

# La inexactitud del número de Mach de la onda de choque en el tubo de choque.

Ing. Alberto Juan Díaz Tey; M.Sc. e Ing. Georges Govaere Vicarioli, Ph.D.

Instituto de Investigaciones en Ingeniería (INII). Universidad de Costa Rica (UCR).

Ciudad de la Investigación. San José. Costa Rica

(506)8774 8227. alberto.diaztey@ucr.ac.cr

## Resumen:

Si un sistema de medición utilizado para medir un evento dinámico, es calibrado en régimen estacionario, los parámetros reportados no son adecuados para evaluar su exactitud operativa.

El tubo de choque constituye uno de las vías para calibrar dinámicamente los sistemas de medición de presión, siendo el número de Mach de la onda de choque, uno de los parámetros relevantes en su caracterización como patrón dinámico de presión.

La cuantificación experimental de la calidad del número de Mach en el prototipo de tubo de choque del Laboratorio de Mediciones Dinámicas (LMD) de la Universidad de Costa Rica (UCR), fue una tarea previa imprescindible en su validación como patrón dinámico de presión ante la falta de consenso internacional.

## 1 Introducción.

Aunque está demostrado que los resultados de la calibración estacionaria de un sistema de medida [1] no permiten describir su comportamiento dinámico de operación [2], es usual que continúen calibrándose en régimen estacionario.

La principal razón de esta actitud es que la forma tradicional de asegurar la trazabilidad de las mediciones al SI no es válida porque no existen actualmente las CMCs reportadas al BIPM por los institutos nacionales de metrología [3].

La sustitución del enfoque de calibración estacionaria por el de calibración dinámica, requiere del desarrollo de un sistema de medida que permita la "realización" de la definición de la unidad de medida [1].

En el caso de Costa Rica, se requiere de un patrón dinámico que gestione la trazabilidad de las mediciones de presión con amplitudes y frecuencias máximas de 417 hPa ( $\approx 6$  psi) y 1 Hz respectivamente, propias de la climatología del oleaje en el Océano Pacífico [4].

En el presente artículo se muestra el desempeño del prototipo de tubo de choque desarrollado en el LMD-UCR, con respecto a uno de las magnitudes influyentes: el número de Mach.

## 2 Marco teórico.

El tubo de choque es un generador de presiones aperiódicas, compuesto por dos cámaras de sección transversal constante, separadas por un diafragma colocado entre las bridas de unión (ver la Figura 1).

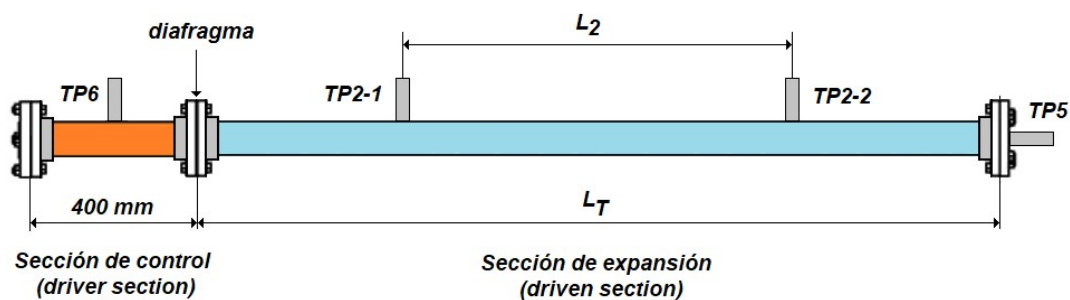


Figura 1. Tubo de choque: esquema simplificado.

Donde:

$TP$ : Puertos de medición donde se instalan los transductores de presión.

$L_T$ : Longitud total de la cámara de expansión [mm].

$L_2$ : Distancia entre los puntos medios de los puertos de medición TP2 [mm].

En general, la presión en la sección de control se incrementa mediante el flujo continuo de un gas de operación, hasta que se vence la resistencia del diafragma, que estalla y permite la expansión del gas.

La onda de choque resultante, que precede a la masa del gas de operación, activa a los sensores de los transductores de presión a su paso por los puertos de medición TP2.

Si el gas de la cámara de expansión es ideal, entonces la expansión del gas de operación es isoentrópica, y la presión de la primera reflexión de la onda de choque depende de la presión del gas ideal y del número de Mach [2, 5]:

$$p_5 = f(p_1, M_s) \quad (1)$$

Donde:

$p_5$ : Presión de la primera reflexión de la onda de choque [hPa].

$p_1$ : Presión del gas ideal en reposo [hPa].

$M_s$ : Número de Mach de la onda de choque.

El número de Mach es un parámetro adimensional que relaciona las velocidades de la onda de choque y del sonido:

$$M_s = a_s \times a_1^{-1} \quad (2)$$

Donde:

$a_s$ : Velocidad de la onda de choque [ $m \cdot s^{-1}$ ].

$a_1$ : Velocidad del sonido en el gas en reposo [ $m \cdot s^{-1}$ ].

La velocidad de la onda de choque se calcula según la siguiente ecuación:

$$a_s = L_2 \times t_2^{-1} \quad (3)$$

Donde:

$L_2$ : Distancia medida entre los puertos de medición TP2 [m].

$t_2$ : Tiempo de desplazamiento de la onda de choque entre las posiciones TP2 [s].

La velocidad del sonido en el gas ideal en reposo está definida por sus condiciones termodinámicas:

$$a_1 = (k_1 \times R \times T_1 \times M_g^{-1})^{0,5} \quad (4)$$

Donde:

$k_1$ : Coeficiente isoentrópico del gas, adimensional.

$R$ : Constante molar del gas [6]:

$$R = 8,314\ 472(15) \text{ J} \cdot (\text{mol} \cdot \text{K})^{-1}$$

$T_1$ : Temperatura termodinámica [K].

$M_g$ : Masa molar del gas [ $\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$ ].

Como la expansión del gas de operación es en un medio ideal, sus parámetros termodinámicos son independientes de las variaciones de temperatura:

$$k_1 = c_p \times c_v^{-1} \quad (5)$$

Donde:

$k_1$ : Coeficiente isoentrópico, adimensional.

$c_p$ : Calor específico del gas a presión constante [ $\text{kJ} \cdot (\text{mol} \cdot \text{K})^{-1}$ ] [7].

$c_v$ : Calor específico del gas a volumen constante [ $\text{kJ} \cdot (\text{mol} \cdot \text{K})^{-1}$ ].

$$c_v = c_p - R \quad (6)$$

## 2.1 Evaluación de la incertidumbre.

La incertidumbre del número de Mach se estimó bajo condiciones de repetibilidad exclusivamente.

Suponiendo que las variables de las magnitudes físicas de la ecuación (1) son estadísticamente independientes, la varianza del número de Mach de la onda de choque se estimó aplicando la Ley de propagación de incertidumbres [8] a la ecuación (2):

$$u_c(M_s) = + \sqrt{u_{a_s}^2(M_s) + u_{a_1}^2(M_s)} \quad (7)$$

<sup>1</sup> Forma de reportar la incertidumbre estándar utilizada en el presente artículo. El número entre paréntesis es el valor numérico de la incertidumbre estándar referida a las últimas cifras del resultado dado.

Donde:

$u_c(M_s)$ : Incertidumbre estándar combinada del número de Mach, adimensional.

$u_{a_s}^2(M_s)$ : Varianza asociada a la velocidad de la onda de choque, adimensional.

$u_{a_1}^2(M_s)$ : Varianza asociada a la velocidad del sonido, adimensional.

A continuación se expone el proceso de estimación de la incertidumbre de cada magnitud medida (variable):

a) Incertidumbre estándar aportada por la velocidad del frente de onda de choque:

$$u_{a_s}(M_s) = c_{a_s} \times u_c(a_s) \quad (8)$$

$c_{a_s}$ : Coeficiente de sensibilidad [ $m^{-1} \cdot s$ ].

$$c_{a_s} = \frac{\partial M_1}{\partial a_s} = a_1^{-1} \quad (9)$$

$u_c(a_s)$ : Incertidumbre estándar [ $m \cdot s^{-1}$ ].

b) Incertidumbre estándar asociada a la velocidad del sonido:

$$u_{a_1}(M_s) = c_1 \times u_c(a_1) \quad (10)$$

$c_{a_1}$ : Coeficiente de sensibilidad [ $m^{-1} \cdot s$ ].

$$c_{a_1} = \frac{\partial M_s}{\partial a_1} = a_s \times (-a_1^{-2}) \quad (11)$$

$u_c(a_1)$ : Incertidumbre estándar [ $m \cdot s^{-1}$ ].

## 2.2 Prototipo de tubo de choque.

La Figura 2 muestra el prototipo de tubo de choque construido, denominado TC-01-2m, por los 2 m de su sección de expansión.

El dispositivo está compuesto por dos secciones tubulares de policloruro de vinilo (PVC) de diámetro exterior constante e igual a 88,90 mm (3½ in).

Los tubos y bridas son categoría ASTM SCH 80 para asegurar su uso seguro en el rango de aplicación.

Las bridas móviles entre las secciones de control y expansión (posición 3), garantizan la hermeticidad del acople y la instalación del diafragma, que es una lámina de aluminio de espesor 0,1 mm, que permite alcanzar presiones de ruptura del orden de los 4,5 psi.

Los transductores de presión instalados en los puertos de medición TP2 son OMEGA PX4200-030GI®, destinados a detectar el paso del frente de la onda de choque y no para medir su presión, con salidas analógicas de 4 a 20 mA (CD) en el rango de medición manométrico hasta 206,8 kPa ( $\approx 30$  psi).

Las salidas de 4 a 20 mA CD se conectan a los puertos de medición del DAQ HMB QuantumX MX440B® (posición 1), administrado por su software HBM catman Easy®.

El fluido de operación es aire comprimido, y el flujo de entrada a la sección de control (posición 4), de 400 mm de longitud, se regula mediante una válvula de ajuste fino.

El fluido en la sección de expansión es aire seco a presión atmosférica, y su temperatura se considera igual a la del ambiente, registrándose cada 1 min con el DAQ EXTECH SD700 (posición 2).

La masa molar del aire seco en reposo en la cámara de expansión se calculó según las masas molares de sus constituyentes [9], considerando las incertidumbres reportadas de sus pesos atómicos [10]:

$$M_{as} = 28,965\ 46(45) \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

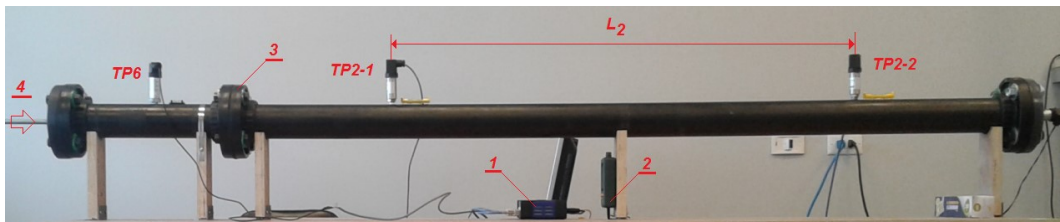


Figura 2. Prototipo TC-01-2m: vista general.

### 3 Resultados experimentales.

#### 3.1 Distancia entre los puertos TP2.

Simplificando la geometría entre los puertos de medición TP2:

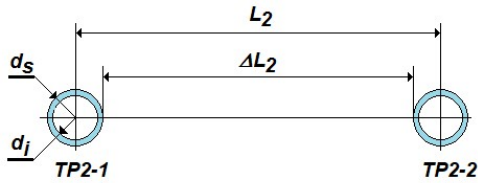


Figura 3. Prototipo TC-01-2m. Distancias características entre los puertos TP2.

La distancia entre los puertos de medición TP2 se estimó según la siguiente ecuación:

$$L_2 = \Delta L_2 + \left[ (d_s - d_i) + \frac{d_i}{2} \right] \times 2 \quad (12)$$

Donde:

$L_2$ : Distancia entre la posición central de los orificios [mm].

$\Delta L_2$ : Distancia entre los bordes interiores de los orificios [mm].

$(d_s - d_i)$ : Corrección por la conicidad de la rosca NPT del vástago del transductor de presión [mm].

Para las mediciones de los parámetros referidos se utilizaron los siguientes instrumentos de medición:

- Regla rígida de acero atemperado Starrett C635®.
- Pie de rey con indicación digital Mitutoyo CD-6"-CSX®.

La longitud resultante entre las posiciones TP2 del prototipo TC-01-2m es:

$$L_2 = 1\,195,97(41) \text{ mm.}$$

La distancia entre los puertos de medición TP2 coincide con la distancia que recorre el frente de la onda de choque durante la expansión isoentrópica del gas de operación en el aire seco de la sección de expansión del prototipo TC-01-2m.

#### 3.2 Realización del experimento.

Entre las 10:48 y las 12:08 h del 28 de junio del 2018 se realizaron tres "disparos" en el prototipo TC-01-2m para cuantificar la calidad de las mediciones del número de Mach en condiciones de repetibilidad.

Considerando que la temperatura del aire seco en reposo en el interior de la sección de expansión del prototipo TC-01-2m es igual a la temperatura del aire ambiental:

$$t_1 = \bar{t}_a = 23,03(0,50) \text{ } ^\circ\text{C}$$

Entonces su coeficiente isoentrópico se calculó según la ecuación (5):

$$k_1 = 1,400\,5(24\,1)$$

La velocidad del sonido para las condiciones termodinámicas del aire seco en reposo se calculó según la ecuación (4):

$$a_1 = 345,060\,8(1,525\,5) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Las mediciones registradas se exportaron un software de aplicación en Microsoft Excel®, para detectar gráficamente el momento en que el frente de la onda de choque pasa por los sensores de los transductores de presión instalados en los puertos de medición TP2 (ver el Gráfico 1).

Utilizando los promedios de los "disparos" en el prototipo TC-01-2m (líneas continuas en azul y rojo), se observa que al pasar el frente de la onda de choque primero por TP2-1, y después por TP2-2, activa a los sensores de los transductores de presión, produciendo un salto de presión.

Los saltos perfectamente identificados permiten calcular el tiempo que el frente de la onda de choque invierte en recorrer la distancia  $L_2$ :

$$t_2 = 3\,400,000(0,059) \text{ } \mu\text{s}$$

La variación del tiempo de recorrido en los tres "disparos" es despreciable, y solo es posible distinguirlo por la alta frecuencia de muestreo seleccionada en el DAQ: 1 muestra cada 100  $\mu\text{s}$ .

Conocidas la distancia entre los puertos de medición TP2 y el tiempo invertido por el frente de la onda de choque en recorrerla, se calcula la velocidad del frente de la onda de choque según la ecuación (3):

$$a_s = 351,755\,9(121\,5) \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

El número de Mach del frente de onda de choque se calcula según la ecuación (2):

$$M_s = 1,019\,4(45)$$

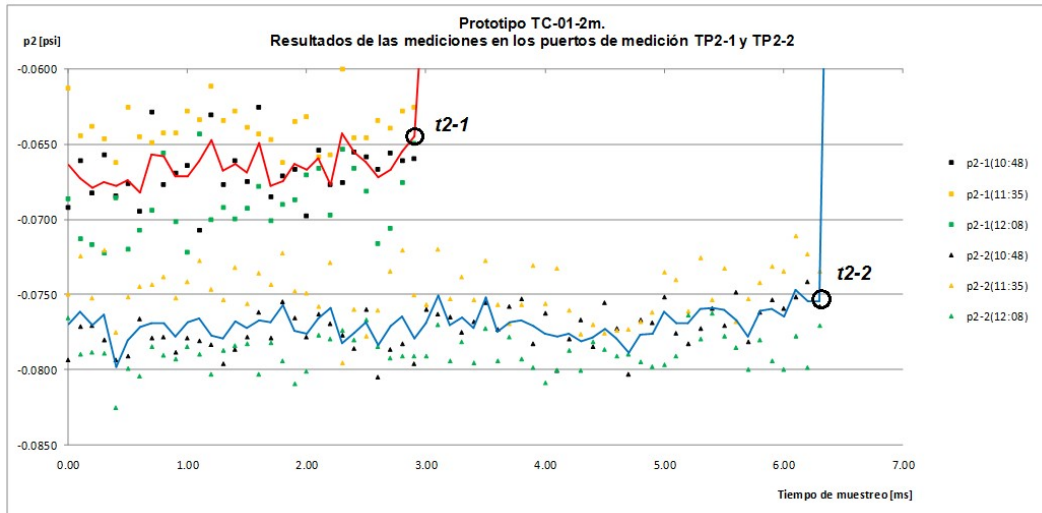


Gráfico 1. Prototipo TC-01-2m. Resultados de las mediciones en los puertos TP2.

#### 4 Discusión de los resultados.

Si se comparara la calidad metrológica del número de Mach obtenidos en el LMD-UCR con los reportados por el National Physical Laboratory (NPL) [11]:

Tabla 1. Número de Mach: comparación.

Parámetro	TC-01-2m	NPL
$u_r(M_s)$	0.443%	0.105%

Donde:

$u_r(M_s)$ : Incertidumbre relativa.

Se observa una importante diferencia porcentual. Analizando las causas, se compararon los resultados de las dos magnitudes influentes en el número de Mach: las velocidades de la onda de choque y del sonido:

Tabla 2. Velocidades: comparación.

Parámetro	TC-01-2m	NPL
$u_{a1}(M_s)$	99.393%	17.920%
$u_{as}(M_s)$	0.607%	82.080%

Donde:

$u_{a1}(M_s)$  y  $u_{as}(M_s)$ : Incertidumbres que ambas velocidades aportan a la incertidumbre del número de Mach.

Es evidente que los efectos de ambas magnitudes están "cruzados": para el NPL la incertidumbre que aporta  $a_s$ (82,080%) es

la más importante mientras que para el LMD-UCR es  $a_1$  (99,393%).

Si se analiza el presupuesto de incertidumbre de la medición de la velocidad del sonido en el LMD-UCR:

Tabla 3. Parámetros termodinámicos. Comparación.

Símbolo	TC-01-2m	NPL
$u_r(t_1)$	2.187%	0.500%
$u_r(c_p)$	0.500%	N.R
$u_r(c_v)$	0.701%	N.R

Donde:

N.R: No reporta.

La diferencia de la calidad metrológica de las mediciones de la temperatura del aire seco en reposo es probablemente, la causa de las diferencias encontradas en  $M_s$ .

#### 5 Conclusiones.

Si bien la calidad del  $M_s$  en el prototipo TC-01-2m es inferior a la reportada por el NPL, hay cuestiones técnicas que deben ser consideradas, por ejemplo, las presiones de operación entre ambos experimentos.

Sin embargo, como la "realización" de la presión dinámica se basa en el desarrollo de "... un patrón altamente reproducible basado en un fenómeno físico" [1], entonces la calidad de la medición del  $M_s$  en el prototipo TC-01-2m debe mejorarse.

Para lograrlo, se proponen las siguientes acciones:

**C1.** Mejorar la calidad metrológica del termómetro utilizado para medir  $t_1$ .

**C2.** Medir la temperatura del aire seco en el interior de la sección de expansión, y no en equilibrio térmico con el aire ambiental.

Pero antes de la implementación de las acciones anteriores, es necesario evaluar cuán significativa será su influencia en la incertidumbre de la presión de la primera reflexión de la onda de choque  $p_5$ .

El enfoque productivo de la metrología definirá al final, la viabilidad de su implementación, teniendo en cuenta el alcance de la aplicación prevista.

### Agradecimientos.

Los autores agradecen el valioso apoyo brindado por la Vicerrectoría de Investigaciones de la Universidad de Costa Rica en la solución metrológica presentada.

### 6 Referencias.

- JCGM 200:2012. International Vocabulary of Metrology – Basic and General Concepts and Associated Terms (VIM). 3rd Edition. 2008.  
<http://www.bipm.org/en/publications/guides/>
- Hjelmgren, Jan. Dynamic Measurement of Pressure - A Literature Survey. SP REPORT 2002:34. SP Swedish National Testing and Research Institute.  
[http://www.vibrationdata.com/tutorials/2002\\_34.pdf](http://www.vibrationdata.com/tutorials/2002_34.pdf)
- Calibration and Measurement Capabilities (CMCs). BIPM. Recuperado el 2015-02-15 de:  
<http://kcdb.bipm.org/appendixC/search.asp?iservice=M/Pres.3.4.2>
- Lizano. Omar G. Climatología del viento y oleaje frente a las costas de Costa Rica. Ciencia y Tecnología, 25(1-2): 43-56. 2007.  
[http://miocimar.ucr.ac.cr/sites/default/files/articulos/CLIMATOLOGIA\\_DEL\\_VIENTO\\_Y\\_OLEAJE\\_FRENTE\\_A\\_LAS\\_COSTA.pdf](http://miocimar.ucr.ac.cr/sites/default/files/articulos/CLIMATOLOGIA_DEL_VIENTO_Y_OLEAJE_FRENTE_A_LAS_COSTA.pdf)
- Schweppe J. L., Eichberger, L. C., Muster, D. F., Michaels, E. L. and Paskusz, G. F. Methods for the dynamic calibration of pressure transducers. NBS Monograph 67. December 12, 1963.  
[https://digital.library.unt.edu/ark:/67531/metadc13252/m2/1/high\\_res\\_d/NBS%20Monograph%2067.pdf](https://digital.library.unt.edu/ark:/67531/metadc13252/m2/1/high_res_d/NBS%20Monograph%2067.pdf)
- Mohr, P J and Taylor, B N. CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2002. Rev. Mod. Phys. 77 1–107. 2005.  
<https://journals.aps.org/rmp/abstract/10.1103/RevModPhys.77.1>
- Rivkin, S. L. Propiedades termodinámicas de los gases. Editorial MIR. 1979.
- JCGM 100:2008. GUM 1995 with minor corrections. Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement. September 2008.  
<http://www.bipm.org/en/publications/guides/>
- Wieser M E 2006 Atomic weights of the elements 2005 (IUPAC Technical Report) Pure Appl. Chem. 78 2051–66.
- Coplen T B and Peiser H S 1998 Pure Appl. Chem. 70 237–57.
- Downes, Stephen; Knott, Andy and Ian Robinson. Uncertainty estimation of shock tube pressure steps. NPL. XXI IMEKO World Congress “Measurement in Research and Industry”. 2015.