escogió un modelo simple que permitiera mostrar el uso que se le puede dar a este tipo de modelos que no han sido tan estudiados en la maestría en Estadística.
- 1.5. Aunque en el caso del consumo de energía, el análisis de los residuos del modelo aditivo no dio los mejores resultados, si fue el modelo que mostró los mejores resultados en cuanto a los criterios de bondad de ajuste AIC y BIC, en comparación con el modelo de la tendencia y el modelo ARIMA. En el caso del consumo de la potencia, se optó por el modelo polinomial, también basados en los criterios AIC y BIC.

- 1.6. Los modelos ARIMA, requieren de muchos análisis a la serie de tiempo, mientras que, al trabajar con los DLM, se analiza la serie de forma natural, con sus características propias, lo cual los hace más amigables y sencillos de usar para lo que se requiere en esta investigación.
- 1.7. Los parámetros desconocidos de los DLM se pueden obtener por máxima verosimilitud y por medio de la inferencia bayesiana, pero en este caso, solo se mostró el cálculo por medio de máxima verosimilitud.
- 1.8. Otra de las grandes bondades de estos DLM, es que permiten calcular los parámetros de manera recursiva, dado su representación computacional, y esto permite sacarle provecho a las observaciones que van ingresando al modelo.
- 1.9. Los DLM permiten trabajar con series con datos faltantes, que es una característica muy común de las series que analiza la Aresep, en el caso de situaciones cuando un medidor falló en alguna medición, por lo tanto, la importancia de su uso en el caso de la investigación realizada.
- 1.10. Dado el análisis de las series del consumo y energía de la empresa industrial utilizando los DLM, se concluye que cumple los 2 requisitos establecidos en la resolución RIE-035-2016 (Intendencia de Energía) para acceder a la tarifa T-MTb.
- 1.11. La recomendación de la modificación de la norma se hace solamente con fines académicos.
- 1.12. La propuesta que se realiza a la norma técnica incluye la estimación de datos faltantes de alguna serie de consumo y/o potencia por medio de la utilización de los DLM, por su fácil comprensión y flexibilidad.

- 1.13. La norma técnica tiene oportunidades de mejora en el sentido de hacerla más clara, práctica y contundente en el procedimiento a seguir para estudiar el comportamiento de una serie de tiempo y de esta manera estimar datos faltantes, para evitar disputas entre empresas, o en su defecto poder tener una estimación robusta.

2. Recomendaciones

- 2.1. Mejorar la redacción de la norma técnica analizada, para que la misma procure el análisis del comportamiento de las series de tiempo y su modelación para estimar los valores faltantes (consumos no facturados).
- 2.2. En el caso de la Aresep, cuando se trabaja con una serie con datos faltantes y es necesario imputar estos datos, se recomienda el uso de los DLM.
- 2.3. Se podría hacer una segunda parte de esta investigación, por medio del cálculo de los parámetros desconocidos por medio de la estadística bayesiana y comparar los resultados con el uso de máxima verosimilitud.
- 2.4. Dado que la investigación se pensó para el análisis univariado de series de tiempo, se recomienda seguir investigando posibles explicaciones del comportamiento del consumo de energía en el sector industrial, por medio de análisis multivariado, y de esta manera estudiar el impacto que podrán tener algunas series económicas como el Índice de Actividad Económica, el comportamiento de las tasas de interés y del tipo de cambio, y otras, en el consumo de energía.
- 2.5. Una recomendación para futuras aplicaciones es utilizar otras configuraciones en la modelación de la imputación, por ejemplo, las que están incluidas en el paquete de R: imputeTS.
- 2.6. Considerar la realización de una partición en datos de entrenamiento y prueba con el fin de darle mayor validez al trabajo o a futuras investigaciones.

Referencias bibliográficas

- Argüello, A. (2019). *Capacitación sobre Servicios Auxiliares*. Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos. San José, Costa Rica.
- Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos (2008). *Ley 7593 Ley de la Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos*. 1ªed. San José, Costa Rica, 2008. 2ªreimpresión, 2011.
- Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos (2013). *Reglamento Interno de Organización y Funciones de la Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos y su Órgano Desconcentrado (RIOF)*. San José, Costa Rica.
- Baptista, P., Fernández, C. y Hernández, R. (2003) *Metodología de la investigación*. Mc Graw Hill, México, D.F.
- Barriola, J. y Dotta, M. (2015) *¿Cómo funciona Google? el algoritmo Pagerank, diagramas de grafos y cadenas de Markov*. Revista de Investigación en Modelos Matemáticos Aplicados a la Gestión y la Economía Año 3 – N° 3. Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Argentina
- Campagnoli, P., Petris, G. y Petrone, S. (2009) *Dynamic Linear Models with R*. Springer
- Comité de Regulación. (2012). *Aplicación de la metodología para el ajuste de las tarifas del servicio de electricidad, producto de variaciones en el costo de los combustibles (CVC) utilizados en la generación térmica para consumo nacional, para el servicio de generación y el servicio de distribución*. Resolución 1031-RCR-2012 del 21 de diciembre de dos mil doce. San José, Costa Rica.
- Cordero, C. (2007). *Análisis de circuitos en ingeniería*. McGrawHill, México, D.F.
- Espinoza, E. (2020). *SECTOR ELÉCTRICO Y NORMAS TÉCNICAS DE ARESEP*. Mayo 2020. Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos. San José, Costa Rica.
- Hernández, O. (2011) *Introducción a las series cronológicas*. San José, Costa Rica Editorial UCR.

Hernández, S. (2016). *Curso SP-1639 Series Cronológicas*. Universidad de Costa Rica

Hyndman R, Athanasopoulos G, Bergmeir C, Caceres G, Chhay L, O'Hara-Wild M, Petropoulos F, Razbash S, Wang E, Yasmeeen F (2020). *_forecast: Forecasting functions for time series and linear models_*. R package version 8.13, <URL: <https://pkg.robjhyndman.com/forecast/>>.

Intendencia de Energía (2016). *Resolución RIE-035-2016 Ajuste tarifario de oficio al servicio de generación del Instituto Costarricense de Electricidad y al sistema de distribución de todas las empresas distribuidoras del servicio eléctrico nacional*. 18 de marzo de 2016.

Junta Directiva de la Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos. (2015) *Resolución RJD-072-2015 Supervisión de la comercialización del suministro eléctrico en baja y media tensión (AR-NT-SUCOM)*. Publicada en el Alcance digital N°31 a la Gaceta N°85 del 5 de mayo de 2014.

Kotzé, K. (s.f.) *Tutorial: State-Space Modelling*. Recuperado de: <https://kevinkotze.github.io/ts-4-tut/>

Mayoral, E. (2013). *Modelos lineales dinámicos aplicados a series de tiempo*. (tesis para obtener el título de actuario). Universidad Nacional Autónoma de México, México. Recuperado de http://132.248.9.195/ptd2014/enero/0707688/0707688_A1.pdf

Noguera, R. y Posado, S. (2007). *Comparación de modelos matemáticos*. Universidad de Antioquía. Medellín, Colombia.

Pankratz, A. (1944). *Forecasting with Univariate Box-Jenkins Models. Concepts and cases*. DePaw University

Pepió, M. (2002). *Series Temporales*. Barceló Digital, 2da Edición. Barcelona, España. Recuperado de: <https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=zEmCOBABiQ4C&oi=fnd&pg=PA11&dq=componentes+de+las+series+temporales&ots=fjmanBhPSi&sig=epUjU92Sgz7K7R8jF445w0O9bA0#v=onepage&q=componentes%20de%20las%20series%20temporales&f=false>

Petris, G. (octubre 2010). *An R package for dynamic linear models. Journal of Statistical Software. University of Arkansas.*

Procuraduría General de la República (2007). *Manual de Procedimiento Administrativo.* San José Costa Rica

Ulate, I. y Vargas, E. (2019). *Metodología para elaborar una tesis.* 3era reimpresión. San José, Costa Rica: EUNED.

Bibliografía

- Argüello, A. (2019). *Capacitación sobre Servicios Auxiliares*. Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos. San José, Costa Rica.
- Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos (2008). *Ley 7593 Ley de la Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos*. 1ªed. San José, Costa Rica, 2008. 2ªreimpresión, 2011.
- Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos (2013). *Reglamento Interno de Organización y Funciones de la Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos y su Órgano Desconcentrado (RIOF)*. San José, Costa Rica.
- Baptista, P., Fernández, C. y Hernández, R. (2003) *Metodología de la investigación*. Mc Graw Hill, México, D.F.
- Barriola, J. y Dotta, M. (2015) *¿Cómo funciona Google? el algoritmo Pagerank, diagramas de grafos y cadenas de Markov*. Revista de Investigación en Modelos Matemáticos Aplicados a la Gestión y la Economía Año 3 – N° 3. Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Argentina
- Campagnoli, P., Petris, G. y Petrone, S. (2009) *Dynamic Linear Models with R*. Springer
- Cara, F. y Ruíz, M. (2018) *Comparación de 2 modelos de series temporales multivariantes para la predicción de la demanda eléctrica*. Universidad Politécnica de Madrid. Madrid, España. Recuperado de: http://oa.upm.es/50274/1/TFG_MARIA_RUIZ_TEIXIDOR.pdf
- Comité de Regulación. (2012). *Aplicación de la metodología para el ajuste de las tarifas del servicio de electricidad, producto de variaciones en el costo de los combustibles (CVC) utilizados en la generación térmica para consumo nacional, para el servicio de generación y el servicio de distribución*. Resolución 1031-RCR-2012 del 21 de diciembre de dos mil doce. San José, Costa Rica.
- Cordero, C. (2007). *Análisis de circuitos en ingeniería*. McGrawHill, México, D.F.

Espinoza, E. (2020). *SECTOR ELÉCTRICO Y NORMAS TÉCNICAS DE ARESEP*. Mayo 2020. Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos. San José, Costa Rica.

Gujarati, D. (2004). *Econometría*. 4ta Edición. México: McGrawHill.

Hernández, O. (2011) *Introducción a las series cronológicas*. San José, Costa Rica Editorial UCR.

Hernández, S. (2016). *Curso SP-1639 Series Cronológicas*. Universidad de Costa Rica

Hyndman R, Athanasopoulos G, Bergmeir C, Caceres G, Chhay L, O'Hara-Wild M, Petropoulos F, Razbash S, Wang E, Yasmeeen F (2020). *_forecast: Forecasting functions for time series and linear models_*. R package version 8.13, <URL: <https://pkg.robjhyndman.com/forecast/>>.

Intendencia de Energía (2016). *Resolución RIE-035-2016 Ajuste tarifario de oficio al servicio de generación del Instituto Costarricense de Electricidad y al sistema de distribución de todas las empresas distribuidoras del servicio eléctrico nacional*. 18 de marzo de 2016.

Junta Directiva de la Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos (2014) *Planeación, Operación y Acceso, al Sistema Eléctrico Nacional*. (AR-NT-POASEN). Recuperada de: <https://aresep.go.cr/electricidad/normativa/1392-normativa-tecnica-nacional>

Junta Directiva de la Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos (2015). *Resolución RJD-069-2015 Supervisión del uso, funcionamiento y control de medidores de energía eléctrica (AR-NT-SUMEL)*. Publicada en el Alcance Digital N°31 a La Gaceta N°85 del 5 de mayo de 2015. Recuperada de: <https://aresep.go.cr/electricidad/normativa/1392-normativa-tecnica-nacional>

Junta Directiva de la Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos (2015). *Resolución RJD-070-2015 Supervisión de la calidad del suministro eléctrico en baja y media tensión (AR-NT-SUCAL)*. Publicada en el Alcance Digital N°31 a la Gaceta N°85 del 5 de mayo de 2015. Recuperada de: <https://aresep.go.cr/electricidad/normativa/1392-normativa-tecnica-nacional>

Junta Directiva de la Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos (2015). *Resolución RJD-071-2015 Supervisión de la instalación y equipamiento de*

acometidas eléctricas (AR-NT-SUINAC). Publicada en el Alcance digital N° 131 a La Gaceta N° 85 del 5 de mayo de 2015. Recuperada de: <https://aresep.go.cr/electricidad/normativa/1392-normativa-tecnica-nacional>

Junta Directiva de la Autoridad Reguladora de los Servicios Públicos. (2015) *Resolución RJD-072-2015 Supervisión de la comercialización del suministro eléctrico en baja y media tensión (AR-NT-SUCOM)*. Publicada en el Alcance digital N°31 a la Gaceta N°85 del 5 de mayo de 2014. Recuperada de: <https://aresep.go.cr/electricidad/normativa/1392-normativa-tecnica-nacional>

Kotzé, K. (s.f.) *Tutorial: State-Space Modelling*. Recuperado de: <https://kevinkotze.github.io/ts-4-tut/>

Liviano, D. y Puyol, M. (s.f.) *Modelos de regresión lineal simple y múltiple con R*. Universitat Oberta de Catalunya. Recuperado de: http://openaccess.uoc.edu/webapps/o2/bitstream/10609/71665/9/Econometr%C3%ADa%20con%20R_M%C3%B3dulo%201_Modelos%20de%20Regresi%C3%B3n%20Lineal%20Simple%20y%20M%C3%BAltiple%20con%20R.pdf

Mayoral, E. (2013). *Modelos lineales dinámicos aplicados a series de tiempo*. (tesis para obtener el título de actuario). Universidad Nacional Autónoma de México, México. Recuperado de http://132.248.9.195/ptd2014/enero/0707688/0707688_A1.pdf

Noguera, R. y Posado, S. (2007). *Comparación de modelos matemáticos*. Universidad de Antioquía. Medellín, Colombia.

Pankratz, A. (1944). *Forecasting with Univariate Box-Jenkins Models. Concepts and cases*. DePaw University

Pepió, M. (2002). *Series Temporales*. Barceló Digital, 2da Edición. Barcelona, España. Recuperado de: <https://books.google.es/books?hl=es&lr=&id=zEmCOBABiQ4C&oi=fnd&pg=PA11&dq=componentes+de+las+series+temporales&ots=fjmanBhPSi&sig=epUjU92Sgz7K7R8jF445w0O9bA0#v=onepage&q=componentes%20de%20las%20series%20temporales&f=false>

Petris, G. (octubre 2010). *An R package for dynamic linear models*. Journal of Statistical Software. University of Arfansas.

Procuraduría General de la República (2007). Manual de Procedimiento Administrativo. San José Costa Rica

Ulate, I. y Vargas, E. (2019). *Metodología para elaborar una tesis*. 3era reimpresión. San José, Costa Rica: EUNED.