

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA  
SISTEMA DE ESTUDIOS DE POSGRADO

LAS PRÁCTICAS EVALUATIVAS DEL PROFESORADO DE MATEMÁTICA DE  
SÉTIMO AÑO CON BASE EN LOS PROGRAMAS DE ESTUDIO DEL MEP, UN  
ESTUDIO EN TRES LICEOS DEL VALLE CENTRAL.

Tesis sometida a la consideración de la Comisión del Programa de Estudios de  
Posgrado en Educación, para optar al grado y título de Maestría Académica en  
Educación con énfasis en Evaluación Educativa

ELIZABETH DÍAZ GUTIÉRREZ

Ciudad Universitaria Rodrigo Facio, Costa Rica

2021

## DEDICATORIA

A mi amado Dios y Padre de mi Señor Jesús, que otra vez abrió camino en el desierto y ríos en la soledad.

A mi amada y bella dama, Priscilla, ¡admiro tanta paciencia que tuviste con mamá!

A mis estudiantes de MA0011, pues me mostraron que el cambio es posible, todo es cuestión de actitud.

## **AGRADECIMIENTOS**

A las profesoras Jaqueline García, Julieta Solórzano y Karol Jiménez, por su paciencia, motivación, interés, compromiso, tiempo, respeto y recomendaciones para la construcción del presente trabajo final de graduación. ¡Fueron mis maestras en este proceso de formación profesional!

A las dos profesoras y profesor de matemáticas y al estudiantado, que abrieron las puertas de sus clases para que pudiera tener acceso a sus experiencias. En especial a la profesora del C1, por su ayuda genuina e interés por mejorar su práctica pedagógica. Sin ustedes no hubiese sido posible esta investigación.

A mi amiga Sonia, quien me apoyó y ayudó en todo momento.

A mis amigas de la maestría, ¡chicas, ustedes son una bendición en mi vida! Particularmente a Silvia, por no soltarme y potenciar mis capacidades.

A tía Marlen, Karen, Mile, doña Irma, Yosty, Abi y Daniel, quienes me apoyaron en el momento justo y de diferentes maneras.

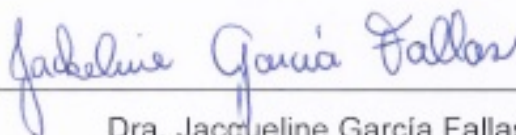
A Wen, Val, Nivi, Rei, Angie, Jorge, Lucy y todas las personas que me incluyeron en sus oraciones, eso lo vi reflejado a lo largo del proceso...

“Esta tesis fue aceptada por la Comisión del Programa de Estudios de Posgrado en Educación de la Universidad de Costa Rica, como requisito parcial para optar al grado y título de Maestría Académica en Educación, con énfasis en Evaluación Educativa”



---

Dra. Annia Espeleta Sibaja  
**Representante del Decano  
Sistema de Estudios de Posgrado**



---

Dra. Jacqueline García Fallas  
**Directora de la Tesis**



---

M.Sc. Karol Jiménez Alfaron  
**Asesora**



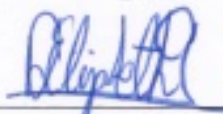
---

M.Ed. María Julieta Solórzano Salas  
**Asesora**



---

Dra. Patricia Marín Sánchez  
**Representante de la directora  
Programa de Posgrado en Educación**



---

Elizabeth Díaz Gutiérrez  
**Sustentante**

# TABLA DE CONTENIDO

DEDICATORIA.....	II
AGRADECIMIENTOS.....	III
HOJA DE APROBACIÓN.....	IV
TABLA DE CONTENIDO.....	V
RESUMEN.....	VIII
LISTA DE TABLAS.....	X
LISTA DE FIGURAS.....	XI
LISTA DE IMÁGENES.....	XII
LISTA DE GRÁFICOS.....	XIII
LISTA DE ABREVIATURAS.....	XIV
<b>1. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
<b>2. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN.....</b>	<b>3</b>
2.1 JUSTIFICACIÓN.....	3
2.2 OBJETIVOS.....	13
2.2.1 OBJETIVO GENERAL.....	13
2.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	13
2.3 LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN.....	14
2.4 ESTADO DE LA CUESTIÓN.....	14
<b>3. MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>18</b>
3.1 FUNDAMENTACIÓN PEDAGÓGICA DE LA TRANSFORMACIÓN CURRICULAR.....	19
3.1.1 EDUCAR PARA UNA NUEVA CIUDADANÍA.....	19
3.2 DESCRIPCIÓN DE LOS PROGRAMAS DE ESTUDIOS DE MATEMÁTICA.....	22

3.2.1 DESCRIPCIÓN DE LOS PROGRAMAS DE ESTUDIOS DE MATEMÁTICA DE 7° AÑO	30
3.2.2 PROCESOS MATEMÁTICOS	36
3.3 LA EVALUACIÓN DESDE EL REGALMENTO DE EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES Y EN LOS PROGRAMAS DE ESTUDIO DE MATEMÁTICA	39
3.4 PRÁCTICAS EVALUATIVAS EN LA CLASE DE MATEMÁTICA	44
3.5 PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN EL CONTEXTO ESCOLAR	47
3.6 EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES MATEMÁTICOS	53
3.7 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS Y SU EVALUACIÓN	55
3.7.1 MEDIOS PARA LA RECOLECCIÓN DE EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS	58
3.8 EL ROL DE LA POBLACIÓN DOCENTE Y ESTUDIANTIL EN LA EVALUACIÓN FORMATIVA	64
<b>4. METODOLOGÍA</b>	<b>77</b>
4.1 ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN	77
4.2 MÉTODO FENOMENOLÓGICO	80
4.3 SUSPENSIÓN DE ENJUICIAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN	92
4.4 SELECCIÓN DE LOS SUJETOS INFORMANTES	102
4.5 TÉCNICAS DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN PRIMARIA	107
4.5.1 OBSERVACIÓN PARTICIPANTE	107
4.5.2 ENTREVISTA CUALITATIVA	109
4.5.3 GRUPO FOCAL	110
4.6 ANÁLISIS DE INFORMACIÓN SECUNDARIA CUALITATIVA	112
4.6.1 ESTRATEGIA “4+6” PARA EL ANÁLISIS DE LAS PRUEBAS ESCRITAS	113
<b>5. ANÁLISIS DE RESULTADOS</b>	<b>122</b>
5.1 I CATEGORÍA: MEDIOS DE EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES MATEMÁTICOS	123

5.2 II CATEGORÍA: USO QUE SE DA A LOS MEDIOS DE EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES MATEMÁTICOS .....	148
5.3 III CATEGORÍA: ROLES DEL PROFESORADO Y DEL ESTUDIANTADO EN LA EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES .....	165
5.4 IV CATEGORÍA: EVALUACIÓN FORMATIVA DE LOS APRENDIZAJES MATEMÁTICOS..	183
5.5 V CATEGORÍA: EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES MATEMÁTICOS EN EL PLANEAMIENTO DIDÁCTICO .....	195
<b>6. CONSIDERACIONES FINALES Y RECOMENDACIONES .....</b>	<b>215</b>
6.1 .....	CONSIDERACIONES FINALES
.....	215
6.2 RECOMENDACIONES .....	221
6.3 FUTUROS TEMAS DE INVESTIGACIÓN .....	223
<b>BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>225</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>237</b>
ANEXO 1. RESEÑA DEL CONTEXTO INSTITUCIONAL .....	237
ANEXO 2. GUÍA PARA LA ENTREVISTA A DOCENTES .....	241
ANEXO 3. GUÍA EL GRUPO FOCAL. ....	249
ANEXO 4. FÓRMULA DE CONSENTIMIENTO INFORMADO.....	251
CONSENTIMIENTO .....	252
ANEXO 5. METARRÚBRICA.....	253
ANEXO 6. INDICADORES DE GRADOS DEL PROCESO RAZONAR Y ARGUMENTAR.....	256
ANEXO 7. INDICADORES DE GRADOS DEL PROCESO PLANTEAR Y RESOLVER PROBLEMAS.....	258
ANEXO 8. INDICADORES DE GRADOS DEL PROCESO CONECTAR.....	259
ANEXO 9. INDICADORES DE GRADOS DEL PROCESO COMUNICAR .....	260
ANEXO 10. ESTRATEGIA “4+6” PARA ANALIZAR ÍTEMS DE LAS PRUEBAS ESCRITAS.....	261

## RESUMEN

La presente investigación se llevó a cabo para conocer y comprender las prácticas evaluativas de docentes de matemática de séptimo año, ya que el enfoque principal de los Programas de Estudio de Matemática es la resolución de problemas, lo que conlleva repensar la evaluación de los aprendizajes, dejando de lado las prácticas tradicionales basadas en calificaciones numéricas.

En Costa Rica no se han realizado investigaciones semejantes enfocadas en la disciplina de matemática a nivel de secundaria; además, interesó trabajar en séptimo año, pues este nivel representa la transición de la primaria a secundaria en el contexto nacional.

El objetivo principal es analizar las prácticas evaluativas del personal docente de matemática de séptimo año, desde su práctica pedagógica, en tres liceos del Valle Central y su congruencia con las prácticas de evaluación que se derivan de los principios establecidos en los Programas de Estudio de Matemática.

Así, el objeto de estudio demandó un acercamiento a la realidad del cuerpo docente, su interacción con el estudiantado, la comprensión de cómo viven las personas participantes la evaluación de los aprendizajes a la luz de la teoría que se vislumbra en los Programas de Estudio de Matemática, y por lo tanto, la investigación se define como cualitativa. En concordancia, el método utilizado fue el fenomenológico, pues desde este busca conocer el significado que las personas dan a la experiencia vivida en torno a las prácticas evaluativas cotidianas y el cómo y por qué actúa en consecuencia de estas.

Participaron tres instituciones educativas de secundaria del sector público; su selección se realizó con base en las recomendaciones de personas expertas. Para recopilar información se efectuaron observaciones de clases entre agosto de 2019 y marzo de 2020, se aplicaron entrevistas a las personas docentes y grupos focales en los que participó el estudiantado, y se recopiló documentación como pruebas escritas, rúbricas y planeamientos de clase para complementar. También se hizo un análisis crítico de la documentación del MEP que sustenta los PEM, la resolución de problemas matemáticos y su evaluación, el rol del profesorado y del estudiantado según el paradigma educativo en el que se posiciona.

Se encontró que la prueba escrita sigue siendo protagónica entre los medios de evaluación utilizados por el profesorado, además de que la evaluación formativa se invisibiliza en el proceso evaluativo. Adicionalmente, que la persona docente tiene un rol protagónico, y en consecuencia, el estudiantado asume un rol pasivo ante las valoraciones que se hacen acerca de su trabajo.



Por otro lado, se constató que el profesorado no está trabajando acorde con el enfoque principal de los PEM, la resolución de problemas matemáticos, sino con base en el desarrollo de ejercicios rutinarios. Aunado a esto, la evaluación de los aprendizajes no se contempla en el planeamiento didáctico.

Se devela la necesidad de reflexionar sobre este tema en los cursos asociados a la formación de docentes de matemática, e insistir en el estudio de medios de evaluación de los aprendizajes acordes con la resolución de los problemas matemáticos.

Finalmente, las inferencias o conjeturas realizadas sobre las prácticas evaluativas del profesorado de matemática son válidas solo para las personas docentes participantes en la investigación.

Palabras clave: prácticas evaluativas, rol del profesorado, rol del estudiantado, evaluación de los aprendizajes matemáticos

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Momentos y propósitos de la evaluación en el aula.....	54
Tabla 2. Categorías de análisis: Búsqueda de la esencia y la estructura .....	83
Tabla 3. Extracto de una de las transcripciones realizadas. ....	87
Tabla 4. Categorías de análisis emergentes a partir de los referentes teóricos: Búsqueda de la esencia y la estructura .....	89
Tabla 5. Descripción de las instituciones donde se recopiló información .....	106
Tabla 6. Indicadores de grados del proceso Representar .....	115
Tabla 7. Ítem tarea matemática .....	117
Tabla 8. Rúbrica para evaluar los aprendizajes matemáticos profesora colegio 2. .....	128
Tabla 9. Rúbrica para evaluar los aprendizajes matemáticos profesora colegio 1 .....	129
Tabla 10. El uso que le da el profesorado a la información obtenida de los medios de evaluación, según estudiantes.....	153
Tabla 11. Prácticas evaluativas utilizadas, según estudiantes.....	155
Tabla 12. Importancia que le da el estudiantado a la prueba escrita.....	158
Tabla 13. Experiencia del estudiantado, dinámicas de clase.....	176
Tabla 14. Funciones docentes, según estudiantes .....	178
Tabla 15. Importancia de la evaluación sumativa .....	187
Tabla 16. Evaluación formativa .....	189
Tabla 17. Planeamiento didáctico PC1 .....	200
Tabla 18. Planeamiento didáctico PC2 .....	203

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Principios básicos de la evaluación de los aprendizajes matemáticos ...	41
Figura 2. V de Gowin para resolver problemas matemáticos.....	62
Figura 3. Mapa semántico sobre la articulación teórica.....	76
Figura 4. Para ilustrar estrategia “4+6” .....	117
Figura 5. V de Gowin para resolver problemas matemáticos de divisibilidad .....	138
Figura 6. Mapa semántico asociado a criterios de divisibilidad.....	141
Figura 7. Mapa semántico categoría de análisis I.....	147
Figura 8. Los cinco procesos matemáticos articulados en la resolución de problemas del MEP (2012).....	148
Figura 9. Mapa semántico categoría de análisis II.....	164
Figura 10. Mapa semántico categoría de análisis III.....	182
Figura 11. Mapa semántico categoría de análisis IV .....	194
Figura 12. El planeamiento didáctico .....	197
Figura 13. Mapa semántico categoría de análisis V .....	213

## LISTA DE IMÁGENES

Imagen 1. Fotografía diagnóstica MA0011. El resultado de la prueba escrita te define. ....	97
Imagen 2. Fotografía diagnóstica MA0011. Estoy sujeto a ser examinado.....	97
Imagen 3. Fotografía diagnóstica MA0011. La persona docente es quien evalúa a cada persona de manera individual. ....	98
Imagen 4. Fotografía de una tarea matemática realizada por una estudiante. ....	125
Imagen 5. Fotografía del trabajo cotidiano de un estudiante. ....	130
Imagen 6. Fotografía de la pizarra C2. ....	167
Imagen 7. Fotografía de estudiante escribiendo la pizarra la definición de número compuesto. ....	170
Imagen 8. Fotografía de estudiante escribiendo en la pizarra C3.....	175
Imagen 9. Fotografía de folleto de trabajo para séptimo año C2. ....	202
Imagen 10. Cuaderno de estudiante C3. ....	204
Imagen 11. Libro de texto de estudiante C3. ....	207

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1. Deserción intraanual en el séptimo año, Tercer Ciclo de la Educación General Básica y Educación Diversificada 2001-2016. ....	11
Gráfico 2. Las cinco áreas matemáticas en los cuatro ciclos educativos.....	31

## LISTA DE ABREVIATURAS

MEP	Ministerio de Educación Pública
PEM	Programas de Estudio de Matemática
PISA	Por sus siglas en inglés: Programme for International Student Assessment
REA	Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes
UCR	Universidad de Costa Rica



**Autorización para digitalización y comunicación pública de Trabajos Finales de Graduación del Sistema de Estudios de Posgrado en el Repositorio Institucional de la Universidad de Costa Rica.**

Yo, Elizabeth Díaz Gutiérrez, con cédula de identidad 111160040, en mi condición de autor del TFG titulado Las prácticas evaluativas del profesorado de matemática de séptimo año con base en los Programas de Estudio de Matemática del MEP. Un estudio en tres liceos del Valle Central.

Autorizo a la Universidad de Costa Rica para digitalizar y hacer divulgación pública de forma gratuita de dicho TFG a través del Repositorio Institucional u otro medio electrónico, para ser puesto a disposición del público según lo que establezca el Sistema de Estudios de Posgrado. SI  NO \*

\*En caso de la negativa favor indicar el tiempo de restricción: \_\_\_\_\_ año (s).

Este Trabajo Final de Graduación será publicado en formato PDF, o en el formato que en el momento se establezca, de tal forma que el acceso al mismo sea libre, con el fin de permitir la consulta e impresión, pero no su modificación.

Manifiesto que mi Trabajo Final de Graduación fue debidamente subido al sistema digital Kerwá y su contenido corresponde al documento original que sirvió para la obtención de mi título, y que su información no infringe ni violenta ningún derecho a terceros. El TFG además cuenta con el visto bueno de mi Director (a) de Tesis o Tutor (a) y cumplió con lo establecido en la revisión del Formato por parte del Sistema de Estudios de Posgrado.

**INFORMACIÓN DEL ESTUDIANTE:**

Nombre Completo: Elizabeth Díaz Gutiérrez

Número de Carné: 991356 Número de cédula: 111160040

Correo Electrónico: elizabeth.diaz@ucr.ac.cr

Fecha: 01 de junio de 2021 Número de teléfono: 86485688

Nombre del Director (a) de Tesis o Tutor (a): Jacqueline Garcia Fallas

**FIRMA ESTUDIANTE**

Nota: El presente documento constituye una declaración jurada, cuyos alcances ingresan a la Universidad, que su contenido sea tomado como cierto. Su importancia radica en que permite abreviar procedimientos administrativos, y al mismo tiempo genera una responsabilidad legal para que quien declare responsable a la verdad de lo que manifiesta, entienda un proceso penal por delito de perjurio, tipificado en el artículo 318 de nuestro Código Penal. Lo anterior implica que el estudiante se vea forzado a realizar su mayor esfuerzo para que no sólo incluya información veraz en la Licencia de Publicación, sino que también realice diligentemente la gestión de subir el documento correcto en la plataforma digital Kerwá.

# 1. INTRODUCCIÓN

El ejercicio de la docencia en matemática en secundaria, en el contexto costarricense, demanda que el profesorado cumpla con una serie de directrices, reglamentos y disposiciones curriculares que inciden de una u otra manera en su ejercicio profesional.

Por ejemplo, la Asamblea Legislativa (1957), en la Ley Fundamental de la Educación, establece que, en la enseñanza media (Tercer Ciclo y Ciclo Diversificado) se debe desarrollar el pensamiento reflexivo para la solución de problemas y el impulso del progreso cultural.

Luego, el MEP (2017), en la Política Educativa, menciona los elementos filosóficos, principios y ejes que guían la educación costarricense, entre los que se mencionan que: la educación debe estar centrada en la persona estudiante, el desarrollo de prácticas orientadas a la disminución de la brecha social y digital, la evaluación de los aprendizajes es medular para la transformación y la toma de decisiones didácticas, y la concepción de la persona docente como clave en la formación integral del estudiantado.

En concordancia, el MEP (2015), en la fundamentación pedagógica de la transformación curricular, expone la base teórica que fundamenta los programas de estudio en las diferentes disciplinas, así como los proyectos curriculares que se diseñan y llevan a cabo en el MEP.

El MEP (2018) expone las disposiciones reglamentarias que regulan el proceso de evaluación de los aprendizajes del sistema educativo costarricense, desde Primer Ciclo hasta Educación Diversificada o Técnica.

El MEP (2012) indica que la enseñanza de la matemática ha presentado diferentes problemáticas en el contexto nacional, entre ellos las bajas calificaciones obtenidas en pruebas como bachillerato, SERCE o PISA. Señala que tales resultados se asocian a múltiples factores, pero que uno de los más importantes se vincula con la forma en la que se ha impartido la disciplina. Además, refiere que, para superar las



deficiencias en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, es necesario un esfuerzo por parte del cuerpo docente por comprender y ejecutar los PEM.

Fonseca y Castillo (2013) ponen al descubierto aspectos relevantes en cuanto a la formación del profesorado de matemática, en la que se destaca la insatisfacción percibida por la persona docente en la formación profesional recibida, la cual se ve reflejada en su desempeño profesional; en particular, se menciona un divorcio entre los contenidos matemáticos y los pedagógicos, donde “difícilmente la formación recibida generará un docente crítico y reflexivo para mejorar la situación actual de la enseñanza de la Matemática, pues para muchos lo fundamental es la parte teórica de la disciplina y conciben la pedagogía como una trivialidad” (Fonseca y Castillo, 2013, p. 11).

Los elementos mencionados tienen incidencia directa en el ejercicio de la docencia, así como implicaciones en la formación inicial del profesorado, por esto resulta pertinente preguntarse cómo el profesorado de matemática está comprendiendo los PEM y cómo son sus prácticas pedagógicas, e interesa estudiar especialmente las que se asocian a la evaluación de los aprendizajes matemáticos.

Esta investigación pretende analizar las prácticas evaluativas de tres docentes de matemática de séptimo año en la educación costarricense. Para esto, primero se trata de comprender y articular cómo deberían ser esas prácticas con base en los lineamientos que dicta el MEP, la teoría en torno de la evaluación de los aprendizajes matemáticos y la resolución de problemas; luego se contrasta con el accionar docente en el aula. Dado que se busca mejorar la calidad de la educación en todos sus niveles, los hallazgos de la investigación pueden aportar pautas en la enseñanza y educación matemática del país.

## 2. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

### 2.1 JUSTIFICACIÓN

La matemática es una disciplina presente en todas las áreas del quehacer humano, por ejemplo, en la agricultura, la estadística, las ciencias médicas y la economía. De manera más específica, con las crecientes ciencias tecnológicas, a la matemática y sus aplicaciones “se les ha atribuido un nuevo valor de utilidad” (Keitel, 2004, p. 18), poniéndola también en la mira de los políticos y sus intereses. De Alba (1991) destaca el carácter político del currículum al afirmar que este se encuentra estrechamente relacionado y articulado con los intereses de ciertos grupos para sostener distintos proyectos políticos sociales.

Frente a esta situación, en 2010 se hace evidente el interés por parte de las autoridades del Ministerio de Educación Pública (en adelante el MEP), de replantear los programas de estudio en matemática costarricense. Se afirma que esta disciplina presenta múltiples problemas y uno de ellos se relaciona con “la forma en que se enseña las Matemáticas y con los programas propiamente dichos” (MEP, 2012, p. 10), en referencia a los programas de estudio que se venían poniendo en práctica desde hacía varias décadas.

Además, se hace hincapié en que la matemática, como disciplina escolar, es la que presenta el mayor fracaso de todos los niveles del sistema educativo y donde hay más debilidades, esto se afirma con base en los resultados de las pruebas SERCE y PISA, así

El desempeño promedio de las y los estudiantes costarricenses en las pruebas internacionales está por debajo del que muestran sus pares de países avanzados, y no se distinguen particularmente de los resultados obtenidos por otras naciones de América Latina. (Programa del Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible, 2013, p. 53).

Consiguientemente, desde el MEP se promueve un cambio en los planes de estudios y durante 2011 se expone una versión preliminar de los Programas de Estudio de Matemática, estos planes son para el I, II y III Ciclo de la Educación General Básica y Educación Diversificada.

Esta primera versión sale a la luz con el objetivo de informar al profesorado sobre los nuevos contenidos y la metodología planteada; además, con esta “se consultó a nuestras universidades públicas, las cuales respondieron con detallados análisis, críticas, sugerencias y recomendaciones. La propuesta, además, se colocó en Internet para que los interesados pudieran conocerla y valorarla” (MEP, 2012, p. 10).

La Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica, conformó una comisión integrada por ocho de sus profesoras, para que efectuaran un análisis de los Programas de Estudio de Matemática (en adelante los PEM). Durante este trabajo, se realizó una valoración de la coherencia interna de los PEM, se hicieron sugerencias al respecto, y se desarrolló una presentación pública del análisis y los hallazgos obtenidos, en la que estuvo como invitado el señor Ángel Ruiz, coordinador del equipo que desarrolló dichos programas.

Otras instituciones de educación superior, como el Instituto Tecnológico de Costa Rica, en coordinación con la Escuela de Formación Docente de la U.C.R. y la Universidad Nacional de Costa Rica, también se dieron a la tarea de revisar con detalle estos programas. La Asociación Nacional de Educadores (ANDE), aportó algunas críticas y recomendaciones, manifestando al Consejo Superior de Educación su preocupación, pues aseguraban que los Programas no contaban con una propuesta de evaluación acorde con los cambios sugeridos, y sostienen que podrían no trascender si paralelamente no se hacen reformas en el Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes.

Con base en los resultados y comentarios expuestos por las instituciones mencionadas, el Consejo Superior de Educación, en el Acta no. 1, del 04-01-2012, propone que se revisen de nuevo los PEM, con el fin analizarlos e incorporar las observaciones pertinentes. Los PEM se aprobaron en mayo de 2012 y su incorporación se hizo paulatinamente en todos los niveles del sistema educativo costarricense, para lo que se desarrolló un plan de transición entre el programa vigente en ese momento y el nuevo. En 2016, se implementan los PEM completamente, desde el primer año de la Educación General Básica hasta el último nivel de la Educación Diversificada, en todas sus modalidades y ofertas.

Ante esta reforma en el currículo de la matemática escolar, autores como Salinas (2002), Santos (2003), Ravela (2006), Rivas (2007) y Förster (2017), advierten que para que sean evidentes y mejores los cambios en el sistema educativo, es necesario repensar, replantear, mejorar e investigar sobre la evaluación de los aprendizajes; de lo contrario, se reduda en aprendizajes no significativos y de menor calidad o utilidad para el estudiantado. Análogamente, Álvarez (2011) afirma que paralelo a todo cambio en educación, se debe ejecutar también un cambio en las prácticas educativas, en las disposiciones burocráticas, administrativas y en la evaluación.

En un inicio, no hubo cambios significativos en el Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes (en adelante REA) o pautas específicas en los PEM. Algunos años después, particularmente en 2018, se publica el Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes, Decreto Ejecutivo 40 862-MEP, en donde se muestran cambios significativos a los valores porcentuales de los componentes de la calificación. En este sentido, se le da un mayor énfasis al valor porcentual del componente denominado trabajo cotidiano, ya que en este la persona estudiante desarrolla las actividades educativas propuestas por el profesorado para evidenciar el desempeño y logro de los aprendizajes en estudio, durante el proceso de enseñanza y aprendizaje

Por otro lado, se disminuye el valor porcentual de las pruebas, ya que es el componente asociado a la calificación que constata los logros del estudiante al finalizar el proceso de construcción de los conocimientos.

A modo de ejemplo, en el REA, Decreto Ejecutivo n° 35 355-MEP, en el artículo 30°, inciso i, se establece que la calificación de los aprendizajes del estudiantado, en cada asignatura en la Educación Diversificada, será el resultado de la suma de diferentes valores porcentuales, a saber: Trabajo cotidiano 10 %, Trabajo extraclase 10 %, Pruebas (mínimo dos) 70 %, Concepto 5 % y Asistencia 5 %.

En contraste, en el REA, Decreto Ejecutivo 40 862- MEP, se establece en el artículo 36°, inciso a, que el valor porcentual de cada uno de los componentes de la calificación para III Ciclo de la Educación General Básica, para la asignatura de

matemática está dado por: Trabajo cotidiano 45 %, Tareas 10 %, Pruebas (mínimo dos) 35 % y Asistencia 10 %.

Entre los aspectos que fundamentan esos cambios, se subraya la necesidad de adaptar la normativa anterior, de manera que responda a las nuevas tendencias académicas en el campo de evaluación de los aprendizajes. Se tomaron como referencia experiencias internacionales donde la evaluación formativa ha sido protagónica, y la adaptación se hace en concordancia con los PEM.

El MEP (2012) establece seis principios que deben guiar el planeamiento de la evaluación para el abordaje de los PEM, entre ellos: la evaluación es inherente al proceso—de enseñanza y aprendizaje; debe darse de forma paralela con las actividades de mediación; el análisis de la información recopilada debe permitir la reflexión y la toma de decisiones; las técnicas e instrumentos que se utilicen deben ser variados, acordes con cada nivel y los aprendizajes que se desarrollan, de tal forma que permita la valoración del conocimiento y de las habilidades específicas logradas.

Para que haya avenencia entre lo que establece el REA y los principios de evaluación de los PEM, la labor del profesorado es fundamental, pues se requiere un amplio dominio de los contenidos y procesos matemáticos presentes en estos, así como habilidad en el planeamiento, la resolución y evaluación de problemas matemáticos, pericia para la selección de actividades y materiales acordes con el nivel educativo y el contexto estudiantil, así como un amplio conocimiento sobre los tipos de evaluación, fundamentos, pertinencia y medios para la evaluación de los aprendizajes matemáticos.

Así, en el proceso de enseñanza y aprendizaje, el profesorado de matemática es imprescindible, en tanto “debe ser por excelencia fuente de estímulos e información, mediador(a) de los procesos de aprendizaje, de tal manera que permita y facilite el aprender a aprender” (Torres y Girón, 2002, p. 50). En congruencia, los PEM conciben al personal docente como crucial en el proceso de enseñanza y aprendizaje, desde la organización de la lección, el dominio de los contenidos, su

labor motivadora hasta la planificación y devolución efectiva de la evaluación de los aprendizajes.

Castillo y Cabrerizo (2003) aseguran que el profesorado debe sustituir la forma tradicional de evaluar para desarrollar una nueva actitud evaluadora acorde con la realidad educativa; “las estrategias de evaluación deben ser congruentes con el nivel de complejidad de los problemas propuestos” (MEP, 2012, p. 71).

No obstante, la evaluación de los aprendizajes matemáticos en el aula podría estar muy lejos de lo que sugiere el REA, el PEM o los autores citados. Algunos argumentos que justifican este supuesto son, por ejemplo, los resultados obtenidos en los últimos años en las pruebas PISA o el porcentaje de exclusión que hay en secundaria, específicamente en séptimo año.

Con respecto al primer argumento, Castro (2013) revela deficiencias estudiantiles en la resolución de problemas matemáticos, considerada por el MEP (2012) como una de las capacidades cognitivas clave en el aprendizaje de la matemática. Además, destaca que la “realización de la prueba diagnóstica de II ciclo en el 2008 y de III ciclo 2010 muestra una serie de carencias básicas en los conocimientos alcanzados por los estudiantes y un nivel bajo de logro” (Castro, 2013, p. 5).

El Programa Estado de la Nación (2015) también señala los bajos resultados obtenidos por el estudiantado de educación secundaria en pruebas nacionales e internacionales: “los resultados de las pruebas diagnósticas de II ciclo en 2012 mostraron que existe un alto porcentaje de estudiantes ubicados en el nivel de desempeño I” (Programa Estado de la Nación, 2015, p. 134), lo que significa que solo logran realizar los procesos y habilidades básicos. Al respecto

Esto es preocupante y constituye una alerta de cara a lograr mejores resultados en los demás ciclos, tanto precedentes como posteriores, en todas las asignaturas. En Matemáticas, dos terceras partes de los estudiantes se ubicaron en ese nivel, siendo la asignatura con desempeños más bajos (Programa Estado de la Nación, 2015, p. 134)

En relación con los resultados obtenidos en PISA 2009 y PISA 2012, no hay evidencia de avances significativos, es decir, la mayoría de la población examinada se mantuvo en un nivel emergente o nivel I, como sigue,

El Cuarto Informe Estado de la Educación planteó como desafío que el país alcanzara mayores niveles de desempeño en la prueba PISA. Sin embargo, en el 2012 se confirmó que al igual que en 2010, los desempeños generales de los estudiantes son relativamente bajos, sobre todo para Alfabetización Matemática, donde más del 60% de la población muestra está por debajo del nivel 2, que se considera el mínimo para poder participar de la sociedad del conocimiento (Programa Estado de la Nación, 2015, p. 134)

Consecuentemente, el Programa Estado de la Nación (2017) vuelve a ubicar a Costa Rica por debajo del puntaje promedio alcanzado por los países miembros de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), esto implica que la mayoría del estudiantado examinado, que ronda los quince años de edad, se sigue situando en los niveles de desempeño más bajos asociados a destrezas y habilidades elementales de matemática. Por otro lado, menos del 10 % de la muestra logró mostrar un desempeño en el nivel III, en el que se destaca la capacidad del estudiantado para resolver problemas.

Otro aspecto importante y que despierta especial interés en la investigadora es la necesidad de

Producir cambios generalizados en las prácticas educativas que se desarrollan en las aulas es fundamental para lograr mejoras efectivas en los resultados del sistema y, en particular, para superar los bajos desempeños de los estudiantes en las pruebas estandarizadas de primaria y secundaria, nacionales e internacionales. (Programa estado de la Nación, 2017, p. 32)

En particular, en la disciplina que compete se destaca que en el tiempo efectivo para la enseñanza en el aula, “el profesorado utiliza técnicas tradicionales, contrarias a las que recomienda el nuevo programa; se limitan a impartir la asignatura y dictar los ejercicios, y los alumnos a copiar y realizar el trabajo que se les pide” (Programa estado de la Nación, 2017, p. 32).

En el Séptimo Informe del Estado de la Educación, específicamente en El Programa Estado de la Nación (2019), se hace hincapié en que la aplicación en el aula de las reformas curriculares impulsadas por el MEP en todos los niveles y disciplinas escolares, no está teniendo lugar. Se menciona que “los docentes observados y consultados en preescolar, primaria y secundaria siguen impartiendo clases sin integrar las nuevas metodologías y enfoques propuestos en los programas de estudio, y no hacen de estos su partitura de trabajo” (Programa Estado de la Nación,

2019, p.16). Además, se agrega que estos hallazgos son una señal de alerta que requieren seguir siendo estudiados en distintas regiones del país.

Por otro lado, otro hecho importante que invita a hacer un análisis en séptimo año de Educación General Básica, es que, según el MEP (2013), este nivel educativo concentra la mayor cantidad de la población estudiantil, con un 29 % de la población total para 2012. Además, en ese mismo curso lectivo, matemática fue la disciplina donde se presentó la tasa más alta de reprobados. En concordancia con este punto, Förster (2017) afirma que “los juicios evaluativos que hacen los profesores sobre el rendimiento de sus estudiantes (notas, calificaciones, ranking) tienen un impacto considerable en sus experiencias de aprendizaje y en sus trayectorias educativas” (Förster, 2017, p. 22).

Aunado a lo anterior, este nivel educativo representa el mayor Porcentaje de Exclusión Intraanual en el III ciclo de la Educación General Básica y la mayor Tasa de Deserción Interanual para el III ciclo de la Educación General Básica y la Educación Diversificada, como los muestran las estadísticas del MEP (2020 c), en lo que respecta a 2018-2019, donde se evidencia que el nivel de séptimo supera la deserción intraanual del Tercer Ciclo de la Educación General Básica diurna y nocturna.

Asimismo, el Programa Estado de la Nación (2017) señala que existen impedimentos para concluir la Educación Diversificada de las personas jóvenes que ingresan al III ciclo de la Educación General Básica y a la Educación Diversificada, ya que los estudiantes matriculados “en undécimo año en 2016 representaron el 45,4 % de los que iniciaron séptimo en 2012 (cohorte 2012). Además, solo el 50,4 % de los jóvenes de entre 18 y 22 años había finalizado la secundaria en 2016” (p.183).

Para mitigar estas estadísticas, el MEP, en 2008, implementa la Reforma Integral de Normas Regulatoras de Promoción y Repitencia (MEP, 2011), con el objetivo de disminuir el fracaso escolar y la reprobación injustificada de años escolares, mantener al estudiantado en los centros educativos y reducir la deserción escolar por repercusiones promocionales; asimismo, efectúa cambios en los programas de



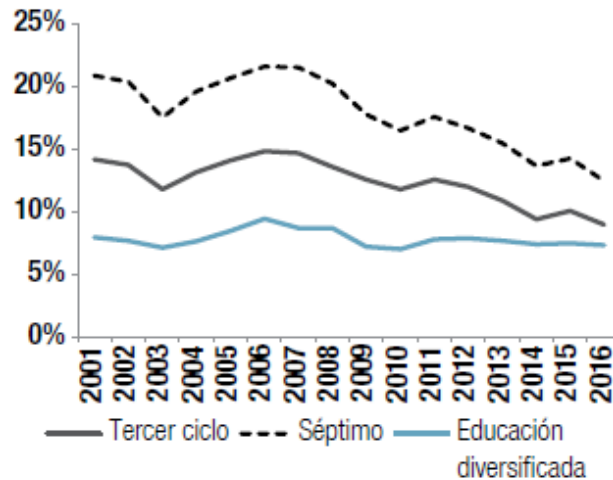
estudio de las diferentes asignaturas iniciando en 2009 con el Proyecto de Ética, Estética y Ciudadanía, al cual pertenece el Programa de Estudio de Matemática.

Es indispensable indicar que una persona estudiante que ingresa al sistema educativo y no culmina su trayectoria escolar, no adquiere las habilidades de pensamiento y competencias básicas de lectura, escritura, ni utilización de números para resolver problemas de la vida cotidiana.

Por ello, el proceso de construcción del conocimiento procura desarrollar en el estudiantado variedad de habilidades y capacidades en diversas áreas del saber, desde los pilares de la educación de aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir juntos y aprender a ser, en pro de que la población en edad escolar culmine sus estudios en Educación Diversificada, para la aprehensión de los saberes y obtenga habilidades, capacidades y competencias conceptuales, actitudinales y procedimentales.

Consecuentemente, en el sexto informe del Estado de la Educación se señala que los niveles de séptimo y de décimo representan la mayor cantidad de estudiantes que desertan del sistema educativo, ya que son los niveles de transición entre los diferentes ciclos educativos: de sexto a séptimo año (inicio del Tercer Ciclo de la Educación General Básica), de noveno a décimo año (inicio de la Educación Diversificada) como lo muestra el Gráfico 1.

Gráfico 1. Deserción intraanual en el séptimo año, Tercer Ciclo de la Educación General Básica y Educación Diversificada 2001-2016.



Fuente: Sexto Informe Estado de la Educación, 2017, p.198

Monedero (1998) y Castillo (2002) también destacan el papel sobresaliente de la evaluación, por su carácter socialmente legitimado para acreditar que las personas poseen ciertos conocimientos establecidos. Además, señalan que las actividades evaluativas repercuten directamente en las acciones escolares; por ejemplo, en el caso de la evaluación en séptimo año, esta debe proporcionar y analizar, entre otros aspectos, las evidencias necesarias para determinar si una persona domina los conocimientos y las habilidades específicas planteados en la propuesta curricular, de tal forma que pueda pasar al siguiente nivel escolar o no consiga hacerlo.

En este sentido se indica que

la evaluación constituye para los estudiantes, no sólo una actividad administrativa que acredita el nivel de sus conocimientos, sino que representa una experiencia personal y emocional de efectos substanciales y de largo alcance, dado que condicionarán el desarrollo de sus habilidades necesarias para progresar debidamente en su itinerario escolar, determinarán su futuro escolar e incidirán fuertemente en la construcción de sus identidades. (Litwin 2005; Earl y LeMahieu 2003, citado en Prieto y Contreras, 2008, p. 249).

Otro aspecto por resaltar es la falta de investigación en el ámbito de la evaluación de los aprendizajes, específicamente de los aprendizajes matemáticos. Prieto y Contreras (2008) sostienen que cualquier intento por mejorar la educación que ignore o no tome en cuenta el planeamiento de la evaluación, las prácticas evaluativas y las reflexiones sobre estas prácticas, se verá disminuido. Análogamente, Perassi, señala que

La evaluación en educación es una problemática difícil y compleja sobre la que se ha debatido muy poco en el ámbito de la escuela, aun cuando la misma ha provocado históricamente cierta intranquilidad en sus actores. (2014, p. 46).

Considerando cada uno de los argumentos anteriores, como los que motivan e impulsan esta investigación, se resumen los siguientes aspectos: lo novedoso de los PEM en el contexto público escolar costarricense; la importancia de la evaluación de los aprendizajes, en particular la evaluación de los aprendizajes matemáticos; los resultados obtenidos en pruebas internacionales; los altos índices de deserción estudiantil en séptimo año; las acciones del profesorado de matemática en este proceso evaluativo, pues este “debe ser por excelencia fuente de estímulos e información y mediador de los procesos de aprendizaje, de tal manera que permita y facilite el aprender a aprender” (Torres y Girón, 2002, p. 50).

Por lo tanto, se plantea como pregunta fundamental en esta investigación:

***¿Cuáles características presenta, desde la práctica pedagógica, la evaluación de los aprendizajes derivada de los principios establecidos en los Programas de Estudio en Matemática en séptimo año, del personal docente de tres liceos del Valle Central?***

Y se desprenden las siguientes interrogantes:

***¿Cuáles medios utiliza el profesorado de matemática para medir el aprendizaje estudiantil?***

***¿Cómo utiliza el profesorado la información obtenida en los medios para la evaluación de los aprendizajes matemáticos?***

***¿Cuál es el rol del profesorado de matemática y del estudiantado en la evaluación de los aprendizajes?***

En congruencia con el problema y los subproblemas, se establecen los objetivos que guiarán la investigación, tanto en el planteamiento de los lineamientos teóricos como los metodológicos:

## **2.2 OBJETIVOS**

### **2.2.1 OBJETIVO GENERAL**

Analizar las prácticas evaluativas del personal docente de matemática de séptimo año, desde su práctica pedagógica, en tres liceos del Valle Central, y su congruencia con las prácticas de evaluación derivadas de los principios establecidos en los Programas de Estudio de Matemática.

### **2.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

Analizar los medios utilizados por el profesorado de matemática para evaluar el aprendizaje estudiantil.

Determinar el uso que le da el profesorado a la información recopilada en los medios de evaluación estudiantil.

Determinar el rol que desempeña el profesorado y el estudiantado en el proceso evaluativo.

### **2.3 LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN**

- Las inferencias sobre las prácticas evaluativas del profesorado son válidas solo para las personas docentes participantes en la investigación.
- Se trabajó en el nivel de séptimo año de los colegios seleccionados.
- La investigación no abarcó todos los aspectos que intervienen en la dinámica de las aulas, sino solo los procesos asociados a las prácticas evaluativas del profesorado de matemática.
- Se pretendía trabajar con cuatro instituciones educativas, no obstante, dada la situación de emergencia de salud por la COVID-19, se tuvo acceso a tres colegios únicamente.

### **2.4 ESTADO DE LA CUESTIÓN**

Para la construcción de este apartado se hizo una revisión de trabajos realizados en universidades públicas de Costa Rica y en universidades de otros países, ya sea como tesis de grado o de posgrado, durante 2012 y 2019. Para esto se seleccionaron aquellas investigaciones relacionadas con las prácticas evaluativas de docentes de matemática o evaluación de la habilidad para la resolución de problemas matemáticos.

A continuación, se describen los trabajos agrupados en las investigaciones locales y las internacionales. Se destaca el tema central de la tesis, la población con la que se trabajó, el tipo de investigación y finalmente, los hallazgos vinculados con el tema de interés.

A nivel nacional, tras la revisión detallada del material disponible, se seleccionaron las tesis cuyo tema y hallazgos se vinculan con el objeto de estudio de esta investigación, así que se trabajó solo con tres investigaciones.

De la primera investigación se destaca como tema central las acciones del docente que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje y su relación con el porcentaje de aprobación. La población con la que se trabajó corresponde a 23 estudiantes de la sección 10-1 del curso lectivo 2016 del CTP de Pital de San Carlos,

y 5 docentes de matemática de este colegio. El tipo de investigación es cualitativa – experimental.

Entre los principales hallazgos, Zúñiga (2017) destaca que tanto el estudiantado como el profesorado participante, consideran que la motivación es un factor fundamental para el desarrollo de habilidades matemáticas. Además, las acciones docentes inciden de manera directa en las calificaciones del estudiantado.

La segunda se enmarca en las estrategias de evaluación para la resolución de problemas. El estudio se realiza con 33 estudiantes de séptimo año del Liceo Pacto del Jocote, en 2015. El tipo de investigación es cuantitativa - exploratoria y descriptiva.

Ávila (2015) sostiene que se deben ampliar esfuerzos por incorporar recursos tecnológicos que apoyen la gestión de la clase; por otro lado, subraya el hecho de que, al comparar las metodologías aplicadas por la profesora de Matemática, contra la propuesta del MEP (2012), se evidencia una contradicción, pues la clase que predomina es la denominada magistral o tradicional, donde la persona protagónica es la docente y no el estudiantado.

En la tercera investigación, el tema central es la evaluación de conocimientos matemáticos elementales. La población participante estaba constituida por el estudiantado que durante 2013 cursaba el undécimo año en los colegios públicos académicos diurnos, situados en la Gran Área Metropolitana. Esta población se encuentra distribuida en un total de 127 centros educativos ubicados en los 31 cantones que forman la GAM. El tipo de investigación se clasifica como cuantitativa – descriptiva – inferencial.

Uno de los principales hallazgos, de acuerdo con Pizarro y Ramírez (2014), es la falta de desarrollo de habilidades y conocimientos matemáticos a largo plazo, pues se privilegia la memorización de algoritmos o procedimientos para elaborar las pruebas escritas.

A nivel internacional, se hallaron dos investigaciones relacionadas con el tema que compete. La primera tiene como objeto de estudio la evaluación de los aprendizajes matemáticos desde la educación matemática crítica. La población contempla

estudiantes de segundo año de Educación Media General, jóvenes entre 14 y 15 años de edad, con un total de 30 participantes. La investigación es cualitativa.

Entre los principales hallazgos, Duarte (2013) destaca que las prácticas evaluativas se ven condicionadas por la mediación pedagógica, es decir “teniendo presente que un elemento importante son las creencias y concepciones de los docentes, debido a que estas marcan su práctica pedagógica, y, por ende, esto incide en sus prácticas evaluativas” (Duarte, 2013, p. 118). Además, se corroboró que la evaluación de los aprendizajes se asume como un proceso de comprobación de algoritmos descontextualizados.

La siguiente investigación tiene como tema central las prácticas de evaluación del profesorado de secundaria para la resolución de problemas en matemática. La población contempló docentes de matemáticas de secundaria y bachillerato de colegios públicos y urbanos de la ciudad de Bogotá. El tipo de investigación es cualitativa – descriptiva.

Entre los principales elementos que señala Cárdenas (2014), se destaca que aunque el currículo de matemáticas es explícito en cuanto a los objetos que deben ser evaluados, el profesorado manifiesta que para él algunos elementos no son importantes y, por lo tanto, no se ven reflejados en la evaluación de los aprendizajes matemáticos.

Además, destaca que los instrumentos de evaluación que emplea el cuerpo docente se centran en lo que el estudiante expresa por escrito; al respecto, reconoce las limitaciones para elaborar instrumentos de evaluación adecuados. Finalmente, Cárdenas (2014) afirma que las características de los problemas que el profesorado propone para la evaluación de los aprendizajes, se asemejan más a ítems que demandan una única respuesta, con datos necesarios y condiciones claras y exactas, en contextos intramatemáticos.

De las tres primeras investigaciones mencionadas sobresale el aporte de Zúñiga (2017), al afirmar que las acciones del personal docente, reflejadas en la metodología utilizada, la administración del tiempo de clase y su interacción con el

estudiantado, intervienen en el rendimiento académico de la muestra, no obstante, no se brindan detalles sobre estas acciones.

Por otro lado, parece haber coincidencia entre lo que recalcan Ávila (2015), Pizarro y Ramírez D (2014), concerniente a la discrepancia existente entre lo establecido por el MEP (2012) y lo evidenciado con la población docente que conformó la muestra; por ejemplo, se privilegia la memorización de algoritmos o procedimientos para realizar las pruebas escritas.

Cabe destacar que estas investigaciones que hacían alusión al tema son para optar por el grado de licenciatura en Enseñanza de la Matemática o en Docencia, y no se hallaron investigaciones a nivel de posgrado en torno al tema de interés. Esto implica que en el país no hay investigaciones que estudien las prácticas evaluativas del profesorado de matemática, desde el campo disciplinar afín a este tema.

De las dos investigaciones internacionales, se encontró información relevante, esto es, que en ambas se deja entrever la importancia de la evaluación de los aprendizajes como un proceso, no como el resultado final. Además, se vislumbra la formación, creencias y la presión social en las prácticas evaluativas de los docentes de matemática. Por otro lado, Cárdenas (2014) apunta que el estudiantado, en el contexto de su investigación, sigue siendo el evaluado, y la prueba escrita es el instrumento más utilizado.

De lo anterior se deduce que la investigación sobre las prácticas evaluativas del profesorado de matemática, es un tema de interés en nuestro contexto nacional, pues independientemente de las pautas brindadas en la Fundamentación Pedagógica de la Transformación Curricular, los Programas de Estudio de Matemática o el Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes, entre otros, las acciones docentes podrían estar muy lejos de los principios que ahí se establecen.



### 3. MARCO TEÓRICO

El objeto de estudio de la investigación son las prácticas evaluativas de docentes de matemática de séptimo año de colegios públicos, las cuales son inherentes a lo establecido en la Política Educativa, la Política Curricular, la Fundamentación pedagógica de la transformación curricular, las Orientaciones para la mediación pedagógica por habilidades, los Programas de Estudio de Matemática y la legislación referente a la promoción estudiantil. Por lo tanto, en este capítulo se hará una revisión teórica de lo que se establece sobre la evaluación de los aprendizajes en cada uno de los elementos mencionados, pues en esta legislación o directrices se encuentran las pautas que deberían guiar las prácticas evaluativas del cuerpo docente.

Este primer acercamiento permite comprender cómo deberían ser esas prácticas evaluativas del profesorado, según la teoría, pues se responde a las siguientes interrogantes: ¿cómo se concibe la evaluación de los aprendizajes?, ¿quién, qué, a quién, cómo o para qué se evalúa? Además, permite hacer conjeturas de cómo debería ser el rol de las personas participantes.

Se hace una revisión teórica de los principales conceptos en torno a la evaluación de los aprendizajes matemáticos, técnicas e instrumentos para la recolección de la información, tipos de evaluación y cómo se evalúa la habilidad para resolver problemas matemáticos.

Finalmente, se enfatiza en los PEM, específicamente en cómo se definen los procesos y la resolución de problemas matemáticos. Esta información se nutre con teoría existente sobre el tema. Se designa una sección para la discusión sobre la evaluación de los aprendizajes, en la que se considera lo establecido en los PEM y en el REA.

### **3.1 FUNDAMENTACIÓN PEDAGÓGICA DE LA TRANSFORMACIÓN CURRICULAR**

En este apartado se revisa la base teórica que sustenta los PEM desde la Política Curricular aprobada por el Consejo Superior de Educación. Se enfatizan aquellos elementos relativos al objeto de estudio.

#### **3.1.1 EDUCAR PARA UNA NUEVA CIUDADANÍA**

Educar para una nueva ciudadanía permea las disciplinas del sistema educativo, por tanto, la matemática en el contexto escolar no queda exenta, lo que implica nuevas formas de enseñar y aprender matemática, y exige una reforma en la evaluación de los aprendizajes matemáticos. Al respecto, el MEP (2015) sugiere que

el siglo XXI nos presenta retos que van más allá del acceso a la educación, dilemas que se relacionan con un mundo globalizado económica, cultural, política, social y culturalmente, que exigen pensar en procesos educativos de calidad, más dinámicos, diversos y creativos, centrados en la construcción continua y en las posibilidades de acceso al conocimiento y no en impartir conocimientos acabados. (pp. 5-6).

La matemática, como disciplina escolar, requiere una participación activa del estudiantado en el aprendizaje y en su propia valoración del trabajo realizado durante las clases y en la evaluación respetuosa de los aportes de sus pares “para la innovación y la creatividad en el quehacer individual y colectivo” (MEP, 2015, p.10).

Para alcanzar las metas propuestas, el MEP (2014) establece durante el periodo comprendido entre 2015 y 2018, quince líneas de trabajo; de estas, las que tienen relación más estrecha con la evaluación de los aprendizajes y con la transformación curricular son: “11. Evaluación de la calidad que sustente la toma de decisiones para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje” (MEP, 2014, p. 3) y “12. Desarrollo profesional – continuo y pertinente – y de reivindicación de la carrera docente” (MEP, 2014, p. 3).

Lo anterior tiene implicaciones directas en el quehacer del profesorado, así como en la participación de sus estudiantes, pues demanda del personal docente un amplio conocimiento de las diferentes técnicas, instrumentos y medios para la evaluación de los aprendizajes matemáticos y la inclusión del estudiantado en la valoración de su propio aprendizaje.

Consecuentemente, el MEP (2015) anuncia algunos retos que desafían el avance de la transformación curricular, entre ellos se destacan dos que son de especial interés en esta investigación. En primer lugar, la mediación pedagógica en la que se destaca el rol del cuerpo docente “la Educación para una Nueva Ciudadanía se basa en teorías educativas que centran su interés en el estudiante y en la estudiante y que visualizan al personal docente como facilitador de los procesos requeridos para construir conocimientos” (MEP, 2015, p. 22).

Con lo anterior se vislumbra un papel protagónico del alumnado en los procesos requeridos para construir conocimientos; esa participación no queda relegada a responder las interrogantes que haga el profesorado, sino a plantear sus propias preguntas, escuchar y valorar las respuestas de sus pares. Por lo tanto, se apela a una reformulación de lo que se ha entendido por evaluación de los aprendizajes

#### **La evaluación formativa y transformadora**

La Educación del Siglo XXI requiere una evaluación transformadora, que se base en la auto revisión continua, a fin de que cada persona identifique sus propias lagunas conceptuales, los enlaces faltantes en los procesos por desarrollar sus propias falencias para consolidar su propio (nuevo) proceso de aprendizaje. Una evaluación transformadora, que se asuma como una forma de identificar la complejidad de los retos y los nuevos elementos que se integran a los nuevos aprendizajes (MEP, 2015, pp. 26-27).

Así, la evaluación de los aprendizajes se entiende como un proceso continuo, sistemático y para la mejora, donde se destaca la evaluación formativa y se disminuye el papel protagónico que ha tenido la evaluación sumativa o las calificaciones de carácter punitivo.

En este sentido, Zepeda (2017) concibe la evaluación formativa como parte fundamental en los procesos de aprendizaje, pues su principal objetivo es que tanto el profesorado como sus estudiantes cuenten con información continua, sistemática y oportuna sobre el desempeño estudiantil, con el fin de mejorarlo. Así,

El propósito primordial de la evaluación formativa continua es mejorar el aprendizaje mientras el estudiante está aprendiendo y no auditarlo, entendiéndose como una evaluación para el aprendizaje en lugar de una evaluación del aprendizaje; por ello, la evaluación formativa continua se utiliza principalmente para el beneficio de los estudiantes como apoyo a sus aprendizajes. (Zepeda, 2017, p. 100)

Se observa así la necesidad de emplear diversas tareas matemáticas, con distintos niveles de complejidad, y variar las técnicas e instrumentos para recopilar las evidencias de aprendizaje, pues “a partir de los datos formativos, los docentes deben decidir cuánto y qué tipo de apoyo y práctica requiere un estudiante para alcanzar la meta” (Zepeda, 2017, p.101).

En contraste, Zepeda (2017) apunta que comúnmente se vincula la evaluación sumativa con la rendición de cuentas al cabo de un periodo o al finalizar ciertos contenidos, donde uno de los propósitos más utilizados es el de certificar o acreditar el aprendizaje estudiantil, por tanto, los desaciertos cometidos durante este proceso evaluativo son penalizados y traducidos en una calificación.

En la evaluación formativa, los errores en los que podría incurrir el estudiantado al realizar una tarea matemática, se convierten en una valiosa oportunidad para aprender, para comunicar, para construir y para tomar conciencia de sus propias limitaciones y de cómo solventarlas. Zepeda (2017) sostiene que el profesorado debe analizar cada desacierto cometido por sus estudiantes, tipificarlo de ser posible, y a partir de esa valoración tomar decisiones pedagógicas pertinentes.

Por eso, es necesario incorporar la evaluación continua a los diversos procesos educativos como parte de la mediación pedagógica, en donde la evaluación constituye un proceso sistemático de revisión integrado a la construcción de conocimientos, que aprovecha los errores como parte del aprendizaje y que lleva a la comprensión, reconceptualización y reconducción de la apropiación de los aprendizajes. Más que pensar en una nota o en una cifra, la evaluación ha de servir para contribuir a generar y fortalecer el propio aprendizaje. (MEP, 2015, p. 27).

En síntesis, educar para una nueva ciudadanía demanda la integración de más prácticas evaluativas del profesorado que no solo estén concentradas en la construcción y aplicación de instrumentos, como las pruebas escritas o exámenes, asociados a la evaluación sumativa tradicional, donde quien mide es el profesorado

y el examinado es el alumnado, sino que constituye una tarea compleja que requiere una constante reflexión y un equilibrio entre las diferentes evaluaciones, según su propósito o momento.

Finalmente, destaca el trabajo colaborativo entre docentes y estudiantes, en el que “los alumnos van haciendo propios los aprendizajes y los docentes pueden ir ajustando sus estrategias de enseñanza para mejorar las oportunidades de aprendizaje” (Zepeda, 2017, p. 117). Los errores que se cometan al abordar una tarea matemática son una oportunidad para el aprendizaje, lo cual se puede potenciar en la evaluación formativa, donde el estudiantado puede compartir, argumentar y validar con sus pares, las experiencias, procedimientos, rutas, algoritmos, teoremas, entre otros, que se utilizaron.

### **3.2 DESCRIPCIÓN DE LOS PROGRAMAS DE ESTUDIOS DE MATEMÁTICA**

Los Programas de Estudio de Matemática se organizan en seis secciones, los fundamentos, los ejes, la gestión y el planeamiento pedagógico, la metodología, la evaluación y, finalmente, los programas de cada ciclo educativo. A continuación, se analizan los cinco primeros, destacando aquellos elementos en torno al objeto de investigación. En otra sección, se analizará lo correspondiente al Programa Tercer Ciclo, específicamente de 7° año, pues ahí se centra la recopilación de datos para este estudio.

Los fundamentos de los Programas (MEP, 2012) describen la organización de los contenidos matemáticos en cinco grandes áreas: números, medidas, geometría, relaciones y álgebra, estadística y probabilidad. Estas se interrelacionan y su grado de complejidad aumenta acorde con cada grado escolar. También se propone un acercamiento a algunos conceptos claves como el de competencia matemática, proceso matemático, problema, resolución de problema y modelización, entre otros.

Se destaca la resolución de problemas matemáticos como el enfoque principal del currículo,

Aprender a plantear y resolver problemas y especialmente usarlos en la organización de las lecciones se adopta como estrategia central para generar capacidades. El desafío intelectual le es consubstancial [*sic*], un nutriente para una labor de aula inteligente y motivadora” (MEP, 2012, p. 13).

Así, la resolución de problemas es la estrategia que debe guiar la mediación pedagógica en las clases de matemática, desde la propuesta del problema hasta la evaluación de los cinco procesos matemáticos que intervinieron en su solución,

En este currículo se enfatizará el trabajo con problemas asociados a entornos reales, físicos, sociales y culturales, o que puedan ser imaginados de esa manera. Se asume que usar este tipo de problemas es una poderosa fuente para la construcción de aprendizajes en las Matemáticas. Al colocarse en contextos reales, el planteo y resolución de problemas conlleva directamente a la identificación, uso y construcción de modelos matemáticos. (MEP, 2012, p. 13).

En el planteamiento y solución de los problemas matemáticos, el profesorado no figura como el principal artífice de estos; consecuentemente se promueve una participación activa del estudiantado en la construcción de nuevos problemas y diferentes estrategias para solucionarlos.

La resolución de problemas corresponde a la necesidad de asumir estándares cuya conveniencia para la Educación Matemática ha sido ampliamente comprobada en la escala internacional. La contextualización que se propone busca fortalecer un papel estudiantil activo y comprometido con su aprendizaje, recalcando la identificación, uso y diseño de modelos matemáticos adecuados para cada nivel educativo (MEP, 2012, p. 17).

De lo anterior se deduce que el alumnado asume un rol más protagónico en la valoración de su propio aprendizaje y en el de sus homólogos; hay un compromiso de aprendizaje en esa valoración, entonces es necesario realizar intencionalmente en el aula, la autoevaluación y la coevaluación, como prácticas evaluativas que favorezcan el aprendizaje.

En cuanto a los ejes, se mencionan cinco, que según el MEP (2012) deben influir en todos los elementos del currículum:

La resolución de problemas como estrategia metodológica principal.  
 La contextualización activa como un componente pedagógico especial.  
 El uso inteligente y visionario de tecnologías digitales.  
 La potenciación de actitudes y creencias positivas en torno a las matemáticas (MEP, 2012, p. 17).

Los dos primeros ejes son la columna vertebral de los PEM, es decir, desde el planeamiento de la clase, pasando por la mediación pedagógica, hasta la evaluación de los aprendizajes y la resolución de problemas matemáticos contextualizados. También se entiende que

La resolución de problemas como estrategia pedagógica hace converger principios esenciales del constructivismo, una premisa filosófica de la política educativa nacional, como la construcción estudiantil autónoma de aprendizajes, pero de una manera más vigorosa y eficaz, pues resulta fundamental una acción independiente y comprometida del sujeto en la acción del aula. (MEP, 2012, p.19)

En términos generales, se hace un llamado a dejar de lado las clases magistrales, en las que el profesorado es quien plantea las interrogantes y valida las respuestas. Por el contrario, se le visualiza como una persona mediadora que interviene moderadamente durante la lección, de manera que su participación y la del estudiantado sea equitativa durante las lecciones.

En la sección denominada gestión y planeamiento pedagógicos, se proponen dos etapas para organizar las lecciones. La primera se denomina el aprendizaje de conocimientos, y sugiere un modo de organizar la lección que el MEP (2012) describe de la siguiente forma: propuesta de un problema, trabajo estudiantil independiente, discusión interactiva y comunicativa y, finalmente, una clausura o cierre.

En la segunda etapa, movilización y aplicación de los conocimientos, el MEP (2012) indica que se trata de una mecanización de los conocimientos aprendidos, aplicación de fórmulas o algoritmos, y se pretende que el alumnado realice conexiones con otros conocimientos o áreas de la matemática.

Al hacer referencia a una mecanización de los conocimientos aprendidos, no se está contradiciendo el eje que guía los PEM: la resolución de problemas como estrategia metodológica principal, pues esa mecanización es posterior a un proceso de construcción de los objetos matemáticos con base en un problema inicial. Luego, algunos procedimientos, algoritmos, fórmulas u otros, se vuelven rutinarios para el estudiantado, por lo que la persona docente debe planear las clases buscando

diferentes situaciones por problematizar, de manera que sean un reto para el estudiantado.

Conviene destacar que

El desarrollo y la combinación de estas etapas 1 y 2 e incluso de las cuatro fases de la primera etapa son parte del planeamiento docente. No deben verse de manera lineal ni como una secuencia obligatoria. Es conveniente comenzar una lección por medio de un problema, pero antes de ir a un tema nuevo puede empezar con la movilización y aplicación de conocimientos aprendidos que se juzguen necesarios para avanzar en los nuevos aprendizajes. Siempre se dependerá de los tópicos y de las condiciones en el aula. (MEP, 2012, p. 43).

De lo anterior, nuevamente se infiere que la propuesta de un problema matemático contextualizado es el punto nodal para el desarrollo de las clases y también para el proceso de aprendizaje. Tanto en la primera como en la segunda etapa, el profesorado de matemática interviene como mediador de las conversaciones que surjan en torno al problema matemático planteado, esto es, asesora o plantea preguntas que servirán como guía para la resolución de este.

Así, planear la clase implica “una evaluación adaptada al estilo de organización de las lecciones” (MEP, 2012, p. 44). Consecuentemente, se sugiere que la evaluación no se piense al finalizar un tema o contenido, por el contrario, debe estar presente desde el planeamiento mismo de cada lección: “También las características de la aproximación metodológica deben ser consistentes con la manera en que se pretende evaluar el rendimiento estudiantil; hay que pensar desde un principio en cómo se evaluará el tópico” (MEP, 2012, p.46).

En este mismo sentido, Zepeda y Förster (2017) destacan que la planificación del proceso de enseñanza - evaluación es una herramienta clave y fundamental al servicio docente, la cual permite la organización coherente entre lo que establece el currículo nacional y las características del estudiantado. De este modo

Esta visión reconoce en la planificación una tarea profesional inherente al quehacer pedagógico, pues está vinculada al trabajo reflexivo de los profesores al ir levantando propuestas de diseño de estrategias para desarrollar y hace seguimiento del aprendizaje de los estudiantes. (Zepeda y Förster, 2017, p. 78)



En la sección denominada Metodología, se proponen indicaciones sobre los componentes del currículum y la acción en el aula, entre ellas: las cinco áreas matemáticas en las que se organiza el plan de estudios, los cinco procesos matemáticos y la diversidad de estudiantes. Para este último apartado, se sugiere que cada docente conozca el contexto estudiantil y que con base en este y sus posibilidades, planee las lecciones y el uso de las tecnologías.

En cuanto a las cinco áreas matemáticas, se “propone una aproximación espiral en la introducción y tratamiento de tópicos matemáticos” (MEP, 2012, p.51), se hace énfasis en la articulación de estos tópicos en la resolución de problemas matemáticos y su contextualización activa. Estos problemas involucran diferentes áreas de la matemática y distintas representaciones en la medida en que se avanza en cada nivel educativo; además, se propone un equilibrio entre lo procedimental y lo conceptual, pues “Sin un dominio de procedimientos se afecta la posibilidad para resolver problemas; a la vez, sin una comprensión conceptual los procedimientos se olvidan con mayor rapidez y no se logran aprendizajes significativos” (MEP, 2012, p.50).

En general, el MEP (2012) propone la resolución de problemas matemáticos como el eje que modula las cinco áreas en las que se organizan los temas escolares de los PEM, acentuando que cada tópico no debería considerarse como objeto de aprendizaje en sí mismo, sino en función de su uso, aplicación o en el análisis de la información, de tal manera que el estudiantado pueda resolver diversos problemas en contextos variados.

En cuanto a los cinco procesos matemáticos, se subraya la idea de que estos no son excluyentes entre sí, por el contrario, se incita al profesorado a planear las lecciones de forma que “al escogerse un problema contextualizado como centro generador de una lección se apela a Plantear y resolver problemas, pero también es posible activar allí, Razonar y argumentar, Conectar y Comunicar” (MEP, 2012, p.59). Por lo tanto, “la acción docente deliberada es la que propicia que se active un proceso y, por eso, la planificación pedagógica y el diseño de tareas matemáticas deben efectuarse cuidadosamente” (MEP, 2012, p.59).

En esta planificación pedagógica se deben considerar diferentes, actores, momentos y propósitos en la evaluación de los aprendizajes, por ejemplo, se distingue la importancia de la coevaluación formativa para potenciar el proceso Razonar y argumentar, así “este proceso se puede reforzar por medio de la actividad de grupo, en la que se contrasten las argumentaciones o justificaciones que aporta cada estudiante, siempre con la guía del docente” (MEP, 2012, p.56). Nótese que el profesorado actúa como mediador y se le delega al estudiantado un rol más activo en la valoración de los argumentos de sus pares.

En esta misma línea, se promueve la autoevaluación estudiantil en los diferentes momentos que se distinguen al plantear y resolver problemas matemáticos, es decir, “es necesario entrenar a las y los estudiantes en las diferentes etapas de la resolución de problemas como la comprensión de los mismos, el trazado de planes de acción y la evaluación y monitoreo de las acciones” (MEP, 2012, p.56). En cada etapa el estudiantado debe valorar sus estrategias, decisiones, representaciones y no solo si la respuesta es correcta.

En cuanto a los momentos de la evaluación, esta no se suscita al finalizar un tema, por el contrario, también debe estar presente al iniciar un contenido, por ejemplo, durante el proceso Comunicar, se sugiere que “se puede usar la comunicación matemática para introducir nuevos conceptos (pidiendo la elaboración de diagramas, de expresión de ideas, de colocación de símbolos y expresiones), y también solidificar el propio pensamiento estudiantil sobre las ideas que se introducen en la clase” (MEP, 2012, p.56).

De lo expuesto, se subraya que se propone una evaluación diagnóstica, la cual no debería estar limitada a una prueba escrita, sino que se pueden utilizar diferentes medios de evaluación para que el profesorado recopile información sobre los conocimientos previos del estudiantado, y que este tome conciencia de los aprendizajes que posee, de manera que haga conexiones con los nuevos conocimientos.

Referente a la diversidad de disposiciones para el aprendizaje de la matemática que vive el estudiantado, el MEP (2012) promueve su participación activa en las diferentes tareas matemáticas propuestas, en procura de que “se fomenten actitudes colaborativas en la acción de aula” (MEP, 2012, p.60). Esto implica, por ejemplo, que se debe dar una atención particular a aquellas personas con menor o mayor aptitud hacia la matemática, con menos o más disposición al aprendizaje de esta disciplina, para que se motiven y se propicie el apoyo entre pares.

En cuanto al uso de las tecnologías, este no se concibe como un fin en sí mismo, sino como un medio que enriquece la resolución de los problemas matemáticos.

En lo que respecta a la evaluación del aprendizaje con el apoyo de la tecnología

Se propone que el uso de tecnología se valúe por medio de los problemas o ejercicios planteados, donde su utilización representa un componente oportuno. Por ejemplo, si en un problema el uso de la calculadora es significativo para su tratamiento o solución (cálculos muy grandes que sin calculadora tomarían muchísimo tiempo, o el valor de una función en un punto que resulta necesario para el ejercicio), ese elemento debe ser tomado en cuenta. Entonces, no se trata de evaluar la manipulación tecnológica en sí misma sino en función de problemas adecuados “(MEP, 2012, p. 62).

Así, en la evaluación de la resolución de los problemas matemáticos, el uso pertinente que el estudiantado realice de la calculadora, la computadora, Internet o una aplicación específica, debe ser considerado entre los indicadores previamente establecidos por el profesorado, con el propósito de enriquecer y reorientar cada una de las acciones, es decir, se deben identificar los momentos específicos y oportunos donde la tecnología puede contribuir en la resolución de un problema matemático, la verificación de resultados o la representación de los objetos matemáticos en diferentes registros, de manera que el profesorado tenga evidencias del uso que se le brinda en la clase.

Acerca de las actitudes y creencias, el MEP (2012) ha enfatizado el fomento de actitudes positivas sobre el uso y aplicabilidad de las matemáticas en diferentes contextos y, por otro lado, se impulsa el desarraigo de creencias negativas en torno a su aprendizaje, “pues puede existir una íntima conexión entre la actitud y el rendimiento en las matemáticas” (MEP, 2012, p.62).

Por consiguiente, es preciso que el profesorado conozca previamente algunas de las creencias y actitudes de sus estudiantes, específicamente en 7° año, pues

En el Tercer ciclo es más provechoso este registro de las actitudes y creencias, pues se trata de un contexto escolar con poblaciones por lo general muy heterogéneas, debido a que provienen de distintas escuelas. Una vez que se identifique quienes expresan actitudes o creencias negativas, lo que a menudo se asocia con malos rendimientos, se debe insistir para que alcancen los niveles de participación, confianza, respeto, autoestima y perseverancia deseados. Lo deseable es que este tipo de actitudes o creencias negativas no queden inadvertidas y se puedan intentar acciones para revertirlas. (MEP, 2012, p.62)

Finalmente, en el apartado destinado a dar pautas metodológicas, se hace referencia al uso de la Historia de las Matemáticas, destacando su importancia para la contextualización activa de los problemas matemáticos que se proponen en la clase, además del uso práctico que la humanidad le ha dado a los objetos matemáticos. Al respecto, el MEP (2012) menciona varios escenarios en los que se puede incorporar el uso de la Historia de las Matemáticas, por ejemplo: elaboración de carteles o fichas sobre personajes famosos de la matemática, proyectos extraclase sobre ciertos objetos matemáticos, dramatizaciones sobre ciertos eventos importantes en torno a esta disciplina, entre otros.

El quinto apartado que organiza los PEM se denomina Evaluación, e incluye especificaciones sobre la evaluación de los aprendizajes. Se recalca que la evaluación de los aprendizajes forma parte integral del proceso de enseñanza y aprendizaje, y se debe ver reflejada en el planeamiento de cada lección y en la mediación pedagógica. También se enfatiza que la evaluación de los aprendizajes es integral del proceso de enseñanza y aprendizaje, en el planeamiento de cada lección y como parte inherente de la mediación pedagógica, es decir,

Los métodos de evaluación deben estar claramente relacionados con las metas y objetivos de aprendizaje, y ser compatibles con los métodos de enseñanza utilizados. Planificar el diseño de la evaluación al mismo tiempo que se planifica la enseñanza ayudará a integrar ambos de manera significativa. Dicha planificación conjunta provee una perspectiva general sobre los conocimientos, habilidades, actitudes y comportamientos que se espera sean aprendidos y evaluados, y los contextos en que se aprenderán y evaluarán. (Förster, 2017, p. 28)

En referencia a lo anterior y considerando que los PEM tienen como “enfoque principal la resolución de problemas como estrategia metodológica” (MEP, 2012, p.69), se deben planear actividades centradas en la resolución de problemas matemáticos, que promuevan el desarrollo de los cinco procesos propuestos, por lo tanto, los medios de evaluación deben ser definidos y seleccionados con antelación, además de estar acordes con los seis principios en torno a la evaluación de los aprendizajes planteados por el MEP (2012), los cuales se mencionan a continuación:

- Es parte integral del proceso de enseñanza y aprendizaje.
- Constituye un proceso colaborativo.
- Pertinencia con las actividades de mediación.
- Congruencia de las técnicas e instrumentos.
- Permite la toma de decisiones.
- Promueve el compromiso hacia el aprendizaje.

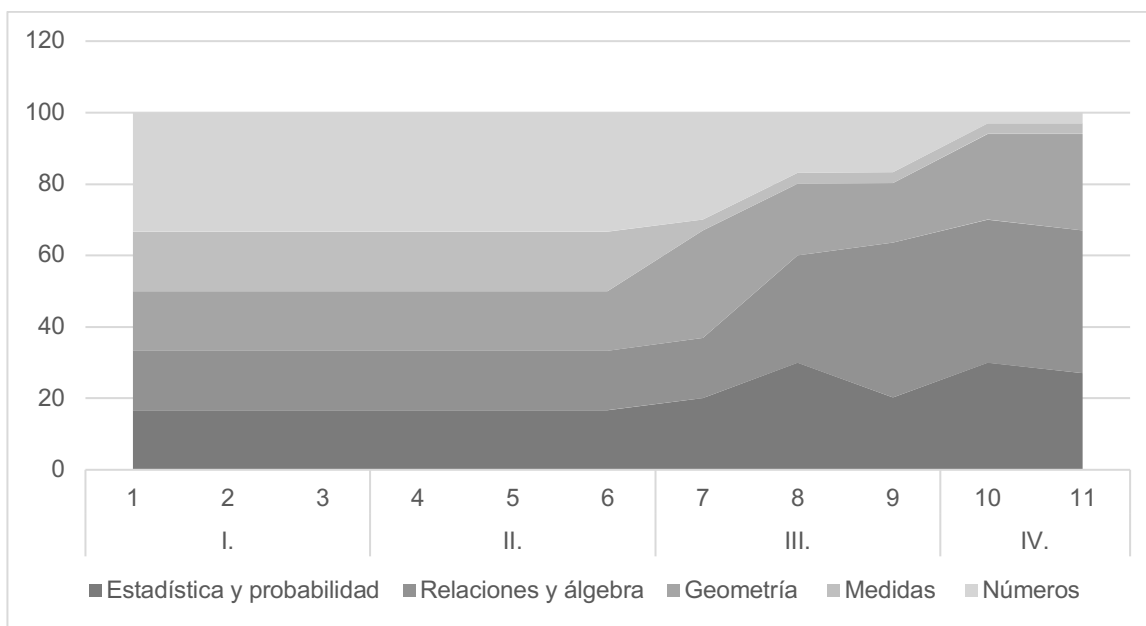
Para que se reflejen estos seis principios en las clases de matemática, es necesaria una planificación de la evaluación de los aprendizajes, paralela al planeamiento de la mediación pedagógica. Por tanto, en la planificación se debe considerar quién o quiénes evalúan, el tipo de evaluación, los medios más pertinentes para recolectar evidencias del desarrollo de las habilidades, y en este sentido, “planificar el diseño de la evaluación al mismo tiempo que se planifica la enseñanza ayudará a integrar ambos de manera significativa” (Förster, 2017, p.28).

### **3.2.1 DESCRIPCIÓN DE LOS PROGRAMAS DE ESTUDIOS DE MATEMÁTICA DE 7° AÑO**

A continuación, se hace referencia a los Programas de Tercer Ciclo, enfocándose en séptimo año y las pautas para la evaluación de los aprendizajes que se dan según cada área matemática en la que se organiza el currículo. El siguiente gráfico

muestra la distribución de los lugares relativos que ocupa cada área, según el tiempo que se debe dedicar a cada tópico y el año lectivo:

Gráfico 2. Las cinco áreas matemáticas en los cuatro ciclos educativos



Nota. G el MEP, 2012, p.49. Copyright 2012 por el MEP

Fuente: Ministerio de Educación Pública (2012)

De acuerdo con el Gráfico 2, se comprende que en séptimo año, en las áreas Estadística y probabilidad, Relaciones y álgebra, y Geometría, se mantiene una cantidad de tópicos y tiempo destinado a su desarrollo, semejante al de I y II Ciclos; la diferencia, según el MEP (2012), radica en que, para este nivel, en estas áreas, se formalizan algunos objetos matemáticos y se trabaja de manera más abstracta, lo que podría reflejarse en el rendimiento académico del estudiantado.

El tema de Medidas trabajado en primaria de una manera más concreta, ahora se trabajará en menor intensidad y de forma transversal, para que las propiedades y características que se abordaron en esta área, funcionen ahora como insumos para el desarrollo de nuevos tópicos y para la resolución de problemas matemáticos.

Números sigue ocupando un valor relativo semejante al que ocupó en Primaria, no obstante, el sistema numérico de los números enteros requiere especial atención pues, “estos sistemas poseen especiales condiciones epistemológicas; por ejemplo, en los enteros el número negativo” (MEP, 2012, p. 273). Marín, Romero e Hidalgo (2017) coinciden en que la noción de número negativo presenta dificultades especiales y específicas para su aprendizaje y, por lo tanto, requiere estrategias propias del profesorado para su instrucción.

Además, sugieren que las diferentes dificultades que se presentan en el aprendizaje de los números enteros deben atenderse de forma oportuna, pues “Esos desajustes son resistentes al cambio y no se superan fácilmente durante el proceso de enseñanza” (Marín *et al.*, 2017, p.101).

En las indicaciones concretas de evaluación para esta área, el MEP (2012) apunta precisamente a ese acompañamiento durante el trabajo cotidiano, donde se recolecten insumos sobre el aprendizaje y progreso del estudiantado al trabajar con tópicos relacionados con las operaciones en el conjunto de los números enteros. Se recomienda que las tareas matemáticas propuestas permitan evaluar diferentes niveles de complejidad. Para el trabajo cotidiano y para el trabajo extraclase, se sugieren tareas que demanden distintos procesos matemáticos conjugados en la resolución de problemas.

Geometría en séptimo año, pasa de tener un conocimiento más concreto sobre las figuras geométricas a uno más abstracto, donde el vocabulario, la simbología matemática y la argumentación deductiva son la base para la resolución de problemas referentes a esta área. Los problemas propuestos deben integrar elementos de las otras áreas, por ejemplo, Medidas. Como la argumentación es clave en la socialización de las soluciones a los problemas planteados, “para enfrentar con éxito estas condiciones es fundamental la participación activa y colaborativa” (MEP, 2012, p.302) del estudiantado.

Esta participación activa y colaborativa se refiere no solo a la argumentación de cada persona para justificar sus respuestas, sino que se percibe un rol más protagónico del estudiantado en la valoración de su propio proceso: autoevaluación,

y en la valoración de los argumentos de sus pares: coevaluación. En cuanto al profesorado, se indica que “en el trabajo cotidiano es necesario evaluar el uso apropiado del vocabulario y la simbología matemática, así como la forma de comunicar y exponer ideas” (MEP, 2012, p.325).

Relaciones y álgebra se trabaja con dos tópicos principales: ley de formación y proporcionalidad, los cuales demandan del estudiantado “la manipulación matemática correcta de expresiones algebraicas” (MEP, 2012, p.327), además requiere que el estudiantado exponga sus conjeturas de forma verbal, tabular, gráfica o algebraica. Por consiguiente, “en el trabajo cotidiano es importante evaluar el uso apropiado del vocabulario y la simbología matemática, el grado de participación de cada estudiante en las actividades propuestas, así como la forma de comunicar y exponer sus argumentos” (MEP, 2012, p.348).

Tanto en Geometría como en Relaciones y álgebra, se advierten objetos matemáticos asociados a definiciones o conceptos. Giménez (1997) sostiene que evaluar estos objetos requiere cuatro aspectos: un diagnóstico que permita identificar la falta de redes conceptuales no consolidadas, la observación constante del estudiantado para detectar dificultades específicas o progresos, el enjuiciamiento constante donde se toman en cuenta los aspectos que intervienen en el aula, por ejemplo, trabajo que realiza el estudiantado, diálogos entre pares, estilos de aprendizaje y aquellos aspectos personales o familiares que podrían incidir en el aprendizaje. Como cuarto aspecto, menciona la recursión, del cual se destaca que

No existe propiamente un análisis final de la comprensión, puesto que no tiene un valor sumativo. Pero sí debemos insistir en cómo debe mejorarse la comprensión en cuanto al conocimiento recursivo. Es decir, comprender sistemáticamente e integrar conocimientos nuevos con los anteriores, reconociendo que la construcción siempre puede completarse más. En efecto, en matemáticas se ha privilegiado el planteamiento de soluciones inmediatas a situaciones propuestas, más que el desarrollo de esquemas, que ayuden a la memoria a largo plazo. (Giménez, 1997, p. 60)

En efecto, entre los temas por tratar en Geometría, se destacan los conceptos primitivos de geometría, la visualización espacial, la clasificación de los ángulos según su medida o por su posición con respecto a otro, características básicas de



los ángulos internos o externos de un triángulo o cuadrilátero, y los primeros conceptos de geometría analítica. Entre las habilidades específicas asociadas a estos contenidos, la mayoría se vincula con identificar objetos; el MEP (2012) sugiere que se evalúe mediante el uso de ítems de reconocimiento, respuesta corta o selección única.

Giménez (1997) afirma que inicialmente los contenidos conceptuales en matemática son complejos de valorar, por tanto, junto con los cuatro aspectos mencionados para su valoración y en discrepancia con los que propone el MEP (2012), recomienda los mapas conceptuales, las redes sistémicas o la UVE de Gowin. Además, indica que “las recientes teorías sobre la construcción del conocimiento nos indican que precisamos de elementos organizadores y sintetizadores que actúen como control y faciliten el recuerdo y la aplicación” (Giménez, 1997, p.60).

En Estadística y Probabilidad para séptimo año, el propósito radica en desarrollar habilidades para que el estudiantado valore, comprenda y utilice de manera adecuada, la información obtenida de análisis estadísticos y probabilísticos obtenidos de distintas fuentes. Se debe enfatizar cómo la Estadística y la Probabilidad son dos disciplinas científicas que aportan significativamente a otras áreas del saber, por lo tanto, se sugiere que tengan diferentes contextos, y que las respuestas a estos problemas permitan realizar conjeturas en torno a la toma de decisiones.

Tanto para el trabajo cotidiano como para el extraclase, el MEP (2012) propone actividades que permitan evaluar los procesos que intervienen en la resolución de problemas estadísticos y probabilísticos. También se aluden tareas matemáticas en las que el estudiantado no solo resuelva problemas, sino que también los proponga. Además

Resulta conveniente subrayar la importancia de problemas de final abierto, es decir aquellos que admiten varias soluciones y aproximaciones, y que pueden ofrecer oportunidades muy valiosas para introducir conceptos y procedimientos, para organizar la lección o para trabajos extraclase por medio de proyectos. (MEP, 2012, p.30)

Desde el punto de vista de evaluación de los aprendizajes, los proyectos son un medio que permite la recolección de evidencias del aprendizaje y el progreso en el desarrollo de habilidades del estudiantado. Giménez (1997) asevera que el rol del profesorado en este tipo de tareas es fundamental para el logro de los objetivos planteados, desde las pautas iniciales, el acompañamiento al estudiantado sin violentar su autonomía, hasta la evaluación de este. Por lo tanto, el planteamiento del proyecto y las pautas para su evaluación se deben definir *a priori*.

En cuanto al rol del estudiantado en este tipo de tareas matemáticas, se afirma que “los alumnos ejercen un papel fundamental en un proyecto. En efecto, los estudiantes asumen responsabilidades y enfrentan situaciones que requieren persistencia” (Giménez, 1997, p.270). Nótese que en un proyecto se ponen en práctica principios evaluativos acordes con los PEM, específicamente con los siguientes: Constituye un proceso colaborativo y Promueve el compromiso hacia el aprendizaje (MEP, 2012).

Por otro lado, el MEP (2012) señala que el tipo de ítem que se debe proponer en las pruebas escritas tiene que apuntar a la correcta interpretación de los datos representados de diferentes maneras, tablas, gráficos o esquemas, “por ello, no interesa evaluar definiciones u otros aspectos teóricos, sino la implementación de esos principios en problemas concretos” (MEP, 2012, p.380).

En síntesis, se concluye que para cada una de los tópicos que se desarrollan en séptimo año, una evaluación oportuna y continua, permitirá al profesorado y al estudiantado, contar con insumos para una realimentación efectiva, pues

se recomienda recurrir a la retroalimentación antes de calificar el aprendizaje, de modo que el estudiante tenga oportunidad para mejorarlo. Se aconseja que la retroalimentación sea de inmediato para el caso de conocimientos prácticos, pero se espera que se difiera en el tiempo para conocimientos conceptuales, con el propósito de permitir que el estudiante reflexione sobre su aprendizaje antes de recibir comentarios del profesor. (Förster, 2017, p.133)

Además, según la fundamentación teórica de los PEM, para que se lleven a cabo prácticas evaluativas acordes con las pautas y los principios que se establecen, el profesorado debe ser competente en la construcción de pruebas escritas y debe

estar informado y consciente de su rol en este proceso evaluativo; el rol del estudiantado es promover en el aula tareas matemáticas y medios de evaluación que favorezcan el aprendizaje. Por tanto, en los siguientes apartados se hará una revisión teórica y reflexión sobre los elementos claves para la evaluación de los aprendizajes matemáticos a la luz de los PEM.

### **3.2.2 PROCESOS MATEMÁTICOS**

El MEP (2012) establece que se trabajará con procesos matemáticos, con el objetivo de emplear la matemática en diversos contextos. En tal caso

Los procesos matemáticos se entienden aquí como actividades cognitivas (o tipos de actividades) que realizan las personas en las distintas áreas matemáticas y que se asocian a capacidades para la comprensión y uso de los conocimientos. La realización sistemática de estos procesos transversales en la acción de aula apoya el progreso de diversas dimensiones de la competencia matemática. (MEP, 2012, p. 24)

Según el MEP (2012), se trabajará con cinco procesos matemáticos, pues el énfasis está en las acciones que se desea desarrollar en el aula, específicamente en la disciplina de matemáticas: Razonar y argumentar, Plantear y resolver problemas, Comunicar, Conectar y, finalmente, Representar. A continuación, se describe cada uno.

Razonar y argumentar es el proceso que hace referencia a aquellas actividades que desencadenan formas típicas de razonamiento matemático, entre ellas se destaca la deducción, la inducción, la comparación analítica, las pruebas matemáticas o el uso de contraejemplos. Se busca desarrollar capacidades para comprender lo que es una demostración matemática, aunque no en el sentido formal.

Esos razonamientos, argumentaciones y conjeturas realizadas por el estudiantado se comunican de diferentes maneras, ya sea de manera oral, escrita, mediante figuras o representaciones, así que otro de los procesos matemáticos se denomina Comunicar. Esa comunicación debe atender las características propias de la disciplina, utilizando las reglas de sintaxis y semántica del lenguaje matemático.

Comunicar requiere la participación activa del estudiantado y del seguimiento del profesorado durante las intervenciones, por tanto, se deben dar pautas de cómo se deben expresar las ideas matemáticas, por ejemplo, llamar cada objeto por su nombre. La evaluación propuesta para este proceso es de carácter formativo, donde participen todos los miembros de la clase.

Es importante destacar que “Por la gran presencia de simbolizaciones en las Matemáticas en ocasiones se piensa que no es relevante la comunicación verbal y escrita, es común que no se incluya en la acción de aula ni tampoco en las formas de evaluación” (MEP, 2012, p.25).

Para mejorar la comunicación en Matemática, Giménez (1997) sugiere que se debe motivar al estudiantado a explicar con sus propias palabras el significado de algún objeto matemático, exponer exactamente a partir de dónde no se pudo avanzar en la resolución de un problema, exponer un dibujo que apoye sus argumentaciones, exponer cómo le explicaría a otra persona del aula algo que no comprende, dar explicaciones de cómo se aseguró de que su respuesta sea la correcta.

La observación y acompañamiento constante del profesorado en este proceso es crucial, pues le permite redirigir aquellos diálogos donde no se está potenciado el proceso Comunicar, recordando las pautas para expresar las ideas matemáticas o haciendo preguntas que le permitan al alumnado reflexionar sobre sus argumentos. Aunado a lo anterior, Giménez (1997) afirma que, al potenciar la comunicación oral en clases, se le puede dar seguimiento continuo al estudiantado, sin esperar a que se haga de manera escrita en una prueba, así se puede intervenir de manera inmediata y oportuna sobre lo que se está hablando.

Ahora bien, Conectar, se describe como un proceso transversal a lo largo de todos los niveles educativos, pues se establecen relaciones entre las diferentes áreas de la matemática, una característica intrínseca del trabajo que realizan las personas dedicadas a esta disciplina profesionalmente.

A nivel escolar, este proceso pretende que se fomenten relaciones entre las cinco áreas de la matemática que propone el MEP (2012), en contextos matemáticos y no

matemáticos, con otras asignaturas. Al respecto, la evaluación diagnóstica es fundamental, pues

parte desde la convicción de que el conocimiento previo es esencial para el desarrollo de nuevos aprendizajes, pues aprender supone establecer conexiones e integrar una nueva comprensión al conocimiento ya existente. Esta evaluación se realiza con el fin de obtener un panorama general de lo que el estudiante sabe, piensa o cree. (Förster, 2017, p.99)

Representar se puede entender como otro proceso transversal, en el que se fomenta el reconocimiento, interpretación y manipulación de las múltiples representaciones que poseen los objetos matemáticos. Busca la exploración de diferentes representaciones de un mismo objeto matemático, así como el cambio de registro según sea necesario, y propicia la reflexión sobre las ventajas o desventajas, alcances o limitaciones de cierta representación matemática para resolver un problema matemático.

Los cuatro procesos mencionados se articulan en el proceso denominado Plantear y resolver problemas, referido no solo a la resolución de un problema matemático, sino al planteamiento de nuevos problemas, el diseño de estrategias para resolverlos, la argumentación de los métodos o recursos utilizados, la comunicación de esas ideas a las demás personas de la clase, la conexión de esos problemas con otras áreas de la matemática y la representación de los objetos matemáticos involucrados en diferentes registros matemáticos.

Por lo tanto, acorde con el objeto de estudio de la investigación y el enfoque que guían los Programas de Estudio de Matemática, es necesario indagar sobre qué se comprenderá en esta investigación como prácticas evaluativas, cuáles son los roles que se pueden distinguir en la clase de matemática, tanto para el profesorado como para sus estudiantes y, finalmente, qué se comprende como problema matemático y qué dice la teoría sobre su evaluación. En los apartados siguientes se hace esa construcción teórica.

### **3.3 LA EVALUACIÓN DESDE EL REGLAMENTO DE EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES Y EN LOS PROGRAMAS DE ESTUDIO DE MATEMÁTICA**

Lo educativo está inmerso en lo social, lo cultural, lo político, por lo tanto, el Estado interviene en las directrices en materia educativa. El cuerpo docente atiende y ejecuta en las clases los programas de estudio en el marco de la legislación vigente, pues “la injerencia de las decisiones de política educativa en el currículo se prolonga hasta el centro mismo de trabajo de las instituciones educativas” (Molina, 2006, p. 14). En consecuencia, es necesario considerar las pautas que dicta el Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes y su articulación con los Programas de Estudio de Matemáticas.

En primer lugar, se establece que

La evaluación de los aprendizajes, es un proceso continuo de recopilación de información cualitativa y cuantitativa, que fundamenta la emisión de juicios de valor y la toma de decisiones por parte de la persona docente y el estudiantado, para la mejora progresiva de los procesos de enseñanza y aprendizaje. (MEP, 2018, Art. 3)

Esta definición de evaluación de los aprendizajes es consecuente con los seis principios que, según el MEP (2012), deben guiar y orientar el planeamiento de cada lección para el abordaje de los Programas de Estudio de Matemática. En estos se propone un cambio de paradigma en torno a la evaluación de los aprendizajes matemáticos, el cual debería ir acorde con la resolución de problemas como estrategia metodológica principal. Consecuentemente, el MEP (2012) establece que la evaluación debe ser un proceso que le permita a la persona docente recolectar insumos para reorientar su labor y mejorar el desempeño estudiantil.

En este mismo sentido, el MEP (2018) destaca las tres funciones básicas de la evaluación: la diagnóstica, la formativa y la sumativa, las cuales son coherentes con lo expuesto en la Tabla 2. En cada uno de los momentos se sugiere el desarrollo de actividades, las cuales van a determinar la calificación del estudiantado al cabo de un periodo lectivo. El valor porcentual de cada uno de los componentes de la calificación para séptimo año, se distribuye de la siguiente manera: trabajo cotidiano 45 %, tareas 10 %, pruebas (mínimo dos) 35 % y asistencia 10 %.

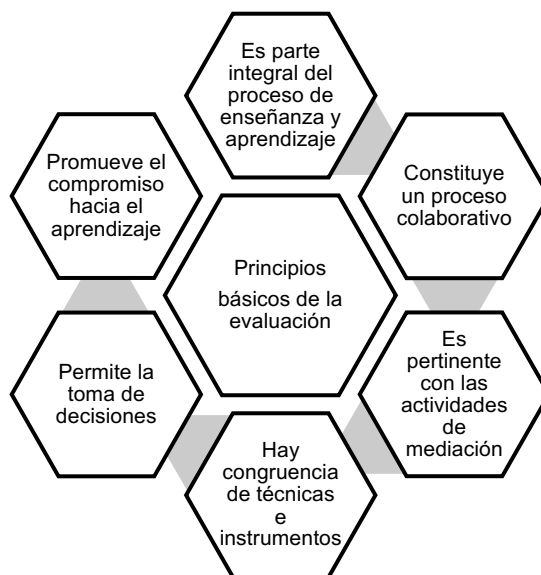
De estos cuatro componentes, el que posee mayor valor porcentual es el trabajo cotidiano, el cual

Consiste en las actividades educativas que realiza el estudiantado con la guía y orientación de la persona docente según el planeamiento didáctico y el programa de estudios. Para su calificación se deben utilizar instrumentos técnicamente elaborados, en los que se registre información relacionada con el desempeño de la persona estudiante. La misma se recopila en el transcurso del período y durante el desarrollo de las lecciones, como parte del proceso de enseñanza - aprendizaje y no como producto, debe reflejar el avance gradual de la persona estudiante en sus aprendizajes. (MEP, 2018, Art. 26)

El trabajo cotidiano cobra especial interés en la evaluación de los aprendizajes matemáticos, particularmente porque es el que tiene mayor valor porcentual y se da en el compartir diario de la clase; es un proceso continuo donde se pueden recopilar evidencias del progreso estudiantil. Esto indica que el profesorado debe proponer tareas matemáticas, así como los medios de evaluación que le permitan organizar, sistematizar e interpretar la información obtenida de las actividades realizadas, con el fin de informar al estudiantado sobre su avance y, por otro lado, justificar las calificaciones asignadas.

En concordancia con lo anterior, el MEP (2012) subraya que las técnicas e instrumentos de evaluación deben ser congruentes con el enfoque principal de los programas, la resolución de problemas y con su nivel de complejidad. Además, se resalta que la evaluación de los aprendizajes no es un suceso que se lleva a cabo en un determinado momento, sino que es un proceso que responde a seis principios básicos, los cuales se presentan a continuación:

Figura 1. Principios básicos de la evaluación de los aprendizajes matemáticos



Fuente: elaboración propia, según el MEP (2012)

Análogamente, el MEP (2018), en el artículo 15, de manera general establece que es el personal docente el responsable de la evaluación de los aprendizajes del estudiantado que tiene a cargo, esto implica una labor de planificación de la evaluación paralela a la mediación pedagógica, la construcción de instrumentos para la evaluación, una comunicación constante con el estudiantado sobre qué se espera durante los diferentes momentos evaluativos, realimentación al estudiantado de las evidencias de aprendizaje que se han recolectado en los diferentes momentos, entre otros.

Siguiendo con los componentes para la calificación estudiantil en séptimo año, el MEP (2018), en el artículo 27, define las tareas como trabajos cortos que debe realizar el estudiantado, con el propósito de reforzar las habilidades específicas propuestas en los Programas de Estudio de Matemáticas; el profesorado debe planificar tales tareas e identificar *a priori* el objetivo que se persigue con su asignación.

En cuanto a las pruebas, estas se comprenden como



un instrumento de medición cuyo propósito es que el estudiantado demuestre la adquisición de habilidades cognitivas, psicomotoras o lingüísticas. Pueden ser escritas, de ejecución u orales. Para su construcción se seleccionan los aprendizajes esperados e indicadores, de acuerdo con el programa de estudio vigente, del nivel correspondiente. (MEP, 2018, Art. 28)

Con base en lo anterior, se deduce que la calidad técnica de estas pruebas, así como la selección de aquellos ítems que permitan la medición de ciertas habilidades y diferentes niveles de complejidad, es una reflexión que debe realizar el profesorado durante su elaboración.

El último componente se denomina asistencia, el cual se refiere a la presencia física del estudiantado en aquellas actividades académicas en las cuales ha sido convocado. El MEP (2018), para determinar el valor porcentual de cada persona en este rubro, explica la relación entre el total de ausencias y el porcentaje correspondiente.

En general, el proceso evaluativo en el aula es responsabilidad exclusiva de la persona docente a cargo de los procesos de aprendizaje del estudiantado, esto implica que para llevar a cabo la profesión, se requiere un dominio del contenido matemático por construir, y a su vez, diseñar e interpretar medios de evaluación que favorezcan la recolección de evidencias de aprendizaje. Por consiguiente,

Los profesores que tienen un conocimiento inadecuado en evaluación a nivel de aula o en medición para la rendición de cuentas al sistema tienen a su vez menor eficacia en sus prácticas de enseñanza, lo que redundará en aprendizajes de menos calidad en sus estudiantes. (Förster, 2017, p. 16)

En cuanto a la planificación de la evaluación de los aprendizajes, Zepeda y Förster (2017) insisten en su importancia, dado que, de su diseño y propósito dependerá parte del éxito que se obtenga en el aprendizaje y construcción de los objetos matemáticos. Así

hemos examinado el peso que tiene la planificación de la estrategia de evaluación en el diseño de oportunidades de aprendizaje que damos a los estudiantes, y que ella se potencia y orienta hacia los aprendizajes cuando se planifica de manera integrada con la estrategia de enseñanza. De esta manera, constatamos el papel central que le otorgamos a la evaluación como un proceso permanente estrechamente vinculado a la enseñanza. (Zepeda y Förster, 2017, p.92)

Es importante aclarar que, si bien el diseño de la evaluación de los aprendizajes es responsabilidad del cuerpo docente, esto no implica que el estudiantado debe ser excluido del proceso, todo lo contrario, se insta para que este colabore activamente en torno a su propia evaluación o a la evaluación de sus pares. Ese protagonismo es posible desde la evaluación formativa y además responde a dos de los principios de la evaluación mencionados en la Figura 1.: Constituye un proceso colaborativo y Promueve el compromiso hacia el aprendizaje.

Förster (2017) señala que la idea de considerar al estudiantado en su propia evaluación o en la de sus pares no es nueva, no obstante, es un cambio que se ha dado lentamente y en algunas ocasiones no es bien comprendido entre el cuerpo docente.

Los beneficios que se advierten al incorporar al estudiantado como agente evaluador están ligados a un aprendizaje significativo, el cual se verá reflejado en el logro de las habilidades planteadas. Asimismo, Förster (2017) menciona tres aspectos por los que se debe considerar al estudiantado en un rol más protagónico en los procesos evaluativos. En primer lugar, la evaluación se comprenderá como un proceso más democrático y transparente, donde deja de considerarse como un mecanismo de control. En segundo lugar, cuando el alumnado participa de actividades evaluativas “aprende más profundamente porque esta tiene para ellos un sentido de propiedad sobre las acciones y decisiones asociadas a la tarea” (Förster, 2017, p.151).

El tercer aspecto está asociado con las demandas cognitivas que implica valorar el trabajo de sus pares o el propio. El estudiantado debe hacer un esfuerzo aún mayor para argumentar o justificar la validez de sus razonamientos o los de sus pares al resolver problemas matemáticos. En esta acción, pone en práctica los cinco procesos propuestos por el MEP (2012) y a su vez,

Pero no menos importante, desde el punto de vista de un docente que incorpora la evaluación formativa como un proceso continuo en su sala de clases, la participación activa de los estudiantes se constituye en algo esencial para hacer sostenible su labor, sin tener una recarga de trabajo producto de múltiples revisiones y de la necesidad de retroalimentación constante. (Förster, 2017, p.151)

En síntesis, la planificación de la evaluación de los aprendizajes matemáticos demanda del cuerpo docente una reflexión, en la que se propongan actividades coherentes con las habilidades que se desea desarrollar y medios de evaluación que permitan la recolección de evidencias de un aprendizaje significativo. Esta planificación también apela a la incorporación intencionada del estudiantado en las actividades de enseñanza y evaluación. En este último aspecto, es importante señalar que el profesorado debe distinguir y propiciar aquellas tareas matemáticas en las que el estudiantado podría valorar su propio desempeño o el de sus pares, además de explicar la intención y los beneficios perseguidos al participar activamente como agentes evaluadores.

Lo anterior orienta a cuestionarse sobre cuáles son los medios que favorecen la evaluación de la capacidad para resolver problemas matemáticos y cómo desde estos se pueden valorar los procesos que propone el MEP (2012) en los Programas de Estudio. Por otro lado, cabe reflexionar sobre el tipo de rol que pueden desempeñar el cuerpo docente y el estudiantado en las acciones de aula. A continuación se plantea una reflexión teórica al respecto.

### **3.4 PRÁCTICAS EVALUATIVAS EN LA CLASE DE MATEMÁTICA**

Antes de definir lo que se comprende como prácticas evaluativas, se inicia por un constructo más general: la práctica docente. Para Castro, Peley y Morillo (2006), se comprende como las acciones que realiza y desarrolla el profesorado conjuntamente con el estudiantado, con el propósito de innovar, cambiar, comprender y estudiar el proceso de enseñanza y aprendizaje. Esta práctica docente es inherente a la mediación pedagógica y a las vivencias del aula, ya que

todo lo que hace el docente se refiere a lo que se hace en la vida cotidiana de la escuela, esta inscripción hace posible una producción de conocimientos a partir del abordaje de la práctica docente como un objeto de conocimiento, para los sujetos que intervienen. (Castro et al., 2006, p.583)

Asimismo, en el constructivismo se cimienta uno de los pilares sobre los que se fundamenta el marco filosófico y conceptual de la Política Educativa “La persona: centro del proceso educativo y sujeto transformador de la sociedad”, donde el MEP (2017) señala que, desde este paradigma, se

Propone el desarrollo máximo y multifacético de las capacidades e intereses de las personas estudiantes. El propósito se cumple cuando se considera el aprendizaje en el contexto de una sociedad, tomando en cuenta las experiencias previas y las propias estructuras mentales de la persona que participa en los procesos de construcción de los saberes. (pp. 9-10)

De lo anterior se deduce que la práctica docente en general no se concibe ajena a las experiencias y realidades del estudiantado, todo lo contrario, las experiencias del día a día, los conocimientos previos y la interacción de todas las partes entre sí, son las que deben contribuir y guiar la construcción de los conocimientos, particularmente los matemáticos, de tal manera que cobren sentido y no sean la mera acumulación de conceptos, procedimientos o algoritmos.

Consecuentemente, la participación activa del estudiantado en la construcción del conocimiento debe ser natural, espontánea, sin temor a las amonestaciones en caso de equivocarse,

De allí la importancia de estimular al estudiante para que haga preguntas y las responda por su propia iniciativa y de acuerdo con su capacidad para reinventar experimentando y descubriendo cosas, llevarlo a reflexionar sobre sus propias conclusiones y a percibir sus errores o fallas como aproximaciones a la verdad. (Castro *et al.*, 2006, p.584)

Como se mencionó, la práctica docente es inherente de la mediación pedagógica, la cual Mora (2018) enmarca como la manera en la que el profesorado interactúa con el estudiantado con el fin de acompañarle para que se logren desarrollar las habilidades, destrezas o competencias que se promueven en los Programas de Estudio, y que le permitirá desenvolverse en la vida en sociedad.

En la mediación pedagógica se deben promover situaciones de aprendizaje acordes con los principios y las habilidades que se establecen en los PEM, entonces el cuerpo docente es, por excelencia, el que planea las actividades, medios o estrategias e impele entre el estudiantado una participación activa en la construcción de los conocimientos. En este sentido, “una mediación pedagógica

adversa reduce la capacidad de motivación y atención personalizada y disminuye la facultad del docente para incidir en los factores que afectan el desempeño escolar, aunado a una evaluación de los aprendizajes generalizada” (Mora, 2018, pp. 73-74).

De la mediación pedagógica se derivan las prácticas evaluativas, las cuales son relevantes en los procesos para la construcción de los conocimientos matemáticos, para Prieto y Contreras (2008), tales prácticas podrían, más que apoyar los procesos de aprendizaje del estudiantado, obstaculizarlo. Por ejemplo, al diseñar instrumentos de evaluación que privilegian la reproducción de contenidos y no la resolución de problemas matemáticos. Además

Muchos profesores de matemática creen que su disciplina es de naturaleza objetiva y descontextualizada, lo que permea sus prácticas de enseñanza y les lleva a implementar procesos evaluativos reproductivos y mecánicos. Estas prácticas impiden a sus estudiantes desarrollar su creatividad, sus habilidades argumentativas o aprender a fundamentar sus respuestas y, por lo tanto, a desarrollar sus habilidades para razonar, todos éstos aspectos que representan algunos de los sentidos centrales del aprendizaje de las matemáticas. (Prieto y Contreras, 2008, p.256)

De lo anterior, se colige que, en la clase de matemática, existe la tendencia entre el profesorado a enmarcar sus prácticas evaluativas desde un sentido más técnico, es decir, enfatizando la construcción de instrumentos como exámenes, donde se privilegia la reproducción de algoritmos o procedimientos de manera mecánica. Posteriormente, se califican estos, sin indagar los motivos o razones por las cuales el estudiantado emitió esas respuestas, por lo tanto, se le da un sentido de control a la evaluación de los aprendizajes.

De acuerdo con lo que plantean Prieto y Contreras (2008), Perassi (2014) y el MEP (2012), la evaluación de los aprendizajes matemáticos, y por ende las prácticas evaluativas, forman parte integral del proceso de enseñanza y aprendizaje. Ignorar el impacto e importancia de las acciones del profesorado en torno a sus prácticas evaluativas actuará en detrimento de la construcción de los aprendizajes estudiantiles.

En esta investigación se comprenden las prácticas evaluativas del profesorado y las acciones que realizan las personas docentes, cuyo propósito es la recolección y el análisis de las evidencias de los aprendizajes que construye y desarrolla el estudiantado, durante la mediación pedagógica para la toma de decisiones prontas y oportunas, y la definición de los desempeños y los logros de las metas de aprendizaje propuestas.

Estas acciones comprenden la selección y elaboración de instrumentos de evaluación (por ejemplo: pruebas escritas, escalas de valoración, listas de cotejo, rúbricas), de acuerdo con los propósitos y la finalidad de lo que se pretende valorar con la aplicación de los instrumentos al estudiantado, así como el uso de la información recopilada en razón del avance y progreso demostrado por el estudiantado, el rol que desempeñan las personas involucradas en el proceso de construcción del conocimiento y por ende, en las propias prácticas evaluativas, y finalmente, los momentos en los que se llevan a cabo tales acciones.

### **3.5 PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN EL CONTEXTO ESCOLAR**

La importancia que se ha dado a la resolución de problemas como actividad inherente del ser humano, ha sido manifestada por diferentes autores, por ejemplo, Labarrere (1987) sostiene que por medio de la resolución de problemas es como se asimilan nuevos conocimientos, se comprueba la validez de los argumentos y se desarrollan formas de interacción con la realidad.

Acevedo (2005) destaca como la resolución de problemas y tareas que impliquen capacidades analíticas por parte de los estudiantes, ha tenido más presencia, al menos en 2003, en las pruebas realizadas por TIMSS. Además, añade que PISA incluye la evaluación de capacidades esenciales para los alumnos y entre ellas menciona la resolución de problemas. Refiriéndose a las pruebas PISA, Rico (2006) también añade que a la cuestión ¿Cómo enseñar matemáticas?, se responde cuando las tareas de evaluación se fundamentan en la modelización y la resolución de problemas, donde esta última debe caracterizar el quehacer matemático.

El MEP (2012) enfatiza el fortalecimiento de las capacidades cognoscitivas del estudiantado con el objetivo de enfrentar los nuevos retos que le demanda la sociedad moderna. Se propone el planteamiento y resolución de problemas matemáticos como una estrategia fundamental, donde a través de estos cada una de esas capacidades converge y se logra su desarrollo o potenciación. También se promueve el uso de problemas basados en contextos relacionados con situaciones del entorno estudiantil, así como problemas donde el énfasis está en promover la capacidad de manipular los objetos matemáticos.

En este mismo sentido, Santos (2014) sostiene que la resolución de problemas matemáticos es fundamental en la construcción de los conocimientos matemáticos, pues incita al estudiantado a buscar métodos para encontrar las soluciones, le demanda organizar la información, representar los objetos matemáticos, formular diferentes preguntas y validar sus respuestas. Consecuentemente, añade

Aprender matemáticas va más allá de que el estudiante domine un conjunto de reglas, algoritmos, fórmulas o procedimientos para resolver listas de problemas rutinarios. Involucra problematizar o cuestionar la tarea o situación, pensar distintas maneras de comprender o resolver un problema, utilizar diversas representaciones, encontrar el significado e interpretar la solución y comunicar los resultados. (Santos, 2014, p.19)

De lo anterior, es válido preguntarse entonces qué se comprende como problema matemático en esta investigación y establecer la diferencia entre un problema de este tipo y un problema rutinario o ejercicio, como comúnmente se le llama en el aula.

La definición de problema en el contexto escolar puede admitir varias acepciones. Fernández (2007), Castro (2008), Blanco y Pino (2015), coinciden en que no existe una única definición de problema y que esta varía de acuerdo con cada disciplina o autor, así mismo afirman que dentro de la misma matemática existe consenso sobre el carácter polisémico de la palabra problema. Para ejemplificar tales consideraciones, a continuación se exploran algunas definiciones, la primera sostiene que

Se puede decir que existe un problema siempre que queremos conseguir algo y no sabemos cómo hacerlo, es decir, los métodos que tenemos a nuestro alcance no nos sirven. Dicho de otro modo, tenemos una meta más o menos clara y no existe un camino inmediato y directo para alcanzarla; por lo tanto, nos vemos obligados a elegir una vía indirecta, a hacer un rodeo. (García, 1989, citado en Abrantes *et al.*, 2002, p. 27).

La noción de problema expuesta se presenta de manera general, es decir, no necesariamente corresponde a un problema matemático. Vila y Callejo (2004) ofrecen una definición circunscrita al ámbito escolar, desde la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, entonces define problema como

(...) una situación, planteada con finalidad educativa, que propone una cuestión matemática cuyo método de solución no es inmediatamente accesible al alumno/resolutor o grupo de alumnos que intenta resolver, porque no dispone de un algoritmo que relacione los datos y la incógnita o dé un proceso que identifique automáticamente los datos con la conclusión, y por tanto debería buscar, investigar, establecer relaciones, implicar sus afectos, etc. para afrontar una situación. (Vila y Callejo, 2004, p. 31).

Otros autores definen problema matemático como

enunciado oral o escrito en el que intervienen datos numéricos en los cuales el resolutor ha de relacionar mediante operaciones aritméticas para obtener el resultado pedido. Consideramos que un problema aritmético está siempre asociado a un resolutor que actuará sobre los datos para dar una respuesta (Cázares, Castro y Rico, 1998, p. 21).

El MEP (2012) define problema como “una tarea matemática que para resolverse el sujeto debe usar información de una manera novedosa para éste. Un problema es un planteamiento que busca interrogación y la acción estudiantil” (p.475). En este sentido, para que una tarea matemática sea considerada como un problema, el MEP (2012) propone tres aspectos. El primero se refiere a las ideas u objetos matemáticos que han de intervenir en la resolución del problema, que no deben ser expuestos por el profesorado con antelación. El segundo propone que no se haya resuelto uno semejante en clase, es decir, que la tarea no implique una copia de procedimientos de una tarea anterior. El tercer aspecto señala que el problema matemático esté relacionado con el contexto.

Con respecto a los contextos, según Ruiz (2017), en los PEM estos se pueden agrupar en cinco categorías a saber: a) matemáticos: centrados en objetivos exclusivamente de la disciplina; b) personales: asociados a actividades propias de las personas como jugar, comprar o ahorrar; c) ocupacionales: asociado a



actividades laborales; d) sociales: asociados a la persona como parte de una comunidad y e) científicos: relativos al uso de la matemática en otras disciplinas científicas.

Alsina (2009) y Bressan y Gallego (2011), reflexionan sobre la naturaleza de los contextos de los problemas matemáticos; afirman que estos pueden formar parte de la vida cotidiana del estudiantado, haciendo referencia a los contextos personales, no obstante, amplían las posibilidades al afirmar que si la situación planteada es parte de su realidad, de una u otra forma, en el sentido que es interesante, realizable, razonable e imaginable, entonces se está ante una potencial situación problemática en la mente de quien debe abordarla.

La elección del contexto con el que se relaciona el problema matemático dependerá de los conocimientos previos, habilidades e intereses del estudiantado, por tanto, su elección no debe ser arbitraria.

El análisis de situaciones matematizables o que contienen información matemática debe ser una tarea específica a desarrollar en las aulas de matemática desde el inicio de la vida escolar. Y no solo porque es un paso para resolver problemas, sino porque ello permitirá a nuestros alumnos aprender hábitos de lectura y análisis matemáticos de textos y/o situaciones múltiples que constituyen la base de nuestra información y lectura apacible. (Blanco y Blanco, 2009, p. 83)

Las personas tienen diferentes intereses, por ejemplo, deporte, política, historia, videojuegos, biodiversidad, disciplinas científicas; en cada uno de estos se pueden encontrar situaciones matematizables que generen problemas matemáticos. Así, se descubre una oportunidad para que tanto el profesorado como sus estudiantes trabajen de forma integrada con el propósito de explorar diferentes contextos. El estudiantado va haciendo propio y significativo su aprendizaje y evaluación, mientras el cuerpo docente media para ir ajustando sus estrategias didácticas y medios de evaluación acordes con las situaciones planteadas.

Siguiendo con los tres principios señalados en torno a la concepción de problema, se devela una participación del profesorado como mediador o guía, el cual plantea el problema con una intencionalidad didáctica acorde con las habilidades específicas por alcanzar. En cuanto al estudiantado, demanda una participación activa, no solo en la realización de la tarea matemática, sino en su socialización.

En general, se afirma sobre las ideas de los distintos autores citados, que un problema es una situación que requiere solución y la persona que intenta resolverlo no posee los medios explícitos para lograr su objetivo. Ahora bien, antes de aproximar una definición de problema para la investigación, es necesario establecer la diferencia entre un problema y un ejercicio matemático, pues en ocasiones los términos tienden a tratarse como sinónimos.

Cañadas y Castro (2002) establecen que

Un problema se diferencia de un ejercicio en que, para este último, se disponen y se utilizan mecanismos o estrategias que llevan de forma inmediata a la solución. La resolución de un problema es el proceso que comienza con el planteamiento del problema y finaliza con la resolución del mismo. (p. 147).

En síntesis, se pueden destacar algunos componentes que caracterizan los problemas matemáticos y así diferenciarlos de un ejercicio. En primer lugar, si bien es cierto, tanto en un problema como en un ejercicio la pregunta o meta son claros, el método o las estrategias para llegar a la meta no son evidentes en los problemas, es decir, no son inmediatos y requieren un esfuerzo cognitivo mayor de parte del estudiantado, pues este debe escudriñar entre todas las posibilidades que posee, estrategias o conocimientos previos, aquellos elementos que le permitan llegar a la respuesta. Resolver el problema demanda tiempo, conexiones, socialización de las rutas utilizadas y la valoración de la respuesta o de las respuestas halladas.

Los ejercicios son actividades más rutinarias, el algoritmo o procedimiento para encontrar la respuesta correcta está a disposición de la persona que debe resolver la tarea, por tanto, el tiempo destinado para que el estudiantado resuelva un ejercicio se puede prever con más exactitud. Por el contrario, para resolver un problema, el estudiantado debe analizar los datos, planear una estrategia de solución e incluso corroborar y valorar sus resultados, y esto podría llevarle desde unos minutos hasta un tiempo indefinido.

Por ejemplo, en séptimo año, se define el contenido Teoría de números y la habilidad específica “Aplicar el algoritmo de la división en la resolución de

problemas” (MEP, 2012, p. 277). Para una persona que cursa séptimo año, solicitarle que mencione los divisores del número 20 implicaría recordar las reglas de divisibilidad que se han mencionado en años anteriores. La estrategia utilizada para determinar los divisores de 20 no debería generar incertidumbre en la persona que realiza la actividad.

Ahora considérese el siguiente enunciado, asociado al mismo contenido y habilidad específica del ejemplo anterior:

Don Manuel va a poner losetas en el piso de una habitación que mide 4 metros por 3 metros, las losetas miden 30 cm por 15 cm. Se va a colocar de forma análoga a lo que se ve en la figura, con el lado mayor de la loseta paralelo al lado mayor de la habitación.

Las losetas pueden cortarse para que encajen en los extremos de cada fila de ellas. Don Manuel le dio las dimensiones a su hijo y éste compró 135 losetas. Si no se quiebra ninguna, ¿le alcanzarán éstas losetas a don Manuel?, ¿le sobrarán?, si es así, ¿cuántas? ¿Cuántas filas de losetas habrá que colocar?, ¿cuántas losetas por fila? (MEP, 2012, p.278)

Una persona que cursa séptimo año, con los conocimientos previos necesarios, a la cual se le pida contestar las interrogantes planteadas, debe determinar los datos más relevantes del enunciado, identificar aquella información que no es importante, examinar las relaciones ente los datos, decidir cuál método o estrategia debe utilizar para encontrar las respuestas correctas, y en este caso se requiere de un análisis y procesamiento del texto.

Además, tal como lo propone el MEP (2012), debe argumentar los procedimientos utilizados, confeccionar un plan que le permita contestar las interrogantes planteadas, para eso debe hacer conexiones con otras áreas de la matemática, como la geometría, debe representar los objetos matemáticos de un lenguaje natural a uno algebraico o simbólico y, finalmente, comunicar de forma escrita o verbal sus razonamientos.

Cabe destacar la importancia que se le brinda a la tarea matemática y su relación con la persona que debe realizarla; en este sentido,

tendríamos que entender que un problema es una relación particular entre la tarea y la persona que trata de resolverla. Y, así utilizar la palabra problema para referirse a una tarea que tiene dificultad para el individuo que está tratando de resolverla. (Banco y Pino, 2015, p. 82)

Es decir, para que una tarea matemática sea considerada como un problema, debe existir una interacción o acción entre la persona que debe resolverla y las demandas cognitivas que esta le demanda. La labor del profesorado es crucial para determinar cuáles tareas matemáticas podrían ser problemas, para ello debe planificar con antelación cada actividad y evaluar constantemente el progreso del estudiantado.

Acorde con los puntos expuestos, para la investigación y el análisis de la información recolectada, se define problema matemático como una tarea matemática novedosa, es decir, no se expuso una tarea semejante antes y tampoco se explicó previamente cómo resolverla. Hay un punto de partida y una meta por alcanzar, empero, la estrategia o método para llegar a la meta no son evidentes para el individuo, por eso es necesario un plan o una estrategia para resolverla. Esta estrategia requiere que se identifique la información más importante, se realicen conexiones con otras áreas de la matemática, se hagan diferentes representaciones de los objetos matemáticos presentes en el problema, se comunique de manera oral o escrita, utilizando el lenguaje matemático pertinente, los argumentos que validan la respuesta.

Ahora bien, ya se ha definido lo que se comprenderá como problema matemático en esta investigación, por lo que se procede a exponer las pautas para la evaluación de la resolución de problemas matemáticos en el contexto escolar.

### **3.6 EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES MATEMÁTICOS**

Las prácticas evaluativas deben estar acordes con la fundamentación teórica de la Política Curricular, el Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes y el enfoque que se propone en los Programas de Estudio de Matemática, en donde, en este último, los cinco procesos matemáticos y las habilidades propuestas en séptimo año, se deben conjugar en la Resolución de problemas. Por lo tanto, en los siguientes apartados se hace una exploración teórica de las técnicas, instrumentos o medios que son considerados pertinentes para la evaluación de la capacidad para resolver problemas matemáticos en el contexto escolar.

Además, como sugiere el MEP (2012), la evaluación de los aprendizajes es inherente de la mediación pedagógica, por tanto, está presente en todo momento y debe darse de manera continua. Siguiendo este principio, el MEP (2018) y Castillo y Cabrerizo (2010) sugieren tres momentos para evaluar:

Tabla 1. Momentos y propósitos de la evaluación en el aula

Momento de la evaluación	Propósito
Al inicio del aprendizaje: una evaluación inicial – diagnóstica	Indagar acerca de los conocimientos previos que de matemáticas tiene cada una de las personas para detectar lagunas o carencias importantes. Al respecto el MEP (2012) destaca la transición que se da en séptimo año de la escuela al colegio, por lo tanto la evaluación diagnóstica juega un papel muy importante para detectar las bases teóricas que tiene el estudiantado, así como las habilidades adquiridas y con base en esas evidencias organizar las clases.
Durante el proceso de aprendizaje: una evaluación formativa	Proporcionar al cuerpo docente información abundante sobre la forma en que se va desarrollando el proceso de aprendizaje matemático del estudiantado; de este modo se puede reorientar y regular dicho proceso de ser necesario. En este sentido el MEP (2012) destaca el trabajo cotidiano como una oportunidad para evidenciar ese aprendizaje, “particularmente en lo concerniente a su desenvolvimiento en la resolución de problemas del entorno” (p. 298)
Al final de cada unidad didáctica o de un determinado periodo de tiempo: evaluación final	Determinar los aprendizajes adquiridos al final del periodo del tiempo establecido, estos aprendizajes deben estar acordes con las habilidades específicas que establece el MEP (2012) según cada tópico. Esta evaluación final podría servir como punto de partida para el desarrollo de los siguientes temas.

Fuente: elaboración propia con base en datos del MEP (2012)

Nótese que la evaluación de los aprendizajes está presente en todo momento y tiene una intencionalidad al servicio del aprendizaje. Ahora bien, hay pautas ministeriales que guían las acciones docentes durante la evaluación de los aprendizajes, estas se trabajaron en la sección denominada La evaluación desde el Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes y en los PEM. En los siguientes apartados se hace una reflexión teórica más específica sobre la evaluación del proceso Plantear y resolver problemas.

### 3.7 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS Y SU EVALUACIÓN

Aunado a los cambios tecnológicos y económicos acelerados, la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas ha sido objeto de críticas sobre su eficacia y relevancia para dar respuesta a las necesidades emergentes. Al respecto, Ríos (2007) sostiene que en los últimos años el aprendizaje basado en problemas se ha constituido como una forma alternativa de abordar los contenidos en diferentes disciplinas y esto implica un cambio en las prácticas educativas, por lo tanto, cambios en las prácticas evaluativas.

Por su parte, Álvarez (2010) afirma que paralelo a todo cambio en educación también debe realizarse un cambio en las prácticas educativas, en las disposiciones burocráticas – administrativas y en la evaluación, esta última es de especial interés por el objeto de investigación de esta tesis.

La resolución de problemas en la clase de matemática no es un tema planteado recientemente en el currículo escolar costarricense. De Faria (2008) asevera que desde 1996, en los programas escolares hay una orientación hacia los procesos involucrados en la resolución de problemas. Empero, es a partir de 2012 cuando se le brinda un énfasis mayor, pues se establece que

Aprender a plantear y resolver problemas y especialmente usarlos en la organización de las lecciones se adopta como la estrategia central para generar esas capacidades. El desafío intelectual le es consubstancial, un nutriente para una labor de aula inteligente y motivadora. (MEP, 2012, p. 13).

Según el MEP (2012), el objetivo es partir del entorno del estudiantado y de sus conocimientos previos para así llegar a la construcción de objetos matemáticos, los cuales son de naturaleza abstracta. Se puede inferir que la propuesta tiene aristas en común con la enseñanza basada en problemas expuesta por Rizo y Campistrous (2002), pues se propone que al plantear y resolver problemas es cuando se da el aprendizaje.

De los párrafos anteriores se deriva la importancia que se le otorga a la evaluación de los aprendizajes en general, no obstante, no se infieren pautas específicas por seguir sobre cómo se debe llevar a cabo este proceso. Cárdenas y Gómez (2011)

agregan que hay escasez de documentos que hagan referencia a este tema y sostienen que

A partir de las indicaciones curriculares y los estudios sobre la educación matemática, se han generado cambios en la enseñanza-aprendizaje. Sin embargo, en la evaluación, el número de cambios que se revelan, han sido en menor número. Las razones de este hecho son múltiples, algunas se suscitan desde la dualidad “la imposición de la norma legislativa” *versus* “el conocimiento del profesor de matemáticas”, mientras que otras se centran solo en “el conocimiento del profesor”. (Cárdenas y Gómez, 2011, p. 107).

Por otro lado, como se ha venido mencionando, la enseñanza basada en problemas requiere una planificación cuidadosa de las tareas por realizar durante las clases, así

Este estilo obliga a una preparación cuidadosa de la lección, involucrando la escogencia de los problemas, los tiempos a destinar para cada paso y la acción docente en cada momento, que no es solamente guía general para la construcción de aprendizajes automáticos sino que posee un carácter central en la interacción social y cognitiva de aula. (MEP, 2012, p. 44).

De lo anterior se infiere que la responsabilidad de elegir los problemas, decidir el tiempo para su ejecución y el momento para resolverlos quedan sujetos al criterio del profesorado.

El MEP (2012) le atribuye dos propósitos principales al plantear y resolver problemas. Primero, el desarrollo de los métodos o estrategias para resolverlos, y segundo, la construcción y aprendizaje de objetos matemáticos durante la resolución. Hay coincidencia con la tesis de Rizo y Campistrous (2002), en la que los problemas sirven como ruta para alcanzar otros objetivos curriculares, y como motivación para el estudiantado, pues se presentan situaciones donde la matemática se aplica en diferentes contextos.

Con lo anterior se vislumbra que la resolución de problemas en la clase de matemática no se presenta como un objetivo por sí mismo en el currículum escolar, o como un contenido más por enseñar, sino que funciona como un medio para el logro de otros objetivos o habilidades planteadas. La evaluación de los aprendizajes matemáticos no debería centrarse en si una persona logró llegar a la respuesta correcta, sino en los procesos que intervinieron para llegar a esa respuesta y en la forma en la que el estudiantado valida esos procesos,

En la evaluación de la resolución de problemas se suele destacar la importancia del proceso de resolución en sus diversas fases. Por ello se debe tener en cuenta el desarrollo y las ideas que han tenido lugar durante el proceso, las conjeturas, imágenes o intenciones; estrategias de comprensión tales como diagramas, tablas, gráficos o cualquier otra forma que permita expresar la información; el diseño de un plan como la utilización de métodos algebraicos o aritméticos, trasladar el problema a un contexto geométrico o numérico o descomponerlo en otros más simples y, finalmente, verificar el resultado de las operaciones, considerar las conexiones entre los contenidos para analizar el significado de la solución (Cáceres y Chamoso, 2015, pp. 229-230)

Cabe destacar que los elementos que se deben considerar en la evaluación de la resolución de problemas matemáticos pueden variar de un autor a otro, no obstante, López e Hinojosa (2000), Santos (2014), Blanco y Caballero (2015) y Pascual *et al.* (2020) coinciden en tres componentes básicos. El primero se refiere a las evidencias que muestra el estudiantado de que ha comprendido el problema, esto implica identificar el problema, los datos o hechos más relevantes ya sean explícitos o implícitos; el segundo está relacionado con las estrategias o métodos utilizados, donde articula conocimientos previos con la información identificada, y el tercero se refiere al proceso de análisis y validación de la solución, este último está asociado con la autorreflexión y la autoevaluación.

Por su parte, el MEP (2012) establece que la evaluación debe inscribirse dentro de situaciones portadoras de sentido y que provoquen un desequilibrio cognitivo, a partir del cual se favorezca el desarrollo de nuevas habilidades y destrezas estudiantiles. En tales circunstancias, pareciera que la evaluación del dominio de contenidos o de la aplicación de algoritmos se va desplazando por la necesidad de valorar también las relaciones, conexiones, representaciones y reflexiones que el estudiantado realice en torno a la resolución de un problema matemático.

Al respecto, Ríos (2007) y Santos (2014) señalan que la evaluación de la resolución de problemas matemáticos no puede ser tradicional, es decir, utilizando una prueba escrita, sino que se deben diseñar actividades e instrumentos pertinentes que permitan la recolección de información en cada uno de los tres elementos mencionados, y que además la práctica evaluativa en general debe contemplar el desarrollo de actividades permanentes y de reflexión para el estudiantado. En el



siguiente apartado se hace referencia a aquellos medios de evaluación que privilegian la evaluación de los procesos involucrados en la resolución de problemas matemáticos.

### **3.7.1 MEDIOS PARA LA RECOLECCIÓN DE EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS**

El MEP (2012), en el marco de los seis principios que deben sustentar la evaluación de los aprendizajes, sugiere que su planeamiento implica considerarla como parte integral del proceso de enseñanza y aprendizaje, esto es, debe ser pertinente con las actividades de mediación. Para tal efecto se sugiere la recolección de información cuantitativa y cualitativa del desempeño estudiantil.

Además, en cuanto a las técnicas e instrumentos, el MEP (2012) recomienda su pluralización, de manera que la información recopilada sea variada para que con base en ella se tomen decisiones, no solo de carácter administrativo, sino para orientar al estudiantado de acuerdo con sus necesidades.

En esta investigación se comprenden las técnicas de evaluación como el conjunto de estrategias organizadas que utiliza el profesorado con el propósito de “recoger información acerca de las producciones y evidencias creadas por el alumnado” (de los medios). Las técnicas por utilizar son diferentes en función de si el alumnado participa o no en el proceso de evaluación” (Hamodi *et al.*, 2015, p. 155).

En el marco de la investigación, estas técnicas responden a la interrogante ¿cómo evaluar los aprendizajes matemáticos? En cuanto a los instrumentos, estos se definen como las herramientas específicas que el estudiantado y el cuerpo docente utilizan para plasmar, de manera organizada, la información que se recopila mediante una técnica de evaluación. Análogamente, estos instrumentos responden a la pregunta ¿con qué recoger las evidencias de los aprendizajes matemáticos?

Castillo y Cabrerizo (2003) organizan las técnicas e instrumentos de evaluación en tres categorías. La primera se denomina técnicas de observación, entre las que destacan instrumentos como las listas de cotejo, el registro anecdótico o el diario de

aula. La segunda se conoce como técnicas de interrogación, entre las que sobresalen las pruebas objetivas. Y la tercera categoría se conoce como otras técnicas, que incluyen entre los instrumentos a las rúbricas y los portafolios.

En esta investigación se habla de medios de evaluación o medios para evaluar, pues engloban las técnicas e instrumentos que tradicionalmente se conocen en el ambiente educativo, y contemplan elementos que también permiten la recolección de evidencias de aprendizaje durante los procesos de resolución de problemas matemáticos. Es toda la información sobre la producción estudiantil que recibe la persona docente del estudiantado. Los medios de evaluación o medios para evaluar se definen como

Todas y cada una de las producciones del alumnado que el profesorado puede recoger, ver y/o escuchar, y que sirven para demostrar lo que los discentes han aprendido a lo largo de un proceso determinado. Pueden adoptar tres formas diferentes: escritos, orales y prácticos. (Hamodi et al., 2015, p. 154)

Algunos medios de evaluación que le permiten al cuerpo docente recolectar información sobre el aprendizaje y progreso del estudiantado son: “realización de tareas, cumplimiento de cuestionarios, resolución de ejercicios, resolución de problemas, escalas de observación, listas de control, cuadernos de clase, juegos matemáticos, pruebas objetivas, pruebas de interpretación de datos, elaboración de gráficas” (Castillo y Cabrerizo, 2010, p. 271).

Si bien es cierto que el MEP (2018) estipula que la evaluación de los aprendizajes es responsabilidad exclusiva de la persona docente, según el Ministerio (2012), esto no contradice el hecho de que el estudiantado deba intervenir de manera activa en la evaluación formativa de su propio aprendizaje o el de sus pares.

Cuando el estudiantado participa en el proceso evaluativo, Hamodi *et al.* (2015) mencionan la autoevaluación y la coevaluación, y en ambos casos se toman en cuenta criterios e indicadores que han sido negociados con antelación, conjuntamente entre la persona docente y sus estudiantes. Ya sea que el

estudiantado evalúe su propia evidencia de producción o la de sus pares, lo que se puede llevar a cabo mediante la observación o el análisis documental.

Según Hamodi *et al.* (2015), se puede considerar también la evaluación colaborativa o compartida, la cual se comprende como los procesos dialógicos que mantiene el estudiantado entre sí o con el profesorado, sobre la evaluación de los procesos de enseñanza y aprendizajes que se han desarrollado; estos diálogos pueden ser entre dos personas o grupales.

Es importante destacar que, tanto en la autoevaluación, la coevaluación o en la evaluación colaborativa, se da un proceso de negociación entre el profesorado y sus estudiantes, se toma conciencia de los conocimientos previos necesarios para realizar una tarea matemática, o de las habilidades que se pretenden desarrollar con esta, de los criterios e indicadores que se van a medir, el cómo se va a registrar y a comunicar esa información.

En este orden de ideas, la cuestión que gira alrededor de la evaluación de la resolución de problemas matemáticos, implica que además de las pruebas escritas, es imperante evaluar las acciones del estudiantado en la clase, y esto significa que la persona estudiante no solo se limita a resolver, sino también a plantear diferentes problemas.

El profesorado debe valorar el desarrollo de las habilidades a lo largo de un periodo, enfatizando los procesos que apunta el MEP (2012). Por lo tanto, se requiere una preparación y reflexión constante por parte del cuerpo docente para elegir aquellas tareas matemáticas y medios de evaluación que le permitan al estudiantado involucrarse en los procesos evaluativos y que además aporten la mayor cantidad de información con respecto a los logros y áreas en las que el estudiantado requiere apoyo.

Existe concordancia entre los expertos en que hay algunas técnicas e instrumentos que privilegian la recolección de información para la evaluación de los aprendizajes al resolver problemas matemáticos. Por ejemplo, Giménez (1997), Santos (2014), Cáceres y Chamoso (2015) y Pascual *et al.* (2020), destacan la rúbrica como un

medio que permite la recolección de información y la oportunidad de hacer una realimentación específica de los aspectos que se pueden mejorar.

En efecto, Förster *et al.* (2017) destacan las rúbricas analíticas como matrices de doble entrada en las que las habilidades, desempeños o competencias que se evaluarán pueden ser separadas en partes específicas; así se le podrá brindar al estudiantado una información más precisa de su desempeño al realizar una tarea matemática. Es decir,

Las rúbricas analíticas se utilizan principalmente cuando se espera una evaluación multidimensional. Lo que ocurre en tareas cuando en las que parte del proceso es relevante y se espera un rango acotado de respuestas posibles por parte de los estudiantes. (Förster et al., 2017, p.223)

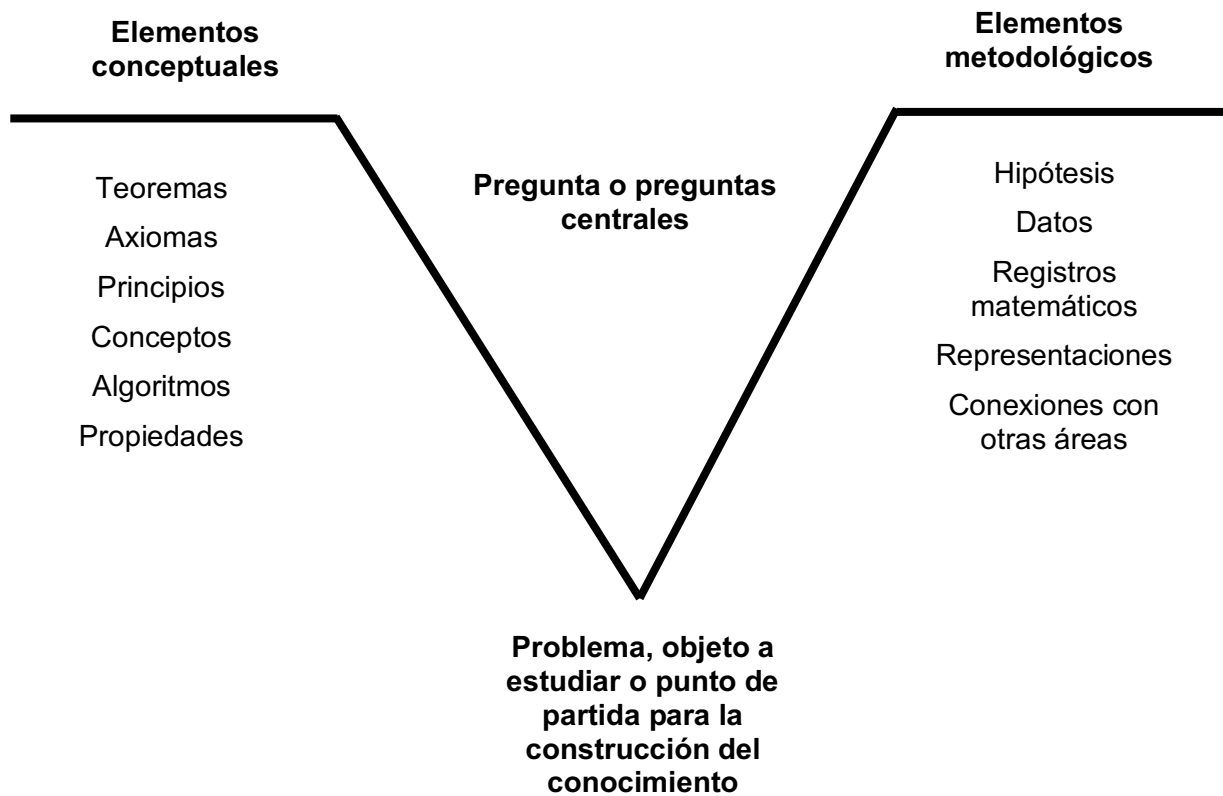
En el caso de la clase de matemáticas, hasta el momento ya se han mencionado varios elementos que se podrían considerar para construir una rúbrica analítica donde se puedan plasmar evidencias del desempeño estudiantil. Por ejemplo, se pueden construir los criterios, indicadores y niveles de logro con base en los tres componentes básicos que se deben considerar en la evaluación de la resolución de problemas matemáticos, citados en el apartado anterior, los cuatro procesos matemáticos que se deben articular al resolver un problema y, finalmente, las habilidades específicas que apunta el MEP (2012).

Lo anterior no sugiere que por cada tarea matemática se debe construir una rúbrica analítica para su evaluación, sino que existen elementos generales que se deben considerar en esa matriz, de tal manera que la evaluación de los aprendizajes matemáticos responda a lo establecido en los PEM y le permita al estudiantado ser parte del proceso.

Otro medio de evaluación de los aprendizajes matemáticos asociado a la resolución de problemas es la V de Gowin, ordenador gráfico que permite la organización de información, ideas, representaciones, interrogantes, entre otros, en torno a un problema matemático. Según Förster *et al.* (2017), este recurso propicia el aprendizaje significativo, estableciendo relaciones entre los conocimientos previos y los nuevos conocimientos, y demanda habilidades cognitivas complejas. Con base

en Giménez (1997) y Förster *et al.* (2017), a continuación, se presenta la estructura básica de una V de Gowin:

Figura 2. V de Gowin para resolver problemas matemáticos



Fuente: elaboración propia con base en Giménez (1997) y Förster *et al.* (2017)

Este instrumento se puede utilizar tanto para promover el aprendizaje como para su evaluación. Flores y Gómez (2009) destacan que

Este instrumento se utiliza para evaluar procedimientos de resolución de problemas en el desarrollo de prácticas o en la justificación de resultados o conjeturas. Como instrumento de evaluación, la V de Gowin, puede servir para detectar cómo plantea un estudiante un determinado problema, cuáles conceptos usa en su resolución y cuáles estrategias de solución o heurísticas emplea. Como instrumento de enseñanza, se puede utilizar para propiciar que el estudiante estructure su manera de pensar y resolver problemas, de modo que pueda hacer explícito su conocimiento tácito. En este caso, es el estudiante quien realiza la V de Gowin. (p. 34)

Otro de los medios para la evaluación de los aprendizajes matemáticos asociados a la resolución de problemas son los mapas mentales y los mapas semánticos. El primero

suele combinar imágenes (ya elaboradas o construidas); figuras geométricas; líneas rectas, quebradas y curvas; palabras, códigos, números y colores. Todo lo anterior diseñado por el estudiante, es decir “hecho a mano” según la imaginación, creatividad y racionalidad de a quién representa. (Marchant, 2017, pp. 238-239)

Los mapas semánticos expresan de forma gráfica los objetos, estableciendo líneas que los enlazan entre sí. Se parte de un concepto mayor y se desagrega en conceptos u objetos más simples.

Con los organizadores gráficos mencionados, se puede evaluar la forma en la que se argumenta, pues se deben utilizar correctamente los objetos matemáticos; la habilidad para comunicar, pues se deben plasmar las ideas de tal manera que sean comprensibles para otras personas; representar los objetos matemáticos, asociarlos con los contenidos conceptuales y establecer conexiones con otras áreas de la matemática.

El MEP (2013) destaca la V de Gowin y los mapas mentales, como medios que favorecen la recopilación de información sobre la construcción de los aprendizajes estudiantiles, en el marco de la evaluación formativa, durante los tres momentos de la evaluación. En este proceso participan el profesorado y el estudiantado, en lo que se ha denominado evaluación colaborativa; además

Es muy importante que una tarea en la que se utiliza cualquier organizador gráfico sea dialogada y retroalimentada, ya que, de lo contrario, será vista como una mera actividad sin conexión con el proceso de enseñanza y aprendizaje, desaprovechando las potencialidades de este. (Marchant, 2017. P. 261)

Si la intencionalidad de proponer una tarea que involucre ordenadores gráficos es realizar una evaluación sumativa, es necesario que se acompañe con un instrumento como una lista de cotejo, una escala o una rúbrica para distinguir las habilidades específicas, los indicadores de logro o los niveles de desempeño que se están promoviendo en dicha actividad.

Al respecto, Marchant (2017) sugiere que utilizar los organizadores gráficos para evaluar el aprendizaje del estudiantado con una intencionalidad sumativa no es lo más recomendable, pues la calificación podría influenciar para que se trate de responder a las demandas o expectativas del profesorado dejando de lado la creatividad y sus propias ideas en torno a los objetos matemáticos.

Hasta el momento, se han presentado tres medios de evaluación que favorecen la recolección de evidencias de aprendizaje en la resolución de problemas matemáticos; en todos se coincide en que el estudiantado asume un rol protagónico, tanto en la realización de la tarea como en su valoración, en su propia evaluación y en la de sus pares. El rol que desempeñe el estudiantado puede ser la clave en el éxito o fracaso al proponer este tipo de tareas, por lo tanto, a continuación, se explica lo que se comprenderá como rol del estudiantado y rol del profesorado en esta investigación.

### **3.8 EL ROL DE LA POBLACIÓN DOCENTE Y ESTUDIANTIL EN LA EVALUACIÓN FORMATIVA**

Antes de definir lo que se comprenderá como rol en el contexto educativo y específicamente en el marco de la evaluación de los aprendizajes, es necesario establecer la diferencia entre rol y función, pues ambos suelen usarse como sinónimos.

Según la tesis de Podcamisky (2006), hay una marcada diferencia entre el concepto de rol y el de función. El segundo se refiere a una actuación más estática, un lugar determinado dentro de un contexto, donde el sujeto realiza acciones de manera explícita pues ya fueron establecidas previamente, así

Desde nuestra perspectiva vamos a pensar que función es precisamente eso, un lugar y un conjunto de nexos que ligan al sujeto que la desempeña a otras funciones, pero que están asignadas explícitamente y generalmente están escritas como algo que se debe cumplir como requisito para el desarrollo de la misma, por lo tanto, su requerimiento y ejecución en conductas es explícito. (Podcamisky, 2006, p. 180)

Por ejemplo, en el REA se establece que la persona docente debe

Entregar al estudiantado por escrito y en forma detallada, con al menos ocho días naturales antes de la aplicación de la prueba, los aprendizajes esperados e indicadores del planeamiento didáctico seleccionados para la medición, en concordancia con el programa de estudio. (MEP, 2018, Art. 15, inc. d)

Del texto anterior se deduce que una función del profesorado de matemática es comunicar de forma clara qué se esperará del estudiantado, en cuanto a aprendizajes, antes de aplicar una prueba.

Por su parte, el rol está más ligado al estilo de cada persona, destacando que no se deja de lado la función, sin embargo, está asociado a cómo de manera personal cada docente y estudiante llevan a cabo esa función acorde con el contexto, su formación profesional, años de experiencia o experiencias personales, su definición de educación o de evaluación de los aprendizajes, el reglamento de evaluación, entre otros. En efecto,

En la función hay cierta restricción de orden social, al estar determinada por el contexto, en tanto que el rol propiamente dicho, si bien hay influencia del contexto, hay una plasticidad que surge de la impronta personal. Esta impronta es el resultado de una compleja articulación que combina la historia personal, de quien ejerce la función, y los requisitos propios de la misma. Se puede decir que toda función es ejercida desde un rol determinado y que no hay posibilidad alguna de ejercerla fuera de ese rol. Es el rol lo que va a hacer que una función, con sus mismas obligaciones y metas, sea desempeñada de forma diferente por distintas personas. (Podcamisky, 2006, p. 181)



Siguiendo con el ejemplo anterior, si bien es cierto que una función del profesorado es comunicar de forma clara qué se espera del estudiantado antes de una prueba, el rol que desempeña la persona docente enmarcará el cómo, cuándo, el qué enfatizará previo esa prueba y el propósito de realizarla.

Para desempeñar un rol es necesario que haya interacción, dicho de otra manera, la actuación de cada sujeto va dirigida a otras personas. En efecto, Marín (2003) y Podcamisky (2006) coinciden en que dentro de una organización social hay interacciones entre las personas y cada una de estas interactúa con otra ejerciendo un rol determinado,

de la misma forma que no existe el individuo aislado, no existe un rol aislado. Es tan inherente al rol la existencia del otro que sin ese otro no existe, aunque esa presencia sea real o imaginaria. Por lo tanto, la única posibilidad que tenemos de entender un rol es en su contexto. (Podcamisky, 2006, p. 181)

Con base en esta idea, el aula de matemáticas es el escenario por excelencia donde se puede identificar el rol que el profesorado y el estudiantado asumen en torno a las prácticas docentes, la mediación pedagógica y las prácticas evaluativas.

Como se mencionó en los párrafos precedentes, el rol es una compleja articulación entre la historia de cada persona y los elementos propios que demanda cada disciplina y su fundamentación teórica. Por lo tanto, se realiza una exploración de los tres paradigmas fundamentales en educación, los cuales “han sido utilizados para orientar los aspectos psicopedagógicos de modelos educativos en lo que respecta a cómo se concibe la enseñanza, el aprendizaje, y la manera de evaluar” (Blanco, 2004, p. 112).

Los tres paradigmas en mención son el conductual, el cognitivo y el ecológico contextual. Blanco (2004) destaca las características principales de la evaluación de los aprendizajes en cada uno de estos, los cuales se presentan a continuación. Luego, con base en sus aportes, se infiere el rol del profesorado y consecuentemente el del estudiantado.

En el paradigma conductual se encuentran los siguientes principios básicos, en torno a la evaluación de los aprendizajes:

- El aprendizaje es observable.

- El aprendizaje es medible.
- Sobresalen los objetivos en la enseñanza.
- La evaluación se centra en los resultados.
- La evaluación se puede tecnificar.
- Se destacan las acciones repetitivas para obtener resultados favorables.
- Predomina la evaluación sumativa.
- Impera el examen como instrumento para medir el aprendizaje del alumnado.
- La evaluación es un suceso no un proceso, es decir, se lleva a cabo al finalizar un proceso didáctico.

Con base en estas características, se devela que el rol del profesorado es controlador del proceso evaluativo, pues utiliza instrumentos de medición para determinar si hubo aprendizaje, es quien tiene el conocimiento, decide cómo, cuándo y a quién evalúa (mide), presupone que todo el estudiantado es igual, por lo tanto, se valora su aprendizaje utilizando las mismas técnicas e instrumentos para todas las personas, utiliza la calificación como una forma de imponer su autoridad y finalmente, confunde la evaluación con la medición.

En relación con esto, se infiere que el rol del estudiantado es el de receptor pasivo de las valoraciones que realiza la persona docente: acepta como válidas las valoraciones que hace esta, no cuestiona los resultados obtenidos en las pruebas realizadas, no participa del proceso evaluativo, salvo porque es a quien se mide, y la evaluación tiene un valor de cambio (la calificación).

En el segundo, el paradigma cognitivo, para la evaluación de los aprendizajes se destacan los siguientes fundamentos:

- La evaluación es un proceso integrante del proceso enseñanza – aprendizaje.
- La evaluación diagnóstica adquiere valor.
- Se le resta protagonismo al examen para darle relevancia a aquellas actividades que favorezcan los intercambios entre la persona docente y el estudiantado.

- La evaluación está presente en todo momento del proceso educativo, no se concibe como un hecho aislado al finalizar un ciclo lectivo, un contenido o una actividad.
- Predomina la evaluación formativa.
- El propósito de las actividades de evaluación es que el estudiantado fortalezca sus conocimientos
- Las actividades planeadas son flexibles de manera que actúen como guía de la práctica pedagógica.
- La evaluación no es la culminación del aprendizaje si es el camino que guíe la reflexión de las prácticas pedagógicas.

Por tanto, se devela un rol de la persona docente como mediadora, la cual recopila información para valorarla y con base en estas valoraciones reorienta el proceso de enseñanza – aprendizaje, planea las actividades evaluativas con base en los conocimientos previos del estudiantado, piensa las evaluaciones para que este aprenda a aprender.

También, la persona docente comparte la responsabilidad del juicio evaluativo con el estudiantado, más que en los resultados finales, se interesa por los procesos que intervinieron al realizar una tarea matemática, con base en la recolección de información se toman decisiones para replantear el proceso de enseñanza – aprendizaje.

Realiza diagnósticos para determinar los conocimientos previos del estudiantado para que, con base en esta información, motivar al estudiantado a alcanzar conocimientos de mayor complejidad y que pueda aplicar en la resolución de problemas.

Planea actividades que favorecen la relación entre los nuevos conocimientos y los conocimientos previos, además promueve la realimentación con base en los resultados de las evaluaciones formativas, de tal manera que el análisis de los errores cometidos sirva para reconstruir conceptos o procedimientos.

Promueve el trabajo colaborativo entre el estudiantado, no solo en la resolución de las tareas matemáticas propuestas, sino en la evaluación de los procesos que intervinieron, esto es, se proponen espacios para la autoevaluación y la coevaluación.

El rol del estudiantado es de colaborador, esto es, se considera que tiene capacidad de aprendizaje, la cual potencia por medio de las interacciones con las otras personas de la clase, concibe la evaluación de los aprendizajes como un proceso que le permite autorregularse. Participa de los procesos evaluativos, por tanto, estos son más democráticos.

En el tercer paradigma educativo, denominado ecológico contextual, se destacan las siguientes características:

- Presta especial atención a las interrelaciones que se desarrollan entre cada sujeto con el grupo y cada sujeto con el grupo y el medio ambiente.
- Se toma en cuenta la organización espacial donde se desarrollan las clases.
- Se toma en cuenta los materiales utilizados tanto por la persona docente como por el estudiantado.
- El aprendizaje es contextualizado.
- El aprendizaje es compartido.
- El currículo es flexible, es decir, admite cambios de tal manera que este sea acorde con el entorno del estudiantado.
- El espacio físico de la clase trasciende de las cuatro paredes de un aula.
- El medio ambiente escolar ofrece un espacio donde el estudiantado se siente cómodo, por lo tanto, este ambiente debe ir evolucionando acorde con las características del estudiantado.
- Toma en cuenta las creencias, las tácticas para procesar la información, los intereses personales de cada sujeto (docentes y estudiantes).

- Se descarta la evaluación como un mecanismo de control.

Se deduce un rol de la persona docente en la evaluación de los aprendizajes como promotora, pues suscita actividades que motiven la participación activa de todas las personas que conforman la clase.

Del mismo modo, propone actividades conjuntamente con el estudiantado, de tal manera que el grupo de clase se va comprometiendo e identificando con los mismos objetivos o metas y proporciona diferentes escenarios donde se lleva a cabo la clase acordes con las tareas y los objetivos que se persiguen.

Forma un equipo junto con sus estudiantes en el proceso evaluativo, es decir, ambas partes definen los criterios de evaluación, ambas partes evalúan y deciden qué y para qué se evalúa.

Utiliza diversidad de técnicas e instrumentos para recopilar información, entre los que se destacan: la observación, la entrevista, los registros, producciones del estudiantado, el portafolio, etcétera. Así, trata de recopilar la mayor cantidad de evidencias de aprendizaje, de tal manera que pueda comprender y explicar la realidad de la persona evaluada en cuanto a su situación de aprendizaje.

Trabaja de forma colaborativa con sus pares para analizar las producciones de sus estudiantes, de tal manera se podrá realizar una valoración más holística. Al respecto, considera en todo momento los aspectos éticos de la evaluación.

Dadas estas condiciones, el estudiantado asume un rol proactivo, lo que implica que participa activamente del proceso evaluativo. Forma equipo con el profesorado para definir qué y para qué se evalúa y con qué criterios.

Considera que la evaluación no es algo extraordinario, que provoque miedo o angustia, todo lo contrario, es algo natural que se realiza en todo momento, además esto le permite participar en la evaluación de sus pares.

En el caso que compete, se apuesta por una fundamentación teórica ecléctica, pues “el marco conceptual de esta Política se construye sobre paradigmas de gran importancia” (MEP, 2015, p. 8), y menciona el paradigma de la complejidad, el humanismo y el constructivismo social. En concordancia

La resolución de problemas como estrategia pedagógica hace converger principios esenciales del constructivismo, una premisa filosófica de la política educativa nacional, como la construcción estudiantil autónoma de aprendizajes, pero de una manera aún más vigorosa y eficaz, pues resulta fundamental una acción independiente y comprometida del sujeto en la acción de aula. (MEP, 2012, pp.18-19)

Como ya se ha mencionado a lo largo del marco teórico, de estos fundamentos se desprenden pautas para la evaluación de los aprendizajes, las cuales deben guiar las prácticas evaluativas docentes, consecuentemente su rol y el del estudiantado.

El rol del profesorado y del estudiantado en los procesos evaluativos, que se realizan en la clase de matemáticas, marca una diferencia en el tipo de aprendizaje que se llevará a cabo, por ejemplo, el estudiantado al asumir un rol más protagónico, se responsabiliza de su propio aprendizaje, contribuye al aprendizaje de sus pares y asume la evaluación de los aprendizajes como una oportunidad para mejorar.

Se vislumbra un profesorado que al diseñar las distintas tareas matemáticas se plantee interrogantes como: ¿de qué manera el estudiantado puede valorar por sí mismo cuando sus estrategias, procedimientos o respuestas son válidas?, ¿cuáles son las pautas que se deben dar para que el estudiantado valore su desempeño o el de sus pares al realizar una tarea matemática? ¿qué tipo de diálogos son los que propician la autoevaluación o la evaluación colaborativa?

Durante la socialización en la clase de matemática, se pueden encontrar evidencias explícitas o implícitas del rol que desempeña cada una de las personas que interviene, por ejemplo, en las interrogantes que se plantean, quién las formula o las responde, para qué las contesta. También en el tipo de tarea que se propone, cómo, quién o para qué se evalúa, por lo tanto, en esta investigación es de suma importancia el acercamiento al aula para develar el rol del profesorado y del estudiantado en torno a las prácticas evaluativas.

En síntesis, de los momentos y propósitos de la evaluación en el aula expuestos en la Tabla 2, la importancia que se le otorga a la evaluación formativa en los paradigmas que se articulan para fundamentar los Programas de Estudio (Gráfico 2), se infiere que esta es medular en la construcción de los conocimientos matemáticos en el marco de la resolución de problemas, pues el estudiantado tiene

mayor posibilidad de participación y se democratizan los procesos evaluativos. Por consiguiente, es necesario indagar sobre el rol del profesorado y del estudiantado en la evaluación formativa.

El MEP (2013c) advierte que en la práctica pedagógica se ha invisibilizado la evaluación formativa, pues entre el profesorado existe la creencia de que, al no brindar datos cuantitativos, esta carece de importancia. Particularmente, Prieto y Contreras (2008) afirman que entre docentes de matemática prevalecen prácticas evaluativas asociadas a la evaluación en un sentido tradicional, donde se privilegia la calificación, el control y la acreditación, por lo tanto, tales

Prácticas evaluativas también producen efectos incidentales, pues con más fuerza aún que la enseñanza, envían poderosos mensajes a los estudiantes acerca del contenido disciplinario que se evalúa, dado que por su intermedio los profesores revelan y enfatizan o privilegian ciertos conocimientos, habilidades y actitudes por sobre otras. (Prieto y Contreras, 2008, p. 256)

El MEP (2013c) comprende la evaluación formativa como un proceso en el que se recolecta información y evidencias, de manera continua, con el propósito principal de informar oportunamente sobre el logro y progreso del estudiantado en las habilidades que se deben desarrollar en una determinada disciplina escolar. En cuanto al docente, provee información pertinente para reorganizar la mediación pedagógica de forma que se favorezca el desarrollo de las habilidades, actitudes y creencias, en el caso que compete, propuesta en los PEM.

De esta forma,

la evaluación formativa posibilita la doble realimentación, por un lado, le indica al estudiante su situación respecto al nivel de logro de las habilidades, destrezas o competencias que se espera alcance en el proceso de aprendizaje y por otro lado, le permite al docente reflexionar en torno a su mediación pedagógica, los logros y dificultades de los estudiantes. (MEP, 2013c, p. 3)

Además, Segura (2018) señala que

El propósito formativo de la evaluación de los aprendizajes se convierte en parte inherente al proceso de aprendizaje, mediante los procesos de construcción y comunicación de los significados que se desenvuelven dentro del salón de clases de forma natural. Además, el personal docente debe invitar al estudiantado a la búsqueda y análisis de información que le hace reconocerse como una persona crítica y reflexiva de su propio proceso de aprendizaje. (p. 7)

De acuerdo con lo precedente, el rol del profesorado es relevante para llevar a cabo una evaluación más democrática, en la que participen activamente todas las personas de la clase. El MEP (2013c) sugiere que, durante la evaluación formativa, el cuerpo docente debe orientar y facilitar la construcción o reconstrucción de los aprendizajes.

En esta misma línea de ideas, el rol del profesorado en la evaluación formativa es fundamental, pues según la Agencia de Calidad de la Educación (2017), este es el responsable de construir espacios con normas, previamente establecidas y discutidas en la clase, donde se propicie el respeto y la escucha atenta hacia las otras personas, donde se hagan valoraciones constructivas entre pares con el fin de crear ambientes seguros y de confianza para el aprendizaje.

Al observar una clase donde la evaluación formativa es implementada efectivamente, se pueden apreciar interacciones donde los estudiantes discuten sobre la tarea asignada y se dan retroalimentación entre ellos, los profesores interactúan con un pequeño grupo o con algún estudiante en particular para apoyar su aprendizaje. Todas estas interacciones son facilitadas y se deben tanto por la cultura de aprendizaje como por el manejo y organización de la clase para implementar las actividades y lograr la meta planificada. (Agencia de calidad de la Educación, 2017, p. 38)

En consecuencia, el estudiantado también adquiere un rol más protagónico, pues se abren oportunidades para que se lleve a cabo la autoevaluación y la coevaluación. El MEP (2013c) indica que ambos procesos deben ser aprendidos y provocados por el profesorado y se recomienda realizarlos diariamente en la clase.

Durante la autoevaluación, el MEP (2013c) señala que el estudiantado participa activamente de la valoración de su propio aprendizaje, reconoce sus logros y áreas en las que puede mejorar, y le permite “desarrollar una actitud crítica y reflexiva” (p. 28).

En coherencia, la coevaluación se complementa con la autoevaluación, que concibe a la persona como parte de un grupo social, con metas comunes, donde sus aportes y valoraciones hacia sus pares permiten la construcción de los aprendizajes, también “permiten al estudiante tomar conciencia acerca de los avances, logros y limitaciones, que se dieron de forma individual y grupal durante el trabajo realizado.



Contribuye además al fortalecimiento de la convivencia, solidaridad, sociabilidad y respeto” (MEP, 2013c, p. 29).

La Agencia de Calidad de la Educación (2017) afirma que

la evaluación formativa es un rasgo esencial que define a la enseñanza efectiva pues es la única manera de saber si lo que se ha enseñado fue realmente aprendido y donde la información obtenida se usa como retroalimentación para modificar las actividades de enseñanza y de aprendizaje en las que están involucrados los estudiantes. Este ajuste puede ser inmediato o para lecciones futuras. (p. 10)

En la planificación de la enseñanza deben presentarse de manera paralela y coherente con los medios de evaluación formativa, de ¿manera que las evidencias de aprendizaje recolectadas se utilicen como insumos para adaptar la enseñanza a las necesidades del estudiantado, así

La esencia de la evaluación formativa se sustenta en la idea de que la evidencia de los logros de los estudiantes es obtenida e interpretada por ellos mismos y el profesor, y conduce a una acción que resulta en un mejor aprendizaje que aquel que se hubiese logrado en ausencia de tal evidencia. (Agencia de Calidad de la Educación, 2017, p. 11)

En relación con esto, Pilet y Horoks (2017) destacan que durante este proceso evaluativo el profesorado de matemática está atento al trabajo realizado por el estudiantado durante la clase y mientras tanto elige ciertas producciones para compartirlas con el resto de la clase, y que de manera colaborativa permitan la movilización de las habilidades o contenidos matemáticos definidos *a priori*.

De lo anterior se infiere que no es necesario exponer todas las producciones que realiza el estudiantado al abordar una tarea matemática, sino que, durante el acompañamiento docente, este va a determinar cuáles procedimientos promueven el aprendizaje. Con esto, no se está insinuando que se tomarán en cuenta aquellos resultados matemáticamente correctos, sino que es una oportunidad para identificar cuáles fueron los obstáculos conceptuales o procedimentales que interfirieron para que una tarea no pudiera llegar a buen término.

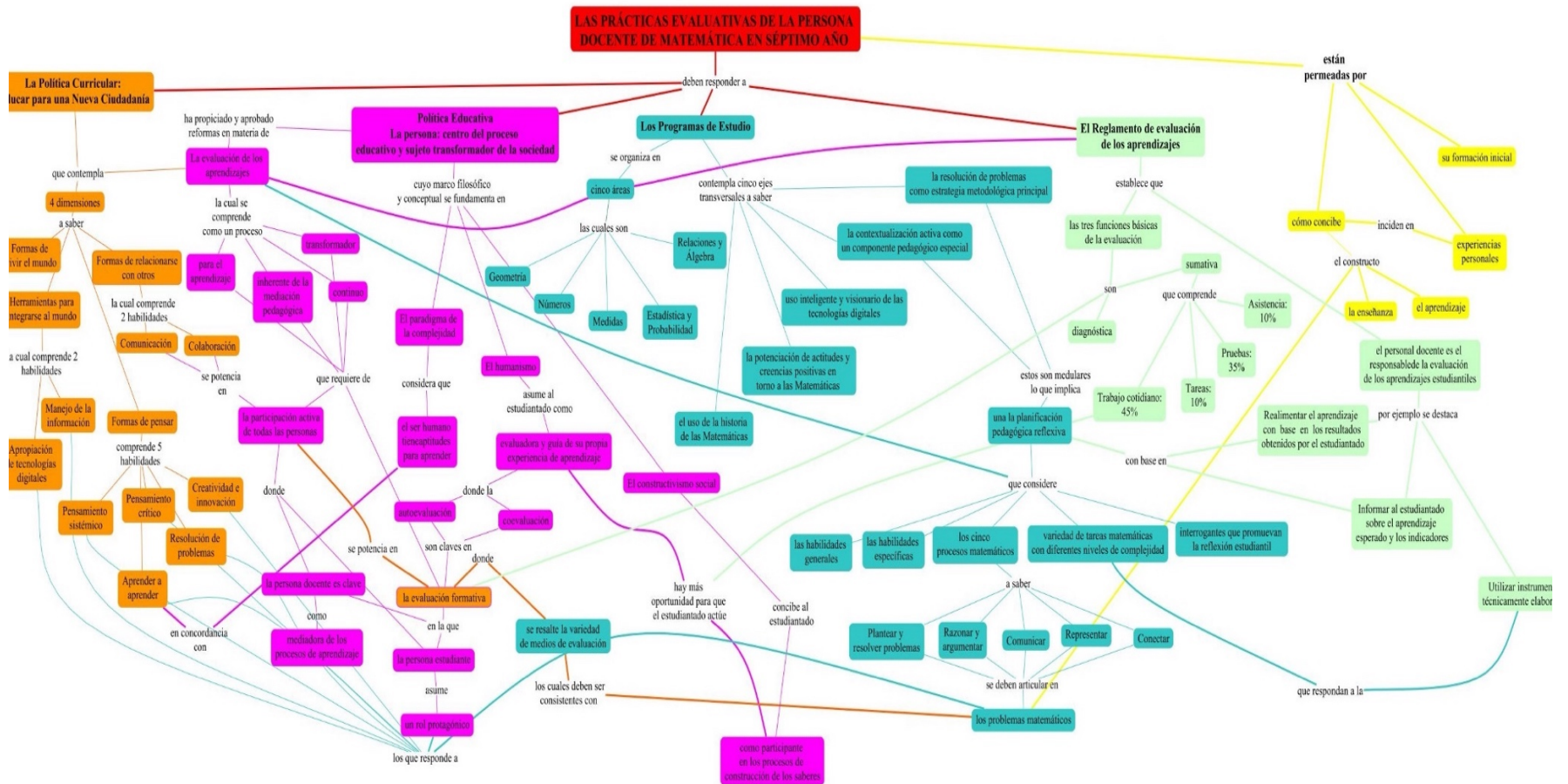
Por otro lado, este monitoreo docente también es una oportunidad para que se valore el tiempo destinado a las tareas matemáticas, su pertinencia en cuanto a las habilidades que se buscan desarrollar, las necesidades educativas que presenta cada estudiante, los conocimientos previos presentes y la forma de comunicación

en el aula. Todo lo anterior permitirá una planificación más organizada y con tareas matemáticas mejor intencionadas para futuras clases.

Tanto Zepeda (2017) como Cusi *et al.* (2017) advierten que la evaluación formativa cumple su propósito cuando se provee información útil al estudiantado, esto se conoce como realimentación efectiva, la cual debe ser “específica y oportuna, es decir, que permite que el alumno ajuste o relabore su aprendizaje, Por lo tanto, esta debiera darse antes de su certificación y calificación. La retroalimentación debe proporcionar detalles sobre cómo mejorar” (Zepeda, 2017, p.108).

A continuación, se presenta un mapa semántico que sintetiza el marco teórico articulado.

Figura 3. Mapa semántico sobre la articulación teórica



Nota: Articulación del marco teórico. El color rojo representa las prácticas evaluativas del profesorado, el color naranja se asocia a los elementos de la política curricular, el fucsia a la política educativa, el turquesa a los PEM, el verde claro al REA y el amarillo a las concepciones personales del profesorado.

Fuente: elaboración propia

## 4. METODOLOGÍA

En el siguiente capítulo se detallan los fundamentos y procedimientos metodológicos que se siguieron para alcanzar los objetivos planteados en la investigación, así como la descripción de los procedimientos realizados para la construcción, aplicación y análisis de los instrumentos empleados para la recolección de la información.

También se detalla cómo se llevará a cabo el análisis de los datos obtenidos mediante el marco teórico planteado y el problema de investigación.

### 4.1 ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN

El objeto de estudio de esta investigación, las prácticas evaluativas del profesorado de matemática, demanda un acercamiento a la realidad del cuerpo docente desde su propia experiencia, en torno a la didáctica de la enseñanza de la matemática, su interacción con el estudiantado, cuál es el rol en esas prácticas de los grupos de estudiantes involucrados, comprender cómo viven las personas participantes la evaluación de los aprendizajes a la luz de la teoría que se vislumbra en los PEM, de manera que la investigación se define como cualitativa. As

La principal característica de la investigación cualitativa es su interés por captar la realidad, en este caso socio-educativa, a través de los ojos de las y los sujetos actuantes, esto a partir de la percepción que ellas y ellos tienen de su propio contexto.

Recordemos que la realidad se construye socialmente, es histórica y cambia constantemente (Gurdián, 2007, p.183).

En concordancia, Rodríguez *et al.* (1999) destacan que, en la investigación cualitativa, quienes investigan, se adentran en el marco de referencia donde las personas participantes se desenvuelven. En el caso de esta investigación, el interés se centra en la cotidianidad del aula, donde el profesorado y el estudiantado interactúan, conviven, se organizan, dialogan y experimentan sus vivencias educativas.

Desde el enfoque cualitativo, Gurdián (2007) sostiene que se intenta construir un conocimiento con el propósito de comprender el punto de vista de las personas participantes, ergo, el acceso a este conocimiento acontece entre los planos de lo

subjetivo y lo intersubjetivo. Ante esto último, Gurdían (2007) sintetiza la tesis de varios autores para destacar doce características metodológicas de este enfoque:

- La construcción del conocimiento es progresiva. Esto es, que el proceso investigativo se alimenta constantemente, de y en la confrontación de las realidades que se desprenden de la interacción de la investigadora con el cuerpo docente y el estudiantado.

En esta investigación, lo anterior se logró cuando se accedió directamente al aula donde interactuaron docentes, estudiantes, los PEM y el REA. En este sentido, “El investigador ve al escenario y a las personas desde una perspectiva holística; las personas, los escenarios o los grupos no son reducidos a variables, sino considerados como un todo” (Rodríguez et al., 1999, p.33).

- Los procesos de investigación cualitativa son de naturaleza multicíclica y en espiral. El diseño de investigación es flexible, no por eso deja de ser riguroso. A lo largo de la investigación pueden emerger nuevos supuestos.

En este caso no fue la excepción, ya que se hizo necesario una y otra vez revisar el marco teórico para delimitar las observaciones realizadas y concentrarse en el objeto de estudio.

- Cada hallazgo en el campo de la investigación es el punto de partida de un nuevo ciclo dentro de la espiral investigativa.  
Estos hallazgos son validados por consenso o por la interpretación de evidencias.
- El proceso es inductivo, es decir, que se asocia más con el descubrimiento que con la corroboración.

Al respecto, se hicieron observaciones de aula durante amplios y prolongados espacios de observación de forma atenta y sistemática, en la que se pudo recolectar evidencias de las prácticas evaluativas docentes y cómo experimenta esas prácticas el estudiantado, hasta que se repitieran una y otra vez las mismas experiencias, esto es

La saturación de la información, que se alcanza cuando hay repetición de información, esto es, cuando la investigadora o el investigador obtienen la misma información o similar. Las y los sujetos actuantes no indican nada diferente de lo ya dicho (Gurdián, 2007, p.147).

- La investigación cualitativa es holística, esto es que la investigadora considera a las personas participantes, el ambiente de aula, los PEM y el REA como una organización dotada de significación.
- La investigadora es sensible a los efectos que ella puede causar en las personas que participan del estudio. A esta característica se le llama interactiva y flexible.
- Naturalista, esto significa que la investigadora debe comprender a las personas dentro de su propio marco de referencia.
- La investigadora hace un paréntesis para apartarse de sus propias creencias, perspectivas, expectativas y predisposiciones, en caso contrario se hacen explícitas.

Con el último punto, se hace una reflexión en el apartado denominado suspensión de enjuiciamiento de la investigadora, en el que se exponen los supuestos ontológicos, axiológicos, epistemológicos y metodológicos de la investigadora. Esta es una reflexión necesaria dentro de la investigación cualitativa, pues le permite a la investigadora identificar, reconocer y apartarse de sus propias creencias, predisposiciones o expectativas, además le permite replantear su rol dentro de la investigación, pues “Los investigadores cualitativos son sensibles a los efectos que ellos mismos causan sobre las personas que son objeto de estudio” (Rodríguez *et al.*, 1999, p.33).

- La investigación es abierta, esto es que todas las personas son dignas de ser escuchadas.
- Es humanista, pues la investigadora busca acceder a lo personal de las personas que protagonizan las situaciones de interés. Aquí es importante destacar que, si bien el objeto de estudio son las prácticas evaluativas del profesorado de matemática, la voz del estudiantado es de suma importancia, por lo tanto, no se excluyó de la investigación, sino por el contrario está presente en todo momento,

asimismo “para el investigador cualitativo todas las perspectivas son valiosas” (Rodríguez *et al.*, 1999, p.33)

- Rigurosa, en tanto la investigadora busca resolver los problemas de fiabilidad y credibilidad del conocimiento construido por las vías de la exhaustividad y del consenso intersubjetivo.

Así, desde un enfoque cualitativo, esta investigación

es una actividad sistemática orientada a la comprensión en profundidad de fenómenos educativos y sociales, a la transformación de prácticas y escenarios socioeducativos, a la toma de decisiones y también hacia el descubrimiento y desarrollo de un cuerpo organizado de conocimientos. (Sandín, 2003, p.123)

En este sentido, desde este estudio se ofrece una lectura del fenómeno que no se había realizado en el contexto nacional y que aporta al campo de conocimiento asociado a la comprensión y descubrimiento de las prácticas evaluativas de docentes de matemática, empero, al realizarse en un contexto específico, el fenómeno que aquí se investiga y las conclusiones a las que se llegan son para un contexto específico, no son generalizables y requieren de investigaciones posteriores para la toma de decisiones.

En concordancia con lo anterior, se describe el método de investigación.

## 4.2 MÉTODO FENOMENOLÓGICO

La fenomenología como método de investigación cualitativa no es reciente y tampoco lo es en el ámbito socioeducativo, de hecho, Aguirre y Jaramillo (2012) sugieren el método fenomenológico como método privilegiado en la investigación educativa. Así,

El método fenomenológico aporta la inter-subjetividad y la intuición en la comprensión de los fenómenos socio-educativos. Puede resultar particularmente útil para la interpretación de los hechos y procesos estudiados; para captar el sentido de los fenómenos y la intención de las actividades socio-educativas. En este método la investigadora y el investigador tratan de describir la realidad vivida por otras personas. (Gurdián, 2007, p.152)

Nótese que las experiencias vividas son el punto nodal del método fenomenológico. Para el caso que compete, lo fenomenológico tendrá que ver con las experiencias en torno a la evaluación de los aprendizajes matemáticos, en el caso de este trabajo, se buscó dar

respuestas a la interrogante principal de investigación, desde las experiencias concretas del cuerpo docente y del estudiantado en la clase de matemática.

Se hizo un acercamiento a la realidad de tres docentes de matemática de séptimo año en el contexto del aula, prestando especial interés al estudio de las prácticas evaluativas desde la perspectiva del profesorado y del estudiantado. En ese sentido, se buscó conocer cómo viven, comprenden y actúan en y alrededor de la evaluación de los aprendizajes matemáticos.

En coherencia con lo anterior, Rodríguez *et al.* (1999) y Gurdían (2007) destacan algunas características del método fenomenológico consecuentes con la pregunta principal de la investigación y las subinterrogantes.

En primer lugar, la investigación fenomenológica es el estudio de la experiencia vital, de lo cotidiano, de quien experimenta el fenómeno en cuestión. Es por esta razón que la investigadora se acercó al aula, donde ocurren los hechos, donde interactúan docentes, el estudiantado, los Programas de Estudio, entre otros.

Como segundo aspecto, se cuestiona por la naturaleza de los fenómenos. Esto significa comprender lo objetivo en términos de los actos subjetivos. Luego, describe los significados vividos. En este caso interesan las prácticas evaluativas desde las propias personas participantes. Al respecto, “el fin no es describir un fenómeno sino descubrir en él la esencia válida universal y científicamente útil” (Gurdían, 2007, p.150).

Tercero, la investigación fenomenológica busca conocer el significado que las personas dan a su experiencia en las prácticas evaluativas cotidianas y el cómo y por qué actúa en consecuencia de estas. Entonces, interesa cómo las personas experimentan un fenómeno tomando en cuenta su marco referencial. Esto es, se buscan diferentes perspectivas en torno al objeto de estudio, en este caso las perspectivas del cuerpo docente y la estudiantil. Busca comprender las prácticas evaluativas desde la experiencia de cada participante.



Desde este método se procura reconstruir los significados que el cuerpo docente y el estudiantado dan a sus propias experiencias; en particular, se intenta comprender las prácticas evaluativas en matemática desde el punto de vista de las personas participantes en la cotidianeidad del salón de clases.

Para aproximarse al fenómeno estudiado, Rodríguez *et al.* (1999) realizan una síntesis de seis fases, las cuales se describen a continuación:

**I fase. Descripción del fenómeno.** Se parte de los hechos concretos, esto es, “supone partir de la experiencia concreta y describirla de la manera más libre y rica posible, sin entrar en clasificaciones o categorizaciones, pero trascendiendo lo meramente superficial” (Rodríguez *et al.*, 199, p.42).

Para esta fase, el trabajo incluye un diario de campo con los extractos de conversaciones y periodos claves de observación, en los cuales se ponen en evidencia situaciones sustanciales en torno a las prácticas evaluativas en las clases observadas.

**II fase. Búsqueda de múltiples perspectivas.** Se obtiene informaciones de diversas personas y fuentes: profesoras, profesores, estudiantes, pruebas escritas, trabajos escritos del estudiantado, escalas, rúbricas, material fotográfico de trabajos calificados, entre otros.

**III fase. Búsqueda de la esencia y la estructura.** Se ordena la información y se conforman categorías de análisis. Estas categorías se analizan a partir las interrogantes de investigación, ya que permiten clasificar y valorar la información según dichas categorías, como se muestra a continuación:

Tabla 2. Categorías de análisis: Búsqueda de la esencia y la estructura

Preguntas orientadoras	Categorías (nombradas y conceptualizadas)	Técnicas e instrumentos	Participantes	Otras fuentes de información
<i>¿Cuáles medios utiliza el profesorado de matemática para recopilar información sobre el desempeño de estudiantil?</i>	<p><b>Medios de evaluación de los aprendizajes:</b> Técnicas: de observación, de interrogación y otras técnicas. Instrumentos: las rúbricas, las listas de cotejo o de control y los exámenes. Medios de evaluación: Todas las producciones estudiantiles que se utilizan para recopilar evidencias de aprendizaje.</p>	Observación participante Entrevista a docentes Diario de campo Análisis documental	Docentes Estudiantes	Exámenes aplicados Trabajos extra clase asignados Material fotográfico de trabajos calificados.
<i>¿Cómo utiliza el profesorado la información obtenida en los medios de evaluación?</i>	<p><b>Uso de la información obtenida en los medios de evaluación:</b> Promoción estudiantil, como diagnóstico para los temas siguientes, como evidencia para informar a las personas encargadas, para cumplir con un requisito institucional, otros.</p>	Observación participante Entrevista a docentes Diario de campo Grupo focal	Docentes Estudiantes	Material fotográfico de trabajos calificados.
<i>¿Cuál es el rol del profesorado de matemática y del estudiantado en la evaluación de los aprendizajes?</i>	<p><b>Rol del profesorado en la evaluación de los aprendizajes:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Protagónico: La persona docente es el protagonista durante el proceso evaluativo.</li> <li>• Relación horizontal: La persona docente comparte la responsabilidad del juicio evaluativo con el estudiantado.</li> <li>• Guía: La persona docente considera en sí todo el proceso de enseñanza y aprendizaje como un proceso de evaluación permanente en el que intervienen diferentes personas: el estudiantado, la persona encargada de este, otros miembros de la comunidad educativa.</li> </ul> <p><b>Rol del estudiantado en la evaluación del aprendizaje:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Pasivo: Acepta todos los juicios que la persona docente emite sobre su trabajo o desempeño.</li> <li>• Activo: Analiza con la persona docente su propio avance en las actividades educativas.</li> <li>• Interactivo: No solo analiza su propio avance, sino que emite valoraciones con respecto al trabajo de sus compañeras y compañeros.</li> </ul>	Observación participante Entrevista Grupo focal	Docentes Estudiantes	Material fotográfico de trabajos calificados y de estudiantes haciendo explicaciones en la pizarra.

Fuente: elaboración propia

**IV fase. Constitución de las significaciones.** Se determinan las características esenciales del fenómeno y qué es lo principalmente perceptible de este por medio de las diferentes fuentes de información y experiencia.

En el diario de campo se hizo una descripción de las observaciones realizadas, se añadieron diálogos entre las personas de la clase, se describieron fenómenos en torno al objeto de estudio.

En algunas ocasiones, la investigadora realizó preguntas puntuales a ciertas personas, pues interesaba conocer el significado que le estaban dando en el momento a alguna acción relativa al tema de interés. El siguiente es un extracto del diario de campo:

C3: OBSERVACIÓN 3. Hora de inicio 10:00 am – Hora de finalización 10:40

Sección 7-7. Total de estudiantes: 23

PC3: La última vez que nos vimos estábamos llenando un cuadrado. ¿No lo terminaron? No basta con que me digan marqué 2, 3 o 5, tiene que decirme marqué 2 por qué (hace una señal con su mano como dando continuidad) No importa si se equivocan. Viene un fin de semana y tienen que repasar un poquito.

E1: El 2

PC3: Justificación.

E1: Porque dividí 250 entre 2 y me dio 0

PC3: ¿1111?, señor (mientras señala a otro estudiante)

E2: 3

PC3: ¿Por qué 3?

E2: por que  $1+1+1$  da 3

PC3: y 3 es divisible entre 3 (completa la justificación del estudiante)

El PC3 le pregunta a una estudiante, la estudiante comienza a hablar, pero parece que le habla sólo al docente, las demás personas pareciesen ser que no escuchan el aporte, pues están realizando otras actividades.

(Diario de campo C3)

Para estos diálogos no se consideraba pertinente conocer el nombre del estudiantado, por tal razón se utilizaron nombres ficticios o E1, E2, E3, etcétera, para hacer referencia a estudiante 1, estudiante 2 o estudiante 3, según su participación. Para el profesorado se utilizó la codificación PC1, PC2 y PC3, esto es, profesora del colegio 1, profesora del colegio 2 y profesor del colegio 3.

Análogamente, para resguardar la confidencialidad de las personas participantes, no se revela el nombre de las instituciones participantes, por lo tanto, se hace referencia a cada una de ellas como C1, C2 y C3, esto es colegio 1, colegio 2 y colegio 3. El orden utilizado se asignó según se accedió a cada una de ellas de manera temporal.

Con base en esta primera recopilación, se seleccionan aquellas características esenciales del fenómeno que requieren ser estudiadas con más profundidad, por ser fundamental su entendimiento para comprender el objeto de estudio, de aquí se desprendieron las preguntas o tópicos que guiaron las entrevistas a docentes y a los grupos focales.

Además, se hicieron anotaciones específicas de materiales que se debían plasmar o recopilar. Con respecto al primero, se les solicitó permiso a algunas personas estudiantes y al docente de fotografiar el cuaderno de clase, la participación en la pizarra o algún trabajo escrito ya calificado. Para el segundo, se identificó el uso de rúbricas en las tres instituciones, por lo tanto, se les pidió a las personas docentes estos instrumentos.

Posteriormente, se hace la transcripción de las entrevistas; en estas se utilizaron los mismos códigos PC2, PC3 y para la investigadora se utiliza I. A continuación, se presenta un extracto de una de las transcripciones:

I: ¿Hace pruebas cortas?

PC1: No

I: ¿Por qué no?

PC1: Porque como no está en la evaluación y no hay como chance de hacerlo, en realidad las prácticas de clase es como lo que uno toma para eso.

I: ¿Cuándo dice que no está en la evaluación a qué se refiere?

PC1: Porque en la evaluación está solamente trabajo cotidiano, eh, las tareas, los exámenes y la asistencia, entonces.

(Entrevista PC1)

Para los grupos focales, la codificación se hizo de la siguiente manera: I corresponde a la investigadora. E<sub>n</sub> GF-C2 corresponde a la persona estudiante E<sub>n</sub> grupo focal colegio 2, el subíndice n se reemplaza por un número entre 1 y 10, según quien sea la persona estudiante que intervenga.

La transcripción se organizó en tres columnas: la primera corresponde al número de intervención, la segunda describe quién es la persona que habla y la última columna contiene el relato de esta. Se indica “varios” en los momentos cuando dos o más personas contestan simultáneamente.

La transcripción de los grupos focales se realizó diferente a la de las entrevistas del profesorado, pues en la primera muchas personas intervienen de manera simultánea, mientras que en la segunda se da un diálogo entre la investigadora y la persona docente. Seguidamente, se muestra un extracto de una de las transcripciones realizadas del grupo focal del C2:

Tabla 3. Extracto de una de las transcripciones realizadas.

N° Intervención	Persona	Intervención
1	I	¿Para qué creen ustedes que es necesario evaluar, en matemática?
2	E8FG-C2	Para ver que tan bien vamos.
3	I	Para ver que tan bien van, ok... ¿para qué? ¿están de acuerdo?
4	Varios	Sí
5	E4FG-C2	Para el rendimiento de lo que estudiamos.
6	I	¿Para qué?
7	E4FG-C2	Para el rendimiento.
8	I	¿Qué es el rendimiento?
9	E4FG-C2	Como vamos ahh.
10	I	Ok y ¿por qué es necesario saber cómo van?
11	E5FG-C2	porque si no el profesor le pone cosas al estudiante que no va a entender y, diay, podría ser difícil ser difícil para el pero el profesor va a entender como a la persona.
12	I	No entendí eso, otra vez
13	E5FG-C2	Que, diay, es importante que un profesor sepa cómo le va mal a uno, porque si un profesor trata de enseñar, yo que sé, muy bien a un alumno, pero el alumno le cuesta entender una cosa, eeeeh pues no van a estar de acuerdo, así que tienen que tratar de estar más de acuerdo, por eso tienen que tratar de pensar igual.
14	I	Ok... y ustedes se imaginan, por ejemplo, que de repente se diga: bueno en el curso de matemática no hay evaluaciones de ningún tipo, ¿se lo imaginan así? o ¿sería posible algo así? ... ¿Por qué no?
15	Varios	(Risas)

(Grupo focal del C2)

La codificación que se le realizó a las pruebas escritas recopilada fue C1.EP1.T1, esto es: colegio 1, examen parcial 1 del primer trimestre. Esta se utilizó al aplicar “la estrategia 4+6” para analizar los ítems.

**V fase. Suspensión de enjuiciamiento.** La investigadora se despoja de los juicios con una mirada ética, tanto para la construcción de las significaciones como para la interpretación del fenómeno; al respecto,

No imponen visiones previas. Las investigadoras y los investigadores cualitativos tratan de suspender o apartarse temporalmente de sus propias creencias, perspectivas y prejuicios. Sin embargo, además de ser difícil, esto puede ser engañoso, por lo que recomendamos que se expliciten claramente en sus autobiografías para que luego se tomen en cuenta al analizar los datos. (Gurdián, 2007, p.183).

Este es un ejercicio que se hace en esta investigación y se plasma en el apartado denominado suspensión de enjuiciamiento de la investigadora.

**VI fase. Interpretación del fenómeno.** Se revelan los significados ocultos, se reflexiona sobre la información recolectada en el proceso investigativo.

Durante la revisión bibliográfica para la construcción del marco teórico, se encontró dos temas recurrentes en torno a la evaluación de los aprendizajes, los cuales la investigadora no había considerado, sin embargo, en esa reflexión sobre el tema de interés y la pertinencia de estos tópicos, se hizo necesario añadir dos categorías de análisis emergentes:

Tabla 4. Categorías de análisis emergentes a partir de los referentes teóricos: Búsqueda de la esencia y la estructura

Preguntas orientadoras	Categorías (nombradas y conceptualizadas)	Técnicas e instrumentos	Participantes	Otras fuentes de información
<i>¿Cómo se lleva a cabo la evaluación formativa de los aprendizajes matemáticos?</i>	<b>La evaluación formativa de los aprendizajes matemáticos:</b> Momentos de la evaluación formativa. Medios de evaluación formativa. Personas participantes. Uso de la información.	Observación participante Entrevista a docentes Diario de campo Análisis documental	Docentes Estudiantes	Instrucciones de las tareas matemáticas asociadas a la evaluación formativa.
<i>¿Cómo se articula la evaluación de los aprendizajes en el planeamiento didáctico?</i>	<b>La evaluación de los aprendizajes matemáticos en el planeamiento didáctico:</b> El planeamiento didáctico. Habilidades específicas y su evaluación. Descripción de las técnicas e instrumentos.	Observación participante Entrevista a docentes Diario de campo	Docentes Estudiantes	Planeamiento didáctico de cada docente.

Fuente: elaboración propia

Estas surgieron pues, además de su mención recurrente, en la documentación analizada se destaca la importancia de la planificación de la evaluación en el contexto de aula, así como la evaluación formativa para el aprendizaje.

Al hacer las observaciones de clase, se acudió a la teoría de forma constante, de tal manera que la investigadora concentrara sus anotaciones en el tema que compete. Se revisaron las definiciones dadas, las pautas que establece el MEP en 2012, en 2013 y en 2015, por mencionar algunas.

El tema de los roles, en la evaluación de los aprendizajes, no era un constructo explícito en la bibliografía consultada, por lo tanto, se hizo necesario derivar de los tres paradigmas fundamentales en educación (el conductual, el cognitivo y el ecológico contextual) los roles de la persona docente y del estudiantado, según las características que apunta Blanco (2004) para cada uno.



Con respecto a las entrevistas y grupos focales, inicialmente se hizo la transcripción de cada uno, sin clasificar la información en las categorías de análisis. Al realizar la transcripción, la investigadora se advirtió que aún le surgían interrogantes en torno al tema de interés, así que se plantearon nuevas preguntas, las cuales se realizaron en segundas entrevistas al profesorado participante.

Se leyó nuevamente la teoría que guía la investigación y se procedió a ordenar la información, para esto se volvió a escuchar los diálogos y se acomodaron las transcripciones correspondientes en seis cuadros, una para cada categoría. Este proceso se hizo por separado para cada grabación.

Para resguardar la fiabilidad y credibilidad de la investigación, Flick (2007) apunta algunas estrategias para incrementarlas en la investigación cualitativa. En primer lugar y más importante, se habla de un compromiso prolongado y una observación persistente en el campo. Al respecto, en esta investigación, el número de observaciones no se definió *a priori*, sino que se acudió al campo todas las veces necesarias hasta que hubiese evidencia de que la información se repitiera. Además, esa información se registró en un diario de campo, el cual se revisaba posterior a las observaciones para identificar hechos relevantes en los que se requería profundizar y prestar más atención en futuras visitas al aula.

En segundo lugar, se acudió a otras personas como docentes de la Escuela de Matemática de la UCR o especialistas en evaluación educativa, que no estaban “implicadas en la investigación para revelar los puntos ciegos propios” (Flick, 2007, p. 246). Particularmente, estos coincidieron en que era imperante acudir y analizar documentos emitidos por el MEP en 2013c, en 2015 y en 2017, por mencionar algunos ejemplos.

Aunado a lo anterior, la triangulación es imprescindible para analizar la información recopilada en la investigación cualitativa, su principio básico consiste en “recoger y analizar datos desde distintos ángulos a fin de contrastarlos e interpretarlos” (Colás, 1998, p.275) y su propósito es “garantizar que el contraste de las diferentes percepciones conduce a interpretaciones consistentes y válidas” (Gurdián, 2007, p. 242).

Se consideró la triangulación de fuentes, “mediante ella se trata de comprobar si las informaciones aportadas por una fuente son confirmadas por otra” (Colás, 1998, p. 275). Esta se llevó a cabo en dos niveles. El primero consistió en el contraste y la comparación de la teoría en torno a las prácticas evaluativas del profesorado, respondiendo a la pregunta ¿qué dicen los diferentes documentos sobre este tema?, entre esos textos se encuentra el REA, los PEM, tesis sobre la evaluación de la resolución de problemas matemáticos, etcétera. Así quedó plasmado en el marco teórico de esta investigación.

En un segundo nivel, se consideraron diferentes fuentes informativas en torno al objeto de estudio, estas fueron el cuerpo docente de séptimo año de las instituciones participantes, el estudiantado y los documentos facilitados como pruebas parciales, planeamientos de clase o instrumentos de medición.

Finalmente, se utilizó también la denominada triangulación de técnicas, la cual “consiste en el uso de diversos métodos o técnicas para estudiar un problema determinado” (Gurdián, 2007, p. 242). En este caso se realizó un primer acercamiento al tema de estudio mediante el análisis documental de los textos relativos al tema de interés, luego mediante la observación y un diario de campo se registraron los hechos ocurridos en la clase, posteriormente se realizaron entrevistas para profundizar en los aspectos más relevantes. A partir de aquí se construyó el análisis de las categorías, en el cual se realizó un contraste y comparación entre la teoría, las acciones de las personas participantes, el material documental y el discurso del estudiantado y la teoría, con respecto a esta última

he querido señalar que el uso de la teoría está presente en todo el proceso investigativo y no solo cuando se construye un marco conceptual en torno a un problema de investigación o cuando se está en la etapa de análisis interpretativo de los datos. Esta presencia es deseable, en tanto la finalidad de la investigación cualitativa no radica en comprender una realidad, sino también en aumentar y contrastar su corpus teórico. (Guzmán, 2014, p.26)

La importancia de la triangulación en la investigación educativa, según Arias (2000), es controlar el sesgo personal de la investigadora y aumentar la fiabilidad de los análisis.

### 4.3 SUSPENSIÓN DE ENJUICIAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN

Mis primeros pasos como “investigadora” en el ámbito socioeducativo iniciaron como estudiante universitaria y posteriormente como docente de matemática. Siempre me resultó interesante el tema de la evaluación de los aprendizajes matemáticos.

Como docente de secundaria desde 2000, tanto en instituciones públicas como privadas, algunas de estas últimas con currículo internacional (por ejemplo, el Colegio Humboldt Schule, donde se realiza el Abitur, esto es el bachillerato alemán, el cual permite al estudiantado el acceso a universidades en Alemania, otros países europeos y en los Estados Unidos), tuve la necesidad de investigar por mi propia cuenta aspectos en torno a la evaluación de los aprendizajes matemáticos, pues percibí que tenía muchas falencias y temores que me impedían realizar mi labor de la mejor manera.

Al observar al estudiantado, de manera empírica, noté en muchas ocasiones que su desempeño en el trabajo diario cumplía con los objetivos de aprendizaje, realizaban de manera exitosa las tareas matemáticas propuestas, hacían aportes pertinentes con el tema que se estaba desarrollando, no obstante, en las pruebas escritas no lograba ver ese desempeño, por lo tanto, comencé a cuestionarme sobre la eficacia de estos instrumentos de medición.

Empecé a experimentar con nuevas técnicas e instrumentos, desde exposiciones de un ejercicio, mapas mentales, reconocer las habilidades de cada estudiante y confeccionar tareas acordes con esas habilidades, hasta propiciar escenarios físicos diferentes para ciertas personas durante las pruebas escritas, hice todo lo posible para que el estudiantado pudiera evidenciar el conocimiento construido a lo largo de un periodo. En esos momentos fue cuando descubrí que me faltaba el componente teórico para respaldar las decisiones didáctico – evaluativas que estaba tomando.

Posteriormente, en el segundo semestre de 2001, fui estudiante del curso OE-0342 Principios de Evaluación y Medición Educativa, y tenía altas expectativas de lo que iba a aprender en esas clases. Sin embargo, algo llamó mi atención y fue el hecho de que se compartió escenario con estudiantes de otras disciplinas, por lo tanto, tengo la impresión

de que no se logró dar un énfasis a la evaluación de los aprendizajes matemáticos, sino que se abordó la evaluación desde una arista muy técnica y general.

Al respecto, recuerdo que en el curso OE-0342 se dio especial importancia a la construcción de pruebas escritas. Esta situación me ayudó a crear instrumentos de medición con calidad técnica, este conocimiento fue básico en mi quehacer diario.

A continuación, con la investigación para optar por el título de licenciatura en Enseñanza de la Matemática, entre 2008 y 2009, esta no se centró en la evaluación de los aprendizajes matemáticos, empero continuó la inquietud en torno a este tema. Cabe destacar que mi labor como docente de secundaria no cesó y aunado a eso me incorporé como profesora en la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica, inicialmente, en 2005, en el Departamento de Matemática Aplicada, y luego, cinco años más tarde, en el Departamento de Enseñanza de la Matemática; desde 2013 en el Departamento de Educación Matemática donde continúo hasta ahora.

En 2011, la Escuela de Matemática conformó una comisión para realizar un análisis de la propuesta de los programas de estudio de matemática de primaria y secundaria, informe que estaba dirigido al Consejo Superior de Educación. Fui miembro de esa comisión y recalco que particularmente me incomodó el hecho, desde mi perspectiva, de que no se dieron suficientes pautas para la evaluación de los aprendizajes matemáticos, no obstante, ahí tampoco tenía suficientes argumentos teóricos que me respaldaran para sustentar esa conjetura. En el tema de evaluación de los aprendizajes se recalca que

Al igual que en los aspectos relacionados con planeamiento, este apartado deja claro que la propuesta debe ir acompañada de significativos y numerosos cambios en materia de evaluación, tanto en la concepción de ésta como en las disposiciones reglamentarias. Así también deja ver la necesidad de capacitar a los docentes en las nuevas prácticas que se proponen, que a diferencia de las tradicionales formas de evaluación que se emplean actualmente en las aulas de matemáticas, demandan una inversión mayor de tiempo. (UCR, 2011, p. 25)

A continuación, se le hicieron algunos cambios a lo que actualmente el MEP (2012) conoce como los PEM, sin embargo, desde mi lectura y experiencia personal, he tenido la percepción de que en materia de evaluación de los aprendizajes matemáticos, las prácticas docentes no han cambiado, es decir, que a pesar de que los PEM sugieren una metodología diferente a la que se había venido implementando, pienso que si no hay una

articulación con la evaluación de los aprendizajes matemáticos, los cambios en cómo, para qué o cuándo se aprende matemáticas, serán poco significativos para el cuerpo docente y para el estudiantado.

Motivada por lo que describo, decidí buscar respuestas en estudios superiores, por lo tanto, en 2012 ingresé a la Maestría Académica en Educación con énfasis en Evaluación Educativa. Desde los primeros cursos me vi confrontada en lo que yo creía que era evaluación de los aprendizajes, pues descubrí que, tanto en mi construcción teórica como en la práctica, la comprendía como medición de los aprendizajes. Es decir, en mi labor como docente daba especial importancia a la calificación, la acreditación estudiantil, la prueba escrita como medio predominante en la recolección de evidencias de aprendizaje y, consecuentemente, a la evaluación sumativa.

En esa deconstrucción, descubrí que la evaluación de los aprendizajes es un campo disciplinar que tiene muchas aristas y áreas de aplicación. Además, en la interacción con mis compañeras y compañeros, quienes se desempeñaban en distintos escenarios, comprendí el valor de la evaluación educativa como agente de cambio en la educación. Por otro lado, comprobé que algunas de mis prácticas evaluativas en secundaria y en la universidad, de cuya pertinencia no estaba muy segura, por no estar explícitas en un documento oficial, eran prácticas válidas desde el punto de vista ético y pragmático de lo que realmente significa la evaluación educativa. Algunas de estas las mencioné en párrafos anteriores, como diseñar tareas personalizadas de tal manera que pudiera recolectar evidencias de aprendizaje, y así quitarle un poco de protagonismo a las pruebas escritas.

En 2018, se me brinda la oportunidad de impartir el curso MA0011 Evaluación de los Aprendizajes Matemáticos. Durante la preparación de este curso, tengo el desafío de buscar y estudiar información más específica en torno a este tema. Con los conocimientos y destrezas desarrolladas en el posgrado, pude seleccionar lecturas, tareas y proyectos que, desde mi opinión también como docente de matemática, ofrecieran oportunidades al estudiantado para concebir la evaluación de los aprendizajes como parte integral de la mediación pedagógica.

Durante la preparación de este curso, el objetivo principal se centró en la búsqueda de teoría específica sobre la evaluación de los aprendizajes matemáticos, qué se hace a nivel internacional, cómo se concibe la evaluación de los aprendizajes desde diferentes teorías educativas. Estas reflexiones me llevaron a pensar la evaluación de los aprendizajes matemáticos en el contexto nacional de manera diferente, utilizando medios de evaluación de los aprendizajes distintos a los que, desde mi experiencia, se utilizan tradicionalmente.

En el curso se reflexionó acerca de la teoría sobre evaluación de los aprendizajes matemáticos y situaciones cotidianas expuestas en un artículo noticioso, alguna observación de clase o las experiencias vividas de las personas que interactuamos. Es interesante constatar cómo, durante estos espacios reflexivos, la mayoría de mis estudiantes develan creencias sobre la evaluación educativa, entre estas destaco: la evaluación es sinónimo de medición, tiene un carácter administrativo y es para controlar. Son creencias que yo misma compartí durante mucho tiempo.

Con base en mi experiencia como educadora de matemática, mi paso por el posgrado y ahora como docente de un curso específico de evaluación de los aprendizajes matemáticos, me replanteo constantemente las preguntas: ¿cómo son las prácticas evaluativas del profesorado de matemática?, ¿qué se hace en las clases en torno a este tema? En consecuencia, surge el temor de que, en la práctica, el profesorado de matemática siga sin hacer cambios significativos en sus prácticas evaluativas después de ocho años de haberse oficializados los PEM, por lo tanto, no habría cambios significativos en los aprendizajes estudiantiles.

He asumido un compromiso personal de marcar cambios en torno al tema y modelar con mi propio ejemplo en las clases que imparto cómo debería ser la evaluación de los aprendizajes. El Departamento de Educación Matemática, de la Escuela de Matemática de la UCR, me ha dado un voto de confianza y me ha permitido hacer cambios significativos, en un ambiente donde tradicionalmente la prueba escrita ha sido protagonista para determinar el avance de una persona.

Por ejemplo, en el programa del curso MA0011 Evaluación de los Aprendizajes Matemáticos, el cual imparto desde hace tres años, se expone

La evaluación estará presente en todo el proceso de aprendizaje. Para algunos temas se llevará a cabo una evaluación diagnóstica con el fin de indagar sobre las nociones, interpretaciones y los conocimientos previos que posee el estudiantado para, con base en estos, construir o reconstruir los conceptos, definiciones y constructos en torno al tema de la evaluación educativa.

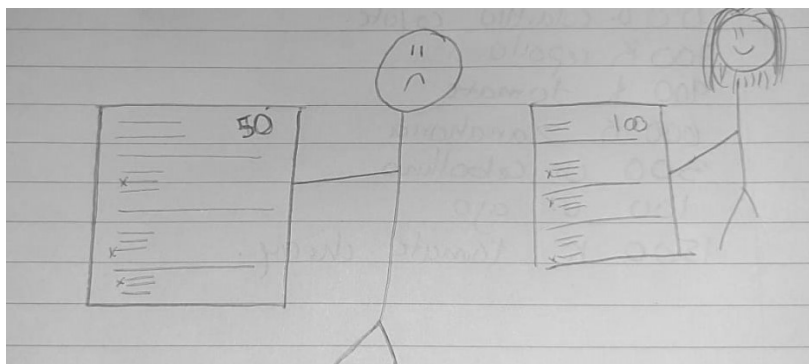
La evaluación formativa se realizará paralelo al desarrollo de cada clase con el fin de corroborar si se están alcanzando los objetivos propuestos, de lo contrario tomar las medidas oportunas para lograrlo. Se recolectará evidencias del aprendizaje mediante la observación del trabajo del estudiantado.

Tanto en la evaluación diagnóstica como en la formativa los estudiantes tomarán un papel activo en las valoraciones de su propio aprendizaje, consecuentemente se discutirán las respuestas o aportes hechos por los compañeros y se decidirá la validez de estos con base en la teoría estudiada. (UCR, 2020, p. 10)

En primer lugar, se vislumbra que la evaluación de los aprendizajes está presente en todo el proceso educativo. Los conocimientos previos del estudiantado son la base de las nuevas construcciones y, por lo tanto, la evaluación diagnóstica es relevante para indagar sobre estos supuestos teóricos.

Como anécdota personal, el primer día de clases (de MA0011) siempre le pido a las personas que construyan una representación que plasme lo que ellas conciben como evaluación de los aprendizajes, para esto, pueden usar imágenes, dibujos o símbolos. A continuación, algunos de ellos:

Imagen 1. Fotografía diagnóstica MA0011. El resultado de la prueba escrita te define.



Nota: fotografía de tarea realizada por estudiante de MA0011- II Semestre de 2020

Fuente: Curso MA0011

En la Imagen 1 se deja entrever que, para la persona, la evaluación de los aprendizajes está asociada con la medición, y la calificación de una prueba escrita influye directamente en las emociones, lo que podría también influir en el aprendizaje.

Imagen 2. Fotografía diagnóstica MA0011. Estoy sujeto a ser examinado.



Nota: fotografía de tarea realizada por estudiante de MA0011- II Semestre de 2020

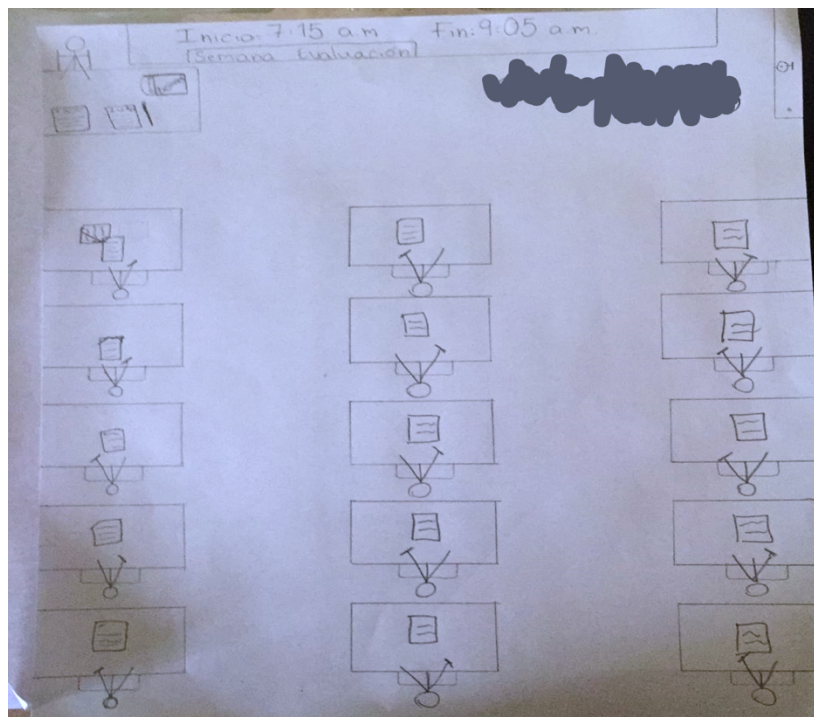
Fuente: Curso MA0011

En la imagen es evidente la angustia y desesperación que siente la persona cuando se habla de evaluación, y en este caso, también es sinónimo de medición. Llama la atención la banda que tiene el examinado en sus ojos, pareciera que no tiene idea de qué, con



qué, o cuál es el propósito de la “evaluación” que se le realizará. Otro aspecto por destacar, es la palabra “desconfianza”, lo cual asocio con la concepción de “trampas” que suele poner la persona que realiza el instrumento.

Imagen 3. Fotografía diagnóstica MA0011. La persona docente es quien evalúa a cada persona de manera individual.



Nota: fotografía de tarea realizada por estudiante de MA0011- II Semestre de 2020

Fuente: Curso MA0011

De la Imagen 3 se infiere que dentro del referente conceptual de la persona que la elaboró, la evaluación de los aprendizajes es llevada a cabo por la persona docente, en donde el estudiantado no tiene participación, salvo para realizar las pruebas escritas que se propongan.

A lo largo del ciclo lectivo, se retoman una y otra vez estas imágenes y aunadas a la literatura, el compartir experiencias personales, y los trabajos realizados en el curso, esta concepción va cambiando, pero más importante aún, se reflexiona sobre el hecho de que

si es posible que se transforme y cuáles son los elementos que se pueden considerar para efectuar ese cambio.

En cuanto a la evaluación formativa, esta cobra sentido e importancia, pues inicialmente el estudiantado lo asocia a una tarea que “no tiene un porcentaje asignado”, sin embargo, se llega a comprender que ese valor está asociado al aprendizaje que se construye con la realimentación efectiva y pertinente,

Finalmente, se destaca la importancia que tiene la participación activa del estudiantado en las valoraciones que haga de su propio trabajo o el de sus pares. En ese sentido, se propician espacios para la discusión de los instrumentos que se utilizarán para evaluar ciertas tareas o la valoración de su desempeño durante la realización de talleres.

De lo anterior se hace explícito cómo defino la evaluación de los aprendizajes, no solo a nivel conceptual sino de manera práctica. Como experta en el campo disciplinar que compete, estoy consciente de que mi concepción de evaluación de los aprendizajes puede evolucionar y mejorar.

A manera de muestra del punto mencionado, destaco que antes de iniciar la investigación tenía muy arraigada la noción de técnicas e instrumentos para la medición, lo cual no es inoportuno, empero conforme avancé en el marco teórico me convencí de la pertinencia y eficacia de adoptar, interiorizar y poner en práctica los medios de evaluación, los cuales admiten muchas más evidencias de aprendizaje del estudiantado.

Como docente de la Universidad de Costa Rica, investigar lo que sucede en el aula de matemática, aumenta mi compromiso por mejorar los espacios de reflexión y reconstrucción de lo que las personas estudiantes de Educación Matemática comprenderán como evaluación de los aprendizajes, la búsqueda de distintos medios para recopilar información y evidencias del aprendizaje matemático.

Para dar respuesta a mi interrogante de investigación, creo que el escenario que ofrece los insumos o evidencias necesarias es la clase, donde conviven el profesorado y sus estudiantes, particularmente, en el contexto público, pues el cuerpo docente debe comprender y acatar las directrices ministeriales. Esto implica que es en este espacio donde se puede develar la articulación que hace el profesorado entre su especialidad, lo

que se establece en los PEM, el REA, y cómo comprende y experimenta las pautas que en estos se establecen.

Desde mi experiencia personal como docente en instituciones privadas, creo que estas no me permitirían hacer esa articulación entre los elementos que he venido mencionando, pues muchas tienen adaptaciones en cuanto al currículo y la reglamentación en torno a la evaluación de los aprendizajes.

Como ejemplos de lo mencionado en el párrafo anterior, al trabajar en tres instituciones privadas pude verificar que en materia de evaluación, cada una de ellas tenía sus particularidades: en una institución el valor porcentual de las pruebas escritas era del 75 %, en otro centro educativo se le daba énfasis a los proyectos de matemática y estos tenían un valor del 40 % de la calificación final. Por último, tuve la experiencia de laborar en una institución en donde mis estudiantes, participantes del Proyecto MATEM de la UCR, tenían el derecho de 100 en la calificación trimestral de matemática, si lograban aprobar los exámenes de MATEM, esto es, si obtenían una calificación mayor o igual a 70 en esas pruebas, es decir, ese 100 no dependía del trabajo cotidiano, de las tareas o de otro rubro.

Por otro lado, desde mi labor en instituciones públicas como docente, los acercamientos al contexto público como investigadora en pregrado, mi participación en capacitaciones del MEP, incluso, al colaborar como capacitadora en la UCR para docentes de secundaria en el tema de evaluación educativa, he constatado que estas personas tienen como marco de actuación las pautas ministeriales, por tanto, las decisiones que toman en materia de evaluación de los aprendizajes son con base en estas.

Considero que tales pautas podrían convertirse en una camisa de fuerza para el profesorado, es decir, este se podría ver limitado a seguir al pie de la letra lo que se establece en el REA, sin dar espacio para promover en el aula prácticas evaluativas que favorezcan el aprendizaje y, específicamente, tomar conciencia de todos los elementos que le permiten recolectar evidencias de aprendizaje en una disciplina como matemática a nivel de secundaria. Esto es, las prácticas evaluativas que favorezcan el aprendizaje y que permitan la mejora de la práctica pedagógica se podría sustituir por una actividad técnica en la que se siguen instrucciones al pie de la letra.

Ahora bien, desde mi perspectiva metodológica, creo que un enfoque cualitativo y el método fenomenológico me permitieron adentrarme en ese contexto para comprender las experiencias de las personas actuantes, entrevistarlas directamente y hacer anotaciones de los hechos que consideré más relevantes. En esa convivencia diaria se pueden develar creencias de las personas que interactúan, los roles que se asumen y las prácticas a las cuales se les da más importancia.

Pienso que, en el contexto escolar, en la clase de matemática, encontraré dos roles. El del profesorado es un rol donde la persona es quien dicta instrucciones, es quien decide qué se evalúa, además tiene una preocupación extrema por rendir cuentas ante la dirección del centro educativo en donde labora, sobre todo en los casos cuando una persona no está aprobando la asignatura, es decir, trata de justificar de manera detallada el por qué una persona no aprobó.

El otro rol, el del estudiantado, es más pasivo: recibe instrucciones y le da especial importancia a su quehacer en el aula como un valor de cambio, esto es “si hago esta tarea, cuántos puntos voy a obtener al respecto”. La calificación tiene mucha relevancia dentro de lo que conciben como evaluación, y un cien en matemática es traducido como “soy una persona con habilidades en esta disciplina”; por el contrario, una baja calificación se puede traducir como “soy una persona que tiene dificultades para el aprendizaje de las matemáticas”. Estos son juicios errados que el estudiantado construye e incluso percibe de la persona docente a lo largo de su vida escolar.

Séptimo es un año escolar complejo: la transición de la escuela al colegio es un proceso que requiere un acompañamiento especial, sobre todo porque de las calificaciones obtenidas en este nivel dependerá la estadía de una persona en el sistema educativo. Al respecto, en múltiples conversaciones con mis colegas, recordamos cómo al ingresar a secundaria formamos parte de una generación con veinte grupos de séptimo año y de estos se conformaron, al cabo de cinco años, a lo sumo tres grupos de undécimo. Desde nuestra experiencia como docentes de matemática en secundaria, hemos constatado que esta situación no ha cambiado, es decir, séptimo año es el nivel en el que se encuentran más estudiantes y undécimo año representa, a lo sumo, la cuarta parte de esa población inicial.

Este fenómeno lo he observado también con mis familiares en edad escolar y la experiencia ha sido semejante con el estudiantado con el que he logrado compartir a nivel universitario. Por tanto, creo que comprender lo que sucede en séptimo año, en términos de evaluación de los aprendizajes matemáticos, podría revelar acciones específicas y su impacto en el aprendizaje del estudiantado.

Acudir al aula me permitió contrastar esa teoría sobre la evaluación de los aprendizajes matemáticos que yo construyo con mis estudiantes universitarios, de cómo debería ser, a la luz de lo que hacen algunas y algunos docentes de matemática, y sobre todo comprender por qué actúan de cierta manera. Además, me permitió develar si mis creencias en cuanto a si lo que se realiza en el aula es acorde con la realidad observada.

Como investigadora he asumido un rol denominado observador completo, que sugiere la recopilación de información sin participar en las actividades que se realizan en la clase; para esto me presento ante el grupo de estudiantes como investigadora y evito hacerlo como profesora de matemática, pues con base en otras previas, se corre el riesgo de que el estudiantado se sienta intimidado a participar o, por el contrario, quiera que yo les haga aportes sobre el trabajo que se realiza en el aula.

#### **4.4 SELECCIÓN DE LOS SUJETOS INFORMANTES**

Antes de exponer los criterios utilizados para la selección de los sujetos informantes, es preciso recalcar que la selección de la muestra en el enfoque cualitativo tiene

(...) como principal objetivo obtener tanta información como sea posible para fundamentar su diseño y generar una teoría, basándose en criterios pragmáticos y teóricos antes que en criterios probabilísticos. De ahí que la selección de la muestra busque no la uniformidad, sino las máximas variaciones (Bravo y Buendía, 1998, p.254)

Así, la selección de la muestra en esta investigación se definió gradualmente,

el proceso de selección de datos está controlado por el propio desarrollo de la teoría; cuando se recogen las primeras informaciones el investigador es probable que sólo cuente con algunas preconcepciones teóricas que guíen su trabajo, pero

tras reunir esos datos ya puede formular algunas explicaciones y plantear las preguntas que guíen su trabajo ulterior. Estos autores se refieren a este hecho diciendo que los investigadores, antes de estrategias de muestreo estadísticamente depuradas, deberían desarrollar una sensibilidad teórica, es decir, una capacidad para buscar en los datos la respuesta a las preguntas que explican la realidad estudiada. (Rodríguez et al., 1999, p.140)

Del texto anterior, se destaca que los casos que se consideraron en la investigación no se conocían *a priori*; surgieron con base en la pregunta de investigación y en los primeros acercamientos al objeto de estudio. De ahí que en un primer nivel se consideran solo sujetos de instituciones públicas, pues estas deben desarrollar los PEM y cumplir con el REA, ambos del MEP.

Luego, se hizo necesario limitar el estudio para enfocarse en estudiantes y docentes de séptimo año; los primeros, como se mencionó en la justificación de la investigación, son las personas directamente beneficiadas o afectadas por las prácticas evaluativas de sus docentes. Y las personas docentes son quienes comprenden y llevan a cabo las pautas establecidas en los PEM y en el REA; de acuerdo con este último, el profesorado es el responsable de la evaluación de los aprendizajes en el aula.

De seguido, para la selección de las instituciones participantes se consideraron algunos criterios que según Flick (2007), permiten seleccionar la muestra exitosamente, aportando información pertinente y respondiendo la interrogante de investigación.

- **Casos críticos.** Este criterio se fundamenta en las recomendaciones hechas por expertos en el campo.

Para definir los casos críticos se acudió a diferentes personas expertas en el campo, entre ellas destaca la asesora nacional de matemática, asesores nacionales de evaluación del MEP, tres asesores regionales, personas que estuvieron a cargo de las capacitaciones sobre la implementación de los PEM, exasesores regionales y algunos miembros del equipo que elaboró los PEM.

Todos coincidieron en que algunas instituciones, desde los inicios de la propuesta de los PEM, presentaron una actitud negativa, en algunos casos omitieron su participación en las capacitaciones, o presentaron un alto índice de exclusión estudiantil en séptimo año.

Caso contrario, destacaron instituciones que estuvieron anuentes ante la reforma planteada, que durante las visitas de las personas asesoras de matemática, han dado evidencias de que se hacen esfuerzos por implementar los PEM con base en las pautas metodológicas que estos dictan, o instituciones que han destacado por tener un bajo índice de exclusión estudiantil en séptimo año.

Dadas las recomendaciones de las personas expertas, se definen los casos extremos, los cuales Flick (2007) refiere como

- **Casos extremos.** Este criterio es útil para el estudio del funcionamiento de un programa o reforma, se eligen los casos cuya implementación ha sido un éxito o por el contrario un fracaso.

Con base en los puntos anteriores, en esta investigación se comprendió como un caso extremo aquella institución educativa que cumpliera con alguna de las siguientes condiciones:

- i) Desde que se iniciaron con las capacitaciones de los PEM tuvieron anuencia a participar, se han esforzado por implementarlos en las clases de matemática y además presentan un bajo índice de exclusión estudiantil.
- ii) Desde que se iniciaron con las capacitaciones de los PEM tuvieron anuencia a participar, se han esforzado por implementarlos en las clases de matemática y además presentan un alto índice de exclusión estudiantil.
- iii) Desde que se iniciaron con las capacitaciones de los PEM tuvieron poca anuencia a participar, mostraron resistencia en su implementación en las clases de matemática y además presentan un bajo índice de exclusión estudiantil.
- iv) Desde que se iniciaron con las capacitaciones de los PEM tuvieron poca anuencia a participar, mostraron resistencia en su implementación en las

clases de matemática y además presentan un alto índice de exclusión estudiantil.

Se seleccionaron diez instituciones educativas, consideradas como casos extremos, pues según la asesoría mencionada, presentaron anuencia o resistencia a la implementación de los PEM o baja o alta exclusión estudiantil en séptimo año.

Cabe destacar que con esto no se está insinuando alguna correlación o causa efecto entre los criterios de selección, sino que, como menciona Flick (2007), se acudió a personas expertas en el sector educativo, que conocen los contextos estudiantiles, el historial institucional, tuvieron contacto directo con el profesorado de matemática y conocen el récord académico y las necesidades institucionales, por lo tanto, su experticia fue la que marcó la selección de la muestra cualitativa.

Se pensó en diez instituciones, previendo que algunas de estas no estuvieran anuentes a participar, pues el número inicial de instituciones era de cuatro, una por cada caso extremo de acuerdo con la descripción hecha en párrafos precedentes. A cada una de estas instituciones se les entregó una carta del posgrado en la que se explicaba la motivación de la investigación, el nombre de la persona a cargo, el uso que se le daría a la información recopilada, el compromiso de confidencialidad de la investigadora y, por último, se solicitaba acceso para realizar la investigación.

Después de varios intentos de diálogo con la dirección y el cuerpo docente, solo cuatro instituciones atendieron la solicitud efectuada, de estas se tuvo acceso a 3 durante julio de 2019 y marzo de 2020. A la cuarta institución no se tuvo acceso, pues en el momento cuando se realizarían las observaciones, dada la situación de la COVID-19, se cerró de manera indefinida. Esta era considerada un caso extremo, pues desde que se inició con las capacitaciones de los PEM, tuvo poca anuencia a participar, mostró resistencia en su implementación en las clases de matemática y además presenta un alto índice de exclusión estudiantil.



Finalmente, se trabajó con tres instituciones educativas. Para su contextualización, se acudió a la jefatura administrativa, a la coordinadora del Departamento de Matemáticas de una de las instituciones, a personal del Departamento de Orientación y a documentación del INEC (2011) (Anexo 1). Se presenta un cuadro donde se resume información relevante de cada institución educativa.

Tabla 5. Descripción de las instituciones donde se recopiló información

<b>Institución</b>	<b>Criterio de selección</b>	<b>Total de estudiantes</b>	<b>Periodos de observación</b>
C1	Desde que se iniciaron con las capacitaciones de los PEM tuvieron anuencia a participar, se han esforzado por implementarlos en las clases de matemática y además presentan un bajo índice de exclusión estudiantil.	170 estudiantes distribuidos en 7 grupos. Una persona docente a cargo de todas las clases de matemática.	julio 2019 a diciembre de 2019, para un total de 8 observaciones, distribuidas en los diferentes grupos.
C2	Desde que se iniciaron con las capacitaciones de los PEM tuvieron anuencia a participar, se han esforzado por implementarlos en las clases de matemática y además presentan un alto índice de exclusión estudiantil.	270 estudiantes distribuidos en 8 grupos. Una persona docente a cargo de todas las clases de matemática.	agosto de 2019 a diciembre de 2019, para un total de 4 observaciones, distribuidas en los diferentes grupos. Cabe destacar que se suspendieron muchas lecciones de matemática por diferentes razones.
C3	Desde que se iniciaron con las capacitaciones de los PEM tuvieron poca anuencia a participar, mostraron resistencia en su implementación en las clases de matemática y además presentan un bajo índice de exclusión estudiantil.	210 estudiantes distribuidos en 8 grupos. Una persona docente a cargo de todas las clases de matemática.	febrero de 2020 a marzo de 2020 para un total de 4 observaciones, distribuidas en los diferentes grupos. Se suspendieron las observaciones por la emergencia sanitaria 2020.

Nota: C1 colegio participante 1, C2 colegio participante 2 y C3 colegio participante 3.

Fuente: elaboración propia.

## 4.5 TÉCNICAS DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN PRIMARIA

De acuerdo con el objeto de estudio, a continuación, se presentan las técnicas seleccionadas para recolectar la información. Es importante señalar que con el uso de diversas técnicas, se persigue que la información obtenida sea fiable, además de recopilar evidencias de diferentes fuentes, de manera que se comprenda mejor el objeto de estudio a la luz del marco teórico planteado.

### 4.5.1 OBSERVACIÓN PARTICIPANTE

Acorde con el enfoque y método de investigación que guían este trabajo, la observación es considerada una técnica que, por excelencia, permite obtener información sobre un fenómeno o hecho tal y cómo éste se lleva a cabo. Así, “la investigación cualitativa puede realizarse no solo preguntando a las personas implicadas sobre cualquier hecho o fenómeno social, sino también observando. Para responder a ciertos interrogantes, la observación puede ser el enfoque más apropiado” (Rodríguez *et al.*, 1999, p.149).

El tipo de observación llevado a cabo es la participante, pues la investigadora se introdujo dentro del aula de matemáticas, de tal manera que tuvo acceso a las vivencias cotidianas de docentes, sus estudiantes, así como a los medios y recursos utilizados por estos. Al respecto, “la observación va a ser entendida aquí como un proceso sistemático por el que un especialista recoge por sí mismo información relacionada con cierto problema” (Rodríguez *et al.*, 1999, p.150), además, “como otros procedimientos de recogida de datos, constituye un proceso deliberado y sistemático que ha de ser orientado por una pregunta, propósito o problema” (Rodríguez *et al.*, 1999, p.150).

Para efectuar las observaciones se realizaron visitas a las clases; tales observaciones se enfocaron en hechos de la realidad de las personas participantes para acceder al conocimiento, creencias y comportamientos del profesorado y del estudiantado en torno a las prácticas evaluativas; de este modo se le da sentido al conjunto de hechos observados y se establecen enlaces, conexiones y explicaciones desde el marco teórico planteado y las preguntas que orientan la investigación, pues

Cuando diseñamos una OP y decidimos utilizarla como una técnica de recolección de datos debemos, en primer lugar, considerar el problema y los tipos de pregunta que guían el estudio, el lugar o sitio en estudio, las oportunidades disponibles en el sitio para realizar la observación, la anuencia de las y los sujetos actuantes que están en el sitio y las estrategias por utilizar para almacenar los datos. (Gurdián, 2007, p. 192)

Durante el primer contacto de la investigadora con los sujetos participantes, se les explicó el propósito de las observaciones para la investigación, además de la frecuencia con la que estaría visitando las clases, el objetivo de los apuntes y la necesidad de tomar alguna fotografía; más adelante se hará referencia a este punto.

El número de observaciones por docente no se definió *a priori*, sino que se hicieron todas las observaciones necesarias, hasta que hubiese evidencias de que los hechos, la información o las acciones de las personas participantes se repitieran, esto con base en el principio de saturación, el cual se alcanza, según Gurdián (2007), cuando se repite información.

Las observaciones se registraron en un diario de campo donde se destacó el nombre del colegio, la fecha, la hora y los hechos en torno a las prácticas evaluativas del cuerpo docente: “la información revelada a través de la observación directa debe ser detallada y muy descriptiva ya que debe permitir que otros entiendan lo que el observador vio” (Nirenberg, Brawerman y Ruiz, 2000, p.113); estas anotaciones también orientaron las entrevistas semiestructuradas y el análisis de la información secundaria.

En concordancia, se destacan algunos detalles que el diario de campo debe contener:

- Un registro detallado, preciso y completo de los acontecimientos y acciones.
- Una descripción minuciosa de las personas y de los contextos.
- Las propias acciones del/a observador.
- Las impresiones y vivencias del/ a observador.
- Los supuestos y las interpretaciones que el/a observador hacen en el transcurso de la observación.
- Sus reflexiones conjeturas y prejuicios.

(Gurdián, 2007, p.197)

Este diario de campo elaboró de manera digital, pues en las instituciones hubo facilidad para llevar el computador y tomar notas en este; cabe destacar que esto facilitó el trabajo, pues permitió recalcar con colores, notas, comentarios, acciones o hechos que destacaron en torno al tema de interés.

Las anotaciones realizadas en el diario de campo ofrecieron insumos para plantear las entrevistas semiestructuradas y los grupos focales. En los puntos siguientes se brindan detalles de cada una de estas.

#### **4.5.2 ENTREVISTA CUALITATIVA**

El objeto de estudio exige un acercamiento a las prácticas evaluativas de docentes, para así indagar sobre la concepción que tienen de la evaluación de los aprendizajes, el propósito de utilizar ciertas técnicas e instrumentos para medir al estudiantado y el uso que le dan a la información recolectada.

La entrevista cualitativa

consiste en una conversación entre dos personas por lo menos, en la cual uno es el entrevistador y otro u otros son los entrevistados. Estas personas dialogan con arreglo a ciertos esquemas o pautas acerca de un problema o cuestión determinada teniendo un propósito profesional. Presupone pues la existencia de personas y la posibilidad de interacción verbal dentro de un proceso de acción recíproca. (Gurdián, 2007, p.198)

Particularmente en este trabajo y acorde con el método de investigación, la entrevista cualitativa, según Gurdián (2007), permite explicar experiencias humanas subjetivas desde el punto de vista de las personas observadas, en torno del objeto de estudio.

Cuando se explica la entrevista cualitativa, Gurdián (2007) distingue dos tipos, la entrevista en profundidad y la entrevista enfocada; esta última otros la definen como entrevista semiestructurada. Autores como Flick (2004), Gurdián (2007), Nirenberg *et al.*, (2000) coinciden en que

- se establece previamente el tema o foco de interés que orientará la conversación.
- no deja de ser abierta, esto es, se le permite a la persona entrevistada dar su opinión, profundizar en un tema.

- presenta apertura en cuanto a las preguntas planteadas y la secuencia de éstas, de acuerdo con las características de la entrevistada o del entrevistado.
- Se sigue una guía con los temas de interés y de ser necesario la persona entrevistadora puede ampliar tanto las preguntas como los temas, de tal manera que pueda acceder a la información que necesita.

Flick (2004) apunta que una de las ventajas de las entrevistas semiestructuradas es su económica manera de recoger información centrándose en el tema de interés; consecuentemente, se creó una guía con preguntas que surgieron de las observaciones realizadas, el marco teórico planteado y las experiencias de la investigadora como docente de matemática.

Cada entrevista se programó con cita previa, además se utilizó la grabación y la toma de notas con el objetivo de abarcar el tema de interés y perder la menor cantidad de detalles. Estos encuentros se llevaron a cabo en la institución educativa donde labora el profesorado observado o se efectuaron de modo virtual.

Con el objetivo de sistematizar la información, cada entrevista se codificó de la siguiente manera: entrevista profesora colegio 1 (EPC1), entrevista profesora colegio 2 (EPC2) y entrevista profesor colegio 3 (EPC3). Además, como se mencionó, se contó con una guía para la entrevista. (Anexo 2)

La estructura de esta guía se validó y se hizo el pilotaje durante el trabajo realizado en el curso SP-9019. Teoría y Práctica de la Evaluación Curricular II; posteriormente, otras personas expertas de la maestría contribuyeron en diferentes momentos con sus aportes para la delimitación de la guía. También se contó con la contribución de personas egresadas de la Maestría Académica en Educación con Énfasis en Evaluación Educativa, las cuales tienen experiencia en investigación y trabajo de campo en el contexto educativo.

#### **4.5.3 GRUPO FOCAL**

La percepción que tenga el estudiantado sobre las prácticas evaluativas de sus docentes es de suma importancia en esta investigación, pues es este quien convive e interactúa

con el profesorado en el ambiente de aula, además, es el receptor principal de tales prácticas.

El grupo focal o la entrevista grupal consiste en entrevistar a un grupo de personas al mismo tiempo, haciendo énfasis en el tema de interés o en las preguntas planteadas por la investigadora y las respuestas emitidas por las personas participantes; así

(...) esta técnica se utiliza para obtener información a partir de los puntos de vista de diferentes actores en una misma entrevista. Los convocados dan sus opiniones y expresan sus juicios sobre temas propuestos y orientados por un entrevistador que modera la discusión. (...) el número ideal es de cinco a ocho personas (...) permite profundizar temas específicos de forma rápida y con bajo costo. Dificulta el ocultamiento de información por parte de algún participante y, bien dirigida, permite la expresión de individuos que no se expresarían en una situación individual o en un grupo demasiado grande. (Nirenberg et al., 2000, p.115)

Se eligió esta técnica para recolectar información del estudiantado pues les permitió explicar sus experiencias, dialogar entre sí y confrontar su opinión, además

El grupo focal es una técnica estimulante y provocativa, pues de hecho los seres humanos somos por instinto sociales, salvo algunas excepciones, además de sentirnos acuerpados – apoyados por un grupo facilita nuestra expresividad espontánea [énfasis añadido]. De hecho, las y los sujetos se sienten más a gusto en este tipo de interacción grupal empática que en las entrevistas individuales. (Gurdián, 2007, p.215)

La elección de las personas participantes se hizo posterior al periodo de las observaciones de clase, a partir de los siguientes criterios:

- Estudiantes de cada colegio que hayan asistido a todas las lecciones de matemática y que participaran activamente.
- Del estudiantado anterior, se seleccionó a aquellas personas cuya dinámica de trabajo en clase era con sus pares, ya sea solicitando o brindando ayuda para resolver las tareas matemáticas propuestas. Esto, pues según el MEP (2012), el trabajo colaborativo es crucial en el desarrollo de las lecciones.
- De estas personas, se realizó una elección más detallada con base en las calificaciones obtenidas, esto es tres personas cuyas calificaciones están por debajo de la nota mínima de aprobación (en séptimo año es de setenta), tres cuya calificación coinciden con la nota mínima y tres con notas por encima de la nota mínima. Se tomó como referencia la nota mínima de aprobación que estable el

REA, pues interesa comprender la experiencia y opinión de estudiantes en diferentes condiciones académicas, aludiendo al hecho expuesto en capítulos anteriores, en el que se recalca que 7° año es uno de los niveles donde se presenta mayor exclusión estudiantil, ligada, entre otros aspectos, a las calificaciones obtenidas en diferentes asignaturas, en particular en matemática.

Para estos grupos focales, se utilizó una guía de entrevista grupal (Anexo 3), la cual orientó la sesión. La validación de la guía se hizo análogamente a la validación realizada para la guía de la entrevista enfocada.

Esta conversación se realizó en cada una de las instituciones, en horario lectivo, pues el estudiantado no disponía de otro momento. La institución proveyó el espacio físico idóneo para que las personas participantes tuviesen la menor cantidad de distracciones externas; además, se hicieron audiograbaciones para registrar la información. Por tratarse de menores de edad, se enfatizó que para su participación era indispensable la entrega del consentimiento informado por parte de los padres, madres de familia o personas encargadas del estudiantado. Toda la población estudiantil que participó hizo entrega del consentimiento informado (Anexo 4).

#### **4.6 ANÁLISIS DE INFORMACIÓN SECUNDARIA CUALITATIVA**

Con el objetivo de dar credibilidad y complementar la información recopilada de las observaciones, las entrevistas individuales y los grupos focales, se realizó la recolección de material escrito o fotográfico, el cual “implica la recopilación previa de la documentación pertinente. Aquí se incluyen normas, mapas, manuales de procedimientos, otros programas, proyectos afines, discursos, folletos, videos (...) que puedan ser de utilidad” (Nirenberg *et al.* p. 109).

En este caso, aunado al análisis y recolección de la información derivada del Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes y los Programas de Estudio de Matemática expuesto en el marco teórico, se considera como información secundaria los principales instrumentos de medición aplicados por los docentes:

- Pruebas escritas

- Rúbricas y tablas de cotejo utilizadas para la medición del trabajo cotidiano, extraclase u otro.

Por otro lado, se tomaron fotografías de las devoluciones hechas al estudiantado de los trabajos realizados, pues en las tres instituciones educativas se trabajó con material impreso, el cual fue revisado por la persona docente.

Para las rúbricas y los exámenes se hizo un análisis técnico de su estructura y contenido. Para las primeras se utilizó una metarrúbrica, la cual construyó la investigadora para el curso MA0011 Evaluación de los Aprendizajes Matemáticos, en 2018. Cabe destacar que esta ha sido analizada por colegas del área y por los grupos de estudiantes del curso mencionado en 2018, 2019 y 2020. Este análisis consistió en un contrastaste minucioso de cada uno de los indicadores con la teoría que exponen diferentes autores en torno a la construcción de estos instrumentos, su utilidad y personas que participan en su construcción (Anexo 5).

El análisis de estos instrumentos también se hizo con un propósito que va más allá de su construcción técnica, dado que se indagó sobre uso o elección por parte del profesorado, el proceso para confeccionarlos y los momentos evaluativos en los que se utilizaron; esta información se desprende de las entrevistas y las observaciones de clase.

En el caso de las pruebas, se analizó su estructura, las clases de ítems, el tipo de proceso matemático que demanda cada uno de ellos, la articulación entre los ítems y las actividades matemáticas que se le solicitan al estudiantado antes de la prueba escrita. Para esto se utilizará la técnica denominada “4+6”, la cual se describe a continuación.

#### **4.6.1 ESTRATEGIA “4+6” PARA EL ANÁLISIS DE LAS PRUEBAS ESCRITAS**

La estrategia denominada “4+6” es un modelo simplificado para la valoración de los niveles de complejidad de las tareas matemáticas. Se denomina de “4+6”, pues para cada tarea matemática se estructura de la siguiente forma:

- 1) Se definen los conocimientos necesarios para llevar a cabo esa tarea (estos conocimientos se encuentran en la primera columna de cada tabla que funciona como guía en los Programas de Estudio bajo la estructura: conocimientos, habilidades



específicas e indicaciones puntuales). Se define el área a la cual pertenece esa tarea matemática (Números, Geometría, Medidas, Relaciones y Álgebra, Estadística y Probabilidad).

- 2) Se identifican las habilidades generales según el ciclo y nivel en el que se propone la tarea matemática (estas habilidades generales se encuentran al inicio de cada área por ciclo).
- 3) Se identifican las habilidades específicas asociadas a esa tarea (estas habilidades se encuentran en la segunda columna de cada tabla que funciona como guía en los Programas de Estudio bajo la estructura: conocimientos, habilidades específicas e indicaciones puntuales).
- 4) Se identifica el contexto al cual pertenece esa tarea matemática. Según Ruiz (2018), para el contexto costarricense y acorde con los Programas de Estudio de Matemática se definen cinco contextos: Matemáticos, Personales, Científicos, Sociales y finalmente, los Ocupacionales.
- 5) Luego se valora la tarea matemática utilizando los indicadores establecidos para cada uno de los procesos matemáticos definidos en los PEM; existe una codificación, la cual Ruiz (2018) describe de la siguiente manera:

RAi.j: indicador j en el proceso Razonar y Argumentar en el grado valorado como i.

PRPi.j: indicador j en el proceso Plantear y Resolver Problemas en el grado valorado como i.

Ci.j: indicador j en el proceso Conectar en el grado valorado como i.

COMi.j: indicador j en el proceso Comunicar en el grado valorado como i.

Ri.j: indicador j en el proceso Representar en el grado valorado como i.

Los grados de complejidad se organizan en tres, grado 1, grado 2 y grado 3. Aquí en nivel de grado 1 sugiere menos complejidad en la acción cognitiva y sus demandas, por el contrario, en el nivel de grado 3 se sugiere más complejidad en la acción cognitiva y sus demandas.

Ahora bien, los indicadores se establecen de acuerdo con cada uno de los procesos matemáticos, por ejemplo, para el proceso denominado Representar, se tiene:

Tabla 6. Indicadores de grados del proceso Representar

Grado 1	Grado 2	Grado 3
<p>R1.1 Identifica los datos que están presentes de forma explícita en representaciones* ya estudiadas de objetos matemáticos.</p> <p>R1.2 Usar solo una representación matemática para resolver o para modelar situaciones matemáticas o de un contexto real que han sido estudiadas.</p> <p>R1.3 Identificar dos más representaciones de objetos matemáticos en una situación dada.</p>	<p>Si alguno o algunos de los indicadores siguientes en esta columna aparecen (y no hay indicadores de grado 3), se valorará la intervención del proceso con un grado 2:</p> <p>R2.1 Interpretar y razonar sobre la información codificada en una situación matemática dada.</p> <p>R2.2 Pasar de una representación matemática a otra en la resolución del problema.</p> <p>R2.3 Elabora una representación matemática para interpretar o modelar una situación matemática o de contexto real no estudiada.</p> <p>R2.4 Usar dos representaciones matemáticas en la resolución de problemas estudiados.</p>	<p>Si alguno o algunos de los indicadores siguientes en esta columna aparecen, se valorará la intervención del proceso con un grado 3:</p> <p>R3.1 Pasar de una representación matemática a dos o más representaciones matemáticas en la resolución de problemas.</p> <p>R3.2 Usar tres o más representaciones matemáticas para aplicar en la resolución de problemas en contextos reales o matemáticos que no han sido estudiados y son complejos.</p> <p>R3.4 Combinar representaciones matemáticas distintas de manera creativa para interpretar y modelar una situación matemática o de contexto real.</p> <p>R3.4 Inventar nuevas formas de representación matemática en la resolución de problemas.</p> <p>R3.5 evidenciar con claridad que se comprenden las ventajas y desventajas de cada representación en la resolución de problemas.</p>
<p>*En esta tabla las representaciones matemáticas pueden ser visuales, gráficas, numéricas, estadísticas, simbólicas o tabulares. Se acepta que al hablar de dos o más representaciones matemáticas estas pueden ser tanto del mismo tipo de representación (visual, gráfico, numérico, estadístico, simbólico, tabular) como de diferentes.</p>		

Nota: recuperado de “Evaluación y Pruebas Nacionales para un Currículo de Matemáticas que Enfatiza Capacidades Superiores, Ruiz, 2018, p.127

Fuente: Ruiz (2018)

Las otras tablas donde se exponen los otros cuatro procesos y sus respectivos grados de complejidad se encuentran en los anexos 6, 7,8 y 9.

Posteriormente, para cada tarea matemática propuesta en los exámenes o en las clases observadas, se define la participación de los procesos matemáticos, su grado e indicador respectivo; con base en estos se define el nivel de complejidad general de dicha tarea, según los criterios, como sigue:

NC1: cuando en un problema la intervención de los procesos no supera el grado 1, se acepta que el problema es de reproducción.

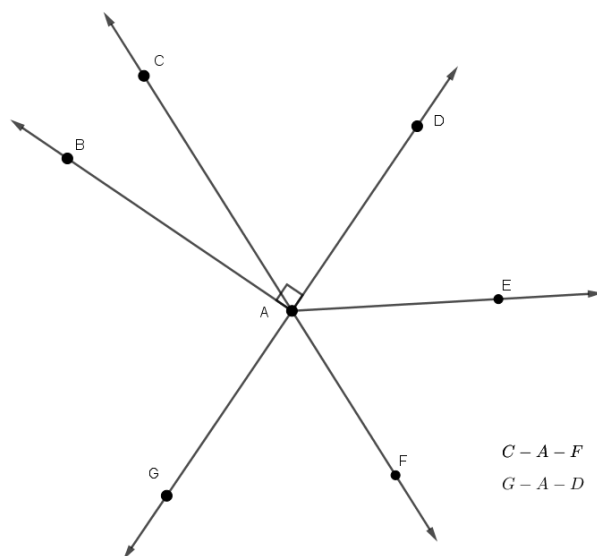
NC2: cuando en un problema la intervención en al menos dos procesos es de grado 2 y se pueden identificar al menos tres indicadores en ese grado, se acepta que el problema es de conexión.

NC3: cuando en un problema la intervención en al menos dos procesos matemáticos es de grado 3 y se pueden identificar al menos tres indicadores en ese grado, se acepta que el problema es de reflexión. (Ruiz, 2018, p.139)

A continuación, a manera de ejemplo, se expone una tarea matemática propuesta en la institución C2 como trabajo cotidiano, en la que se explica paso a paso la estrategia “4+6”, a fin de identificar el nivel de complejidad general de esta.

La tarea propuesta tiene la siguiente instrucción: “Con base en la figura, señale de forma correcta lo que se le solicita.”, asociada a la figura adjunta:

Figura 4. Para ilustrar estrategia “4+6”



Nota: recuperado de “Trabajo cotidiano # 3” C1, 2019

Después se presenta el siguiente ítem:

Tabla 7. Ítem tarea matemática

1) Dos ángulos opuestos por el vértice

---

2) Dos ángulos adyacentes

---

3) Dos ángulos suplementarios

---

4) Dos ángulos complementarios

---

5) Dos ángulos congruentes

---

Trabajo cotidiano # 3” C1 (2019)

Para abordar la tarea, el estudiantado debe identificar pares de ángulos que cumplan cada una de las condiciones solicitadas. Con respecto a dos ángulos opuestos por el

vértice, es fundamental conocer la definición, la cual establece que: dos ángulos son opuestos por el vértice, si sus lados forman dos pares de rayos opuestos. Entonces, se reduce a identificar dos pares de rayos opuestos. En la Figura 1 se observa que dos pares de rayos opuestos corresponden a los dados por:  $\overrightarrow{AC}$  y  $\overrightarrow{AF}$ ,  $\overrightarrow{AD}$  y  $\overrightarrow{AG}$ . Finalmente, se buscan los ángulos contenidos entre esos rayos, los cuales corresponden a:  $\angle CAD$  y  $\angle GAF$ .

Análogamente a la argumentación anterior, es necesario conocer la definición de ángulos adyacentes, esto es, aquellos pares de ángulos que tienen tanto un vértice como un lado en común, así como sus otros lados corresponden a rayos opuestos. En este caso, hay más de un par de ángulos que cumplen esta condición, así que se añaden tres parejas:  $\angle GAF$  y  $\angle DAF$ ,  $\angle GAB$  y  $\angle DAB$ , y  $\angle DAC$  y  $\angle GAC$ . El estudiantado debe reconocer alguna de los tres posibles pares de ángulos adyacentes.

La tercera cuestión requiere conocer la definición de ángulos suplementarios. Esta definición establece que dos ángulos son suplementarios si la suma de sus medidas es  $180^\circ$ . Se puede notar que la Figura 1 no cuenta con medidas dentro de la representación dada, por lo tanto, no es posible determinar un par de ángulos suplementarios a partir de sus medidas. Consecuentemente, se requiere un segundo principio que establece que, si dos ángulos forman un par lineal, entonces son suplementarios. Esto reduce el problema a conocer la definición de par lineal, la cual establece que, dados dos rayos opuestos, y un rayo con punto inicial sobre alguno de los rayos, entonces los dos ángulos formados por los tres rayos forman un par lineal. De ahí, se observa que los ángulos  $\angle GAF$  y  $\angle DAF$  conforman un par lineal, por lo tanto, son suplementarios.

Un razonamiento similar al anterior es necesario para responder correctamente en la penúltima cuestión, pues la definición de ángulos complementarios establece que dos ángulos son complementarios si la suma de sus medidas resulta en  $90^\circ$ . En este caso, basta identificar un ángulo recto, el cual está indicado en la Figura 1 por el ángulo  $\angle BAD$ . Dado este ángulo recto, se deben identificar dos ángulos que compartan, cada uno, un lado del ángulo recto, y estén formados por un rayo en común. Esto ocurre con los ángulos  $\angle BAC$  y  $\angle DAC$ .

Para responder a la última cuestión, es necesario conocer el siguiente teorema: Si dos ángulos son opuestos por el vértice, entonces son congruentes. Con base en este y con la información obtenida en la primera interrogante, se identifica que dos ángulos congruentes corresponden a  $\angle CAD$  y  $\angle GAF$ .

La estrategia “4+6” sigue seis pasos, los cuatro primeros requieren la clasificación de la tarea matemática en conocimientos y áreas incluidas, habilidades generales, habilidades específicas y contextos. Los dos pasos siguientes requieren su valoración, en la que se identifica para cada uno de los cinco procesos matemáticos el indicador asociado y su respectivo grado, según los indicadores y grados presentados en la Tabla 2 y en el Anexo 6, luego con base en estos se establece el nivel de complejidad de la tarea. A continuación, se detalla cada paso, de acuerdo con la tarea matemática propuesta:

- Conocimientos y áreas incluidas: Geometría, Ángulos: llano, adyacentes, par lineal, opuestos por el vértice, congruentes, complementarios y suplementarios.
- Habilidades generales: Identificar relaciones entre los conceptos básicos de la geometría (puntos, rectas, segmentos, rayos, ángulos), (MEP, 2012, p.301) del área de Geometría.
- Habilidades específicas: Reconocer en diferentes contextos ángulos llanos, adyacentes, los que forman par lineal y los opuestos por el vértice (MEP, 2012, p. 303), del área de Geometría. Identificar ángulos congruentes, complementarios, suplementarios en diferentes contextos (MEP, 2012, p. 303), del área de Geometría.
- Contexto: Matemático pues esta tarea se centra únicamente en conceptos y procedimientos que no salen del seno de las matemáticas.

Considerando la naturaleza de la tarea, así como su contexto, se puede afirmar que esta no promueve la contextualización activa.

- Valoración de la tarea, según la participación los procesos matemáticos involucrados:

- ✓ Razonar y Argumentar: en el caso de las cuestiones 3, 4 y 5 se debe identificar información matemática que no está dada de una manera explícita, pues requirió para su solución la consideración de otros elementos que no eran directamente solicitados (indicador RA2.1). Por tal motivo, se da en el grado 2.
  - ✓ Plantear y resolver problemas: el planteamiento de la tarea está dado con datos sencillos y enunciados de manera explícita (indicador PRP 1.1). Además, para su solución se quiere utilizar procedimientos, propiedades y convenciones elementales (indicador PRP 1.2). Por tales motivos, se da en el grado 1.
  - ✓ Conectar: la resolución de la tarea involucrada el trabajo en una única área matemática. Además, para alcanzar la solución esperada, se requiere identificar conexiones entre conceptos o procedimientos similares a los ya estudiados (indicador C 1.1). Por estas razones, se da en grado 1.
  - ✓ Comunicar: la realización de la tarea implica comunicar en forma breve, mediante representaciones geométricas básicas los resultados de procedimientos rutinarios, por aplicación de algoritmos o propiedades, fórmulas o convenciones elementales (indicador COM 1.4). Por lo tanto, se da en grado 1.
  - ✓ Representar: la tarea matemática pretende que se logre transitar de una representación gráfica a simbólica, por lo tanto, se ven involucrados dos tipos de representación (R 1.3). No es necesario razonar ni interpretar información que aparenta estar codificada, pues los datos están dados de forma explícita y empleando la notación convencional. Con base en los argumentos brindados, se afirma que este proceso se da en grado 1.
- Nivel de complejidad. Puesto que hay 4 indicadores de grado 1 en los diferentes procesos (RA 2.1, PRP 1.1, PRP 1.2, C 1.1, COM 1.4, R 1.3.), el nivel de complejidad del ítem se puede considerar como Reproducción (NC1).

A partir de lo establecido en este capítulo, se efectuará este análisis para algunas de las tareas matemáticas propuestas durante las observaciones, o aquellas a las que se tuvo acceso y se encuentran en el trabajo cotidiano (Anexo 10).



## 5. Análisis de resultados

El análisis de la información se hizo de manera progresiva. En primer lugar, se llevó a cabo una revisión de las anotaciones realizadas en el diario de campo, lo que permitió leer lo que ocurría en el contexto del aula de matemáticas, destacar aquellos elementos asociados con la evaluación de los aprendizajes, y con base en estos plantear preguntas para las entrevistas y los grupos focales.

La indagación efectuada en este diario y las anotaciones personales, permitieron identificar al grupo de estudiantes que podía brindar información relevante durante los grupos focales. En este espacio, se realizó una referencia a situaciones concretas del contexto de aula, de tal manera que las personas participantes pudieran explicar desde sus vivencias el significado que daban a ciertas acciones en torno a la evaluación de los aprendizajes matemáticos.

La información recopilada en el diario de campo, construido a partir de las observaciones de aula, las entrevistas a docentes, los grupos focales y el material documental, se clasificó en cuatro categorías de análisis establecidas previamente (técnicas e instrumentos de medición, uso de la información obtenida en los instrumentos de medición, rol del profesorado en la evaluación de los aprendizajes y rol del estudiantado en la evaluación de los aprendizajes) y dos categorías emergentes de la construcción teórica (la evaluación formativa y la evaluación de los aprendizajes en el planeamiento didáctico).

En los periodos comprendidos desde agosto a diciembre de 2019, y entre febrero y marzo de 2020, se recurrió a las aulas para realizar observaciones de las clases de matemática. Durante esas visitas se anotaron las experiencias en dicho diario de campo, se incluyeron diálogos entre estudiantes y docente y entre estudiantes, actividades realizadas, fotografías del trabajo estudiantil durante las lecciones y de las devoluciones escritas a estos trabajos, hechas por la persona docente.

Además, para profundizar en el significado de las prácticas evaluativas, se recurrió a otras fuentes como pruebas escritas, rúbricas, listas de cotejo, escalas y planeamientos de clase. Esta información se recopiló durante y después de las visitas a los centros educativos.

En este capítulo se presentan las argumentaciones de las personas docentes y del estudiantado participantes de la investigación, en torno a las prácticas evaluativas en la clase de matemática. Además, se describen, a la luz de la teoría, los momentos de las clases observadas que dan evidencias del tema de interés. También es fundamental la articulación teórica de lo que debería ser en términos de la evaluación de los aprendizajes matemáticos y lo que se hace en séptimo año en las tres instituciones participantes.

La codificación que se utiliza es la siguiente: C1 para hacer referencia al colegio participante número 1, así sucesivamente para C2 y C3. Para mencionar a la profesora del colegio 1 se utiliza PC1, para la profesora del colegio 2 se usa PC2 y para el profesor del colegio 3 se identifica como PC3. Una codificación semejante se utiliza para el estudiantado: EC1 estudiante del colegio 1 y así sucesivamente. Además, para cada apartado se hace la aclaración de las fuentes que dieron pie a los análisis según la categoría, de acuerdo con lo señalado en el marco metodológico.

## **5.1 I CATEGORÍA: MEDIOS DE EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES MATEMÁTICOS**

Durante la construcción teórica, se decidió sustituir lo que se consideran técnicas e instrumentos de medición, por los medios de evaluación o medios para la evaluación. Por eso, la categoría que se denominaba técnicas e instrumentos de medición se redefinió como medios de evaluación de los aprendizajes matemáticos.

Este cambio se hizo, pues según Hamodi *et al.* (2015) este segundo constructo considera todas aquellas producciones realizadas por el estudiantado que le permiten, tanto a la persona docente como al estudiantado, la recolección de evidencias de aprendizaje, en el caso que compete, durante los procesos de resolución de problemas matemáticos.

La información a partir de la cual se analiza esta categoría se desprende de las entrevistas realizadas a las tres personas docentes de matemática participantes, las observaciones de aula efectuadas por la investigadora y los documentos que utilizaba cada docente para registrar la información sobre el desempeño estudiantil y que fueron facilitados a la investigadora.

Cabe destacar que las entrevistas no se realizaron en una única sesión, sino conforme se avanzaba en la construcción del marco teórico, y posterior a algunas observaciones de clase, se hizo necesario profundizar en ciertos aspectos.

Con base en lo anterior, parece ser que para la persona docente los medios de evaluación están ligados a lo que explícitamente establece el MEP (2018) en el Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes, es decir, lo que se utiliza para recopilar información sobre las evidencias de aprendizaje debe estar descrito en “el REA” o “el Reglamento”; al respecto

I: usted me mencionó que usa rúbricas, construidas por usted misma, para poder calificar o evaluar a los estudiantes. ¿Usa algún otro instrumento?

PC2: No, yo me apego al REA, como ellos van diciendo. El cotidiano, los extraclase, bueno, ahora se llaman tareas.

I: ¿Utiliza listas de cotejo o escalas?

PC2: No, no, porque ahora el REA, hace más de dos años que quitaron eso”.

(Entrevista PC2)

Tanto la profesora 1 como el profesor 3 indican que utilizan rúbricas para valorar las habilidades desarrolladas por el estudiantado o las que están en proceso de alcanzar,

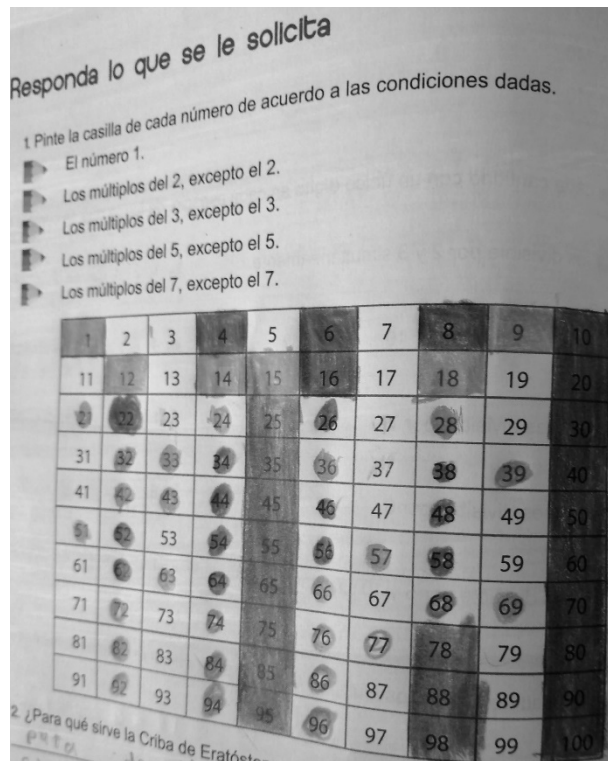
I: ¿Utiliza rúbricas para recopilar información sobre las habilidades desarrolladas por el estudiantado?

PC3: Sí, todo tiene que ir apoyado en una rúbrica.

(Entrevista PC3)

Durante las observaciones en el C3, se registra una tarea matemática en la que el estudiantado debe identificar los números compuestos entre el número 1 y el número 100; se añade una imagen del trabajo realizado por una estudiante.

Imagen 4. Fotografía de una tarea matemática realizada por una estudiante



Nota: fotografía de tarea realizada por una estudiante del C3 tomada durante las observaciones de clase.

Fuente: creación propia

Para la revisión de esta tarea no se contó con una rúbrica, si no que el PC3 hizo algunas preguntas, como se muestra a continuación

Profesor: vean chicos la clase anterior con ustedes estuvimos haciendo un cuadrito, la de los colores. Vamos a ver cómo les fue con esos colores y vamos a ver a qué conclusión llegaron. ¡Compañero! (señala a un estudiante) Cuéntenos ¿cuáles números le quedaron sin colorear de la primera fila?

Estudiante 1: 2, 3 5 y 7.

Profesor: ¡Muy bien! (Y repite en voz alta la respuesta del estudiante)

Profesor: De la segunda fila, ¿cuáles le quedaron sin colorear?

Estudiante 2: el 13.

Profesor: falta.

Otro estudiante añade aquellos que hacen falta. El profesor le indica al estudiante “algo pasó, revise a ver qué pasó”. y agrega la interrogante ¿Qué estamos buscando con esa actividad?

Estudiante 3: Para encontrar los números primos.

Profesor: ¿Y qué es eso? Suena muy interesante... Pero qué es eso.

Estudiante: Los que se pueden multiplicar por sí mismo y por uno.

Profesor: ummmmm... dijo multiplicar.

El estudiante 3 replica y dice ¡dividir!

Profesor: Díganme cualquier número de la lista.

Estudiante 4: 80.

Profesor: ¡Ahora sí empiecen a recitar!

Algunas personas estudiantes comienzan a decir los números divisores del 80.

(Diario de campo C3, marzo 2020)

Durante esta actividad, el PC3 hace preguntas directas a algunas personas; otras están expectantes y van corrigiendo su trabajo conforme se avanza en la conversación. También el profesor se acercó a monitorear el trabajo realizado en algunos folletos, sin embargo, la evaluación de la tarea no se hace registrando la información del trabajo realizado en una rúbrica, por tanto, este hecho contradice la afirmación del docente durante la entrevista, en la que indica que todo debe ir acompañado de una rúbrica.

Luego, al indagar sobre el por qué del uso de este instrumento en la evaluación de los aprendizajes matemáticos, las tres personas docentes coinciden en que es una recomendación explícita del REA; no obstante, el MEP (2018) no establece que es la rúbrica el medio por utilizar para recopilar información sobre el avance estudiantil en las habilidades establecidas; menciona que

Elaborar los instrumentos para la evaluación de los aprendizajes que aplicará al grupo o grupos que tiene a su cargo,

de acuerdo con la naturaleza de la asignatura y los lineamientos técnicos establecidos por el Departamento de Evaluación de los Aprendizajes. (MEP, 2018, Art. 15, inc. e)

El artículo mencionado versa sobre la posibilidad que tiene la persona docente para elaborar el instrumento que mida de la mejor manera las habilidades que se están desarrollando, por tanto, se pueden utilizar rúbricas analíticas, rúbricas holísticas, listas de cotejo, registros de desempeño, entre otros.

El MEP (2012) cita, entre los seis principios que deben orientar el planeamiento de la evaluación de los aprendizajes. que “las técnicas e instrumentos que se utilicen en el proceso de evaluación deben ser variados y adecuados al nivel que se pretende evaluar, deben servir para reflejar el nivel de conocimiento y las habilidades específicas logradas” (MEP, 2012, p. 69).

Las tres personas entrevistadas hacen referencia a la rúbrica como el instrumento que están utilizando para recopilar información y posteriormente evaluar el trabajo cotidiano o una tarea realizada por el estudiantado; de acuerdo con el texto anterior, este instrumento es pertinente, siempre y cuando mida lo que tiene que medir.

En el apartado teórico se resaltó que la rúbrica está entre los medios de evaluación que privilegian la recolección de información para la evaluación de los aprendizajes al resolver problemas matemáticos, pues permite especificar por medio de indicadores, las habilidades que se están evaluando, así, tanto la persona docente como el estudiantado podrán utilizar la información recopilada de manera oportuna.

Para que las rúbricas cumplan con su propósito deben reunir algunas características, por ejemplo: todos los indicadores son claros, diferenciados y están acordes con los objetivos educativos establecidos, cada nivel de logro está claramente diferenciado y el progreso entre uno y otro se hace en un orden lógico, también esta debe presentarse desde el inicio del trabajo como eje de referencia para elaborar el producto o realizar la tarea. Por lo tanto, se solicitó a las personas docentes algunos ejemplos de rúbricas utilizadas para evaluar los aprendizajes matemáticos, y estas fueron las que compartieron:

Tabla 8. Rúbrica para evaluar los aprendizajes matemáticos profesora colegio 2.

Indicadores	Escala/criterios.		
	Logrado (3 puntos)	En proceso (2 puntos)	No logrado (1 punto)
Utiliza el uso correcto de la combinación de operaciones, que involucre o no el uso de paréntesis en la resolución de ejercicios.	Resuelve correctamente todos los ejercicios.	Resuelve correctamente la mitad o más de la mitad de los ejercicios.	Resuelve correctamente menos de la mitad de los ejercicios.

Nota: rúbrica utilizada por la PC2 para valorar el trabajo cotidiano o las tareas del estudiantado. Los niveles de logro los mantiene de una rúbrica a otra, lo que varía son los indicadores.

Fuente: realizada por PC2 (2019)

En la Tabla 8 hay discrepancia con lo que establece la teoría, pues no se especifica por medio de indicadores las habilidades que se están evaluando; es decir, al mencionar en el indicador “utiliza el uso correcto de la combinación de operaciones”, no se vislumbra qué se está comprendiendo por uso correcto, cuáles son las operaciones involucradas (potenciación, multiplicación, división, suma o resta), ni el tipo de paréntesis por utilizar (paréntesis cuadrados, redondos o corchetes).

Tal como se detalló en el marco teórico, las rúbricas que se utilicen para recolectar evidencias sobre el trabajo estudiantil al realizar una tarea matemática, deben contemplar indicadores que en primer lugar estén asociados a la comprensión de la tarea asignada; en segundo lugar, se asocien a las estrategias que utiliza el estudiantado, en las cuales se evidencian los conocimientos previos y la articulación de estos con los nuevos; por último, los indicadores asociados a la validación de la solución hallada.

De acuerdo con la experiencia de la investigadora, se deben utilizar las habilidades específicas que están en los PEM, en este caso, para “Calcular expresiones numéricas aplicando el concepto de potencia y la notación exponencial” (MEP, 2012, p. 276)” y “Resolver una combinación de operaciones que involucre o no el uso de paréntesis” (MEP, 2012, p. 276). Para la primera, se puede especificar con cada una de las leyes de

potencias, por ejemplo división de potencias con la misma base, potencia de una potencia, entre otras. Para la segunda, se detallan los tipos de paréntesis, esto es, redondos, cuadrados o corchetes, además el orden de prioridad de las operaciones, potencias, multiplicación y división en el orden que aparezcan.

Lo anterior debe ligarse a un problema matemático, tal como indica el MEP (2012) en las pautas metodológicas, de manera que el estudiantado, de forma natural, se vea en la necesidad de modelar la situación mediante productos, cocientes o sumas, agrupados o no con paréntesis.

La Tabla 9, presentada a continuación, es la rúbrica utilizada por la profesora del colegio 1 para valorar el trabajo cotidiano o las actividades realizadas fuera del aula (tareas):

Tabla 9. Rúbrica para evaluar los aprendizajes matemáticos profesora colegio 1

Indicadores	Escala de Valoración				
	Excelente (5)	Muy Bueno (4)	Bueno (3)	Regular (2)	Por mejorar (1)
*	Contestó correctamente entre el 80% y el 100% de las preguntas, en el tiempo asignado para ello.	Contestó correctamente entre el 60% y el 79% de las preguntas, en el tiempo asignado para ello.	Contestó correctamente entre el 40% y el 59% de las preguntas, en el tiempo asignado para ello.	Contestó correctamente entre el 21% y el 39% de las preguntas, en el tiempo asignado para ello.	Contestó correctamente menos del 20% de las preguntas, en el tiempo asignado para ello.

Nota: rúbrica utilizada PC1 para valorar el trabajo cotidiano o las tareas del estudiantado

Fuente: elaborada por Comité de Evaluación del C1 (2019)

La profesora del colegio 2 añade que esta rúbrica es avalada por el Comité de Evaluación de la institución y aplica para los otros niveles educativos. Al respecto, el Comité de Evaluación (2019) establece que

Para este componente de evaluación se utilizará el método de recolección de información por medio de **rúbricas** por medio de **indicadores establecidos en el**



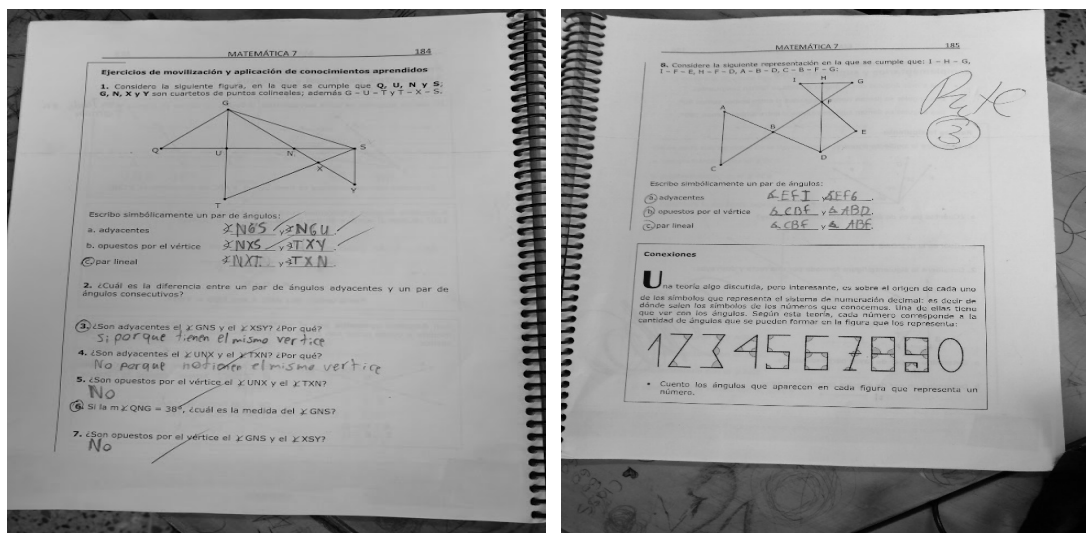
**planeamiento didáctico docente**, los cuales tendrán la siguiente escala de valoración. (Comité de evaluación, 2019, p. 1)

Si bien es cierto que el Comité de Evaluación (2019), donde labora la PC1 añade que la persona docente debe considerar indicadores establecidos en el planeamiento didáctico, la PC1 indica que ella utiliza solo el instrumento presentado en la Tabla 9. Este hecho limita la realimentación que reciba el estudiantado de la labor realizada, pues no está recibiendo información concreta sobre las habilidades que debe mejorar o aquellas que ya ha alcanzado.

Tanto en la Tabla 8 como en la Tabla 9, se observa que el énfasis está en la cantidad de ejercicios o tareas resueltas por el estudiantado, y no en los detalles que le pueden dar información al estudiantado sobre las habilidades específicas, es decir, se está realizando una medición del trabajo en términos del total de ejercicios resueltos correctamente.

En las siguientes imágenes se muestra una tarea asignada para el trabajo cotidiano, calificado por la PC1:

Imagen 5. Fotografía del trabajo cotidiano de un estudiante



Nota: fotografía de tarea asignada como trabajo cotidiano de un estudiante del C1 tomada durante las observaciones de clase.

Fuente: elaboración propia

En la imagen se aprecia que la docente coloca un tres encerrado en un círculo; al preguntarle al estudiante que realizó la tarea sobre el significado de ese tres, en el diario de campo se declara lo siguiente:

Le solicité el folleto a David (nombre ficticio) para tomarle una fotografía del trabajo cotidiano que realizó, con la revisión que recién le había hecho la profesora, de las páginas 184 y 185.

Cuando le pregunté a David qué significaba ese tres para él, éste me respondió “yo no sé, si uno tiene cinco es que todo está bien, si uno tiene uno es que está mal, entonces tres es como más o menos o que fallé algunas seguro”.

(Diario de campo C1, setiembre 2019)

De acuerdo con la Tabla 9, ese tres encerrado en un círculo significa que David contestó correctamente entre el 40 % y el 59 % de las preguntas en el tiempo asignado para ellos; al parecer eran doce ejercicios, de estos, los que el estudiante contestó bien fueron marcados con signo que hace referencia a que la respuesta es acertada con “un check”; aquellos en los que hay un error o del todo no fueron contestados se marcan con un círculo y fueron siete en total.

En este sentido, al valorar las rúbricas anteriores con la metarrúbrica (Anexo 5) se deduce que, en ambos casos, el instrumento no está actuando desde el inicio como eje de referencia para realizar la tarea matemática propuesta y tampoco para dar realimentación o guía sobre el trabajo realizado a la persona estudiante.

De lo anterior se deduce que las personas docentes participantes, tienen una noción errónea de lo que es una rúbrica y su propósito, parece confundirse con una escala de calificación numérica, la cual cuenta con un solo indicador por medir, en ambos casos.

Esto no está alineado con lo planteado en el marco teórico, en el cual se subraya que los instrumentos utilizados para recolectar evidencias de aprendizaje del estudiantado, deben ser congruentes con el enfoque principal de los programas, la resolución de problemas matemáticos, por tanto, estos instrumentos deberían contar con los tres componentes básicos para evaluar el proceso que el MEP (2012) define como Plantear y Resolver Problemas. Además,

En la evaluación de la resolución de problemas se suele destacar la importancia del proceso de resolución en sus diversas fases. Por ello se debe tener en cuenta el desarrollo y las ideas que han tenido lugar durante el proceso, las conjeturas, imágenes o intenciones; estrategias de comprensión tales como diagramas, tablas, gráficos o cualquier otra forma que permita expresar la información; el diseño de un plan como la utilización de métodos algebraicos o aritméticos, trasladar el problema a un contexto geométrico o numérico o descomponerlo en otros más simples y, finalmente, verificar el resultado de las operaciones, considerar las conexiones entre los contenidos para analizar el significado de la solución (Cáceres y Chamoso, 2015, pp. 229-230)

El primer componente se refiere a las evidencias que muestra el estudiantado de que ha comprendido el problema, el segundo está relacionado con las estrategias o métodos utilizados donde articula conocimientos previos con la información identificada, y el tercero se refiere al proceso de análisis y validación de la solución; aunados a estos se pueden incorporar los otros cuatro procesos matemáticos propuestos por el MEP (2012), con las respectivas habilidades específicas, según cada ciclo lectivo.

La otra técnica utilizada por las tres personas docentes son las denominadas técnicas de interrogación, donde se destaca la prueba escrita como el instrumento principal. Todas coinciden en que la prueba escrita debe ser parte de los instrumentos utilizados, al respecto

I: ¿Utiliza usted pruebas escritas o exámenes para evaluar a los estudiantes?

PC2: Ahhh, sí, la prueba escrita te mide exactamente el muchacho que, si va avanzando, el muchacho que va intermedio y el muchacho que no sabe nada. (Entrevista PC2)

Otra de las docentes entrevistadas afirma que la prueba escrita es un instrumento que le permite identificar si un estudiante aprendió o no. Las tres personas entrevistadas coinciden en que además es un requisito según el MEP (2018). Al indagar sobre el tipo de ítem que se debe privilegiar en las pruebas escritas, se menciona:

I: ¿Cuál cree que es el tipo de ítem que debe predominar en las pruebas escritas?

PC2: Vea, el de marcar con equis yo no lo uso porque el chiquillo comienza Ave María dame puntería, entonces ese no, me parece que el de complete, a vos, el niño, el alumno, te dice si sí sabe, si razona la pregunta o si sí sabe de qué se le está hablando o no sabe nada. A mí por eso me gusta el de complete, aunque sea de un solo punto. Yo, me gusta el de complete, yo le pongo: ¿cuál es la primera

operación que se debe resolver en una operación combinada? Entonces ellos dicen, bueno, el que no sabe pone suma, y el que sabe no, se inicia por las potencias. ¿Ya? Mire uno dice, este chiquillo si sabe. Y este, diay no. A veces le ponen a uno, diay profe el que me quede más fácil. Está perdidito. Ves, es una pregunta que a vos te dirige, el si van aprendiendo, si el aprendizaje va avanzado o al muchacho todavía le falta. (Entrevista PC2)

El MEP (2018) indica que este tipo de ítem consiste en enunciados donde la persona estudiante debe evocar información breve de acuerdo con lo solicitado, y refiere que se debe utilizar para medir el aprendizaje en niveles iniciales e intermedios: tareas matemáticas que demanden identificar, calcular, reconocer o mencionar alguna característica de un objeto matemático.

Ante la misma interrogante, otra de las docentes entrevistadas afirma que en la prueba escrita debe predominar el ítem llamado respuesta corta, así

I: De los tipos de ítems que hay en los exámenes, ¿Cuál cree usted que es el que debería predominar en los exámenes?

PC1: La respuesta corta.

I: ¿Por qué respuesta corta?

PC1: Porque, digamos, bueno, selección única hay opciones que ellos puedan batear, como dicen ellos. El desarrollo lo puede hacer muy grande porque si no abarcaría más tiempo del que correspondería. En cambio, en respuesta corta se pueden preguntar cosas rápidas, sencillas y puede haber la cantidad que uno quiera. Ese siempre es el que predomina en mi examen, respuesta corta.

(Entrevista PC2)

El profesor del C3 afirma que no es recomendable privilegiar más un tipo de ítem sobre otro en una prueba escrita, pues estos van a depender del área de la matemática y la habilidad que se está midiendo; ante la misma pregunta su respuesta es

CP3: ¡Hijole! Esa sí está bonita. Es que iría también enfocado en torno a la habilidad que se esté evaluando o al contenido que se esté evaluando, verdad, el tipo de ítem, por ejemplo, si estamos en geometría, los ítems de identificación, predominan, verdad. Pero si estuviésemos en la parte de teoría de números, entonces los ítems que deben predominar son los de resolución de problemas. Donde usted plantea un problemita, eh... Obviamente en torno a la vida cotidiana, a la cotidianidad, donde se haga uso de la habilidad para llegar a la solución del problema. Sería, resolución de problemas, verdad. Que, de hecho, el programa de estudios se centra mucho en la resolución de problemas, que es uno de los ejes principales, los exámenes deberían estar muy centrados en resolución de problemas.

Pero es que depende del tema, contenido o habilidad que se esté haciendo, ..., yo no me atrevería a encasillar uno como el preferido o el deseado o el que se deba utilizar. Cuesta mucho, yo no me atrevería a encasillarlo, ni en séptimo ni en ningún otro nivel. (Entrevista PC3)

Tanto la PC1 como la PC2 compartieron algunos ejemplos de pruebas escritas aplicadas a los estudiantes, donde se corrobora lo que dicen en la entrevista. El PC3 no accedió a compartir alguna de sus pruebas escritas, por tanto, no se pudo verificar los tipos de ítems utilizados, no obstante, durante las visitas a las clases se pudo observar que las actividades giran en torno a preguntas concretas hechas por el profesor y respuestas concisas dadas por el estudiantado, como se muestra en el siguiente extracto del diario de campo

Profesor: ¿Cuáles son los divisores de 567?

Estudiante 1: 7

Profesor: Me puede demostrar que es divisible entre 7 y lo invita a pasar a la pizarra.

Estudiante 1: ¡Me da miedo!

Profesor: ¿Cuánto es 56-14?

Estudiante 2: 72

El profesor lo mira con un gesto particular, como mostrando asombro. Y vuelve a preguntar ¿cuánto es 56-14?

Estudiante 3:32

El profesor lo mira también con un gesto particular, como mostrando asombro nuevamente y vuelve a hacer la misma pregunta.

Estudiante 2: 42

El profesor anota el resultado en la pizarra

(Diario de campo C3, febrero 2019)

Desde lo teórico se planteó que la propuesta de un problema matemático contextualizado es el punto nodal para el desarrollo de las clases; para esto el profesorado interviene como mediador en las conversaciones que surjan en torno a la situación planteada, esto es, asesora o plantea preguntas que servirán como guía para su resolución.

Polanco (2004) se refiere a la pregunta pedagógica, como aquella interrogante que permita el desarrollo de las habilidades planteadas, entre ellas menciona las preguntas

Para predecir: ¿qué creen ustedes que ocurriría si ...?

Para diseñar: ¿cómo procederían ustedes para comprobar su idea?

Para sondear vocabularios: ¿alguien sabe qué palabra se utiliza para describir este, objeto, fenómeno, planta, animal u otros? (Polanco, 2004, p. 5)

En contraste con el extracto del diario de campo anterior, se propone el siguiente diálogo como un ejemplo para trabajar en la clase, donde se plantean algunas interrogantes que promueven la habilidad “Aplicar los conceptos de divisibilidad, divisor, factor y múltiplo de un número natural en la resolución de problemas en diferentes contextos” (MEP, 2012, p.278):

El o la docente (**D**) escribe en la pizarra el número 120 y puede dirigir un diálogo con sus estudiantes de la siguiente forma:

**D:** ¿Qué números dividen 120 y por qué?

**Ester:** Dos profe, ya que es un número par.

**D:** Correcto. ¿Dicho número tiene más divisores?

**Allan:** Sí, el tres, dado que sus cifras suman un número que es múltiplo de tres. También cinco pues termina en cero.

**D:** ¿Este número es múltiplo de 10?

**Melvin:** Sí, porque  $12 \cdot 10 = 120$ .

**D:** Muy bien. (El o la docente escribe lo siguiente:)

- a.  $120 = 12 \cdot 10$
- b.  $120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$
- c.  $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$
- d.  $120 = 2 \cdot 12 \cdot 5$

**D:** ¿Cuál de las representaciones anteriores corresponde a la descomposición en factores primos del número 120?

**Xinia:** La opción b. y c. ya que las otras cantidades no corresponden a números primos.

(MEP, 2012, p. 278)

Desde la experiencia de la investigadora, a las respuestas del estudiantado dadas en el diálogo anterior, omitiría adjetivos como correcto, muy bien o excelente, en su lugar agregaría otras interrogantes como ¿qué opinas de la respuesta dada por ...?, ¿cómo

crees que tu compañera identificó que 120 es un número par?, ¿cuál fue el criterio que utilizó Allan para identificar que ese es un múltiplo de tres?, ¿a qué crees que se refiere Xinia cuando indica que las otras cantidades no corresponden a números primos? y ¿cuál es el nombre matemático que reciben esas cantidades de acuerdo con el contexto que se está trabajando? Estas interrogantes estarían dirigidas a una persona distinta a la que contestó.

El propósito de que la persona docente evite dar una apreciación inmediata sobre las respuestas del estudiantado es brindar la oportunidad de valorar sus aportes o el de sus pares, además de promover la escucha de las argumentaciones de las demás personas, y de esta forma “activa los procesos Comunicar y Razonar y argumentar. Por otra parte, permite fomentar un aprendizaje participativo y colaborativo” (MEP, 2012, p.278).

Para plantear las preguntas apropiadas durante la clase de matemática, la planificación de las actividades escolares es fundamental e involucra

Un proceso de reflexión de parte de los docentes, en el cuál es bueno cuestionarse cuándo, cómo y por qué preguntamos, y así lograr plantear cuestiones en el momento adecuado, de la mejor forma posible y formar un individuo capaz de elegir, opinar y tomar decisiones, respetándose así mismo, a los demás y al medio que los rodea. (Polanco, 2004, p. 12)

Si el tipo de interrogante que guía los diálogos entre la persona docente y el estudiantado está conformada por preguntas cerradas, se desaprovecha la oportunidad de que este indague más sobre sus propios conocimientos o la posibilidad de construir los objetos matemáticos planteados. Además, el tipo de pregunta durante las lecciones parece ser una antesala del tipo de ítem que predominará en las pruebas escritas.

Al respecto, desde la fundamentación teórica, se establece que la elección de los ítems que deben conformar una prueba escrita tiene que permitir la medición de las habilidades matemáticas propuestas en los PEM en diferentes niveles de complejidad, por lo tanto, su confección demanda de la persona docente, reflexión sobre cuál es el tipo de pregunta que favorece la medición de ciertas habilidades y procesos matemáticos.

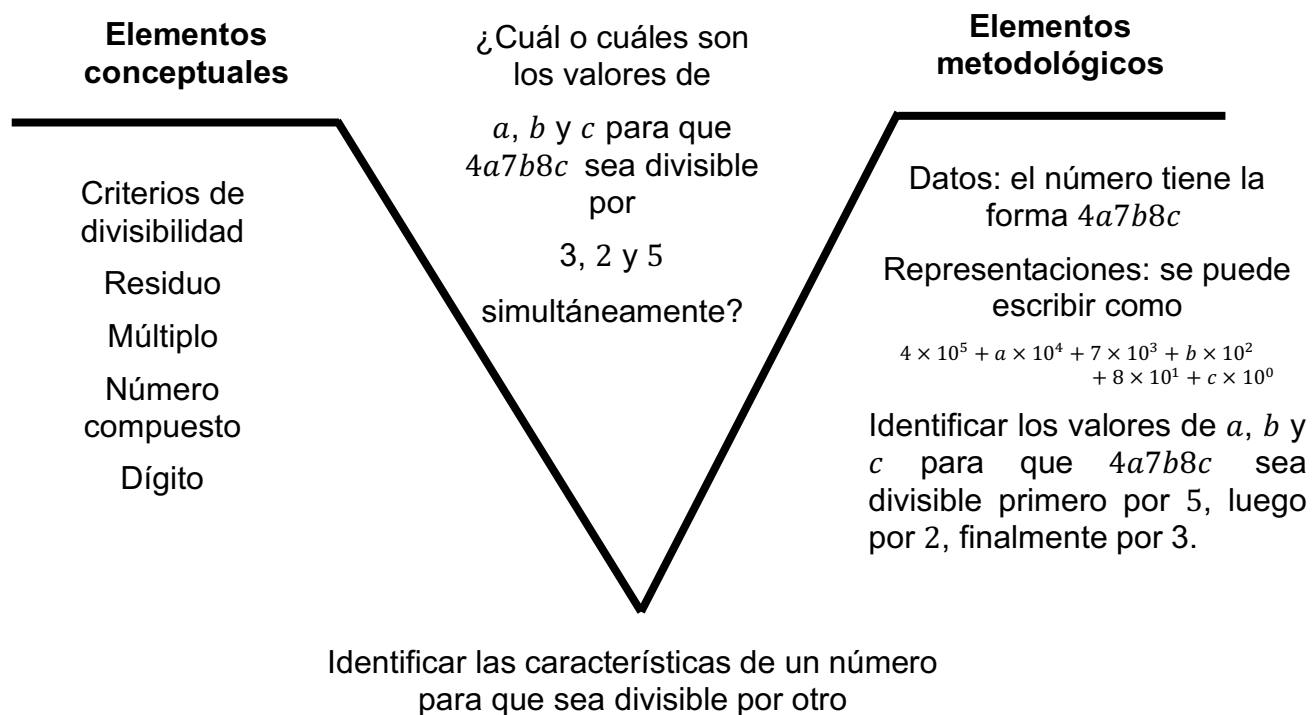
En cuanto a otros medios de evaluación, se consulta a las tres personas docentes, de manera explícita, si utilizan la V de Gowin, a lo que contestan de forma unánime que desconocen en qué consiste el ordenador gráfico mencionado.

Según Förster *et al.* (2017) y Flores y Gómez (2009), este medio propicia el aprendizaje significativo, estableciendo relaciones entre los conocimientos previos y los nuevos conocimientos, permite identificar cómo se plantea un problema, cuáles elementos se utilizan para su resolución y deja al descubierto el conocimiento implícito en los procesos involucrados, además demanda habilidades cognitivas complejas.

A manera de ejemplo, para la habilidad que se ha venido mencionando “Aplicar los conceptos de divisibilidad, divisor, factor y múltiplo de un número natural en la resolución de problemas en diferentes contextos” (MEP, 2012, p.278), se propone una tarea matemática en la que el estudiantado puede utilizar la V de Gowin, según la Figura 5, para organizar la información y resolver el problema matemático. En esta se deben determinar todos los posibles valores de los dígitos  $a$ ,  $b$  y  $c$ , de la tal manera que el número de seis cifras  $4a7b8c$  sea divisible por 2, 3 y 5, simultáneamente.



Figura 5. V de Gowin para resolver problemas matemáticos de divisibilidad



Nota: V de Gowin asociada a tarea matemática sobre divisibilidad

Fuente: elaboración propia

En el ejemplo se aprecia que este medio para recopilar información sobre la habilidad del estudiantado para resolver problemas matemáticos, permite la exposición de los elementos referenciales, conceptuales, metodológicos en torno a la tarea asignada, además se promueven los cinco procesos matemáticos que propone el MEP (2012).

La V de Gowin demanda más información y conexiones entre los objetos matemáticos conforme aumenta el nivel de complejidad del problema planteado. El ejemplo expuesto se puede utilizar como los primeros acercamientos del estudiantado para aprender a utilizar este medio.

Por otro lado, se muestra que para la misma habilidad se pueden variar los medios de evaluación, desde diálogos en los que el estudiantado participe y valore los aportes de sus pares, hasta una V de Gowin en la que se sistematice la información. Con respecto a este último punto, es importante señalar que el proceso para completar este objeto es previo a dar una respuesta definitiva, pues el propósito es que la persona estudiante analice y evalúe toda la información que necesita para responder las interrogantes planteadas.

Con respecto a los mapas semánticos o los mapas mentales para evaluar los aprendizajes matemáticos, se encuentran las siguientes respuestas en las entrevistas realizadas

I: Los mapas conceptuales, los mapas mentales o los mapas semánticos, ¿los ve como una posibilidad para evaluar en matemática?

PC1: No, no, en matemáticas cuesta mucho el mapa. Porque quedarían botados los procedimientos.

(Entrevista PC2)

Análogamente, la PC1 indica que no utiliza los mapas mentales o mapas semánticos como medio de evaluación en matemática, pues considera que este tipo de ordenador gráfico no es útil o no se adapta a una disciplina como la matemática. El PC3 afirma que tampoco utiliza este medio, al respecto

I: Utiliza ¿Mapas semánticos? ¿Mapas conceptuales?

PC3: Muy poco, digamos que no.

I: ¿Cuál es la razón?

PC3: En lo personal a mí me gusta más la parte de observar.

(Entrevista PC3)

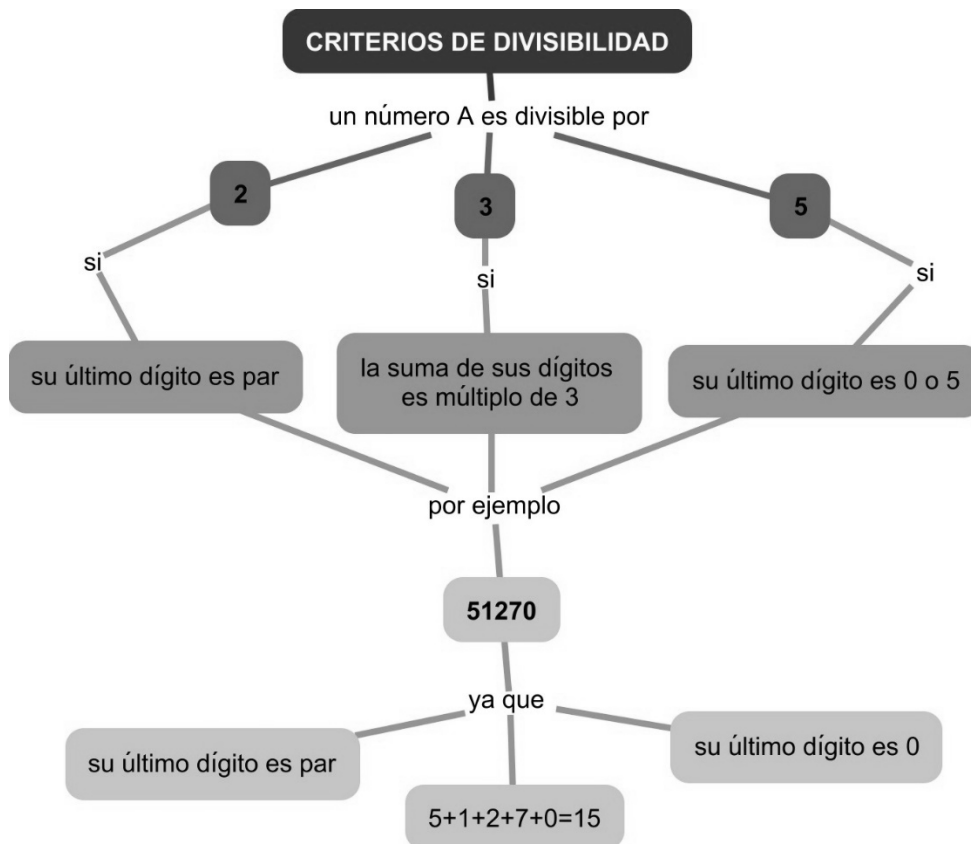
Con base en lo que expresan las tres personas entrevistadas, parece ser que se está asociando los mapas conceptuales, mentales o semánticos, a objetos meramente conceptuales, descartando la posibilidad de incluir otros objetos matemáticos o que este medio no se adapta a la disciplina que compete. Frente a esta concepción, los mapas expresan de manera gráfica los objetos, estableciendo relaciones que los enlazan de forma lógica entre sí, partiendo de un concepto más general y que se degrada en unos

más simples. Estos objetos matemáticos pueden ser definiciones, gráficas, ejemplos o procedimientos.

Según el MEP (2013c), “Esta técnica le permitirá al docente evaluar la visión que tienen los estudiantes de un determinado conocimiento o concepto, además, se puede observar como el estudiante establece relaciones y formas de organizar la información asociada con dicho conocimiento” (p.10).

Siguiendo con la habilidad “Aplicar los conceptos de divisibilidad, divisor, factor y múltiplo de un número natural en la resolución de problemas en diferentes contextos” (MEP, 2012, p.278), la persona docente puede solicitar al estudiantado que realice un mapa semántico en el que se expongan los criterios de divisibilidad para el 2, 3 y 5, como se muestra en la Figura 6:

Figura 6. Mapa semántico asociado a criterios de divisibilidad



Nota: mapa semántico asociado a criterios de divisibilidad

Fuente: elaboración propia

Al exponer estos ejemplos, no se pretende insinuar que la persona docente debe proponer los organizadores gráficos para la evaluación de los aprendizajes matemáticos en todo momento y para todas las habilidades indicadas en los PEM, menospreciando los medios que ha utilizado de manera usual; por el contrario, se procura que el profesorado reflexione sobre cuáles medios favorecen la recopilación de información sobre el avance y desarrollo de las capacidades estudiantiles.

Por otro lado, como se evidenció desde lo teórico y según el MEP (2013c), la evaluación con los ordenadores gráficos debe ser un proceso paulatino, incluido desde la mediación pedagógica, pues su elaboración implica una tarea cognitiva que requiere entrenamiento

y acompañamiento. Tanto en la Figura 5 como en la Figura 6, se exponen dos ejemplos sencillos que responden a la habilidad propuesta y que podrían funcionar como los primeros acercamientos estudiantiles a estos medios.

La PC2 manifestó que no es conveniente utilizar los organizadores gráficos, específicamente los mapas, en las clases de matemática, pues en este tipo de objetos se descartan los procedimientos realizados por el estudiantado al resolver una tarea matemática. Ante esta postura, pareciera ser que la PC2 prioriza aquellos ítems donde el estudiantado debe exponer todos los procedimientos realizados para llegar a la respuesta.

No obstante, la PC2 aludió que para ella los ítems de complete o los de respuesta breve son los que más predominan en sus pruebas escritas, lo que contradice el argumento anterior, pues en ese tipo de ítem no se toman en cuenta los procedimientos realizados por el estudiantado. Además, las habilidades matemáticas que se miden están en niveles iniciales e intermedios. Según lo establece el MEP (2018)

Los ítems de respuesta corta son enunciados que permiten al estudiantado evocar información breve, de acuerdo con lo solicitado en el (los) espacio(s) asignado(s) para este fin. Debe establecer una tarea clara y específica que busque una respuesta definida.

Permite medir productos del aprendizaje de niveles iniciales e intermedios. (MEP, 2018, p. 26)

Las repuestas relativas al uso de ordenadores gráficos como medios de evaluación de los aprendizajes matemáticos, dadas por el profesorado entrevistado, es de gran significancia para la investigación, pues permite acercarse a cómo se está comprendiendo la evaluación de los aprendizajes y por ende cómo es la práctica evaluativa. Parece ser que la evaluación de los aprendizajes se realiza desde un enfoque tradicional, donde las pruebas escritas y la realización de ejercicios siguen predominando.

La estrategia “4+6” se propone para analizar de manera cualitativa las tareas o ítems en matemática. Al utilizarla para examinar los ítems de las pruebas escritas, los cuales son semejantes a las tareas realizadas por el estudiantado durante las observaciones de

clase, se corrobora que los más usados son los de respuesta corta, y en la mayoría de los casos estos no promueven la contextualización activa; además, predominan aquellos cuyo nivel de dificultad se define como de reproducción.

El análisis de cada uno de estos se puede apreciar con detalle en el Anexo 10; a continuación se muestra un ejemplo de un ítem ubicado en el primer examen parcial del tercer trimestre del colegio 1. La tarea propuesta es la siguiente: Descomponga de forma completa el siguiente número y determine la cantidad de divisores primos que posee 7875.

Para la resolución de esta tarea, basta con determinar la factorización prima del número 7875. Para ello, se procede a tratar de dividir el número indicado por 2, 3, 4, 5, etcétera, hasta lograr reducir el número a 1. En el caso particular indicado, el número queda descompuesto de la forma  $7875 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 = 3^2 \cdot 5^3 \cdot 7$ .

Esto significa que el número 7875 se descompone como el producto de potencias de 3, 5 y 7. Por lo tanto, se concluye que los divisores no triviales de 7875 consisten en 3, 5 y 7. Finalmente, considerando los divisores triviales (1 y el mismo número) y no triviales, se tiene que 7875 tiene en total 5 divisores.

Posterior a la resolución de la tarea, se prosigue con su análisis mediante la estrategia. Se presenta una descripción de los elementos necesarios para identificar la naturaleza de la tarea. Asimismo, le prosigue la valoración de la tarea y el establecimiento de su nivel de complejidad.

- 1) Conocimientos y áreas incluidas: números, teoría de números: algoritmo de la división, divisibilidad, factor, múltiplo, número primos, números compuestos y descomposición prima.
- 2) Habilidades generales: Utilizar conocimientos de teoría de números en la resolución de problemas contextualizados o propios de la rama) (MEP, 2012, p.275), del área de Números.
- 3) Habilidades específicas: Descomponer un número compuesto en sus factores primos (MEP, 2012, p.279), del área de Números.

- 4) Contexto: Matemático, pues esta tarea se centra únicamente en procedimientos que no salen del seno de la matemática.

Considerando la naturaleza de la tarea, así como su contexto, se puede afirmar que no se promueve la contextualización activa.

- 5) Valoración de la tarea, según la participación de los procesos matemáticos involucrados:

- ✓ Razonar y argumentar: a partir de lo presentado, se afirma que toda la información necesaria y lo que se debe de realizar son interpretaciones que se extraen del enunciado, se define como grado 1 (Indicador RA1.3).
- ✓ Plantear y resolver problemas: la resolución de la tarea se hace a partir de la utilización de algoritmos y procedimientos, de esta forma se le asigna el grado 1 (Indicador PRP1.2).
- ✓ Conectar: como se relacionan procedimientos de división, suma y multiplicar dentro de una misma área en la resolución del problema, se le ubica en el grado 1 (Indicador C1.2).
- ✓ Comunicar: se presenta en la resolución una representación matemática de manera escrita, donde los resultados de procedimientos algorítmicos son los predominantes para la resolución del problema, de esta forma se ubica en el grado 1 (Indicador COM1.4).
- ✓ Representar: se utilizan dos representaciones matemáticas para resolver la situación, una es la aritmética y la otra tabular, debido al tipo de resolución, de esta forma se ubica en el grado 1 (Indicador R1.3).

- 6) Nivel de complejidad: debido a que existen 5 indicadores de grado 1 en los diferentes procesos (RA1.3, PRP1.2, C1.2, COM1.4, R1.3), el nivel de complejidad de la tarea se puede considerar como Reproducción (NC1).

Lo descrito en párrafos anteriores deja entrever que aún no se ha comprendido a profundidad el enfoque que guía los PEM, ya que el énfasis está en evaluar los cinco procesos matemáticos y las habilidades específicas que intervienen en la resolución de un problema, y se deben utilizar diferentes medios.

La evaluación de los aprendizajes matemáticos no se circunscribe a la evaluación sumativa solamente, sino que la evaluación formativa es parte fundamental, pues su propósito es que el profesorado y el estudiantado puedan contar con información oportuna, continua y sistemática del trabajo realizado en las diferentes tareas matemáticas, durante la clase o fuera de ella.

Consecuentemente, desde la teoría se sugiere el desarrollo de diversas tareas matemáticas, con distintos niveles de complejidad, que van desde un nivel de reproducción, conexión hasta el nivel de reflexión. Para esto el profesorado debe recurrir a diferentes medios al recopilar las evidencias de aprendizaje, pues “a partir de los datos formativos, los docentes deben decidir cuánto y qué tipo de apoyo y práctica requiere un estudiante para alcanzar la meta” (Zepeda, 2017, p.101). Este debe ser un trabajo constante, donde participe el estudiantado de manera activa.

En síntesis, en esta sección ha quedado al descubierto que, entre el profesorado participante, el REA es uno de los documentos que más peso tiene para la toma de decisiones en torno a los medios de evaluación utilizados. Si bien es cierto en este se establece que la persona docente debe construir los instrumentos para la evaluación de los aprendizajes, es importante recalcar que estos deben estar acordes con “la naturaleza de la asignatura y los lineamientos técnicos establecidos por el Departamento de Evaluación de los Aprendizajes” (MEP, 2018, Art. 14, inc. d).

Es decir, el tipo de medio de evaluación que se utilice debe ser pertinente con las pautas propuestas en los PEM, y la persona docente, desde su especialidad, debe reconocer las limitaciones, ventajas y características de cada uno, de manera que seleccione aquellos que le permitan identificar mejor el avance estudiantil en cada una de las habilidades por desarrollar.



Para esto, en el sitio web oficial del MEP, específicamente en la sección denominada Caja de Herramientas, se encuentran varios recursos donde la persona docente puede encontrar acompañamiento sobre los medios de evaluación que mejor se adaptan a la disciplina que compete. Particularmente, el MEP (2013c) menciona los mapas semánticos, mapas mentales y la V de Gowin, como medios que favorecen los procesos de pensamiento complejo.

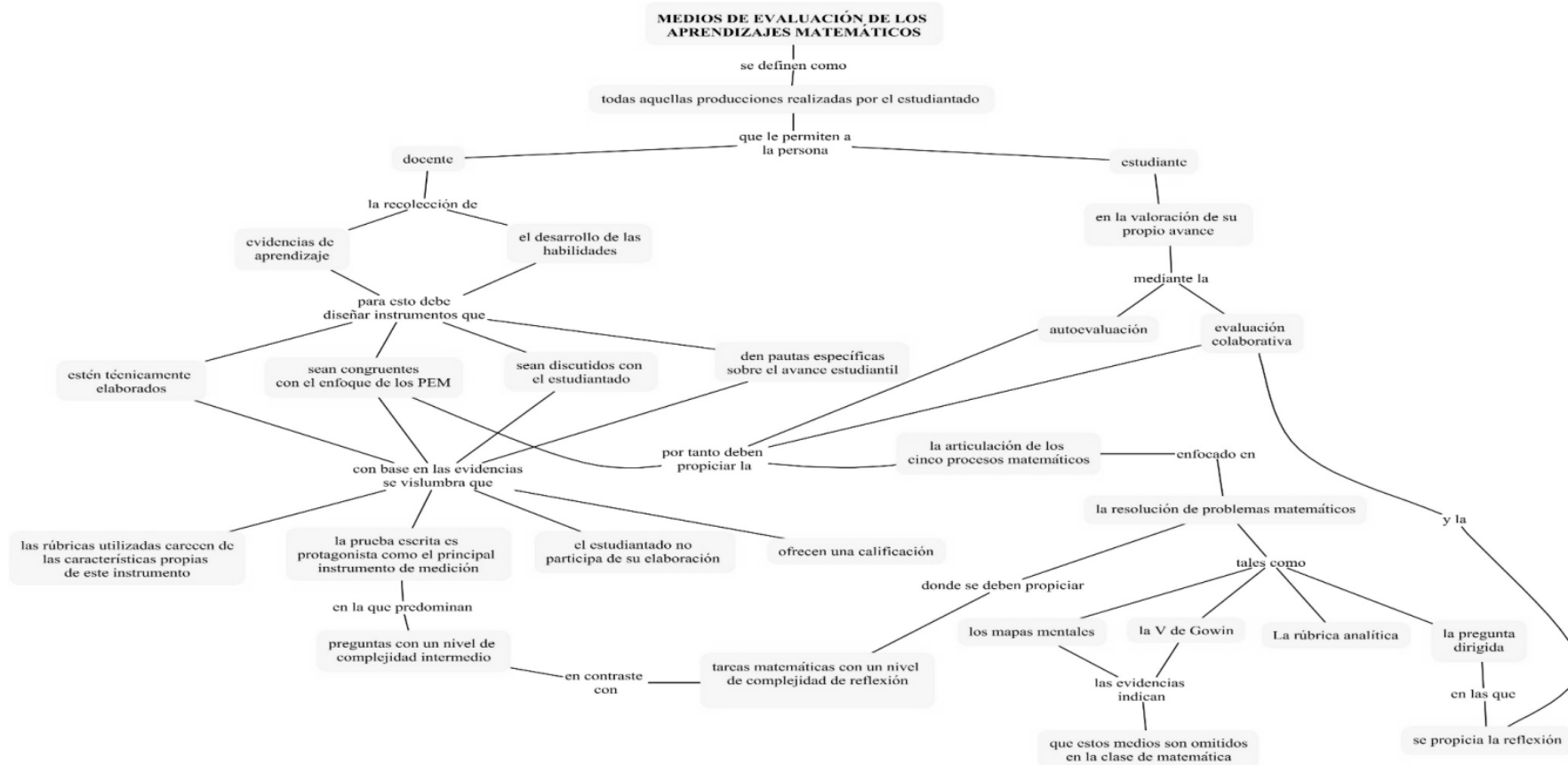
Luego, la rúbrica parecer ser el instrumento más utilizado para valorar el trabajo realizado en el contexto de aula y las tareas realizadas en horario extraclase; no obstante, por la calidad técnica de estas, se están desaprovechando todas las oportunidades que ofrecen. Un aspecto por recalcar es que no se están utilizando para dar una realimentación efectiva al estudiantado sobre su avance, sino para medir el total de ejercicios realizados en un periodo.

La pregunta dirigida es otro de los medios utilizados por el profesorado para indagar sobre el razonamiento estudiantil. Al respecto, el MEP (2012) recomienda que este tipo de interrogante debe capturar el interés estudiantil, formularse de manera que se potencien los procesos de Comunicar, Razonar y argumentar, en los que el estudiantado también pueda valorar las respuestas de sus pares. Algunas de estas preguntas se pueden planear *a priori*, para que se produzca un dialogo activo en torno al tópico que se está desarrollando.

Finalmente, entre las tareas matemáticas que se promueven en la clase, el folleto de trabajo, libro de texto o pruebas escritas, pareciera que predominan aquellas con un nivel de complejidad de reproducción y conexión, omitiendo la resolución de problemas matemáticos ubicados en un nivel de reflexión.

A continuación, se presenta un mapa semántico en el que se sintetiza cómo se comprendió esta categoría:

Figura 7. Mapa semántico categoría de análisis I



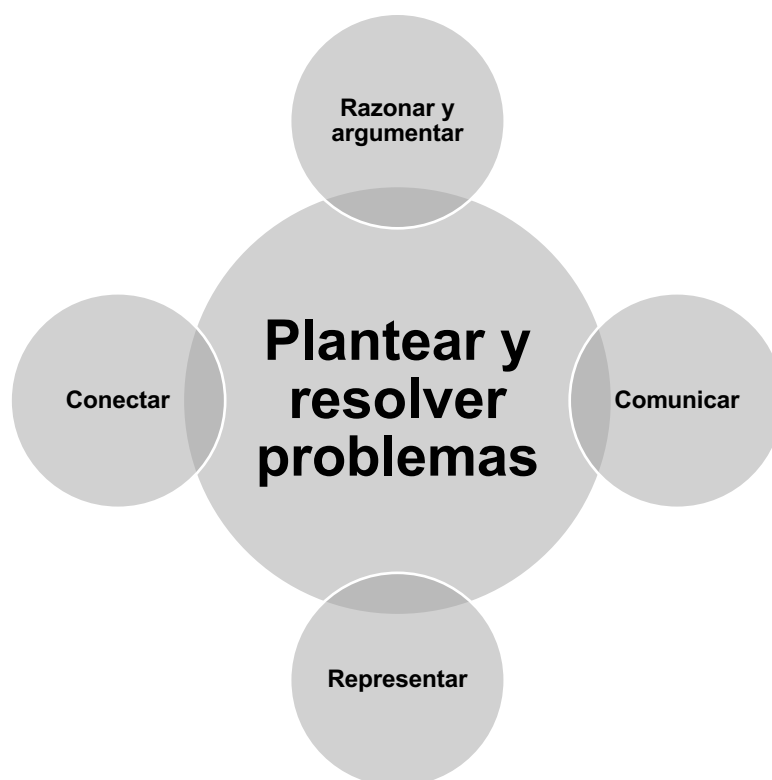
Nota: mapa semántico asociado a la comprensión de la categoría de análisis I: Medios de evaluación de los aprendizajes matemáticos

Fuente: elaboración propia

## 5.2 II CATEGORÍA: USO QUE SE DA A LOS MEDIOS DE EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES MATEMÁTICOS

Según Hamodi *et al.* (2015), el concepto de los medios de evaluación considera todas aquellas producciones realizadas por el estudiantado que permiten, tanto a la persona docente como al estudiantado, plasmar y recolectar evidencias de aprendizaje. En este estudio interesan aquellas ligadas a los cinco procesos matemáticos que plantea el MEP (2012), los cuales se articulan en la resolución de problemas matemáticos.

Figura 8. Los cinco procesos matemáticos articulados en la resolución de problemas del MEP (2012)



Nota: los cinco procesos matemáticos que guían los Programas de Estudio de Matemática del MEP (2012) se deben articular en el planteamiento y resolución de problemas matemáticos.

Fuente: elaboración propia

La información a partir de la cual se analiza esta categoría, se desprende de las entrevistas realizadas a las tres personas docentes de matemática participantes, las observaciones de aula efectuadas por la investigadora registradas en el diario de campo y los grupos focales donde participaron algunas personas de la comunidad estudiantil.

Como se indicó en el análisis de la categoría I, parece ser que para la persona docente los medios de evaluación están ligados a lo que explícitamente establece el MEP (2018) en el REA, esto es, lo que se utiliza para recopilar información sobre las evidencias de aprendizaje y debe estar descrito en el REA de forma explícita.

El uso que la persona docente le da a estos medios se asocia con la respuesta que esta dé a la interrogante ¿para qué evalúa?, ligada al contexto escolar en la disciplina de matemática. Al respecto,

I: ¿Para qué cree usted que es necesario evaluar?

PC2: Para medir el aprendizaje.

I: ¿De quién?

PC2: De los alumnos.

I: Bien.

PC2: y de uno también.

(Entrevista PC2)

Del texto anterior, se vislumbra que la PC2 está comprendiendo la evaluación de los aprendizajes como medición, “esto significa que los juicios que se hacen acerca del aprendizaje están mediados por el diseño de instrumentos de medición, así como por la asignación de puntuaciones y su interpretación” (Moreno, 2016 p.100).

Es importante establecer diferencias claras entre ambos significados, pues de esto dependerán los alcances de las valoraciones que se realicen. Desde el marco teórico se resaltó que, en el paradigma conductual, uno de sus principios básicos es la medición de los aprendizajes, utilizando como instrumento principal la prueba escrita; consecuentemente, predomina la evaluación sumativa. En este sentido, la evaluación de los aprendizajes es un suceso que se lleva a cabo al finalizar ciertos contenidos y no se concibe como un proceso insoslayable de los procesos de aprendizaje.

Ante la misma interrogante, el PC3 afirma

I: En séptimo año específicamente, ¿para qué cree usted que es necesario evaluar?

PC3: Verificar un poco la adquisición de aprendizajes, bueno de habilidades, la adquisición de esas habilidades, que tanto las han logrado dominar.

(Entrevista PC3)

Análogamente, la PC1 afirma que la evaluación sirve para verificar cuánto conocimiento ha adquirido el estudiantado. De los aportes se infieren dos elementos, el primero está ligado a cantidad, es decir, se evalúa para medir cuánto se ha adquirido; el segundo está asociado con cómo se concibe el aprendizaje, es decir, no como una construcción conjunta de los saberes u objetos matemáticos, sino como una extracción de conocimientos de la persona docente.

En el marco teórico se destaca la postura del MEP (2015) en la “que exigen pensar en procesos educativos de calidad, más dinámicos, diversos y creativos, centrados en la construcción continua y en las posibilidades de acceso al conocimiento y no en impartir conocimientos acabados” (p. 9).

De lo anterior, se infiere que la matemática en el contexto escolar demanda nuevas formas de enseñar y aprender, lo cual requiere renovar la manera en la que se piensa y se realiza la evaluación de los aprendizajes. Esto implica

incorporar la evaluación continua a los diversos procesos educativos como parte de la mediación pedagógica, en donde la evaluación constituye un proceso sistemático de revisión integrado a la construcción de conocimientos, que aprovecha los errores como parte del aprendizaje y que lleva a la comprensión, reconceptualización y reconducción de la apropiación de los aprendizajes. Más que pensar en una nota o en una cifra, la evaluación ha de servir para contribuir a generar y fortalecer el propio aprendizaje. (MEP, 2015, p. 27).

Lo expuesto conlleva a plantear el siguiente cuestionamiento: ¿cuál es el uso que se le da la información obtenida en la evaluación de los aprendizajes? La respuesta del PC3 resume las afirmaciones de las otras dos docentes;

I: Eso me lleva a la siguiente pregunta: ¿para qué utiliza usted la información que obtiene de un examen, de una tarea, de un cotidiano?

CP3: Ok, para qué uso los insumos que obtengo del proceso de evaluación.

Número 1, todos los insumos van enfocados en asignarle el bendito número al estudiante.

(Entrevista PC3)

En este sentido, la evaluación se enmarca en la propuesta sumativa del MEP (2018), donde la persona docente utiliza la evaluación de los aprendizajes para la rendición de cuentas; este aspecto se hace más evidente en el siguiente diálogo;

I: Durante mis visitas a la clase, observé que algunos estudiantes participaban al responder a las preguntas planteadas. ¿Cómo evalúa usted esa participación?

PC2: No, porque no tenemos ningún rubro donde podemos calificar eso. El muchacho que participa, siempre, siempre, por lo general, es porque está entendiendo la materia, entonces él sale bien, tanto en las observaciones como en los exámenes. Eso no tengo donde meterlo porque ya dieron todo así muy específico, y no teníamos. Como decir antes que teníamos conducta,

I: Entiendo.

PC2: Entonces uno le ayudaba en conducta, pero ahora nos dejaron tan así, las cosas son muy cerradas. Entonces para meterle un punto más, tenemos que demostrarlo, ya sea por medio de un examen, por medio de las observaciones, ¿cómo te dijera? si tuviste una observación inicial y usted dice, pero él participa, ¿por qué no le sube eso? Verdad. Pero el papelito que les di para observaciones, estaba abajo, ¿Cómo le subo, si ya se lo llevaron? Una mamá me puede reclamar con otra.

I: Claro, comprendo.

P: Entonces era un problema.

(Entrevista PC2)

El MEP (2018) destaca las tres funciones básicas de la evaluación: la diagnóstica, la formativa y la sumativa; no obstante, desde los argumentos expuestos se vislumbra el valor especial que se le da a la evaluación sumativa, la cual converge en la rendición de cuentas al cabo de un periodo de tiempo.

Zepeda (2017) advierte que es común vincular la evaluación sumativa con la rendición de cuentas y que uno de los propósitos más utilizados es el de certificar o acreditar el aprendizaje estudiantil, por tanto, los desaciertos cometidos durante este proceso evaluativo son penalizados y traducidos en una calificación.

El uso que da el profesorado a la información obtenida de los medios de evaluación es compartido por sus estudiantes, y así quedó evidenciado en las conversaciones de los grupos focales, como se muestra en el siguiente fragmento:

Tabla 10. El uso que le da el profesorado a la información obtenida de los medios de evaluación, según estudiantes.

12	I	Bien, les quería preguntar que como les va en mate ¿cómo les va en el curso?
13	E7FG-C2	A mi muy bien.
14	I	A usted muy bien, y ¿Cómo sabes que le va muy bien?
15	E7FG-C2	Porque, di..., la última nota me dio un ochenta y algo.
16	I	¿La última nota de qué?
17	E7FG-C2	Del segundo
18	I	¿Del segundo qué?
19	E7FG-C2	Periodo.
20	I	Del segundo trimestre, entonces.
21	E7FG-C2	Ajá.
22	I	Aah ok, y ¿a usted cómo le va?
23	E7FG-C2	En este bien, igual.
24	I	También, ajá y ustedes ¿cómo les va en mate?
25	E5FG-C2	Bien.
26	I	Ajá, ¿por qué bien? ¿Cómo saben que bien?

(Grupo focal C2)

En este extracto, se muestra que la calificación obtenida en uno de los trimestres es el criterio que utiliza una de las estudiantes para determinar si “le va bien” en la asignatura de matemática. Contreras (2008) afirma que entre docentes de matemática predominan las prácticas evaluativas asociadas con la evaluación en un sentido tradicional, donde se antepone la calificación y la acreditación, por lo tanto, estas producen efectos incidentales en cómo el estudiantado percibe la evaluación, su propósito o el medio por el cual se evalúa.

Con respecto a este último punto, significa que el mensaje que se está enviando a la población estudiantil es el siguiente: lo que más se evalúa (se expone en las pruebas escritas) es lo más importante de la disciplina. Este aspecto podría poner en riesgo el eje que modula las cinco áreas en las que se organizan los temas escolares de los PEM, pues el MEP (2012) acentúa que cada tópico no debería considerarse como objeto de aprendizaje en sí mismo, sino en función de su uso, aplicación, o en el análisis de la información, de tal manera que el estudiantado pueda resolver diversos problemas en contextos variados.



Según Prieto y Contreras (2008), este tipo de acciones docentes se asocian a las prácticas evaluativas en un sentido tradicional, donde se privilegia la calificación, el control y la acreditación, consecuentemente, “las tradicionales prácticas de evaluación pueden minar la capacidad de los alumnos para juzgar su propio aprendizaje. Es importante destacar que estas prácticas limitan la agenda del aprendizaje para toda la vida” (Moreno, 2016, pp. 44-45). Durante la entrevista grupal del C2 se destaca:

Tabla 11. Prácticas evaluativas utilizadas, según estudiantes.

23	I	¿por qué no le va biensísimo? Primero, como sabe que no le va biensísimo
24	E2GF-C1	porque ya me entregaron la nota
25	I	¿ya le entregaron la nota? ¿La del tercer trimestre?
26	E2GF-C1	No no digamos, la de tercer trimestre no, la del segundo trimestre
27	I	¿y qué tal?
28	E2GF-C1	mal
29	I	¿qué es mal?
30	E2GF-C1	55
31	I	¿y en el primer trimestre?
32	E2GF-C1	80
33	I	¿Y este, que tal?
34	E2GF-C1	Diay pues, creo que bien
35	I	¿Cómo sabe que bien?
36	E2GF-C1	Es que entregué todo, y hice todo
37	I	y usted, ¿por qué se estaba riendo? ¿de qué era? ¿Cómo le va en el curso?
38	E3GF-C1	Más o menos
39	I	¿qué es más o menos?
40	E3GF-C1	ehmm, en el primer periodo me saqué como un 50 en el examen
41	I	¿ahora en el tercer trimestre? ¿de ese me está hablando?
42	E3GF-C1	del tercer trimestre no, del primero
43	I	aja
44	E3GF-C1	en los dos exámenes, pues no los pasé. En el segundo si los pasé con muy buena nota, y en este tercero un cin... (no termina la frase)
45	I	Dime
46	E3GF-C1	Un cincuenta también
47	I	Ahora, otra pregunta: ¿para qué creen ustedes que es necesario que los evalúen en el curso de matemática?
48	E2GF-C1	para ver cómo nos va con los temas, para ver si entendemos.

(Grupo focal C1)

Pareciera que el mensaje percibido por el estudiantado sobre la evaluación de sus aprendizajes está asociado con las calificaciones obtenidas en una prueba escrita, lo que este llama examen, es decir, sobresale la importancia otorgada en el contexto de aula a las mediciones cuantitativas.

Este aspecto también se develó durante las observaciones de las clases, pues constantemente se hacía referencia a la importancia de poner atención a la explicación de cierto ejemplo, o a la forma de redactar alguna respuesta, pues “así va a salir en el examen”, en palabras tanto de estudiantes como de sus respectivos docentes. Se presenta el siguiente fragmento:

Profesora: ¿cómo quedaría la b? (le hace la pregunta directamente a una estudiante)

Estudiante 1: Se hace una recta... (ella describe qué se debería hacer mientras la profesora anota las ideas expresadas por la estudiante en la pizarra)

Estudiante 2: Profe, ¿eso va a entrar en el examen?

La profesora asienta de manera positiva con la cabeza.

Estudiante 3: ¡Tan fácil!

Se continúa con las anotaciones en la pizarra.

Estudiante 4: Profe, ¿por qué no me pregunta a mí?

Luego él mismo dice: ¡Porque yo soy tonto!

(Diario de campo C1, agosto 2019)

La importancia que se le da a la prueba escrita quedó evidenciada en las visitas a las tres instituciones, también, del texto se infiere que algunas personas estudiantes consideran que en matemática se miden habilidades difíciles de alcanzar, por tanto, hay asombro si algo que es factible de realizar, se considera tema de examen. La iniciativa de enfatizar o preguntar si un objeto matemático se va a incluir en una prueba escrita no siempre es del estudiantado, como se muestra

La profesora ingresa a la clase y dice: ¡Buenos días chicos! ¿estudiaron?

Varias personas contestan de manera simultánea: ¡No!

A lo que la profesora responde: ¡Ay qué barbaridad! Tienen que ir estudiando... Recuerden que la primera parte del folleto era para el primer examen, ahora esta segunda parte es para el segundo examen... si ustedes hacen la práctica matan dos pájaros de una sola pedrada porque estudian para el examen y hacen la práctica.

(Diario de campo C2, octubre 2019)

Análogamente,

El profesor indica: Vamos a revisar el ejercicio G. (se refiere a una práctica sobre divisibilidad que se realizó) ¡Escuchen!

Una estudiante expone su respuesta, menciona uno de los divisores del número estudiado. Otro estudiante dice: ¡Yo puse otro!

A lo que el profesor expone: Si a ustedes les aparece eso en una práctica, un *quiz* o un examen se les pone bueno si cumple con el criterio de divisibilidad. La respuesta no es única.

(Diario de campo C3, marzo 2020)

La situación planteada presenta una oportunidad para potenciar los procesos Comunicar, Razonar y Argumentar: el primero hace referencia a cómo el estudiantado podría comunicar esas argumentaciones, ya sea oral o mediante

símbolos, y el segundo, porque se pueden hacer inferencias o deducciones de por qué hay dos posibles respuestas válidas ante la misma situación. El MEP (2012) añade que ambos procesos se relacionan. Sin embargo, mediante el diálogo expuesto, el profesor interviene para enfatizar qué pasaría si una tarea como la que están realizando se presentara en una prueba escrita y cómo se calificaría.

En el siguiente extracto se evidencia la importancia que brinda el estudiantado a la prueba escrita, como el medio que por excelencia le va a indicar, tanto al profesorado como a él mismo, si se están alcanzando las metas de aprendizaje

Tabla 12. Importancia que le da el estudiantado a la prueba escrita.

52	I	¿Para qué creen ustedes que es necesario evaluar, en matemática?
53	E8FG-C2	Para ver que tan bien vamos.
54	I	Los demás, ¿están de acuerdo?
55	Varios	Si
56	E4FG-C2	Para el rendimiento de lo que estudiamos.
57	I	¿Para qué?
58	E4FG-C2	Para el rendimiento.
59	I	¿Qué es el rendimiento?
60	E4FG-C2	Como vamos ahh.
61	I	Ok y ¿por qué es necesario saber cómo van?
62	E5FG-C2	porque si no el profesor le pone cosas al estudiante que no va a entender y, diay, podría ser difícil para él, pero el profesor va a entender como a la persona.
63	I	No entendí eso, ¿me lo puede explicar otra vez?
64	E5FG-C2	Que, diay, es importante que un profesor sepa cómo le va mal a uno, porque si un profesor trata de enseñar, yo que sé, muy bien a un alumno, pero el alumno le cuesta entender una cosa, eeeeh... pues no van a estar de acuerdo, así que tienen que tratar de estar más de acuerdo, por eso tienen que tratar de pensar igual.
65	I	Ok... y ustedes se imaginan, por ejemplo, que de repente se diga: bueno en el curso de matemática no hay evaluaciones de ningún tipo, ¿se lo imaginan así? o ¿sería posible algo así? ...
66	Varios	(Risas)
67	I	¿Qué opinan?
68	E6FG-C2	Porque el profesor, no va a saber si estamos entendiendo o no, o sea, no va a saber cómo, si no hace exámenes, no va a saber si uno entiende la materia.

(Grupo focal C2)

Del diálogo anterior se pueden derivar tres ideas principales: en primer lugar, las evaluaciones a las cuales hace referencia la persona E5FG-C2, se utilizan como un medio para que el estudiantado demuestre que piensa igual que su docente, lo que significa que la prueba escrita, es un mecanismo para que el estudiantado reproduzca conocimientos y algoritmos.

En segundo lugar, las evaluaciones se asocian a determinar cuánto le falta al estudiantado para lograr las habilidades esperadas, en términos de E5FG-C2 “es importante que un profesor sepa cómo le va mal a uno”, es decir, se asocia más a algo negativo y no como una oportunidad para saber cómo ha avanzado el estudiantado en las habilidades por desarrollar.

Como tercer punto, la evaluación de los aprendizajes matemáticos se circunscribe a un momento y a una actividad en particular: la ejecución de una prueba escrita. En ese sentido, parece ser que el estudiantado no concibe otros medios para que, tanto él como el profesorado, puedan corroborar si se están alcanzando las metas

de aprendizaje. Por tanto, la prueba escrita funciona como un ente fiscalizador del aprendizaje estudiantil.

El valor porcentual de cada uno de los componentes de la calificación para séptimo año, el MEP (2018) lo distribuye de la siguiente manera: trabajo cotidiano 45 %, tareas 10 %, pruebas (mínimo dos) 35 % y asistencia 10 %. Por tanto, las pruebas escritas no son determinantes en la calificación final del estudiantado, sin embargo, las evidencias recopiladas en la investigación muestran que estas siguen teniendo mucha importancia en el ambiente escolar y guían de una u otra forma el accionar docente.

Desde la teoría, se destacó que en la evaluación de la resolución de problemas matemáticos, además de las pruebas escritas, es imperante evaluar las acciones del estudiantado en la clase, además que la persona estudiante no solo se limita a resolver, sino también a plantear diferentes problemas.

Esta intención se ve reflejada en la distribución porcentual que hace el MEP (2018), donde el trabajo cotidiano representa casi la mitad de los componentes que conforman la calificación; en concordancia, el MEP (2012) destaca el trabajo cotidiano como una oportunidad para evidenciar ese aprendizaje, “particularmente en lo concerniente a su desenvolvimiento en la resolución de problemas del entorno” (p. 298).

En este mismo sentido, Ríos (2007) y Santos (2014) añaden que la evaluación de la resolución de problemas matemáticos no puede ser de manera tradicional, es decir, utilizando una prueba escrita, sino que se deben diseñar actividades e instrumentos pertinentes que permitan la recolección de información. Además, la práctica evaluativa en general debe contemplar el desarrollo de actividades permanentes y de reflexión para el estudiantado.

Al indagar sobre cómo se lleva a cabo la evaluación del trabajo cotidiano, se destaca lo siguiente:

I: Ahora profesor, puede describir cómo usted evalúa el trabajo cotidiano. Usted ya me mencionó algo, al decirme que: yo escojo algunos alumnos, unos 5, las clases siguientes otro 5, y así. ¿qué instrumento usaba? ¿Me puede describir como evaluaba ese trabajo cotidiano?

PC3: Vea, son 26 estudiantes, y mi meta siempre en la medida de lo posible es que a cada estudiante al final del periodo yo haya podido como mínimo hacerle tres observaciones diferentes de trabajo cotidiano, cada observación referente a las habilidades de turno.

I: ¿Por qué 3? ¿Por qué ese número?

PC3: Porque si hago más de tres, observar 6 o 7 veces, se nos va mucho tiempo. Yo feliz revisando ejercicios y escuchándolos, pero si no hacemos un cierre de la clase, entonces venimos con el problema de que no pudimos abarcar todo el currículum.

E: ¿Usted les dice a ellos cuando están siendo observados? ¿O les dice antes?

PC3: Yo les digo: hoy vamos a hacer trabajo cotidiano, entonces al primero que yo le preguntara le correspondía observación ese día. A estos chicos de séptimo es igual, hoy voy a escoger 3, 4, 5 que son los principales, pero eso no implica que los otros no puedan participar porque si usted hace una buena acotación obviamente también va a contar en una observación suya, y si hace una observación no tan buena, no se preocupe porque del error se aprende, para que no se sientan mal.

(Entrevista PC3)

Se percibe que el trabajo cotidiano consiste en observaciones, traducidas en preguntas directas al estudiantado sobre un tema; las calificaciones obtenidas conforman la calificación global correspondiente a ese rubro. La PC2 trabaja de manera semejante, como se muestra:

I: Cuando ellos hacían esos trabajos (me refiero a las asignaciones asociadas al trabajo cotidiano), ¿en qué consistían sus observaciones?

PC2: Yo los pongo en filitas, verdad. Porque en el REA, dice ahí, que se debe calificar individual a cada alumno. Ajá, entonces yo lo que hacía era que, que, este, los pongo en filitas, y les entregaba de ahí y lo que hacía era que, bueno en filita, pero yo no hacía sólo una, porque la primera fila todos eran iguales, la segunda era una observación diferente, la tercera era una observación diferente, y así... Ajá, ¿me entiende?

I: si, comprendo.

PC2: Yo no hago una sola observación, igual para todos, sino, ciertas cantidades para que los chiquillos no se pudieran copiar.

I: ¿Nunca fueron grupales?

PC2: No, porque la REA dice individual. El REA especifica que es individual y yo los sentaba a cada uno, podía usar el cuaderno, los apuntes, los ejercicios hechos en clase, ellos pueden usar todo todo, menos hablar con

el compañero. Así lo dice el REA, verdad. Entonces yo lo que hago es que los pongo y yo camino, y ellos me decían, profe es que esta no la entiendo, tal cosa. Entonces yo caminaba por el centro del aula, entre ellos, ahí, y el que tenía duda yo le iba sacando la duda. Así mismo lo dice el REA, yo lo aplicaba como dice el REA.

I: Durante mis visitas a la clase, observé que algunos estudiantes participaban al responder a las preguntas planteadas. ¿Cómo evalúa usted esa participación?

PC2: No, porque no tenemos ningún rubro donde podemos calificar eso. El muchacho que participa, siempre, siempre, por lo general, es porque está entendiendo la materia, entonces él sale bien, tanto en las observaciones como en los exámenes.

(Entrevista PC2)

El MEP (2018) señala que el trabajo cotidiano consiste en actividades que realiza el estudiantado, acordes con lo que se establece en los PEM. Se indica que su calificación debe sustentarse en los registros de toda la información relacionada con el desempeño estudiantil, lo que significa que no está limitada a un momento y a una tarea específica, como lo comprenden las personas docentes participantes. Además,

La misma se recopila en el transcurso del período y durante el desarrollo de las lecciones, como parte del proceso de enseñanza - aprendizaje y no como producto, debe reflejar el avance gradual de la persona estudiante en sus aprendizajes. (MEP, 2018, Art. 26)

De lo anterior, no se deduce que las tareas asignadas para el trabajo cotidiano deban realizarse en un determinado momento y de manera individual, por el contrario, acorde con el MEP (2012), podrían ser actividades grupales donde se potencien los cinco procesos matemáticos. Por ejemplo, para el proceso Comunicar, los aportes que haga el estudiantado pueden ser orales, simbólicos o gráficos. Al pensar en esas tareas de manera individual, se estaría perdiendo la oportunidad de que el estudiantado comunique de manera verbal sus conjeturas y razonamientos.

Pareciera ser que el profesorado está comprendiendo el trabajo cotidiano como una prueba escrita, solo que menos extensa y en la que el estudiantado puede utilizar sus apuntes, en la que se registra la información obtenida, la cual se utiliza para asignar la calificación correspondiente a ese rubro.



Estas acciones contradicen lo establecido en las indicaciones concretas de evaluación del MEP (2012) para séptimo año, pues destaca un acompañamiento de la persona docente durante el trabajo cotidiano, para la recopilación de insumos sobre el aprendizaje y progreso del estudiantado. No se está sugiriendo el uso específico de un medio de evaluación, por el contrario, se promueve el empleo de diferentes recursos.

Además, recomienda que las tareas matemáticas propuestas permitan evaluar diferentes niveles de complejidad. Tanto para el trabajo cotidiano como para el trabajo extraclase, se sugieren tareas que demanden distintos procesos matemáticos conjugados en la resolución de problemas, “en el trabajo cotidiano es importante evaluar el uso apropiado del vocabulario y la simbología matemática, el grado de participación de cada estudiante en las actividades propuestas, así como la forma de comunicar y exponer sus argumentos” (MEP, 2012, p.348). Para evaluar el grado de participación de cada estudiante en las actividades propuestas es necesario que haya interacción al realizar las tareas matemáticas.

Con base en lo expuesto en esta sección, se resalta la necesidad de una comprensión, reflexión y articulación docente en el aula, que atienda, entre otros aspectos, la forma en la que se está evaluando al estudiantado y el propósito de las evaluaciones estudiantiles. Es importante que se evalúe de manera integral el aprendizaje, que se utilice para tomar decisiones didácticas y no para justificar la calificación del estudiantado.

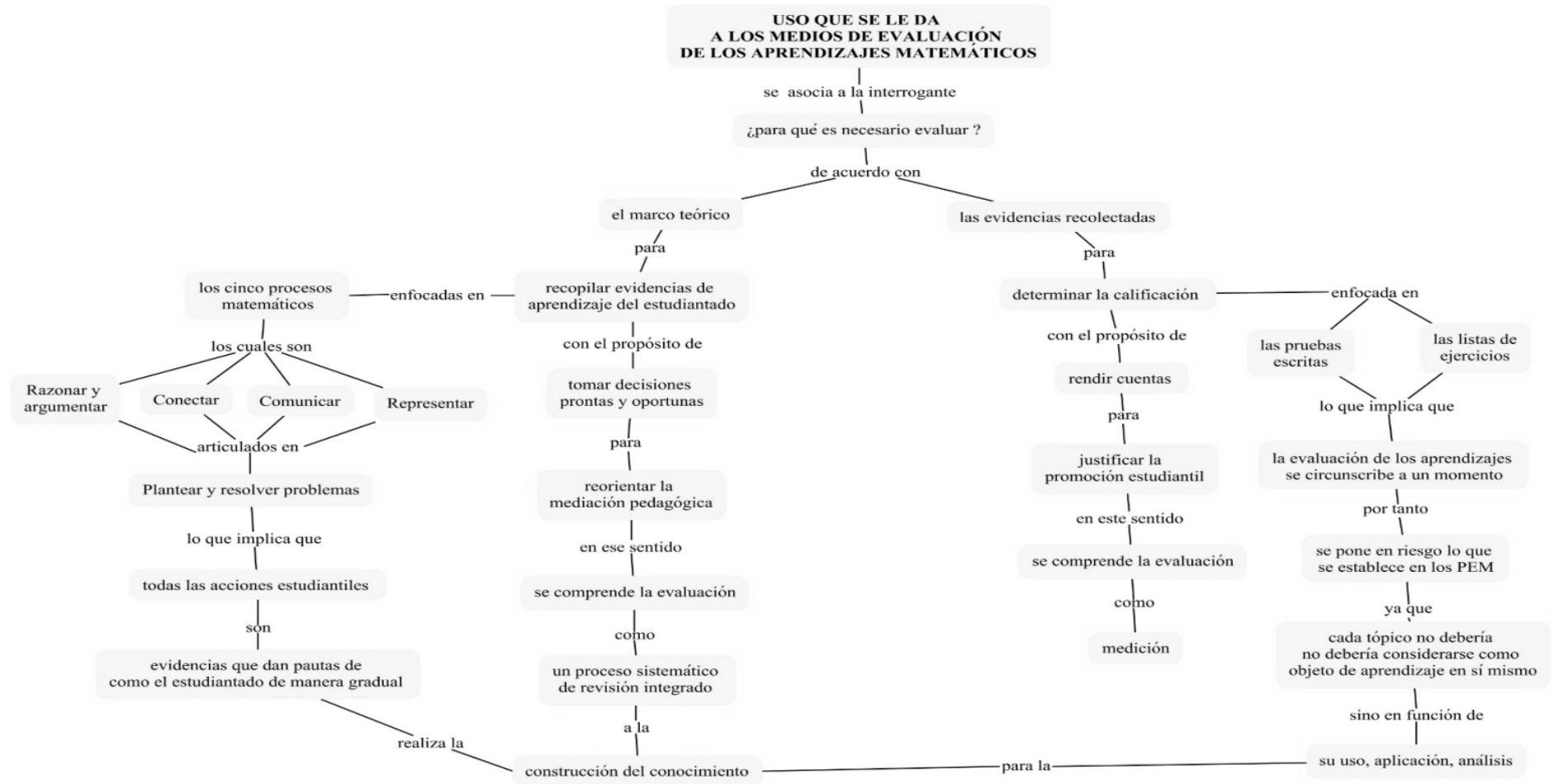
Förster (2017) advierte que el profesorado que tiene un conocimiento inadecuado sobre la evaluación de los aprendizajes a nivel de aula, tiene menor eficacia en sus prácticas de enseñanza, lo que desencadena aprendizajes estudiantiles menos significativos.

En el marco teórico se destacó que los medios de evaluación toman en cuenta todas las producciones estudiantiles que le permiten a la persona docente plasmar y recolectar evidencias sobre las habilidades matemáticas desarrolladas y los cinco procesos que guían los PEM, articulados en la resolución de problemas matemáticos. No obstante, las evidencias recolectadas para realizar el análisis de

esta categoría, apuntan que, para las personas participantes de esta investigación, las evaluaciones realizadas tienen el propósito de asignar una calificación. Este hecho restringe de manera sustancial la visión de concebir la evaluación para el aprendizaje y la toma de decisiones didácticas, y la limita a una medición traducida en una calificación al final de un trimestre.

A continuación, se presenta un mapa semántico en el que se sintetiza cómo se comprendió esta categoría:

Figura 9. Mapa semántico categoría de análisis II



Nota: mapa semántico asociado a la comprensión de la categoría de análisis II: Uso que se le da a los medios de evaluación de los aprendizajes matemáticos

Fuente: elaboración propia

### 5.3 III CATEGORÍA: ROLES DEL PROFESORADO Y DEL ESTUDIANTADO EN LA EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

Para definir los roles, se hizo necesario buscar bibliografía referente al tema. Primero se detectó que hay dos conceptos que suelen utilizarse como sinónimos: función y rol. El primero se asocia a las acciones que realiza una persona, pues ya fueron establecidas de manera explícita con antelación; en el caso que compete, estas funciones se exponen, por ejemplo, en el REA. El rol se asocia al estilo personal con el que se lleva a cabo una determinada función, esto es:

En la función hay cierta restricción de orden social, al estar determinada por el contexto, en tanto que el rol propiamente dicho, si bien hay influencia del contexto, hay una plasticidad que surge de la impronta personal. Esta impronta es el resultado de una compleja articulación que combina la historia personal, de quien ejerce la función, y los requisitos propios de la misma. Se puede decir que toda función es ejercida desde un rol determinado y que no hay posibilidad alguna de ejercerla fuera de ese rol. Es el rol lo que va a hacer que una función, con sus mismas obligaciones y metas, sea desempeñada de forma diferente por distintas personas. (Podcamisky, 2006, p. 181)

Es preciso destacar que para desempeñar un rol es necesario que haya interacción, al respecto Marín (2003) y Podcamisky (2006) coinciden en que dentro de una organización social hay interacciones entre las personas y cada una de estas interactúa con otra ejerciendo un rol determinado,

de la misma forma que no existe el individuo aislado, no existe un rol aislado. Es tan inherente al rol la existencia del otro que sin ese otro no existe, aunque esa presencia sea real o imaginaria. Por lo tanto, la única posibilidad que tenemos de entender un rol es en su contexto. (Podcamisky, 2006, p. 181)

Con base en la tesis expuesta, para contestar a la interrogante de investigación: ¿Cuál es el rol del profesorado y del estudiantado en la evaluación de los aprendizajes matemáticos?, se consideró como escenario por excelencia, la clase de matemática, donde interactúan el profesorado y sus estudiantes y el estudiantado con sus pares.

Se realizaron observaciones constantes, es decir, durante varios días consecutivos, en un periodo, en diferentes grupos de séptimo año, a cargo de las personas docentes participantes. Los hechos identificados en el marco teórico en torno a la

evaluación de los aprendizajes y a las prácticas evaluativas, se registraron en un diario de campo.

Para comprender, aclarar y profundizar en ciertos aspectos, se realizaron entrevistas al profesorado y luego grupos focales en los que se dialogó con estudiantes. En esta sección se exponen los hallazgos más relevantes de acuerdo con la información recopilada, a la luz de la teoría.

Durante las observaciones de clase se detectó en las tres instituciones participantes, que la persona docente es quien plantea las interrogantes en torno a un tema, y que las preguntas solían ser simples. Polanco (2004) las identifica de esa manera, pues no estimulan procesos de reflexión. Por ejemplo,

Están revisando una práctica del folleto de trabajo, van pregunta por pregunta. La profesora está frente a la pizarra haciendo anotaciones y el estudiantado sentados en filas. La profesora le pregunta a Carlos (nombre ficticio): ¿Carlos cuáles son dos rectas perpendiculares?

Carlos: las perpendiculares son las que son así (hace una señal en forma de cruz con los dedos de las manos)

La profesora contesta: ¡Correcto!

(Diario de campo C1, agosto 2019)

En este escenario se detecta que la pregunta planteada requiere una única respuesta simple, ahora bien, ese hecho se pudo compensar, si le hubiera solicitado a Carlos que justificara, además de la representación kinestésica, los elementos que tomó en cuenta para identificar que esas dos rectas son perpendiculares; en esas condiciones se estarían promoviendo los procesos Razonar y argumentar, Comunicar y Conectar.

Se está revisando una práctica sobre ángulos internos de un cuadrilátero.

La profesora pregunta ¿Cuál era el primer paso para encontrar este? (señala el objeto respectivo en la figura 1)

Algunas personas contestan de manera simultánea: Se suman.

La profesora: Se suma  $120 + 24 + 125$  (lo escribe en la pizarra). Luego agrega: Ok, ¿cuál es el segundo paso?

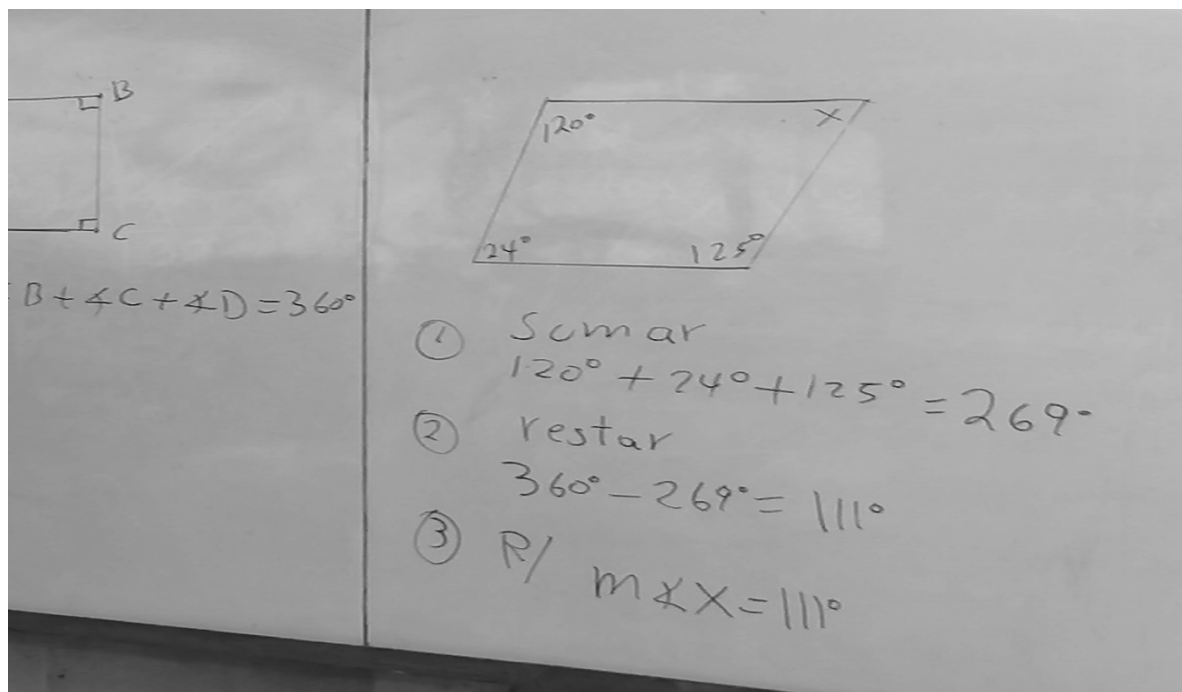
Estudiante: a 360 se le resta 269.

La profesora: Recuerden chicos lo que les dije, si la pregunta vale 3 puntos, entonces deben hacer los procedimientos, pero si se los doy en un marque con x deben dar sólo la respuesta.

Se continúa con la resta respectiva y se le indica al estudiantado que revisen en sus folletos si "la tienen buena"

(Diario de campo C2, octubre 2019)

Imagen 6. Fotografía de la pizarra C2



Nota: fotografía de anotaciones realizadas por la PC2 para apoyar su explicación sobre la resolución de un ejercicio, tomada durante las observaciones de clase.

En el diálogo se identifica que es la profesora quien guía la explicación mediante interrogantes simples. Al parecer, cuestiona sobre los pasos que se deben seguir para realizar el ejercicio planteado. Además, el estudiantado reconoce el paso por realizar, en este caso la suma, pero no se reflexiona por qué es válido hacer ese paso, es decir, argumentar cuáles son los teoremas o axiomas que respaldan la respuesta.

Por otro lado, la profesora completa la respuesta dada, pues inmediatamente coloca los objetos que se deben sumar  $120^\circ$ ,  $124^\circ$  y  $25^\circ$ , aquí se omitió potenciar el proceso Comunicar, pues se podía discutir que no es válido decir solo  $120^\circ$ , sino la medida del primer ángulo interno del cuadrilátero es  $120^\circ$ , la medida del segundo ángulo interno es  $124^\circ$ , etcétera. Así se enfatiza el tipo de objeto con el que se está trabajando y la relación que tiene este con la figura geométrica representada en la pizarra.

Al preguntar por el segundo paso, la profesora anota las respuestas del estudiantado en la pizarra, es decir, este va dictando la operación que se debe realizar. Al efectuar  $360^\circ - 269^\circ$ , la docente anota que esa resta es igual a  $111^\circ$ , lo cual es incorrecto, no obstante, algunas personas borran el dato que tenían en su folleto de trabajo, sin percatarse de que la información suministrada es errónea.

Este último hecho deja en evidencia que el estudiantado confía en los resultados ofrecidos por la persona docente, y no cuestiona, indaga o confronta de acuerdo con sus propios razonamientos. Cabe destacar que la profesora ofrece espacios para que el estudiantado participe, sin embargo, las pautas de cómo debe ser esa participación no corresponden a las indicaciones del MEP (2012 o 2015).

Desde lo teórico se enfatizó que la participación activa y colaborativa del estudiantado va más allá de responder las interrogantes que plantea la persona docente: se refiere a asumir un rol más protagónico, donde la persona estudiante razone y argumente sus respuestas, que se refiera a cada objeto matemático por su nombre y que participe en la valoración de los aportes de sus pares.

Siguiendo con el diálogo de la PC2, se continúa con la dinámica de trabajo, interrumpida por un comentario alusivo a la prueba escrita, donde la profesora expone cómo se va a calificar un ejercicio semejante al que se realiza. Por lo tanto, pareciera ser que la profesora dicta pasos por seguir para contestar correctamente y obtener los puntos correspondientes, es decir, pareciera que este tipo de actividades están enfocadas en cómo se esperaría que la persona estudiante conteste una tarea similar en la prueba escrita.

En el C3, ocurre una situación semejante, la diferencia radica en que se proyecta en una pantalla los ejercicios que se están revisando. El profesor hace un esfuerzo por pedir a sus estudiantes que justifiquen sus respuestas:

Profesor: ¿Qué nombre reciben los números naturales que tienen más de dos divisores?... Después de todo esto la respuesta que debe poner ahí abajo es “sirve para diferencias entre los números primos y los números compuestos”

Profesor le pide a un estudiante que escriba la definición en la pizarra de número primo (Figura 2)

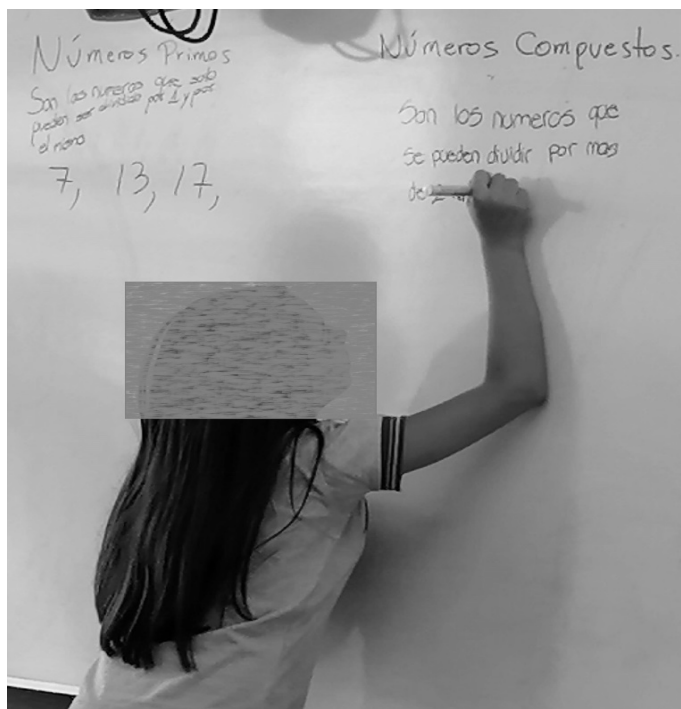
Les pregunta a los otros. ¿Están de acuerdo con lo que escribió el compañerito ahí?

Si, entonces dejémoslo así.

(Diario de campo C3, marzo 2020)



Imagen 7. Fotografía de estudiante escribiendo en la pizarra la definición de número compuesto



Nota: fotografía de anotaciones realizadas por estudiante durante las observaciones de clase C3

Fuente: creación propia

Si bien es cierto que el docente motiva a sus estudiantes para que expongan una definición, expliquen un procedimiento o justifiquen sus respuestas, hay un elemento que podría opacar este esfuerzo. En el siguiente extracto del diario de campo se hace más evidente que en las intervenciones estudiantiles, el profesor es quien tiene la última palabra, es decir, es él quien valida finalmente las respuestas del estudiantado.

El profesor pregunta de manera general: ¿Cuánto es 56-14?

Un estudiante contesta: 42

El profesor anota el resultado en la pizarra. Parece que al anotar el resultado en la pizarra está validando la respuesta del estudiante, pues cuando la respuesta es incorrecta hace un gesto con su rostro como indicando duda y no hace anotaciones.

El profesor vuelve a preguntar por el resultado de una resta. Una estudiante da una respuesta errónea, ante esto el resto del estudiantado no reaccionaron, es decir, no manifestaron que había un error. Parece que esta labor se la dejan al docente.

Los estudiantes siguen trabajando en la práctica, trabajan en su cuaderno, algunos discuten entre ellos sobre las conjeturas que realizan, no obstante, aunque estén o no de acuerdo en sus conjeturas, llaman al profesor para que él decida quién es el que tiene la razón o si lo que anotaron en su cuaderno es correcto.

(Diario de campo C3, marzo 2020)

Este fenómeno se repitió con frecuencia durante las observaciones realizadas en esta institución. En contraposición, el MEP (2015) propone que las acciones escolares deben centrar su interés en el estudiantado y la persona docente se concibe como facilitadora de los procesos que intervienen en la construcción del conocimiento. Esto implica que la participación estudiantil no queda relegada a responder las interrogantes que haga el profesorado, sino que debe plantear sus propias preguntas, escuchar y valorar las respuestas de sus pares.

Con base en las observaciones, se realizaron entrevistas al profesorado participante, para indagar más sobre cómo concibe al estudiantado dentro de los procesos evaluativos; a continuación, se muestran algunos de los diálogos:

I: ¿Cómo evalúa el trabajo cotidiano?

PC1: Okey, yo les dejo, les asigno una tarea, a cierto tiempo, escala de tiempo o intervalo, y, yo no califico todo el mismo día, ni la misma habilidad porque si no pasaría todas las dos lecciones sólo en eso, no podría, entonces yo, selecciono aleatoriamente, cinco o seis personas. Lo hago también, eh, viendo que..., cómo trabajan, no por perjudicar al estudiante, sino más bien por hacerlo ver que, si él trabaja más yo no voy a estar como jodiendo tanto, verdad, entonces lo que hago es calificar, les doy cierto tiempo como les digo, si lo terminan antes, entonces me lo pueden traer para revisar, si no han terminado puede ir trayéndome como avances de lo que van haciendo para ver si lo van haciendo bien, o si tienen que ir cambiando algo, y cuando

termina el tiempo, que a veces les doy más de los que establezco , eh..., si ya reviso en general y doy una escala del 1 al 5.

(Entrevista PC1)

De lo anterior se destaca que es la profesora quien revisa todas las tareas realizadas por el estudiantado, aunque no lo tome en cuenta para definir la calificación del trabajo cotidiano, pues ella manifestó que para determinar la nota de una persona en este rubro, a cada estudiante se le revisan tres trabajos con la rúbrica (se expuso en el análisis de la I categoría).

Fue notorio en las observaciones de clase que el estudiantado hacía fila al lado del escritorio de la docente para que esta revisara el trabajo realizado; en estas acciones se invertía al menos la mitad de la lección. Durante las ocho visitas realizadas a la clase se repitió esta dinámica.

En esas lecciones, el estudiantado podía trabajar de manera individual, en parejas o en grupos de tres personas. Cuando un miembro de un equipo de trabajo terminaba, se acercaba al escritorio de la profesora para que esta revisara el trabajo. Posteriormente, otro miembro de ese equipo hacía lo mismo y así sucesivamente; esta dinámica revela que es la profesora la única persona con autoridad para decidir si un procedimiento es correcto o no.

Ante el escenario expuesto, se está desaprovechando el potencial que tiene el trabajo en equipos como una oportunidad para que el estudiantado discuta, cuestione, busque diferentes vías de resolver una tarea, compare e interprete soluciones, comparta y valide con sus pares la respuesta.

La persona docente puede dar pautas de cómo verificar si un resultado es válido en matemáticas, de tal manera que promueva una evaluación más democrática. Además, no se debe omitir que “el alumno tiene dentro de él un potencial que a través de preguntas pedagógicas puede ser aprovechado y valerse por sí mismo para la construcción del conocimiento” (Polanco, 2004, p.11).

Durante el planteamiento de las tareas matemáticas, el profesorado anticipa las dificultades que puedan surgir y plantear preguntas que funcionen como guía, de tal manera que, de acuerdo con Segura (2018), se motive al estudiantado en la búsqueda y análisis de la información para que este pueda “reconocerse como una persona crítica y reflexiva de su propio proceso de aprendizaje” (p. 7).

Pareciera que tanto la PC1 como el PC2, tienden a revisar el trabajo estudiantil con una intención más fiscalizadora, como se muestra

I: Yo observé que ellos se acercaban mucho a su escritorio para que usted les revisara el folletito. ¿A usted le daba tiempo de revisarle a todos? Y ¿con qué intención revisaba uno por uno?

PC2: Si, yo se los revisaba a todos. Porque yo me iba por lista, entonces yo iba apuntando, al que le iba revisando, se acercaba a preguntarme, entonces yo le iba poniendo un *check*, entonces yo sabía que el que no tenía *check*, ese no me había preguntado, ese no me había dicho nada. Entonces yo ahí me daba cuenta de que no estaban trabajando en el folleto. Sí, yo llevaba el control de eso.

(Entrevista PC2)

El PC3 está consciente de la dependencia estudiantil del profesorado para que sea este quién emita juicios de valor válidos sobre el trabajo realizado, como sigue:

I: Observé que cuando los estudiantes trabajan en parejas, muchas veces iban a preguntarle a usted cuando tenían una duda, en lugar de ayudarse entre ellos. ¿A qué cree usted que se deba eso?

PC3: Ellos vienen con la idea de que el profesor sabe todo, ellos vienen amoldados a que el profesor es el eje central y realmente no es así. Creo que en séptimo están acostumbrados a que el profesor es la fuente perfecta de conocimiento

(Entrevista PC3)

En las observaciones quedó evidenciado que el PC3 hace un esfuerzo para que el estudiantado justifique o debata con sus pares las respuestas dadas; no obstante, la mayoría de las discusiones o aportes finalizaban con la aprobación del profesor,

El profesor le solicita al estudiantado hacer la descomposición prima de 63 en su cuaderno. Da un tiempo para trabajar en la tarea.

Un estudiante pasa a la pizarra y expone su descomposición prima (figura 3). Algunos estudiantes llaman al profesor para hacerle

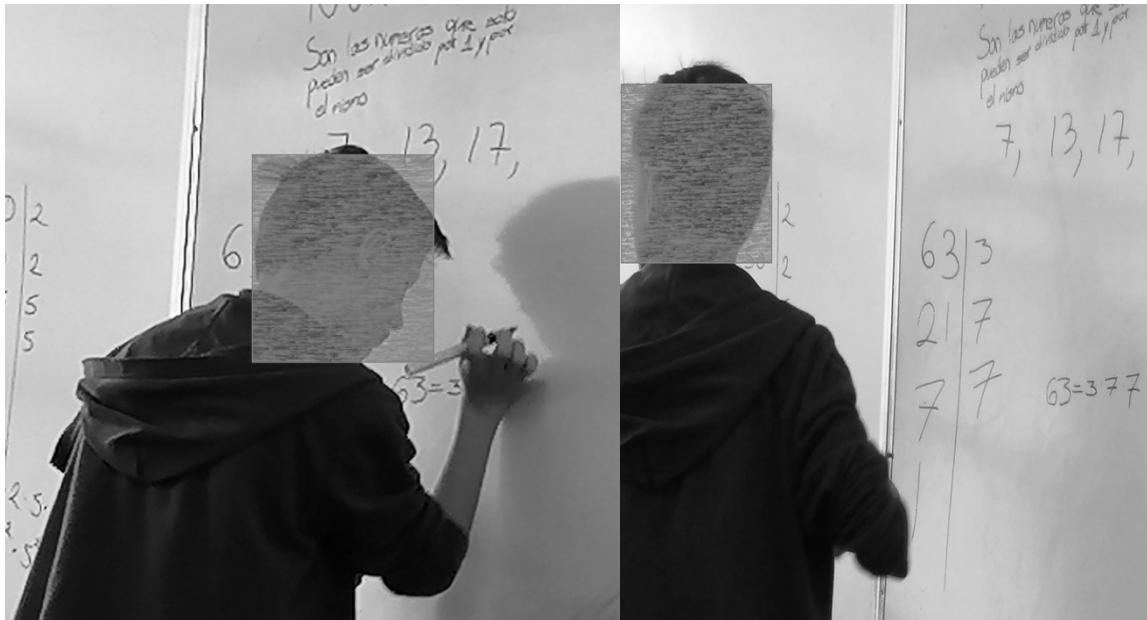
preguntas sobre lo que están haciendo y no consideran el aporte que el compañero hizo en la pizarra.

(Diario de campo colegio 3, marzo 2020)

Al observar la Imagen 8, se nota que el estudiante realiza correctamente el procedimiento para determinar la descomposición prima del número sesenta y tres: primero divide el número por uno de sus divisores primos, luego el cociente obtenido lo vuelve a dividir, hasta que el residuo sea el número uno. Posteriormente, escribe sesenta y tres como producto de potencias de sus divisores.

Por la forma de proceder del estudiantado, se deduce que no se han desarrollado estrategias que le permitan corroborar si el trabajo realizado por uno de sus pares se ha efectuado con base en las leyes, reglas o algoritmos admitidos en la disciplina. Por el contrario, esperan para que sea el profesor el que indique si un procedimiento es correcto o no.

Imagen 8. Fotografía de estudiante escribiendo la pizarra C3



Nota: fotografía de anotaciones realizadas por estudiante durante las observaciones de clase C3.

Fuente: creación propia

Al respecto, Santos (2014) propone que en la resolución de problemas matemáticos es primordial en la construcción de los conocimientos matemáticos, pues invita al estudiantado a buscar métodos para encontrar las soluciones, organizar la información, representar los objetos matemáticos, formular diferentes preguntas y validar sus respuestas.

Al indagar sobre cómo experimenta el estudiantado esta dinámica de clase, se destaca:

Tabla 13. Experiencia del estudiantado, dinámicas de clase

280	I	Por ejemplo, si yo fuera una estudiante y le digo a Ana (nombre ficticio) a mí me toca revisarle su trabajo, a Raúl (nombre ficticio) le corresponde revisar el mío y a Ana el de Raúl ¿qué opinan de una dinámica en la clase en la que un compañero los evalúe?
281	Varios	Sí, podría ser.
282	E2GF-C1	Pero es que también se supone que, si hay una profesora, es para que ella nos evalúe a nosotros. Porque para eso a ella en la universidad le enseñan como evaluar a los estudiantes en cada una de las materias.
283	E4GF-C1	Podríamos hacer eso si la profe evalúa bien a todo el mundo
284	E6GF-C1	Es que hay gente que puede decir yo no sé nada, pero entonces le digo que si todo está bueno, aunque la mayoría esté malo. La profe podría poner las respuestas en la pizarra y que se revisen entre ellos. Pero así que la profe los ponga sin que nadie sepa nada
285	E2GF-C1	Además, si evaluamos entre nosotros, ¿cuál sería el trabajo de la profe?
286	Varios	¡Ajá!
287	E4GF-C1	¿Para qué le pagarían? ¿Para estar ahí y ya?
288	E2GF-C1	Porque si las dudas, ahí está la profesora.
289	E3GF-C1	Pero es que se supone que si estamos haciendo práctica, es porque la profe ya nos explicó la materia.
290	I	Ajá.
291	E3GF-C1	Pero es que para eso se hace práctica
292	E2GF-C1	¿y los que no entienden cómo hacen práctica?
293	E3GF-C1	Ahí es donde la profesora, ven la práctica y ven que no les fue bien, lo hacen de nuevo.

(Grupo focal C1)

Del texto anterior se lee, en primer lugar, que el estudiantado comprende la evaluación de los aprendizajes como una disciplina aprendida en la universidad con el propósito de que la persona docente tenga las herramientas para evaluar al estudiantado. Es decir, la persona docente se prepara para llevar a cabo esa tarea que le concierne solo a ella.

Como segundo punto, el estudiantado consentiría la evaluación de sus pares, siempre y cuando la persona docente escriba las respuestas en la pizarra, de aquí, una vez más se aprecia que el profesorado es visto como la persona que tiene y valida el conocimiento. Esta postura contradice lo que establece el MEP (2015), donde la evaluación de los aprendizajes constituye un proceso continuo y sistemático, el cual permite construcción y apropiación del conocimiento.

Como tercer aspecto, el estudiantado recalca que es función de la profesora llevar a cabo las evaluaciones estudiantiles, pues eso forma parte de su labor, así como contestar sus interrogantes; en otras palabras, es deber del profesorado fiscalizar la labor estudiantil.

Algunas de estas ideas son compartidas por estudiantes del C2, como sigue:



Tabla 14. Funciones docentes, según estudiantes

232	I	¿Piensan que es posible que usted pueda evaluarla a ella, ella a ella, ella a él y así sucesivamente? ¿estarían de acuerdo en que un compañero los evalúe?
233	E7FG-C2	Sí
234	E2FG-C2	No
235	I	¿De qué depende su respuesta?
236	E7FG-C2	Si le entiende bien a la materia y es el mejor del aula entonces sí, porque alguien que no sabe tampoco puede explicarme.
237	I	¿Usted está de acuerdo?
238	E1FG-C2	Más o menos
239	E	¿Por qué más o menos?
240	E1FG-C2	Porque no sé, porque le caigo o le puedo caer mal, entonces me pone mala nota.
241	I	¿Usted haría eso? Si alguien le cae mal, ¿le pondría una nota mala?
242	E1FG-C2	Sí
243	E	¿Qué opinan los demás?
244	E7FG-C2	Yo digo que nada que ver
245	E	Nada que ver, ¿por qué?
246	E7FG-C2	Es que los compañeros... no saben.
247	I	Okey, ahora ¿De qué dependa que ustedes puedan autoevaluarse? ¿Será posible? Como que la profe deje un trabajo, una tarea y que que usted mismo se lo valore.
248	E4FG-C2	No
249	I	¿Por qué no?
250	E4FG-C2	Porque uno necesita que lo supervisen, uno puede hacer las cosas bien, pero ocupa alguien que lo supervise.
251	I	¿Quién debe supervisar?
252	E4FG-C2	El profesor
253	I	¿Por qué tiene que ser el profesor el que lo supervisa?
254	E4FG-C2	Se ocupa alguien que sepa, al que uno le puso atención.
255	I	¿Usted cree puede evaluar su propia una tarea o un trabajo?
256	E4FG-C2	No.
257	I	¿Por qué no?
258	E1FG-C2	Yo digo que sí, pero yo digo que un profesor o alguien que sepa lo revise (Grupo focal C2)

La principal condicionante para que el estudiantado acepte la evaluación de sus pares o la autoevaluación, es que la profesora u otra persona con los conocimientos necesarios, supervise la labor estudiantil, aunque este tenga la certeza de que el trabajo ha sido bien realizado.

Por otro lado, se percibe la evaluación como un mecanismo de control, esto se hace explícito en E1FG-C2, cuando afirma que “le pondría mala nota a un compañero que le cae mal”. En referencia a este aspecto, Contreras (2008) afirma que entre docentes de matemática prevalecen prácticas evaluativas asociadas a la evaluación

en un sentido tradicional, donde predomina la calificación y el control; por lo tanto, se envía un mensaje al estudiantado acerca de cómo es el contenido disciplinario que se evalúa, en este caso, un conocimiento matemático ya acabado donde el profesorado es su portador.

De lo expuesto en esta sección y a la luz del marco teórico, se devela que el rol del profesorado se circunscribe al paradigma conductual, en el que los aprendizajes son medibles y están asociados a una calificación. Además, se promueven acciones repetitivas que garanticen resultados favorables en una prueba escrita. El rol del profesorado es controlador del proceso evaluativo, es él quien tiene el conocimiento y además decide cómo, cuándo y a quién evalúa (mide).

En consecuencia, el rol del estudiantado es de receptor pasivo de las valoraciones que realiza el profesorado, acepta que solo este es portador de conocimiento y, por lo tanto, es quien tiene la autoridad para evaluar su aprendizaje. En tales circunstancias, la persona estudiante no participa del proceso evaluativo, salvo porque es a quien se mide, y la evaluación tiene un valor de cambio (la calificación).

Lo anterior discrepa de lo que establece el MEP (2012), donde se insiste en una evaluación de los aprendizajes inherente del proceso de enseñanza y aprendizaje, desde el planeamiento de cada lección hasta la mediación pedagógica. Además, considerando que los PEM tienen como “enfoque principal la resolución de problemas como estrategia metodológica” (MEP, 2012, p.69), se deben planear tareas centradas en la resolución de problemas matemáticos, y los medios de evaluación para valorar el trabajo estudiantil deben ser definidos y seleccionados con antelación.

A partir de las evidencias analizadas en esta sección, pareciera que la evaluación de los aprendizajes no se constituye como un proceso colaborativo, pues es la persona docente quien tiene la autoridad y el deber de evaluar al estudiantado con el propósito de asignar una calificación.

Luego, al concebir la evaluación de los aprendizajes centrada en la medición, no se promueve el compromiso hacia el aprendizaje, es decir, el estudiantado se piensa como un receptor de conocimientos, lo cual se opone al eje principal que guía los PEM, ya que:

La resolución de problemas como estrategia pedagógica hace converger principios esenciales del constructivismo, una premisa filosófica de la política educativa nacional, como la construcción estudiantil autónoma de aprendizajes, pero de una manera más vigorosa y eficaz, pues resulta fundamental una acción independiente y comprometida del sujeto en la acción del aula. (MEP, 2012, p.19)

Por otro lado, si bien es cierto que el MEP (2018) estipula que la evaluación de los aprendizajes es responsabilidad exclusiva de la persona docente, según el MEP (2012), esto no contradice el hecho de que el estudiantado deba intervenir de manera activa en la evaluación formativa de su propio aprendizaje o el de sus pares.

En los casos observados, el profesorado y sus estudiantes están comprendiendo la evaluación de los aprendizajes como una medición que se traduce en una calificación, la cual determinará su avance al siguiente nivel escolar, por tal razón, resulta inadmisibles delegar una responsabilidad como esta al estudiantado.

Parece que el profesorado dedica gran parte de su labor a monitorear, revisar y calificar el trabajo estudiantil, además, tanto él como el estudiantado insinúan que es parte de la labor docente. Esta creencia es válida parcialmente, es decir, solo para efectos de la evaluación sumativa, según el MEP (2018). No obstante, Pilet y Horoks (2017) destacan para la evaluación formativa que el profesorado de matemática puede estar atento al trabajo realizado y seleccionar ciertas producciones para compartirlas con el resto de la clase y que de manera colaborativa se promueva la movilización de las habilidades o contenidos matemáticos.

Finalmente, se vislumbra que la persona docente tiene una estructura discursiva en la que deja al descubierto cómo debería ser la evaluación de los aprendizajes matemáticos, por ejemplo, valorar los procedimientos estudiantiles durante la resolución de problemas con una rúbrica, o promover la participación del

estudiantado en la construcción del conocimiento, sin embargo, sus acciones se contradicen con el discurso, pues en la práctica su rol es más de control del proceso evaluativo.

La investigadora considera que este es un tema emergente: el discurso del profesorado en contraste con las acciones concretas de este, para responder a la interrogante ¿cuáles elementos intervienen para que el profesorado realice prácticas evaluativas acordes con su imaginario? En esta tesis no se abordó como una categoría de análisis emergente, debido a la ausencia de saturación en la información recopilada, sin embargo, se reconoce como un posible tema por indagar en futuras investigaciones.

En el siguiente mapa semántico se sintetiza cómo se comprendió esta categoría:



## 5.4 IV CATEGORÍA: EVALUACIÓN FORMATIVA DE LOS APRENDIZAJES MATEMÁTICOS

Existen múltiples clasificaciones para la evaluación según su propósito, el momento cuando se lleva a cabo, la persona o agente que la realiza, la extensión o el normotipo. Esa agrupación se efectúa bajo diferentes criterios, los cuales no son excluyentes entre sí.

La evaluación, según su propósito o finalidad, se clasifica en: diagnóstica, formativa y sumativa. La primera se asocia a la identificación de los conocimientos previos que posee el estudiantado en torno a un tema con el fin de diseñar la mediación pedagógica. La tercera se lleva a cabo al finalizar ciertos contenidos o cuando ha transcurrido un periodo,

tiene el firme propósito de certificar el nivel de rendimiento de un alumno al final de un curso o programa. Como la certificación responde a una amplia expectativa pública asignada a la evaluación, parece difícil eliminar las percepciones bien establecidas de este propósito. La idea está demasiado arraigada en la conciencia pública como para ofrecer un punto de apoyo para el cambio. (Moreno, 2016, p. 154)

Esta idea de evaluación sumativa quedó evidenciada en el análisis realizado para la categoría II, en la que el profesorado y el estudiantado asocian la evaluación de los aprendizajes con la medición, entendiéndola como evaluación sumativa, la cual comprenden como una calificación, de la cual dependerá si una persona puede avanzar al siguiente nivel escolar, pues, en términos de las personas participantes “ahí se demuestra quién sabe y quién no”, como se muestra

PC2: Vea, el de marcar con equis yo no lo uso porque el chiquillo comienza Ave María dame puntería, entonces ese no, me parece que el de complete, a vos, el niño, el alumno, te dice si sí sabe, si razona la pregunta o si sí sabe de qué se le está hablando o no sabe nada. A mí por eso me gusta el de complete, aunque sea de un solo punto. Yo, me gusta el de complete, yo le pongo: ¿cuál es la primera operación que se debe resolver en una operación combinada? Entonces ellos dicen, bueno, el que no sabe pone suma, y el que sabe no, se inicia por las potencias. ¿Ya? Mire uno dice, este chiquillo si sabe. Y este, diay no. A veces le ponen a uno, diay profe el que me quede

más fácil. Está perdido. Ves, es una pregunta que a vos te dirige, el si van aprendiendo, si el aprendizaje va avanzado o al muchacho todavía le falta.

(Entrevista PC2)

El MEP (2018) indica que el propósito de la evaluación sumativa es la constatación de los logros alcanzados por el estudiantado al cabo de un proceso de aprendizaje, y los insumos recopilados en esta son lo que fundamentarán la calificación, promoción o certificación del estudiantado.

También, el MEP (2018) hace referencia a la evaluación diagnóstica y formativa, y de esta última recalca que “brinda información necesaria y oportuna durante los procesos de enseñanza y aprendizaje, con la finalidad de reorientar o realimentar las áreas que así lo requieran” (MEP, 2018, Art. 4, inc. b).

Durante la construcción teórica, el tema de la evaluación formativa fue recurrente, y se destaca que:

#### **La evaluación formativa y transformadora**

La Educación del Siglo XXI requiere una evaluación transformadora, que se base en la auto revisión continua, a fin de que cada persona identifique sus propias lagunas conceptuales, los enlaces faltantes en los procesos por desarrollar sus propias falencias para consolidar su propio (nuevo) proceso de aprendizaje. Una evaluación transformadora, que se asuma como una forma de identificar la complejidad de los retos y los nuevos elementos que se integran a los nuevos aprendizajes (MEP, 2015, pp. 26-27).

Moreno (2016) y Zepeda (2017) coinciden en que la evaluación formativa es fundamental en el contexto escolar, pues su fin se centra en que, tanto el profesorado como sus estudiantes, cuenten con información continua, sistemática y relevante de las actuaciones o producciones estudiantiles, para diseñar estrategias oportunas que le permitan al profesorado reorientar y mejorar el aprendizaje mientras el estudiante sigue aprendiendo.

No obstante, Moreno (2016) advierte sobre ciertos elementos que pueden distorsionar el propósito de la evaluación formativa, entre ellos que ésta no se centre

en el aprendizaje, que se asocie la calificación con la realimentación y que se deje de lado la participación estudiantil en la valoración de sus propias producciones.

De lo anterior, se le solicita al profesorado que explique o describa cómo lleva a cabo la evaluación formativa en el contexto de séptimo año; ante esto, la profesora del C1 se refiere

I: ¿Cómo lleva usted a cabo la evaluación formativa? ¿Cuáles son acciones?

PC1: Bueno, la evaluación formativa, cuando nosotros trabajamos en, eee, lo que son, bueno, el trabajo cotidiano, en ese caso, eee, que se trabaja casi siempre en grupos, o en forma individual, la parte, digamos, donde, eeeh, mmm, retomamos, los ejercicios o el ejercicio inicial que se le da a un estudiante, eeeh, salen preguntas generadoras, las cuales se hacen, digamos, al azar o el que quiera contestar, para ver qué tanto, digamos, este, comprendieron el tema, verdad, en este caso, es más fácil cuando son problemas de la vida cotidiana porque los chicos incluso, eee, cuentan alguna anécdota o alguna experiencia que les pasó a ellos, en el caso de séptimo digamos, que se utilizan números naturales o números enteros, diay, en los cuales son más fáciles de aplicar en la vida cotidiana y ellos tienen experiencias que les han pasado y lo cuentan.

En ese momento cuando estamos hablando sobre el problema que se trabajó para iniciar un tema, es ahí donde digamos, este, aplicamos esa parte. Y también en general cuando se revisan los problemas, porque siempre después de analizarlos, no solamente en ese problema inicial, antes de, eeeh, antes de aplicar un tema, sino que cuando ya se ha visto un tema, y si hacen los ejercicios, también cuando se hace el análisis de los ejercicios ahí es cuando se da la parte formativa.

(Entrevista PC1)

Del texto se infieren tres aspectos: en el primero, la PC1 asocia la evaluación formativa con el trabajo que realiza el estudiantado en grupos. En las observaciones se identificó que esta se refiere a las actividades que una persona realiza cuando está junto a otra, no obstante, no se evidenció una interacción coordinada en torno a la tarea matemática que se está ejecutando. En otras palabras, no hay discusión entre las personas que conforman el grupo para reflexionar sobre cómo realizar el trabajo, las estrategias por seguir y su validación.

En segundo lugar, se asocia con la contextualización activa, como lo sugiere el MEP (2012), con la evaluación formativa; es decir, la PC1 indica que al relacionar un



tópico matemático con la experiencia vivida de alguna persona estudiante ahí se está llevando a cabo la evaluación formativa.

Como tercer punto, se destaca que la PC1 piensa que la revisión de los ejercicios en la pizarra es parte de la evaluación formativa, sin embargo, en las observaciones de clase se constató que esa revisión la lidera la persona docente y carece de una realimentación del trabajo realizado, esto es, no se destacan los errores, el origen de esos, la forma de solventarlos, por mencionar ejemplos. Se indaga más sobre cómo está comprendiendo la PC1 la evaluación formativa, según el siguiente extracto

I: ¿Cómo diferencia usted la evaluación formativa con algún otro tipo de evaluación? Y ¿Cómo es que se da exactamente la evaluación estudiantil de manera formativa?

P: Okey, está la mayor parte de la nota de un estudiante, diay, es sumativo, entonces digamos, en el caso del trabajo cotidiano, eeeh, la, la parte sumativa, pues yo llamo al estudiante al azar, verdad, y le digo, okey, tráigame su trabajo para revisárselo y ahí le califico la parte sumativa, verdad, ahí ya llevo un registro del estudiante, de ese trabajo cotidiano y qué nota obtuvo en ese trabajo cotidiano. Pero en el caso de la evaluación formativa, sería esa parte cuando ya lo hago en forma general, porque entonces allí ya no estoy calificando, sumativo, sino formativo, porque estoy preguntando, o sea, estamos intentando encontrar las soluciones de esos ejercicios en forma general, y a veces, cuando no hay mucha participación, porque sabemos que casi siempre los que responden son los estudiantes más aplicados, verdad, entonces yo trato de preguntarle a ciertos estudiantes para que ellos estén diay como conectados, verdad, y si en el momento me dicen, no profe no sé, bueno entonces yo le empiezo a hacer, le trato de hacer preguntas, eeeh, que lo lleven a la respuesta que estamos buscando, entonces ahí es donde está la diferencia entre la parte formativa y la parte sumativa.

(Entrevista PC1)

Con base en los argumentos presentados, se deriva que la PC1 destaca la evaluación sumativa como la más importante, pues con base en esta se determina la nota final de una persona; posteriormente, sugiere que aquellas actividades o tareas matemáticas que carecen de calificación son las que integran la evaluación formativa e insinúa que está conformada por interrogantes directas que le permiten

llamar la atención del estudiantado que “no está conectado”, es decir, su función es para mantener el orden y la disciplina dentro del aula. En este último aspecto, hay coincidencia en lo que manifiesta el estudiantado, como se muestra

Tabla 15. Importancia de la evaluación sumativa

294	E2GF-C1	diay, si la profesora ve que el estudiante no presta atención, pues, o sea, como que no entiende, entonces ahí evaluarlo y ayudarlo.
295	I	¿Eso lo hace con todas las personas?
296	E4GF-C1	No, a veces evalúa a cinco, en orden de lista, o a veces al azar. Así digamos, dice el número y la persona, y que ahí va.
297	E9GF-C1	También si está prestando atención
298	I	¿Al que menos está prestando atención es al que le pregunta?

(Grupo focal C1)

Al indagar sobre este tópico, la PC2 indica lo siguiente

I: Entonces, ¿Cuándo usted detecta que hay un tema que necesita ser reforzado, entonces ese lo contempla en la tarea?

PC2: Si, pero es una tarea que la hacían, como ahora no podemos dar puntos, verdad, entonces yo les dejo una tarea y en la siguiente lección se los explica ahí, porque ya no se da puntos por eso. Entonces era tarea formativa.

I: ¿Puede ampliar la idea?

PC2: yo si les decía a ellos, tenemos que aprendemos bien esto porque esto viene en el trabajo cotidiano, y recuerde que el trabajo cotidiano según ese, el REA, no recuerde cómo se llamaba ese documento que mandaron, que el educador debe hacer una prueba a los chicos, entonces yo les hacía un ejemplito de cada uno o dos ejemplitos de cada uno y los ponía a resolverlos.

I: Pero, el rubro designado para tareas ¿cómo lo evalúa?

PC2: No, eso lo quitaron, desde hace tres años.

I: Pero hay un 10% destinado para eso.

PC2: Usted tiene razón, ahora se llama tareas a lo que se llamaba trabajo extraclase.

I: Exacto a eso me refiero, si esas tareas que usted deja son formativas, entonces ¿cuál es el tipo de tarea que considera para ese 10%?

PC2: El el REA dice que se debe de dejar como tarea el tema que a ellos les cuesta, entonces yo les dejaba de eso a ellos. Ahhh bueno, y tampoco se podía dejar un montón, verdad. Una o dos operaciones para poder ver si en la casa ellos lo estaban resolviendo.

(Entrevista PC2)

La profesora alude que aquellas asignaciones que el estudiantado realice en la casa son formativas, pues no se les puede otorgar ningún puntaje o valor porcentual, pero que son importantes, dado que funcionan como una preparación para los ejercicios que conformarán el trabajo cotidiano. Al respecto, el estudiantado del GF2 coincide con la profesora en que las tareas son trabajos para hacer en la casa,

Tabla 16. Evaluación formativa

139	I	Y ¿las tareas?
140	E7FG-C2	Son los trabajos que nos dejan para que hagamos en la casa y los traemos después.
141	E4FG-C2	Las correcciones de exámenes.
142	I	Ahh... ¿las correcciones de exámenes también son tareas? ¿cuántas tareas les dejan por trimestre?
143	Varios	Dos.
144	E	Dos..., ¿incluyendo la corrección de examen?
145	E2FG-C2	Es que depende del profesor.
146	I	No, pero yo estoy hablando de mate nada más y de la PC2.
147	E2FG-C2	Ah bueno, ella no.
148	E6FG-C2	Ella no hace correcciones.
149	I	Entonces, ¿cuánto tiempo les da para hacerlas?
150	E7FG-C2	Varios días.
151	I	Varios días. Ok ¿ustedes creen que es importante hacer tareas?
152	Varios	Sí.
153	I	¿Por qué?
154	E1FG-C2	Es como una práctica de toda la materia para hacer en la casa, entonces uno lo entiende más.
155	I	¿Quién revisa esa tarea?
156	Varios	La profe.
157	I	¿Ella se las revisa todas?, ¿cómo se entregan? ¿en el cuaderno?
158	Varios	En unas hojas.

(Grupo focal C2)

La PC2 y sus estudiantes también coinciden en que las tareas para realizar en casa contemplan aquellos temas donde la población estudiantil ha mostrado más dificultad y su función es constituir una práctica, la cual es calificada por la profesora. Es decir, estas actividades se comprenden como acciones repetitivas para mecanizar procedimientos y algoritmos matemáticos.

En discrepancia, el MEP (2018) establece que estos trabajos fuera del contexto de aula, son asignados para que el estudiantado refuerce las habilidades y aprendizajes esperados, y deben propiciar las habilidades y los procesos asociados a la resolución de problemas matemáticos, como sigue

Se recomienda proponer trabajos extraclase donde se apliquen los conocimientos adquiridos para resolver y modelizar diversos tipos de problemas geométricos. Por ejemplo, en 7° Años propone la elaboración de un plano de su casa y la estimación del área de la misma, así como de cada uno de los espacios en los que está dividida (MEP, 2012, p. 325)

Lo anterior indica que las tareas asignadas para que el estudiantado cumpla en casa, no se deben idear como una práctica extra donde el estudiantado realice ejercicios repetitivos para la mecanización de algoritmos; por el contrario, son actividades donde se ponen en práctica las habilidades desarrolladas durante las clases de matemática.

Ante el mismo tema, el PC3, indica lo siguiente en una de las clases observadas

Chicos, eh, obviamente todavía falta que terminen (haciendo referencia a una práctica que se inició durante la clase) El fin de semana, aparte de repasar, deben terminar eso y la segunda parte. ¡Es formativa! (añade enfáticamente)

(Diario de campo C1, marzo 2020)

Al indagar con el PC3 cómo está comprendiendo la evaluación formativa, este indica

I: ¿Cómo se lleva a cabo la evaluación formativa?

PC3: Yo si acostumbro a hacer tareas formativas, esas tareas que, aunque no tuviese peso en las notas de tareas, eran ejercicios cortos, uno o dos, que les podía asignar de una clase a otra. Esto para cerciorarme la adquisición de la habilidad que se trabajó.

(Entrevista PC3)

Con base en las evidencias expuestas, se infiere que tanto el profesorado como el estudiantado participante, comprenden la evaluación formativa como aquellas tareas matemáticas que carecen de un valor porcentual para determinar la calificación final de una persona. La importancia que, eventualmente, el profesorado y el estudiantado otorgan a estas actividades, es que fungen como una práctica previa para un trabajo cotidiano o una prueba escrita.

El MEP (2013) y Prieto y Contreras (2008) advierten que en la práctica pedagógica se ha invisibilizado la evaluación formativa, pues entre el profesorado, particularmente el de matemática, prevalecen prácticas evaluativas asociadas a la

evaluación en un sentido tradicional; por ejemplo, se otorga especial importancia a la calificación y a los datos cuantitativos.

En el marco teórico de esta investigación se destacó que uno de los sentidos más poderosos que se le asigna a la evaluación formativa, es que la evidencia de logros estudiantiles es recopilada e interpretada por el mismo estudiantado en conjunto con la persona docente, lo que se traduce en el mejoramiento del aprendizaje.

En consecuencia, el rol del profesorado en la evaluación formativa es fundamental, pues es el responsable de construir espacios con normas previamente establecidas y discutidas con el estudiantado, donde se propicie el respeto y la escucha atenta hacia las otras personas, lo que se comprenderá por valoraciones constructivas entre pares, con el fin de crear ambientes seguros, de confianza y de motivación para el aprendizaje. Al respecto,

Al observar una clase donde la evaluación formativa es implementada efectivamente, se pueden apreciar interacciones donde los estudiantes discuten sobre la tarea asignada y se dan retroalimentación entre ellos, los profesores interactúan con un pequeño grupo o con algún estudiante en particular para apoyar su aprendizaje. Todas estas interacciones son facilitadas y se deben tanto por la cultura de aprendizaje como por el manejo y organización de la clase para implementar las actividades y lograr la meta planificada. (Agencia de calidad de la Educación, 2017, p. 38)

Desde el paradigma cognitivo, se resalta que la persona docente debe planear actividades que promuevan la realimentación con base en los resultados de las evaluaciones formativas, de tal manera que el análisis de los errores cometidos sirva para reconstruir conceptos o procedimientos. Además, estas actividades deben favorecer el trabajo colaborativo entre el estudiantado, no solo en la resolución de las tareas matemáticas propuestas, sino en la evaluación de los procesos que intervinieron, es decir, se deben proponer espacios para la autoevaluación y la coevaluación.

Consecuentemente, en el paradigma cognitivo, el rol del estudiantado es de colaborador, esto es, se considera que tiene capacidad de aprendizaje, la cual potencia por medio de las interacciones con las otras personas de la clase; concibe

la evaluación de los aprendizajes como un proceso que le permite autorregularse y participa de los procesos evaluativos.

De las argumentaciones del profesorado, parece ser que el documento más utilizado como referente para llevar a cabo la evaluación de los aprendizajes es el emitido por el MEP (2018), pues se hace mención de este para indicar qué es válido para determinar el progreso de una persona estudiante, destacando la evaluación sumativa y las calificaciones. No obstante, en el REA también se destaca que una de las tres funciones de la evaluación de los aprendizajes es “Formativa: brinda información necesaria y oportuna durante los procesos de enseñanza y aprendizaje, con la finalidad de reorientar o realimentar las áreas que así lo requieran” (MEP, 2020, Art. 4, inc. b).

Como se puede apreciar, se está omitiendo otra documentación oficial del MEP, donde se destaca el papel fundamental de la evaluación formativa para el desarrollo de las habilidades y los aprendizajes matemáticos, por ejemplo, el MEP (2012) establece que

La evaluación no debe visualizarse como una actividad aislada con un sentido punitivo, sino como un proceso inherente a la mediación pedagógica, que le permite a cada estudiante construir aprendizajes a partir de experiencias, trascendiendo de esta forma la idea de la evaluación como un mecanismo de sanción (p. 69)

El MEP (2013) indica que los tres momentos y funciones de la evaluación de los aprendizajes, diagnóstica, formativa y sumativa, aportan información relevante que, al ser sistematizada y analizada por la persona docente, le permite tomar decisiones sobre la mediación pedagógica para potenciar los aprendizajes, además

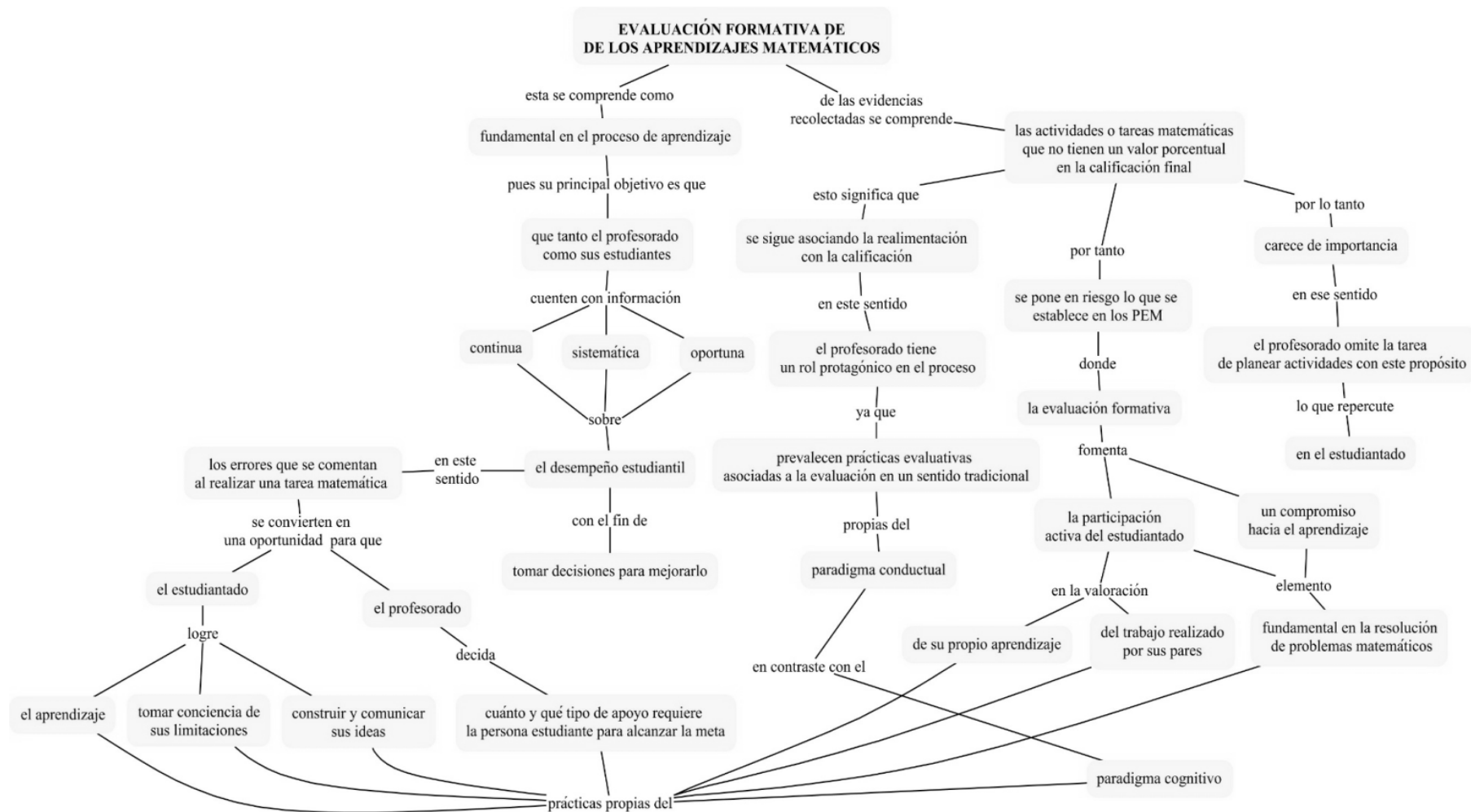
El docente deberá encontrar el equilibrio en el uso de cada una de las funciones de la evaluación de los aprendizajes, sin caer en el abuso de ellas. Esto solo se podrá llevar a la práctica cuando el docente comprenda los aportes de las mismas, de no ser así, se incurrirá en un proceso caracterizado por el excesivo énfasis en lo sumativo y único medio para saber si el estudiante ha logrado los objetivos, competencias o contenidos curriculares propuestos en el planeamiento didáctico. (MEP, 2013, p. 7)

Particularmente, en el marco teórico se destacó la importancia de la evaluación formativa en la resolución de los problemas matemáticos, donde se deben diseñar actividades y proponer medios de evaluación que permitan la recolección de evidencias de aprendizaje y la reflexión continua de los procesos que intervinieron al realizar la tarea, tanto del profesorado como de sus estudiantes.

A continuación se presenta un mapa semántico en el que se sintetiza cómo se comprendió esta categoría:



Figura 11. Mapa semántico categoría de análisis IV



Nota: mapa semántico asociado a la comprensión de la categoría de análisis IV: La evaluación formativa de los aprendizajes matemáticos

Fuente: elaboración propia

## 5.5 V CATEGORÍA: EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES MATEMÁTICOS EN EL PLANEAMIENTO DIDÁCTICO

Según las orientaciones técnicas y teóricas del MEP (2012), acerca del planeamiento didáctico, este se comprende como el diseño y la organización de la lección, en la que se deben contemplar: las tareas matemáticas que promuevan las habilidades y procesos matemáticos, conjugados en la resolución de problemas, y la evaluación de los aprendizajes, la cual se guía por los siguientes principios,

- Es parte integral del proceso de enseñanza y aprendizaje.
- Constituye un proceso colaborativo.
- Es pertinente con las actividades de mediación.
- Hay congruencia de técnicas e instrumentos.
- Promueve el compromiso hacia el aprendizaje.
- Permite la toma de decisiones

Dado que el enfoque principal de los PEM son los problemas matemáticos contextualizados, estos se piensan no solo como una tarea que debe resolverse en la clase, o como un objeto para movilizar procedimientos o algoritmos, sino como un medio en el que el estudiantado también puede construirlos y participar de manera activa, así

En este estilo de organización de las lecciones se dan interacciones tanto entre estudiantes y docentes como entre estudiantes: se presentan diálogos matemáticos. Es relevante proporcionar la información suficiente para que cada estudiante tenga a su disposición los antecedentes y la indagación que plantea el problema, para luego clasificar, interpretar y construir. (MEP,2012, p. 43)

Con el propósito de lograr este estilo para organizar de la lección, el MEP (2012) promueve la participación activa del estudiantado con la guía de la persona docente, en la que predomine la construcción colectiva de los objetos matemáticos. Para esto se sugieren dos etapas: la primera se denomina el aprendizaje de conocimientos y la segunda se conoce como la movilización y aplicación de los conocimientos. Estas etapas pueden realizarse en cualquier momento, es decir, no necesariamente va una después de la otra.

El MEP (2012) sugiere una forma de organizar la lección en cuatro momentos: el primero comprende la propuesta de un problema matemático, el segundo contempla el trabajo estudiantil independiente, el tercero propone la discusión interactiva y comunicativa entre las personas de la clase y, finalmente, el cierre o clausura, donde se oficializa el conocimiento construido. Además,

Este estilo obliga a una preparación cuidadosa de la lección, involucrando la escogencia de los problemas, los tiempos a destinar para cada paso y la acción docente en cada momento, que no es solamente guía general para la construcción de aprendizajes automáticos, sino que posee un carácter central en la interacción social y cognitiva de aula.

Este desarrollo de la lección supone:

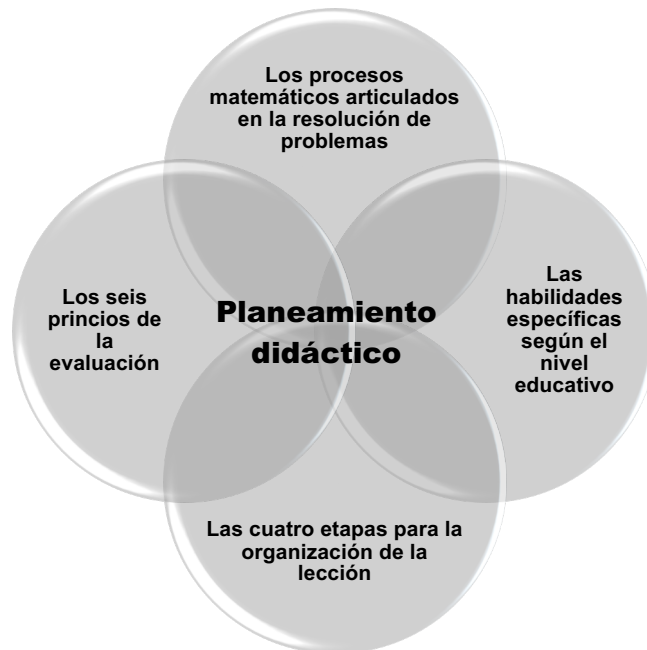
- Metodología pedagógica o didácticas específicas,
- Gestión apropiada del programa de estudios (su planeamiento y realización en tiempos y condiciones precisas),
- Una evaluación adaptada al estilo de organización de las lecciones.

(MEP, 2012, p.44)

Cabe destacar que la etapa 1, la etapa 2 o los momentos para organizar las lecciones, no se deben agotar en una sola lección, es decir, pueden pensarse como una secuencia lógica y sistematizada de clases.

En la Figura 12 se muestran los componentes que según el MEP (2012) se deben considerar en el planeamiento didáctico.

Figura 12. El planeamiento didáctico



Nota: elementos que se deben articular en el diseño y organización de la clase de matemática, según el MEP (2012)

Fuente: elaboración propia con base en el MEP (2012)

El planeamiento didáctico fue un tema concurrente durante la indagación y la construcción del marco teórico de la presente investigación. Al profundizar en su importancia, Serrazina (2017) sostiene que la planificación, particularmente de la clase de matemática, consta de una reflexión profunda por parte de la persona docente, en la que toma decisiones en torno a las tareas matemáticas, la metodología y la evaluación de los aprendizajes, que repercuten de manera directa en la construcción de los aprendizajes estudiantiles.

Según Serrazina (2017), una disciplina como la matemática, en el contexto escolar, demanda una planificación cuidadosa e intencionada del profesorado, en la que considere también los objetos matemáticos por construir, cómo aprende el estudiantado y las prácticas pedagógicas en el aula que estimulan esos aprendizajes. Particularmente,

la evaluación de los aprendizajes es fundamental en el planeamiento didáctico, y se concibe a lo largo de la clase, no al final de un periodo como un producto, de hecho, se puede llevar a cabo constantemente, mediante tareas escritas o preguntas concretas, en las que el profesorado obtenga insumos sobre el avance estudiantil. Estas evidencias condicionan de manera directa la planificación de las próximas lecciones.

Dada la relevancia del planeamiento didáctico, según el MEP (2012) y Serrazina (2017), se consideró una categoría emergente, la cual se analizó tomando en cuenta las observaciones de las clases, las entrevistas al profesorado participante y material documental (planeamientos hechos por las personas participantes).

Se le pidió a la persona docente que explicara cómo realizaba el planeamiento didáctico y los elementos que tomaba en cuenta, ante lo cual la PC1 añade

I: Ahora, ¿podría explicarme cómo hace usted sus planeamientos? No importa si es semanal, mensual, anual o si era por lección. ¿Cómo los hacía? ¿Qué toma en cuenta para hacer sus planeamientos de clase de matemática?

PC1: En la parte del planeamiento, a nosotros en el colegio se nos solicitaba que fuera mensual, al ser mensual, queda un poco más general, de que si fuera semanal o diario, pero, eeeh, en lo que nos enfocábamos era en que al inicio de cada tema de ser posible hubiera un ejercicio, este, un ejercicio o un problema generador, un problema en el cual el estudiante se enfocara en tratar de resolver, si talvez sin saber el tema, o sabiendo algunas nociones, eee, de ver cómo lo resolvía, después de eso, este, se enfoca en el planeamiento en que haya una discusión del problema y en que a partir de ese problema, se, este, generalicen conceptos, verdad, entonces, eeeh, ahí va plasmado esa parte del ejercicio generador, de la, de que ellos lo trabajen, después de que lo, digan qué es lo que hicieron y después ya formalizar el concepto, después que vayan, ahí, ya la parte de, de ejemplos, de ejemplos ya del tema, después de que se formaliza, la parte ya de reproducción de los ejercicios o problemas, verdad, en la que ellos trabajan de forma individual o grupal, de acuerdo al tema, o de lo que quiera el docente, y a partir de ahí, es donde uno coloca en el planeamiento que se va a calificar trabajo cotidiano y después viene la parte de la evaluación formativa, verdad, que es ya, después de haber hecho todo, el, el estudiante, este, en la pizarra, digamos en general, eeeh, trabajamos los problemas, por lo menos los más importantes, para ver qué tal lo trabajaron ellos y lo puedan corregir o ver que lo hicieron de la forma correcta.

(Entrevista PC1)

La PC1 hace alusión al problema matemático como punto de partida para un tema nuevo, no obstante, durante las observaciones de clase, se constató que al iniciar un tópico se hacía de manera expositiva, a cargo de la profesora.

En cuanto a la evaluación de los aprendizajes, la PC1 enfatiza aquellas tareas matemáticas que conformarán el trabajo cotidiano, que son las que, con base en su calificación, determinarán la nota estudiantil en este rubro. Luego menciona la evaluación formativa, como aquella en la que se revisan los ejercicios en la pizarra, tal como se confirmó en el análisis de la categoría IV.

Otro elemento que se percibe del argumento de la PC1, es que tiene conocimiento de algunos elementos que se deben considerar en el planeamiento didáctico según indica el MEP (2012). Sin embargo, al contrastar con el planeamiento que facilitó, se evidencia que este comprende los aprendizajes esperados, los cuales hacen alusión a las habilidades específicas según el MEP (2012); las estrategias de mediación, que hacen referencia a cómo se va a abordar el tema de manera general; las páginas del folleto donde se ubica la práctica por realizar; se enfatiza el método de la pregunta dirigida para abarcar un tópico, y finalmente, se exponen los indicadores, los cuales son las mismas habilidades específicas mencionadas, pero redactadas en tercera persona del modo indicativo. En la Tabla 17 se muestra un extracto del planeamiento.

Tabla 17. Planeamiento didáctico PC1

Aprendizajes esperados	Estrategias de mediación	Indicadores
Identificar los conceptos: unidad estadística, características o variables, observaciones o datos, población y muestra, para problemas estadísticos vinculados con diferentes contextos.	Se inicia la unidad con la contextualización activa de la página 93, que consiste en el análisis de varios elementos de un gráfico circular. Siguiendo en la página 94, y utilizando el método de la pregunta dirigida, se lee en conjunto con los estudiantes 4 situaciones, en las cuales deberán identificar los conceptos de población, muestra y unidad elemental, se completan los espacios en el material didáctico utilizado. A modo de cierre, en la página 96 se definen formalmente los conceptos antes mencionados. Los estudiantes realizan los ejercicios de movilización y aplicación de conocimientos aprendidos de la página 97 que se califican en la unidad didáctica.	Identifica los conceptos: unidad estadística, características o variables, observaciones o datos, población y muestra, para problemas estadísticos vinculados con diferentes contextos.

Nota: extracto del planeamiento didáctico de la PC1 de agosto de 2019

Fuente: elaborado por la PC1 (2019)

La PC2 explica cómo comprende el planeamiento didáctico y cuáles elementos considera, en el siguiente texto

I: ¿Podría explicarme cómo realiza el planeamiento didáctico? ¿Qué toma en cuenta?

PC2: Diay no, yo lo que hago es que, digamos, yo, si hoy voy para, y digamos que ahorita estoy en rectas, entonces yo lo que hago es que planeo, bueno rectas paralelas, entonces yo digo, buscar ejemplos que sean de la vida real. Me gusta trabajar mucho con la vida real, la vida cotidiana, entonces, aquí en el aula, le digo a los chiquillos, búsqúenme que sean paralelos. Y perpendiculares y yo comienzo a buscar ejemplos de la vida real, para poder comenzarles a explicar e ir introduciéndome al tema. Entonces, siempre planeo así, digamos, cuando están los números positivos y negativos, yo les hablo de dinero y les hablo de a la derecha, cuánto caminamos, si me devuelvo, me devuelvo para atrás, yo hago la mímica, entonces, mi preparación de la clase siempre la hago así.

I: ¿Y lo hace por escrito? es decir ¿lo organiza en algún documento?

PC2: Sí, claro, yo siempre planeo, si voy a ver rectas paralelas, perpendiculares, yo eso lo pongo para lunes, digamos, lunes y lo dejo pendiente para martes para poder practicar. Porque primero trabajamos con la vida cotidiana y luego trabajamos con ejemplos, verdad, con un dibujo, una caja, con lo que sea, pero

siempre lo hago así. Y para la otra lección, si yo veo que terminé el tema del lunes, ya tengo lista para el miércoles, pero yo le voy escribiendo ahí, sino terminé el tema, si, ya le pongo ahí, pendiente, pendiente los ejercicios. Lo escribo, sobre la hoja que escribo del planeamiento de la semana.

(Entrevista PC2)

Del diálogo, se infiere que la PC2, enfatiza uno de los cinco ejes disciplinares que “atravesan de forma transversal el plan de estudios y fortalecen el currículo” (MEP, 2012, p. 17), específicamente el que se denomina: la contextualización activa como un componente pedagógico especial. Este eje y la resolución de problemas como estrategia metodológica principal, “se asumen como articuladores, con lo que se quiere decir que no sólo permean todos los programas sino que sirven vertebrar y articular los otros ejes y las diferentes actividades que supone la implementación del mismo” (MEP, 2012, p. 17).

Además, la descripción particular de cómo la PC2 aborda el tema de conceptos primitivos en geometría, se asimila a un diagnóstico, pues según el MEP (2012) “algunos de estos conceptos fueron vistos en Primer y Segundo ciclos, lo que se pretende ahora es profundizar en ellos, ver su representación gráfica y establecer su notación” (p.302).

Durante las observaciones, se constató que la PC2 se guía con un folleto de teoría y práctica, el cual funciona también como cuaderno de trabajo para el estudiantado, pues se utiliza para escribir los procedimientos de los ejercicios planteados. Según la profesora, este folleto fue elaborado por uno de sus colegas en años previos. La PC2 revisa directamente en el folleto lo que el estudiantado ha realizado de la siguiente manera:



Imagen 9. Fotografía de folleto de trabajo para séptimo año C2

**Etapa 2: La movilización y la aplicación de los conocimientos**

**Habilidad # 15: Determinar medidas de ángulos internos y externos de un triángulo, conociendo medidas de los otros ángulos**

### Ángulos internos y externos de un triángulo

**Genérico**

$\alpha + \delta = \theta$

**Específico**

$60^\circ + 40^\circ = 100^\circ$

**Genérico**

1)

$\alpha + \theta + \delta = 360^\circ$

**Específico**

2)

$120^\circ + 110^\circ + 130^\circ = 360^\circ$

**Trabajo cotidiano # 7**

A. Determine la medida del ángulo señalado con la letra del alfabeto griego.

1)

2)

3)

4)

5)

6)

7)

8)

9)

10)

11)

12)

vel: Setimo Año.
Geometría--

Nota: fotografía del trabajo realizado por una estudiante C1 durante una de las clases observadas.  
 Fuente: fotografía tomada por la investigadora

Es necesario destacar que la estructura general del material o folleto mencionado, consta de algunos ejemplos asociados al tema, y de una lista de ejercicios también semejantes a los anteriores.

La Tabla 18 es un extracto del planeamiento didáctico de la profesora del C2 para séptimo año, en el tema de los números enteros:

Tabla 18. Planeamiento didáctico PC2

Aprendizajes esperados	Estrategias de mediación	Indicadores
19. Resolver problemas en los que se apliquen las operaciones con números enteros.	<p>Por ejemplo:</p> <p>Hernán recibió hoy de su madre ₡5000, además ayer había prestado a tres compañeros ₡500 a cada uno para que compraran un refresco; los tres le pagaron hoy lo que le debían.</p> <p>Con el dinero que ahora tiene pretende comprar tres naranjas que le cuestan ₡200 cada una y quiere también comprar un CD que cuesta ₡5700. Modele mediante una combinación de operaciones con números enteros la situación propuesta.</p> <p>Obtenga el resultado de efectuar las operaciones. ¿Le alcanza a Hernán el dinero que tiene para comprar las naranjas y el CD?</p>	Propone problemas empleando operaciones con números enteros.

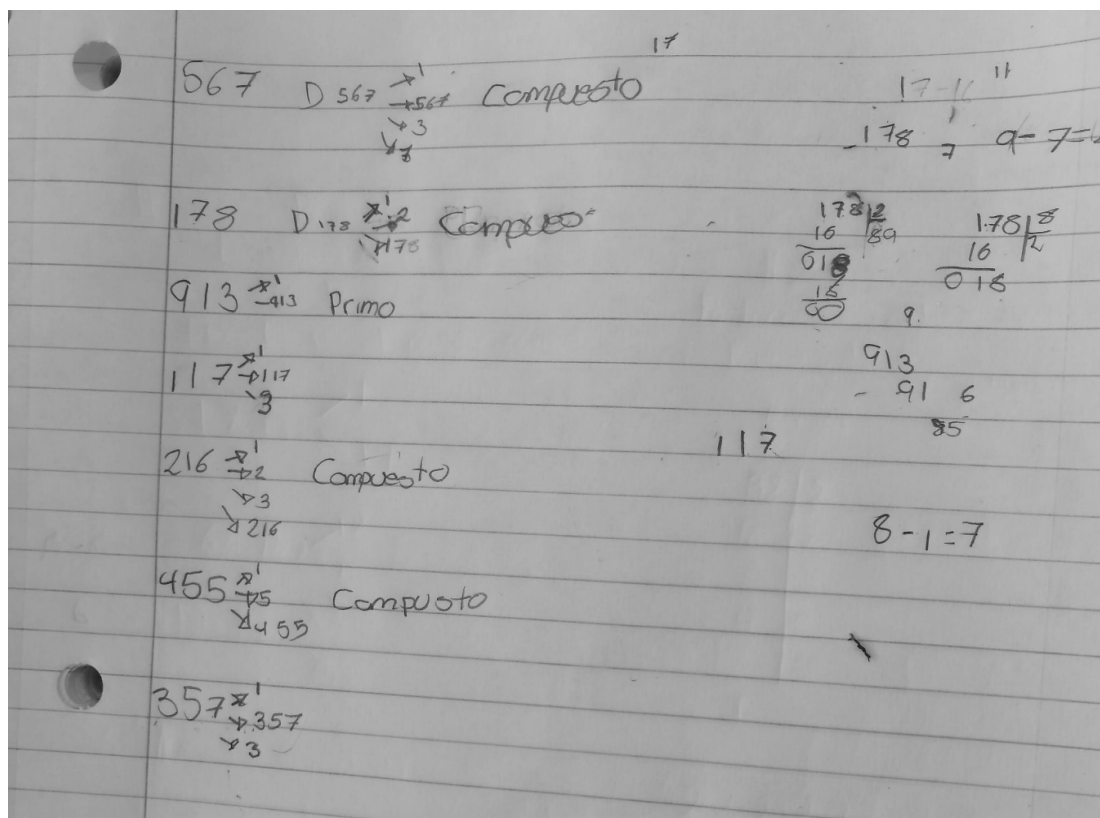
Nota: extracto del planeamiento didáctico de la profesora del C2, de mayo de 2019

Fuente: elaborado por la PC2 (2019)

Hay coincidencia en la estructura de los planeamientos de la PC1 y la PC2; ambos consideran los aprendizajes esperados y los indicadores son concebidos de la misma forma, las mismas habilidades específicas mencionadas, pero redactadas en tercera persona del modo indicativo. La diferencia entre la propuesta de la PC1 y la PC2 radica en las estrategias de mediación; para la primera se hace énfasis en cómo abordar un contenido matemático y se destacan las páginas del folleto que se trabajarán durante las lecciones, mientras que la segunda expone un ejemplo que se trabajará en clase relacionado con el tópico central, en este caso, operaciones con números enteros.

Durante las observaciones en el C3, se confirmó que el profesor trabaja con un libro de texto, el cual funciona como una guía para la clase, además el estudiantado realiza las prácticas en su cuaderno de clase (Imagen 10) o en el libro de texto (Imagen 11).

Imagen 10. Cuaderno de estudiante C3



Nota: fotografía del trabajo realizado por una estudiante C3 durante una de las clases observadas

Fuente: fotografía tomada por la investigadora

Durante las observaciones, se constató que, en torno al tema de teoría de números, predominaron tareas como la expuesta en la Imagen 10. Al realizar el análisis utilizando la estrategia "4+6", se sigue que, para su resolución, basta con identificar si aparte del número 1 y él mismo, el número en cuestión tiene otro divisor. Siguiendo con este ejemplo, para determinar la factorización prima del número 216, el estudiantado procedía

a dividir el número indicado por 2, 3, 5, etcétera, así consecutivamente hasta identificar todos los divisores primos de 216, para concluir si es un número primo o compuesto. En el caso indicado, los divisores primos son 2 y 3.

De acuerdo con el análisis de la tarea, se sigue que:

- Conocimientos y áreas incluidas: Números, Teoría de Números: Algoritmo de la división, divisibilidad, factor, múltiplo, número primos, números compuestos y descomposición prima.
- Habilidades generales: Utilizar conocimientos de teoría de números en la resolución de problemas contextualizados o propios de la rama) (MEP, 2012, p.275), del área de Números.
- Habilidades específicas: Descomponer un número compuesto en sus factores primos (MEP, 2012, p.279), del área de Números.
- Contexto: Matemático pues esta tarea se centra únicamente en procedimientos que no salen del seno de la matemática.

De acuerdo con lo anterior, se verifica que esta actividad no promueve la contextualización activa.

- Valoración de la tarea, según la participación de los procesos matemáticos involucrados:
  - ✓ Razonar y argumentar: a partir de lo presentado, se afirma que toda la información necesaria y lo que se debe de realizar son interpretaciones que se extraen del enunciado, se define como grado 1 (Indicador RA1.3).
  - ✓ Plantear y resolver problemas: la resolución de la tarea se hace a partir de la utilización de algoritmos y procedimientos, de esta forma se le asigna el grado 1 (Indicador PRP1.2).
  - ✓ Conectar: como se relacionan procedimientos de división, suma y multiplicar dentro de una misma área en la resolución del problema se le ubica en el grado 1 (Indicador C1.2).

- ✓ Comunicar: se presenta en la resolución una representación matemática de manera escrita, donde los resultados de procedimientos algorítmicos son los predominantes para su resolución, de esta forma se ubica en el grado 1 (Indicador COM1.4).
- ✓ Representar: se utilizan dos representaciones matemáticas para resolver la situación, una es la aritmética y la otra tabular; debido al tipo de resolución, se ubica en el grado 1 (Indicador R1.3).
- Nivel de complejidad. Debido a que existen 5 indicadores de grado 1 en los diferentes procesos (RA1.3, PRP1.2, C1.2, COM1.4, R1.3), el nivel de complejidad de la tarea se puede considerar como Reproducción (NC1).

Este tipo de tareas predominó durante las clases observadas; a continuación, se muestra otra semejante a la descrita, ubicada en el libro de texto:

Imagen 11. Libro de texto de estudiante C3

**Números primos y compuestos**

Un número natural  $p$  (mayor que uno) se llama primo si sus únicos divisores positivos son 1 y  $p$ , en caso contrario se denomina número compuesto.

**Números primos**  
Un número primo es un número natural que tiene exactamente dos divisores naturales distintos, él mismo y el número natural 1.

**Ejemplos**  
Observe los siguientes números primos.

<b>3</b> El 3 tiene dos divisores: 3 y 1.	<b>2</b> El 2 tiene dos divisores: 2 y 1.	<b>61</b> El 61 tiene dos divisores: 61 y 1.	<b>29</b> El 29 tiene dos divisores: 29 y 1.
--	--	---	---

**Números compuestos**  
Un número compuesto es un número natural que tiene más de dos divisores distintos entre sí.

**Ejemplos**  
Observe los siguientes números compuestos.

<b>4</b> El 4 tiene tres divisores: 1, 2, 4.	<b>15</b> El 15 tiene cuatro divisores: 1, 3, 5, 15.	<b>30</b> El 30 tiene ocho divisores: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30.	<b>21</b> El 21 tiene cuatro divisores: 1, 3, 7, 21.
---	---	---	---

**El número natural 1**  
El número natural 1, por convenio, no se considera ni primo ni compuesto.

**ACTIVIDAD 17**

1. Clasifique la lista de números naturales en primos o compuestos según corresponda.

1. 567 <sup>com</sup>	2. 178 <sup>com</sup>	3. 913 <sup>primo</sup>	4. 117 <sup>com</sup>	5. 216 <sup>com</sup>	6. 455 <sup>com</sup>
7. 357 <sup>com</sup>	8. 181 <sup>primo</sup>	9. 111 <sup>com</sup>	10. 343 <sup>com</sup>	11. 163 <sup>primo</sup>	12. 721 <sup>com</sup>
13. 93 <sup>com</sup>	14. 1 010 <sup>com</sup>	15. 807 <sup>com</sup>	16. 271 <sup>primo</sup>	17. 312 <sup>com</sup>	18. 7 227 <sup>com</sup>

**ACTIVIDAD 18**

1. Los números primos gemelos son parejas de números primos que son números impares consecutivos (3 y 5, 11 y 13, etc). Determine 5 parejas de primos gemelos.

2. La palabra capicúa (en matemáticas, número palíndromo) se refiere a cualquier número que se lee igual de izquierda a derecha y de derecha a izquierda. O cualquier otro número, que empieza por el mismo número que por el que termina (ejemplo: 212). Determine dos primos y dos compuestos capicúa.

3. A pesar de que no hay una fórmula que permita hallar todos los números primos, existen algunas fórmulas sencillas con las que se obtienen varios primos consecutivos. Verifique en cada una para  $n = 1$  y para  $n = 5$ .

1. $n^2 + n + 17$	genera primos desde	$n = 1$ a $n = 16$ .
2. $2 \cdot n^2 + 29$	genera primos desde	$n = 1$ a $n = 28$ .
3. $n^2 - n + 41$	genera primos desde	

Nota: fotografía del libro de texto de un estudiante del C3 durante una de las clases observadas

Fuente: elaboración propia

Hasta el momento, de acuerdo con el material fotográfico expuesto, los planeamientos y las características de las actividades, se devela que el nivel de complejidad que predomina para las tareas matemáticas es de reproducción (NC1). El MEP (2012) propone tres niveles de complejidad para las tareas matemáticas que se desarrollan en la clase o en las pruebas escritas: reproducción, conexión y reflexión, y al respecto destaca que

Un énfasis curricular que asume la resolución de problemas como su enfoque principal no puede privilegiar solamente la realización de problemas de reproducción. Los problemas de conexión o reflexión son los que pondrán en movimiento más capacidades. No se trata de proponer la mayoría de problemas en estos dos niveles, sino que éstos se introduzcan de acuerdo a las características de la clase, el momento en la secuencia de lecciones o el tópico. Este tipo de problemas provoca más procesos. En la enseñanza y aprendizaje se debe diseñar una estrategia formativa que use problemas en los diferentes niveles de complejidad, de una forma equilibrada y apegada a su contexto. (MEP, 2012, p.33)

Al indagar con el profesor C3 sobre cómo realiza el planeamiento didáctico, explica;

I: ¿Qué toma en cuenta usted para asignar ciertos elementos en esa tarea (trabajo que debe realizarse en casa)? es decir,

¿Cómo decide que algo se debe tomar en cuenta como la tarea, el trabajo cotidiano o para el examen?

PC3: El planeamiento mensual me da todos los insumos para trabajar en clase, todas las actividades en clase, de esas actividades se tomaban algunas como repaso para el examen, y de ahí mismo se seleccionan los que estarán en futuros exámenes.

I: ¿Puede explicar cómo realiza el planeamiento didáctico?

PC3: Yo lo acostumbro a planear semanalmente, esa programación de esa semana responde al plan mensual y obviamente responde al plan anual. Del Programa de Estudio selecciono las habilidades que considero preponderantes para trabajar con el estudiante, uno puede dejar de lado algunas habilidades o puede hacer integración de habilidades..., de ese planeamiento semanal tienen que salir las tareas sumativas y los exámenes, todo tiene que responder a esas habilidades semanales.

(Entrevista PC3)

Del diálogo anterior, se infiere que lo más significativo en el planeamiento didáctico del PC3 son las habilidades específicas que plantea el MEP (2012), pues estas guían la evaluación sumativa. No se exponen ejemplos concretos sobre el planeamiento del PC3, pues este no accedió a compartirlo con la investigadora.

Dadas las evidencias recolectadas en esta categoría de análisis, se desprende que las tres personas docentes organizan su clase en torno a un folleto o libro de texto, el cual consta de elementos teóricos, ejemplos y ejercicios. Esto se contrapone con los elementos contemplados en la Figura 12.

Por otro lado, la evaluación de los aprendizajes, sus momentos y funciones, no están presentes en la organización de cada lección, lo cual contradice las pautas para la mediación pedagógica, pues “las características de la aproximación metodológica deben ser consistentes con la manera en que se pretende evaluar el rendimiento estudiantil; hay que pensar desde un principio en cómo se evaluará el tópico” (MEP, 2012, p.46).

Serrazina (2017) señala que entre las razones por las que el profesorado confecciona un planeamiento didáctico está el hecho de que será observado por alguna autoridad (persona directora o asesora), o para cumplir con las demandas administrativas del sistema educativo. Por otro lado, advierte que el modelo Tyleriano de los años 50, para la planificación escolar, sigue siendo predominante en muchos escenarios educativos, e incluye una secuencia de cuatro pasos: especificación de los objetivos de aprendizaje, selección de las actividades para lograr esos objetivos, organización de las actividades y, finalmente, la evaluación para comprobar el logro de los objetivos.

Según el marco teórico, los elementos descritos se ajustan al paradigma conductual, pues se destacan los objetivos de enseñanza, predominan las acciones repetitivas para alcanzar las metas, y la evaluación de los aprendizajes es un suceso no un proceso, es decir, se lleva a cabo al finalizar un proceso didáctico.

Para Zepeda y Förster (2017), planificar el proceso de enseñanza y la evaluación de los aprendizajes, en concordancia con las pautas del currículo nacional y las particularidades del estudiantado, es una herramienta clave y fundamental al servicio docente y del estudiantado, ya que:

Esta visión reconoce en la planificación una tarea profesional inherente al quehacer pedagógico, pues está vinculada al trabajo reflexivo de los profesores al ir levantando propuestas de diseño de estrategias para desarrollar y hace seguimiento del aprendizaje de los estudiantes. (Zepeda y Förster, 2017, p. 78)

De los ejemplos expuestos en relación con el marco teórico, el planeamiento didáctico se está comprendiendo de manera tradicional, esto es: objetivos de aprendizaje (habilidades específicas), ejemplos para desarrollar en la clase (se desprenden del folleto o libro de



texto) y la evaluación (tópicos que se seleccionan para la prueba escrita o el trabajo cotidiano, como se comprendió en la categoría de análisis II).

Förster (2017) sostiene que la planificación de cada lección, en la que se determinan *a priori* los medios de evaluación de los aprendizajes, tiene gran impacto en la cantidad de tiempo que el estudiantado dedica a estudiar, en lo que estudia y su compromiso hacia el aprendizaje. Además

Los métodos de evaluación deben estar claramente relacionados con las metas y objetivos de aprendizaje, y ser compatibles con los métodos de enseñanza utilizados. Planificar el diseño de la evaluación al mismo tiempo que se planifica la enseñanza ayudará a integrar ambos de manera significativa. Dicha planificación conjunta provee una perspectiva general sobre los conocimientos, habilidades, actitudes y comportamientos que se espera sean aprendidos y evaluados, y los contextos en que se aprenderán y evaluarán. (p. 28)

De acuerdo con el posicionamiento de la investigación realizada y las evidencias expuestas en esta sección, se infiere que la forma tradicional en la que el profesorado organiza la lección, refuerza lo revelado en las categorías de análisis I, II, III y IV, es decir, en la primera categoría la evaluación de los aprendizajes se está concibiendo como una medición, en la que se enfatiza la calificación; consecuentemente, en la segunda categoría la prueba escrita se privilegia como el instrumento que da información del avance y del logro de las habilidades específicas de parte del estudiantado.

Luego, en la tercera categoría se devela que el rol del profesorado en la evaluación de los aprendizajes es protagónico, mientras que el del estudiantado es de receptor pasivo de las valoraciones que realiza la persona docente; por ejemplo, el estudiantado realiza una lista de ejercicios repetitivos y posteriormente acude a la persona docente para que la revise, sin dar detalles del avance o logro.

Finalmente, la cuarta categoría pone al descubierto que se invisibiliza la evaluación de los aprendizajes de manera general, no se dan pautas claras sobre cómo se llevará a cabo esta, en particular la formativa, coartando la autoevaluación y la coevaluación.

En síntesis, el planeamiento didáctico carece de muchos elementos que apunta el MEP (2012), entre ellos, tareas donde se consideren las habilidades específicas de séptimo año, articuladas en conjunto con los procesos matemáticos en la resolución de problemas, y se están omitiendo los principios que guían la evaluación de los aprendizajes.

Para Serrazina (2017), el profesorado de matemática puede enfrentar múltiples obstáculos al planificar las clases, desde sus experiencias, su concepción de la enseñanza y aprendizaje de esta disciplina en el contexto escolar, hasta la lectura que hace del currículo y su implementación.

Con respecto a este último punto, las pautas que plantea el MEP (2012) para el planeamiento didáctico, están intencionadas para que la resolución de problemas matemáticos y su contextualización activa, actúen como la columna vertebral desde la planificación y ejecución de la mediación pedagógica, hasta la evaluación de los aprendizajes en diferentes momentos.

Desde el punto de vista de la investigadora, el planeamiento didáctico debería contemplar la habilidad o habilidades que se propone el MEP (2015) en la Política Curricular (13 habilidades asociadas a las cuatro dimensiones), las habilidades generales de los PEM, las habilidades específicas de los PEM, y tareas matemáticas para potenciar las habilidades. Es importante que estas tareas estén distribuidas entre los tres niveles de dificultad, con lo que no se está insinuando que cada actividad sea analizada con la estrategia "4+6", sino que se consideren diferentes actividades con demandas cognitivas variadas. Al respecto,

El diseño de la tarea matemática y la conducción docente en el aula son instrumentos clave para que se realicen esos procesos matemáticos. Eso implica una planificación y un diseño cuidadosos de la lección. Hay mejores tareas que otras para esta superposición de habilidades y procesos. No sólo las investigaciones didácticas pueden aportar ejemplos y resultados pedagógicos sobre cómo realizar estas acciones en el aula sino también y sobre todo la investigación que realizan los profesores en las distintas entidades educativas de manera sistemática y continua permite proporcionar medios para seguir esta estrategia. De una manera general: con una perspectiva adecuada, cierta experiencia y preparación, se pueden activar procesos matemáticos en casi

cualquier tarea matemática orientada a la generación de una habilidad específica o un conjunto de ellas. (MEP, 2012, p. 27)

Luego, plantear de manera general las preguntas que van a guiar la mediación pedagógica; la intencionalidad de estas interrogantes es que

provoquen más implicaciones o derivaciones para así impulsar el razonamiento y la argumentación, mediante conexiones con otras áreas matemáticas, con la generación de la expresión y comunicación de las ideas en varios planos, o con una motivación para que las entidades matemáticas que entran en juego se puedan representar de distintas maneras. (MEP, 2012, p. 27)

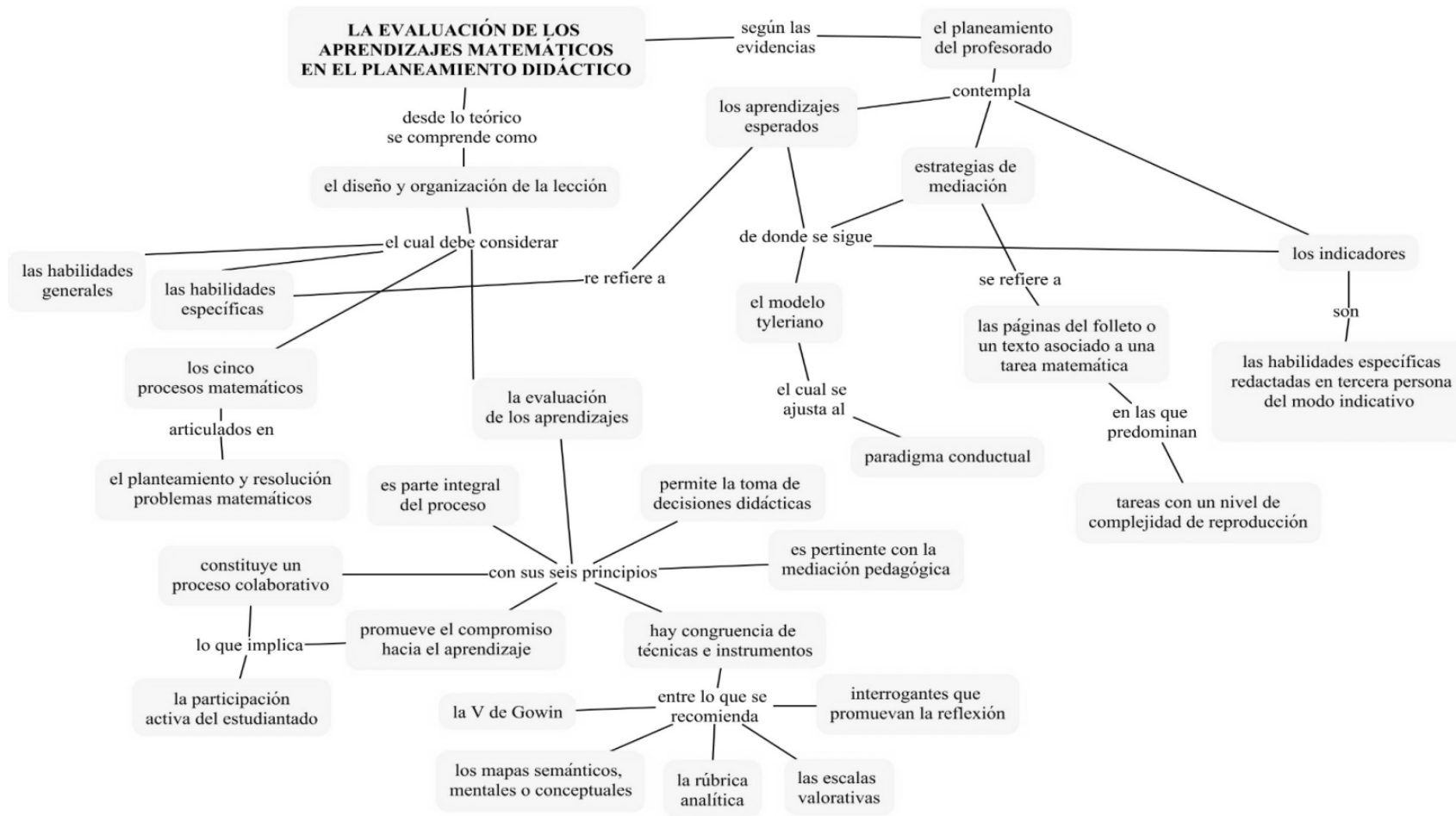
Con respecto a este aspecto, el MEP (2012) indica que la intervención de la persona docente mediante interrogantes, es medular en el desarrollo de las clases, además esta debe asumir un rol de guía o mediadora, tomando conciencia de los momentos propicios para plantear las preguntas. Además, “no conviene ofrecer la respuesta o la ruta de solución al problema, pues se quita la posibilidad de activar las acciones cognitivas que son las que van a provocar aprendizaje y desarrollo de capacidades matemáticas” (MEP, 2012, p.43).

También, los medios de evaluación, que comprenden una reflexión de los diferentes momentos de la evaluación, las personas que van a participar, una intencionalidad evidente de la evaluación formativa y la manera en la que se hará la realimentación.

El planeamiento didáctico es una tarea imprescindible del quehacer docente y queda evidenciado que demanda una reflexión profunda sobre cuáles componentes curriculares son los que se deben considerar, por lo tanto, el profesorado de matemática está ante un gran desafío y cambio de paradigma. Esta tarea no debe enfrentarse de manera individual, es decir, el profesorado de séptimo año de una Dirección Regional, por ejemplo, podría ponerse de acuerdo para la construcción de los diseños de lección, atendiendo los puntos que se han explicado en esta categoría de análisis.

En el siguiente mapa semántico se sintetiza cómo se comprendió esta categoría.

Figura 13. Mapa semántico categoría de análisis V



Nota: mapa semántico asociado a la comprensión de la categoría de análisis V: La evaluación de los aprendizajes en el planeamiento didáctico

Fuente: elaboración propia

Como consideraciones finales del Capítulo 4, de acuerdo con el análisis de la información recabada, se destaca que el profesorado considera la prueba escrita como un medio de evaluación privilegiado para obtener evidencias de aprendizaje del estudiantado. Por otro lado, cuando la persona docente genera otros medios como la rúbrica, esta no cumple con las características, propósitos o calidad técnica que la definen.

De lo anterior y según la experiencia de la investigadora como docente de matemática en secundaria, tal como se mencionó en el apartado denominado suspensión de enjuiciamiento de la investigadora, se considera que el profesorado participante de la investigación se ha visto confrontado ante las mismas limitantes, por ejemplo, escasa comprensión de lo que es la evaluación de los aprendizajes, sus momentos, propósitos y los diferentes medios que se podrían utilizar para valorar el trabajo estudiantil.

Conjuntamente, parece que en la formación inicial docente al abordar la evaluación de los aprendizajes, se brindaron algunas bases sobre la construcción de la prueba escrita o las rúbricas, sin embargo, faltaron pautas específicas acordes con la disciplina que compete, por ejemplo, en el tema de la valoración del trabajo estudiantil al resolver problemas, o la importancia de la evaluación formativa en la construcción de los objetos matemáticos.

Con base en las consideraciones expuestas, la investigadora, desde su trabajo como profesora universitaria, se ve en la necesidad de seguir reflexionando sobre este tema en los cursos asociados a la formación de docentes de matemática, e insistir en la necesidad de explorar distintos medios de evaluación de los aprendizajes, de manera que se recopile información oportuna y precisa acorde con el área matemática y las habilidades que se pretende desarrollar.

## **6. CONSIDERACIONES FINALES Y RECOMENDACIONES**

En este capítulo se presenta una reflexión general sobre el proceso investigativo, denominado consideraciones finales en torno al tema de interés. Seguidamente se expone una serie de recomendaciones dirigidas a entidades o personas que son parte del proceso de enseñanza y aprendizaje, o de formación profesional en enseñanza o educación matemática.

### **6.1 CONSIDERACIONES FINALES**

Al analizar los medios utilizados por el profesorado de matemática para evaluar el aprendizaje estudiantil, se identificó que las tres personas participantes hicieron referencia constantemente al REA, aludiendo a que este insiste en el uso de las rúbricas para registrar la información que se recopila del trabajo cotidiano y de las tareas que se deben realizar extraclase.

Al contrastar con lo que establece el MEP (2018), se verifica que en el REA no explicita precisamente que es este instrumento el que se deba utilizar, sino que es la persona docente quien debe decidir cuáles son las técnicas e instrumentos más apropiados, de acuerdo con la disciplina.

El MEP (2012) también sugiere que, para evaluar el trabajo estudiantil al resolver problemas matemáticos de conexión y reflexión, “es necesario diversificar las técnicas e instrumentos de evaluación, con el propósito de obtener información acerca de los procesos matemáticos desarrollados, los productos obtenidos, con el propósito de brindar acompañamiento en el desarrollo de las habilidades” (p. 71).

En el marco teórico se destacó que un medio que permite recopilar información y organizarla en distintos niveles de complejidad, de acuerdo con el trabajo estudiantil al realizar una tarea matemática, es la rúbrica analítica, además esta permite que tanto la persona docente como estudiante, tengan detalles sobre las áreas en las que se requiere mejorar. No obstante, al analizar las rúbricas que facilitó el profesorado participante, se subrayan varias debilidades, entre ellas que carecen

de indicadores específicos acordes con la habilidad general o habilidades específica propuestas en el MEP (2012), y que los niveles de logro no dan pautas de dónde se ubica el estudiantado en esa habilidad, sino que en su lugar, detalla cuántos ejercicios realizó el estudiantado.

Particularmente, la rúbrica se ha recomendado para valorar las acciones estudiantiles al resolver problemas matemáticos; en esa matriz se pueden considerar elementos generales que se desprenden de los PEM y de la teoría en torno a la resolución de problemas, pero para ello es necesario que el profesorado conozca las características, propósitos y elementos por considerar en su construcción.

Otro de los hallazgos es que el profesorado participante no está trabajando con base en el enfoque principal del currículo: la resolución de problemas matemáticos, sino con base en la realización de ejercicios, ya que las tareas matemáticas propuestas no son novedosas para la persona que las resuelve, y se efectúan a partir de la explicación de un ejemplo semejante, y la estrategia o método para llegar a la meta es evidente o conocido por el estudiantado.

Esta dinámica utilizada por la persona docente de resolver un ejercicio, indicar los pasos, estrategias o algoritmos para llegar a la meta, se evidenció tanto para introducir un tema nuevo como para dar pautas concretas de lo que se esperaba del estudiantado previo a una prueba escrita.

La prueba escrita es un medio para recopilar información sobre el avance estudiantil y al parecer se le da especial atención durante el desarrollo de las clases, pues la persona docente enfatiza cómo se deben resolver ciertos ejercicios, con base en lo que se le demandará al estudiantado en la prueba escrita. Además, se constató que el tipo de ítem que predomina mide el aprendizaje en niveles iniciales o intermedios, esto es, tareas matemáticas que demanden identificar, calcular, reconocer o mencionar alguna característica de un objeto matemático.

Aquellos ítems que se denominan de desarrollo, en la prueba escrita tienen características semejantes a los mencionados en el texto anterior. Desde la perspectiva de la investigadora, se está perdiendo la oportunidad de recopilar

información sobre la producción estudiantil, ante tareas con una mayor demanda cognitiva, como los problemas matemáticos.

En cuanto al segundo objetivo específico, relativo al uso que le da el profesorado a la información recopilada en los medios de evaluación estudiantil, se destacó que este se asocia con la concepción que tenga el profesorado sobre la evaluación de los aprendizajes, es decir, si la persona docente la concibe como el juicio que se hace del aprendizaje estudiantil mediado por las puntuaciones obtenidas en ciertos instrumentos, entonces se está comprendiendo como medición.

En efecto, en este caso, de acuerdo con las evidencias, la noción de evaluación de los aprendizajes que predomina entre el profesorado participante está influenciada por la propuesta sumativa del MEP (2018), donde la persona docente utiliza la evaluación de los aprendizajes para la rendición de cuentas ante la institución, las personas encargadas del estudiantado y la persona estudiante.

Así, las otras dos funciones básicas de la evaluación que destaca el MEP (2018), la diagnóstica y la formativa, se omiten o no se les presta importancia. Zepeda (2017) señala que el profesorado está más familiarizado con la forma tradicional para evaluar al estudiantado y su función sumativa, asociada con pruebas escritas y calificaciones.

El MEP (2013) indica que el profesorado debe encontrar un equilibrio en el uso de las tres funciones de la evaluación de los aprendizajes y que este dependerá de la comprensión y propósito que se tenga de cada una, de lo contrario se incurrirá en prácticas evaluativas con énfasis en lo sumativo.

Con respecto a la evaluación formativa, esta cobró especial interés en la presente investigación, pues desde lo teórico se evidenció que, en el marco de la resolución de problemas matemáticos, tanto la persona docente como la estudiante pueden contar con información continua, sistemática y oportuna sobre el logro estudiantil en las habilidades planteadas en los PEM.



En el marco teórico se destacó que, desde la evaluación formativa, los errores en los que podría incurrir el estudiantado al realizar una tarea matemática, se asumen como una valiosa oportunidad para aprender, comunicar, construir y reflexionar de sus propias limitaciones, cómo solventarlas y del avance gradual entre una actividad escolar y otra. Para la persona docente este tipo de errores, su clasificación y valoración, son un punto nodal para tomar decisiones pedagógicas sobre el diseño e implementación de las clases siguientes.

Sin embargo, Moreno (2016) señala algunos elementos que pueden desviar el propósito de la evaluación formativa, los cuales se identificaron en esta investigación. El primero se refiere a que el propósito de esta no se centre en el aprendizaje; en efecto, pareciera que entre el profesorado participante no está claro el objetivo de las tareas formativas, cómo decidir cuáles serían las más pertinentes ni cómo utilizar la información obtenida. Se encontró que las tres personas docentes participantes asocian las tareas formativas a aquellas actividades que carecen de un valor porcentual en la calificación estudiantil.

El segundo elemento que señala Moreno (2016) es la ausencia de una efectiva realimentación o que esta se confunda con una calificación, es decir, que al recibir un trabajo revisado, lo que se destaca es el número de la nota; no obstante, para el estudiantado ese número no tiene un significado claro en términos de su aprendizaje, de lo que requiere mejorar o de lo que ya ha avanzado. De acuerdo con las evidencias recolectadas, el profesorado no asocia la realimentación con una calificación: las tres personas docentes coincidieron en que las tareas formativas se asignan para corroborar que se está alcanzando una habilidad matemática específica, sin embargo, no se están dando detalles cualitativos o personalizados sobre cómo el estudiantado realizó la tarea asignada, el nivel cognitivo en el que se encuentra, aquellos aspectos en los que ha avanzado, en los que requiere mejorar, o sugerencias específicas de cómo se puede avanzar.

El tercer aspecto que podría desvirtuar el propósito de la evaluación formativa es dejar de lado la participación estudiantil en el proceso. Black y Wiliam (1998a, citado en Moreno, 2016) concluyen que la participación del estudiantado es un

componente esencial de la evaluación formativa, particularmente la autoevaluación, pues la persona estudiante toma conciencia de la habilidad u objetivo por alcanzar, dónde se ubica en el camino hacia esa meta y, finalmente, asume estrategias, compromiso o reflexión de lo que le hace falta para llegar a la meta.

En este sentido, Moreno (2016) también resalta la coevaluación como un complemento importante de la autoevaluación, siempre y cuando se propicie una atmosfera de respeto donde el estudiantado acepte las críticas de sus pares. Por otro lado, y de la mano con lo que propone el MEP (2012), se favorece la argumentación y comunicación de manera natural, ya que la persona estudiante asume un rol de facilitadora y examinadora del trabajo de otras personas.

La evaluación formativa conforma un espacio donde el estudiantado tiene mayor posibilidad de participación y se democratiza el proceso evaluativo, no obstante, a esta falta de comprensión por parte del profesorado, su rol y el del estudiantado participante, se circunscriben al paradigma conductual, donde la persona docente es quien decide qué, cuándo, para qué, con qué y a quién se evalúa. El rol del profesorado es de controlador del proceso evaluativo, en consecuencia, el del estudiantado es de receptor pasivo de las valoraciones que realiza la persona docente.

Al respecto, asociado al tercer objetivo de investigación, el cual se refiere al rol del profesorado y del estudiantado en el proceso evaluativo, durante las observaciones de clase se dilucidó una necesidad excesiva de las tres personas docentes por revisar, monitorear y registrar la cantidad de ejercicios realizados por el estudiantado, en la que se omitió una realimentación descriptiva del trabajo. Por lo tanto, el rol del profesorado es protagónico y el del estudiantado es pasivo, ya que acepta todas las valoraciones que hace la persona docente de su trabajo, sin cuestionarlas o comprenderlas.

Se hace necesario que las personas docentes cursen un proceso de reflexión en donde se busque la coherencia y equilibrio entre sus prácticas evaluativas y lo que se establece en el MEP (2013c, 2012, 2015, 2017 y 2018).

Precisamente, el diseño del planeamiento didáctico es un proceso en el que se articula y se plasman las pautas del currículo nacional, las interrogantes que potenciarán la reflexión y el análisis estudiantil, las tareas matemáticas con diferentes niveles de dificultad, los momentos, propósitos y medios de evaluación de los aprendizajes matemáticos, así como las personas que participarán del proceso evaluativo.

El planeamiento didáctico, en el caso que compete, debería contemplar la resolución de problemas matemáticos como eje medular, así mismo, la propuesta y diseño de los medios de evaluación que permita dar un seguimiento del aprendizaje estudiantil, empero, de las evidencias recolectadas, se concluye que el profesorado sigue un modelo Tyleriano, de los años 50, donde destaca el objetivo de aprendizaje y las actividades para alcanzar ese objetivo, ajustándose al paradigma conductual y que además, invisibiliza la evaluación formativa. En la praxis, también se distingue que el profesorado organiza las lecciones con base en un folleto o libro de texto, organizado en elementos teóricos, ejemplos y ejercicios semejantes a los ejemplos planteados.

Desde la experiencia de la investigadora, en su formación inicial, en los primeros años del siglo XXI, el planeamiento didáctico se plasmaba en una matriz que contemplaba los objetivos de aprendizaje, las actividades o tareas asociadas a esos objetivos y la evaluación, la cual describía de manera muy general que se iba a realizar para comprobar que el estudiando había alcanzado la meta. Esta última se refería a los ejercicios asociados al tema que se estaba desarrollando, y se omitían los medios de evaluación, las tres funciones de la evaluación o el rol del estudiantado. El documento que figuraba como guía para la construcción de esta matriz eran los programas de estudio de ese momento.

En síntesis, se podría decir que las prácticas evaluativas de las personas participantes se asocian a la evaluación en un sentido tradicional, donde se le sigue otorgando especial importancia a la calificación, en la que se invisibiliza la evaluación formativa, minando así la posibilidad del estudiantado de asumir un rol protagónico en los procesos evaluativos.

Además, falta una articulación entre los dos ejes que guían los PEM, la contextualización activa como un componente pedagógico especial y la resolución de problemas como estrategia metodológica principal, con los medios de evaluación y los seis principios evaluativos que propone el MEP (2012), ya que la prueba escrita sigue figurando como uno de los principales instrumentos para determinar el aprendizaje estudiantil. Contrariamente, se recomienda, en el marco de la resolución de problemas, la pluralización de los medios de evaluación, para que la información que se recopile sea variada y atienda diferentes dimensiones del aprendizaje, entre estos: la rúbrica analítica, los mapas semánticos o mapas mentales y la V de Gowin.

## **6.2 RECOMENDACIONES**

Las recomendaciones finales de la investigación se dirigen a las principales audiencias interesadas en los hallazgos expuestos sobre las prácticas evaluativas del profesorado, a la luz de los PEM.

### **Ministerio de Educación Pública**

Al ser la máxima institución que vela por la educación costarricense:

- a) Considerar en la agenda de capacitaciones que se ofrece al profesorado, la operacionalización ordenada y progresiva de los cinco procesos matemáticos, según Ruiz (2017), para que se tenga más herramientas al elegir tareas matemáticas que favorezcan diferentes niveles de complejidad.
- b) Difundir la documentación existente sobre evaluación formativa aunada al REA, para que el profesorado construya un equilibrio entre la evaluación diagnóstica, la sumativa y la formativa.
- c) Procurar talleres específicos sobre evaluación de los aprendizajes matemáticos, pues esta disciplina tiene sus particularidades y demandas en torno a este tema, por ejemplo: argumentar, conjeturar, verificar o comunicar, se conciben diferente en otras disciplinas escolares.

- d) Solicitar a las instituciones dedicadas a la formación de docentes de matemática, que incorporen en sus programas de estudio elementos específicos sobre la evaluación de los aprendizajes acordes con la disciplina, con el fin de que las personas docentes cuenten con los conocimientos y habilidades necesarios cuando se incorporen al campo laboral.

### **Para las instituciones educativas, docentes y estudiantes**

- a) La rúbrica se ha recomendado para valorar las acciones estudiantiles al resolver problemas matemáticos; en esa matriz se pueden considerar elementos generales que se desprenden de los PEM y de la teoría en torno a la resolución de problemas, para ello es necesario que el profesorado conozca las características, propósitos y elementos por considerar en su construcción. Por tanto, se le recomienda al Comité de Evaluación, que vele por la adecuada construcción y uso de este medio, para ello se podría hacer un esfuerzo colectivo entre el profesorado del Departamento de Matemática para diseñar dicha matriz, de manera que se vayan incorporando elementos diferentes y más complejos, según el nivel educativo.
- b) La persona docente es la principal responsable de su desarrollo profesional, por lo que se le sugiere que realice cursos con otras instituciones, sobre epistemología y didáctica de las matemáticas, enfocada en los problemas matemáticos, y consecuentemente, sobre los medios que privilegian la recolección de información sobre el aprendizaje estudiantil al plantear y resolver problemas.
- c) También conviene promover la participación colaborativa entre el profesorado de matemática, en procura de generar puestas en común acerca de los elementos fundamentales que se deben plasmar en el planeamiento didáctico, donde se articulen los fundamentos mencionados en esta investigación.
- d) Acordar entre el profesorado, qué tipo de discurso es válido en la clase de matemática, por ejemplo, cuál es el tipo de pregunta que promueve la reflexión y el aprendizaje, y procurar que las respuestas a esas interrogantes

no sean duales, sino que requieran una justificación de la persona estudiante. Además, motivar la escucha atenta entre todas las personas de la clase, de manera que se conforme un ambiente donde todas las intervenciones sean valiosas y ayuden a la construcción del conocimiento.

### **Para la Maestría, instituciones educativas, docentes y estudiantes**

- a) La principal recomendación va dirigida a la parte administrativa, en el sentido de que se valore la posibilidad de invitar a más docentes de secundaria a ingresar a la Maestría, para lo cual es preciso que se proponga un horario flexible y que no sea obligatorio matricular los bloques completos de materias cada semestre, sino que se piense en una población que trabaja tiempo completo y tiene una necesidad real de actualizar sus estudios.
- b) Que se enfatice en alguno de los cursos, el tema de la diversidad de medios de evaluación, características y pautas para su construcción.

### **6.3 FUTUROS TEMAS DE INVESTIGACIÓN**

Uno de los hallazgos es que el profesorado participante no está trabajando con base en el enfoque principal del currículo: la resolución de problemas matemáticos, sino con base en la realización de ejercicios. Esto podría ser, en primer lugar, porque construir problemas matemáticos apropiados implica que la persona docente domine con detalle los conocimientos previos del estudiantado, que procede de diferentes instituciones escolares, para determinar cuáles tareas le demandan una interacción o acción y resolverla con distintos niveles cognitivos.

En segundo lugar, porque los problemas matemáticos demandan tiempo, creatividad, análisis y reflexión, tanto en el diseño de la tarea como en los medios para su evaluación, por tanto, podría ser que el profesorado careciera de los conocimientos o la alfabetización evaluativa para tal fin.

En tercer lugar, podría asociarse a la formación inicial de la persona docente, es decir, que los planes de estudio no estén respondiendo a las demandas actuales. Estos tres puntos podrían profundizarse en futuras investigaciones.

Con respecto a la evaluación de los aprendizajes en el planeamiento didáctico, se desprenden nuevas interrogantes para futuras investigaciones: ¿cuáles documentos del MEP toma en cuenta el profesorado para construir el planeamiento didáctico?, ¿cuáles elementos considera fundamentales en el diseño del planeamiento didáctico? y ¿cuál es el uso que se le da a ese planeamiento?, y por último: ¿lo anterior depende de su formación inicial o de la cultura institucional?

## BIBLIOGRAFÍA

- Abrantes, P., Barba, C., Batlle, I., Bofarull, M., Colomer, T., Fuentes, M., García, J.E., García, J.A., Martí, E., Ramos, N., Recarens, E., Segarra, L., Serra, T. & Torra, M. (2002). *La resolución de problemas en matemática. Teorías y experiencias*. Barcelona: Graó.
- Acevedo, J. (2005). *TIMSS y PISA. Dos proyectos internacionales de evaluación del aprendizaje escolar en ciencias*. Eureka, 2(3), 282-301.
- Agencia de Calidad de la Educación. (2017). *Guía de uso: Evaluación formativa. Evaluando clase a clase para mejorar el aprendizaje*. Santiago de Chile: autor.
- Aguirre, J. & Jaramillo, L. (2012). *Aportes del método fenomenológico a la investigación educativa*. Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (Colombia), 8(2),51-74.[fecha de Consulta 12 de Agosto de 2020]. ISSN: 1900-9895. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=1341/134129257004>
- Alsina, A. (2009). *El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en Educación Matemática a la formación del profesorado*. En M.J. González, M.T. González & J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pp. 119-127). Santander: SEIEM.
- Álvarez, J. (2010). *El currículum como marco de referencia para la evaluación educativa*. En: J. Gimeno (Comp.), *Saberes e incertidumbres sobre el currículum* (pp. 355-374). Madrid: Morata.
- Álvarez, J. (2011). *Evaluar el aprendizaje en una enseñanza centrada en competencias*. En J. Gimeno (Comp.), *Educación por competencias, ¿qué hay de nuevo?* (pp. 206-233). Madrid: Morata.
- Ávila, G. y López, X. (2001). *Educación basada en normas de competencia*. Costa Rica: INA.
- Ávila, J. (2015). *Estrategias de evaluación de los aprendizajes empleadas en los grupos de séptimo año del Liceo Pacto del Jocote durante el año 2015 y su concordancia con la estrategia de resolución de problemas incluida en los programas de estudio de matemática vigentes del MEP*. [Tesis de Licenciatura en Docencia, Universidad Estatal a Distancia]. Repositorio Institucional – UNED.
- Arias, M. (2000). *La triangulación metodológica: sus principios, alcances y limitaciones*. Investigación y Educación en Enfermería, XVIII(1),13-26.[fecha



de Consulta 2 de Febrero de 2021]. ISSN: 0120-5307. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=1052/105218294001>

Asamblea Legislativa (1957, 25 de setiembre). Ley Fundamental de Educación. Ley: 2160. Colección de leyes y decretos, año:1957, semestre 2.2, tomo 2.2, página: 205.

Barton, C. (2018). *On Formative Assessment in Math: How Diagnostic Questions Can Help*. The American Educator, 42(2), 33-38.

Blanco, B. & Blanco, L. (2009). *Contextos y estrategias en la resolución de problemas de primaria*. Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 71, pp. 75-85.

Blanco, L., Cárdenas, J., & Caballero, A. (2015). *La resolución de problemas de matemática en la formación inicial de profesores de primaria*. España: Universidad de Extremadura.

Blanco, L. & Caballero, A. (2015). *Modelo integrado de Resolución de Problemas en Matemática: MIRPM*. En L. Blanco, J. Cárdenas y A. Caballero (Eds.), La resolución de problemas de matemática en la formación inicial de profesores de primaria. España: Universidad de Extremadura.

Blanco, L. & Pino, J. (2015). *¿Qué entendemos por problema de matemáticas?* En L. Blanco, J. Cárdenas y A. Caballero (Eds.), La resolución de problemas de matemática en la formación inicial de profesores de primaria. España: Universidad de Extremadura.

Blanco, O. (2004). *Tendencias en la Evaluación de los Aprendizajes*. <i xmlns="http://www.w3.org/1999/xhtml">Revista de Teoría y Didáctica de las Ciencias Sociales, </i>(9), undefined-undefined. [fecha de Consulta 25 de Agosto de 2019]. ISSN: 1316-9505. Disponible en: <a xmlns="http://www.w3.org/1999/xhtml" target="\_blank" href="http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=652/65200907">http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=652/65200907</a>.

Brenes, S., Moya, P., Sandoval, Y. & Valverde, A. (2005). *Relación entre las tareas realizadas en el aula de matemática y las exigencias propias de la prueba nacional ordinaria de matemática de conclusión de la enseñanza general básica en el año 2004 en la unidad de trigonometría* [Tesis de licenciatura en la Enseñanza de la Matemática]. Universidad de Costa Rica, San José.

Bressan, A. & Gallego, M. (2011). *La Educación Matemática Realista: Bases teóricas*. III congreso nacional de matemática y problemáticas de la educación contemporánea. Santa María, Argentina.

- Brígido, A. M. (2006). *Sociología de la Educación. Temas y Perspectivas Fundamentales*. Córdoba: Brujas.
- Buján, V. (1985). *Resolución de Problemas de Matemática en Costa Rica*. Educación, 9, 107-127.
- Calvo, M. (2008). *Enseñanza Eficaz de la Resolución de Problemas en Matemática*. Educación, 32(1), 123-138.
- Cañadas, M. & Castro, E. (2002). *Errores en la resolución de problemas matemáticos de carácter inductivo*. En J. Cardeñoso, E. Castro, A. Peñas (Eds.), *Investigación en el aula de matemáticas. Resolución de problemas* (pp.147-154). Granada: SAEM Thales y departamento de Didáctica de la matemática de la Universidad de Granada.
- Cárdenas, J. (2014). *La evaluación de la resolución de problemas en matemáticas: concepciones y prácticas de los profesores de secundaria*. [Tesis Doctoral, Universidad de Extremadura]. Repositorio institucional, Universiada de Extremadura.
- Cárdenas, J. & Gómez, R. (2011). *La evaluación de la resolución de problemas en las aulas*. Conectado@2, 4. Recuperado de <http://www.revistaconecta2.com.mx/REVISTA4.pdf>.
- Carrillo, E., Carrillo, J., Gutiérrez, V. & Juárez, S. (1989). *Estudio del uso de los procedimientos de evaluación y su posible incidencia en el rendimiento académico en matemática, español, ciencias y estudios sociales III y VI año del circuito 04 de la Dirección Regional de Enseñanza de Nicoya* [Tesis de licenciatura en Ciencias de la Educación con Énfasis en Currículo]. Universidad de Costa Rica, Guanacaste.
- Cáceres, M. & Chamoso, J. (2015). *La evaluación sobre la resolución de problemas en matemática*. En L. Blanco, J. Cárdenas y A. Caballero (Eds.), *La Resolución de Problemas de Matemáticas en la Formación inicial de Profesores de Primaria* (pp. 225- 239). España: Universidad de Extremadura.
- Castillo, M. (2002). *Compromisos de la evaluación educativa*. Madrid: Pearson Educación.
- Castillo, S. y Cabrerizo, J. (2003). *Evaluación educativa y promoción escolar*. Madrid: Pearson Education.
- Castillo, S. y Cabrerizo, J. (2010). *Evaluación educativa de aprendizaje y competencia*. Madrid: Pearson Education.

- Castro, C. (2013). *Desempeño de la educación general básica y el ciclo diversificado en Costa Rica*. Informe final. Cuarto Informe del Estado de la Educación en Costa Rica. CONARE.
- Castro, E., Peley, R., & Morillo, R. (2006). *La práctica pedagógica y el desarrollo de estrategias instruccionales desde el enfoque constructivista*. Revista de Ciencias Sociales, 12(3), 591-595. Recuperado en 18 de septiembre de 2020, de [http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1315-95182006000300012&lng=es&tlng=es](http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1315-95182006000300012&lng=es&tlng=es).
- Castro, E. (2008). *Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España*. En: Ricardo; Gómez, Bernardo; Camacho, Matías; Blanco, Lorenzo (Eds.), Investigación en educación matemática XII (pp. 113-140). Badajoz: SEIEM.
- Cázares, J., Castro, E. & Rico, L. (1998). *La invención de problemas en escolares de primaria*. Un estudio evolutivo. Aula, 10, 19-39.
- Colás, MP. & Buendía, L. (1998). *Investigación Educativa*. Sevilla: Alfar. S.A.
- Colás, MP. (1998). *La metodología Cualitativa*. En MP Colás y L. Bravo (Editoras), Investigación Educativa (pp. 249-290)
- Comité de Evaluación, (2019). Criterios de evaluación para el curso lectivo 2019. Ministerio de Educación Pública. Sin publicar.
- Consejo Superior de Educación (2012). *Informe sobre procesos de discusión, análisis y exposiciones que se registran en las actas y archivos del Consejo Superior de Educación sobre el tema de modalidades educativas de secundaria*. Costa Rica: autor.
- Córdoba, F. (2006). *La evaluación de los estudiantes: una discusión abierta*. Revista iberoamericana de educación, 01 Septiembre, 2006, Vol.39(7), pp.1-9
- Cortina, J. (2006). *Identidad, identificación, imagen*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Cusi, A., Morselli, F. & Sabena, C. (2017). *Enhancing formative assessment in mathematical class discussion: a matter of feedback*. CERME 10, Feb 2017, Dublin, Ireland. [\(hal-01949286\)](#)
- De Alba, A. (1991). *Evaluación curricular. Conformación conceptual del campo*. México: Centro de estudios sobre la universidad.
- De Faria, E. (2008). *Resolución de problemas en los Programas de Estudio de Matemática del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica*. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, 3(4), 157-173.

- Díaz, A. (2011). *Competencias en educación. Corrientes del pensamiento e implicaciones para el currículo y el trabajo en el aula*. Revista Iberoamericana de Educación Superior, 2(5). Recuperado de <http://ries.inuversia.net>.
- Díaz, L. & Rosales, R. (2003). *Metaevaluación y Evaluación de la Evaluación de Políticas, Programas y Proyectos Sociales*. San José, C.R: EUNED.
- Donolo, D. (2009). *Triangulación: procedimiento incorporado a nuevas metodologías de investigación*. Revista Digital Universitaria, 10(8). Recuperado de <http://www.revista.unam.mx/vol.10/num8/art53/art53.pdf>
- Duarte, A. (2013). *Evaluación de los aprendizajes en matemática: una propuesta desde la educación matemática crítica*. [Tesis para optar por el Magister en Educación, Universidad Pedagógica Experimental Libertador]. Recuperado de <https://docplayer.es/34605992-Evaluacion-de-los-aprendizajes-en-matematica-una-propuesta-desde-la-educacion-matematica-critica.html>
- Fernández, J. (2007). *Técnicas creativas. Resolución de problemas matemáticos*. España: Wolters Kluwer.
- Flick, U. (2007). *Introducción a la investigación cualitativa*. Madrid: Morata.
- Flores, A. & Gómez, A. (2009). *Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula*. Educación matemática, 21(2), 117-142. Recuperado en 02 de octubre de 2020, de [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-58262009000200005&lng=es&tlng=es](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262009000200005&lng=es&tlng=es).
- Förster, C. (2017). *Alfabetización evaluativa de docentes*. En C. Förster (Editora), El poder de la evaluación en el aula. Mejores decisiones para promover aprendizajes (pp. 14-42). Santiago, Chile: Ediciones Universidad Católica de Chile.
- Förster, C. (2017). *Los estudiantes como agentes de evaluación*. En C. Förster (Editora), El poder de la evaluación en el aula. Mejores decisiones para promover aprendizajes (pp. 147-176). Santiago, Chile: Ediciones Universidad Católica de Chile.
- Förster, C., Zepeda, S. & Núñez, C. (2017). *Instrumentos para la evaluación de aprendizaje, ¿con qué evaluar?*. En C. Förster (Editora), El poder de la evaluación en el aula. Mejores decisiones para promover aprendizajes (pp. 177-229). Santiago, Chile: Ediciones Universidad Católica de Chile.
- Frade, L. (2009). *Desarrollo de competencias en educación: desde preescolar hasta el bachillerato*. México, D.F: Inteligencia educativa.

- Francesc, J. (2008). *Medición y Evaluación Educativa*. Madrid: La Muralla.
- Fonseca, J. y Castillo, M. (2013). Formación de docentes de Matemática: Aspectos relevantes. En: *Revista Uniciencia*. Vol. 27, núm. 1, pp. 2-14. Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/4759/475947762001.pdf>
- Giménez, J. (1997). *Evaluación en Matemáticas. Una integración de perspectivas*. España: Síntesis.
- Glaser, B. & Strauss, A. (1967). *The discovery of grounded theory: strategies for qualitative research*. Recuperado de [http://www.sxf.uevora.pt/wp-content/uploads/2013/03/Glaser\\_1967.pdf](http://www.sxf.uevora.pt/wp-content/uploads/2013/03/Glaser_1967.pdf).
- Gómez, H., Cruz, R., Acosta, A. & Martínez, A. (1998). *Guía práctica para la evaluación cualitativa. Cómo evaluar operaciones mentales*. Colombia: Fondo de Publicaciones de la Universidad Sergio Arboleda.
- Gómez, I. M. (2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid: Narcea.
- Guerrero, E.; Blanco, L. J. & Vicente, F. (2002). *Trastornos emocionales ante la educación matemática*. En J. N. García (Coord.), *Aplicaciones a la Intervención Psicopedagógica*, pp. 229-237.
- Gurdián, A. (2007). *El Paradigma Cualitativo en la Investigación Socio – Educativa*. San José, Costa Rica: IDER.
- Guzmán, C. (2014). *Polos epistemológicos: uso y construcción de teoría en investigación cualitativa en educación*. *Magis. Revista Internacional de Investigación en Educación*, 7(14),15-28. [fecha de Consulta 2 de Febrero de 2021]. ISSN: 2027-1174. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=2810/281032883002>
- Hamodi, C., & López Pastor, V., & López Pastor, A. (2015). *Medios, técnicas e instrumentos de evaluación formativa y compartida del aprendizaje en educación superior*. *Perfiles Educativos*, XXXVII (147), 146-161
- Hart, L. (1989). *Classroom processes, sex of student, and confidence in learning mathematics*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20 (3), 242-260.
- Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill Interamericana.

- Jiménez, J. (2008). *Las competencias genéricas en el posgrado de la Universidad de Costa Rica* [Tesis de maestría]. Universidad de Costa Rica, San José.
- Keitel, C. (2004). *¿Para qué necesitan nuestros estudiantes las matemáticas?* En Joaquim, L. y Da Ponte, J. (Coords.). *La actividad matemática en el aula* (pp.11-23). España: Grao.
- Labarrere, A. (1987). *Bases psicopedagógicas en la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria*. La Ciudad de la Habana: Pueblo y Educación.
- López, B. y Hinojosa, E. (2000). *Evaluación del aprendizaje. Alternativas y nuevos desarrollos*. México: Trillas.
- Marchant, P. (2017). *La evaluación con ordenadores gráficos: cómo y cuándo usarlos*. En C. Förster (Editora), *El poder de la evaluación en el aula. Mejores decisiones para promover aprendizajes* (pp. 231-270). Santiago, Chile: Ediciones Universidad Católica de Chile.
- Marín, M. (2003). *Función Social de la Educación y Rol del Profesor*. En: Yubero, Llarrañaga y Morales [Coordinadores] (2003). *La Sociedad Educadora*. Cuenca, España: Ediciones de la Universidad de Castilla-La Mancha.
- Marín, M. V., Romero, L. R., & Hidalgo, J. F. R. (2017). *Significados de los conceptos de número positivo y de número negativo manifestados por estudiantes de secundaria obligatoria*. *Educatio Siglo XXI*, 35(1), 99-123. doi:<http://dx.doi.org.ezproxy.sibdi.ucr.ac.cr:2048/10.6018/j/286241>
- Martínez, M.R., Hernández, M.J. y Hernández, M.V. (2006). *Psicometría*. Madrid: Alianza Editorial.
- McLeod, D. B. (1992). *Research on affect in mathematics education: A reconceptualization*. En: D.A. Grows (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 575-596). Macmillan N.C.T.M. New York.
- Ministerio de Educación Pública. (2009a). *Reglamento de Evaluación de los Aprendizajes Decreto n° 35355-MEP*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública (2010). *Primer informe sobre los resultados de la prueba para docentes de matemática educación secundaria*. Costa Rica: autor.

- Ministerio de Educación Pública. (2011). *Consideraciones respecto a las normas reguladoras de la promoción y repitencia dentro del sistema educativo público costarricense*. San José, Costa Rica.
- Ministerio de Educación Pública (2012). *Programas de Estudio Matemáticas. I, II y III Ciclos de la Educación General Básica y Ciclo Diversificado*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública (2013a). *Programas de Estudio en Matemáticas. Transición 2013*. Costa Rica: autor. Recuperado de [http://www.mep.go.cr/downloads/programas/programa\\_matematica\\_transicion.pdf](http://www.mep.go.cr/downloads/programas/programa_matematica_transicion.pdf)
- Ministerio de Educación Pública (2013b). *Departamento de Estadística*. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública (2013c). *La evaluación formativa*. Dirección de Desarrollo Curricular. Departamento de Evaluación de los Aprendizajes. Costa Rica: autor.
- Ministerio de Educación Pública. (2014). *Orientaciones estratégicas 2015-2018*. San José, Costa Rica.
- Ministerio de Educación Pública. (2015). *Educación para una nueva ciudadanía. Transformación curricular. Fundamentación pedagógica de la transformación curricular*. San José, Costa Rica.
- Ministerio de Educación Pública. (2017). *Política educativa. La persona: centro del proceso educativo y sujeto transformador de la sociedad*. San José, Costa Rica: Autor. Recuperado de <http://www.mep.go.cr/sites/default/files/page/adjuntos/politicaeducativa.pdf>
- Ministerio de Educación Pública de la República de Costa Rica. (2018). *Decreto ejecutivo 40862-MEP: Reglamento de evaluación de los aprendizajes*. [Aprobado 12 enero 2018]. [http://www.pgrweb.go.cr/scij/Busqueda/Normativa/Normas/nrm\\_texto\\_completo.aspx?param1=NRTC&nValor1=1&nValor2=85815&nValor3=0&strTipM=TC](http://www.pgrweb.go.cr/scij/Busqueda/Normativa/Normas/nrm_texto_completo.aspx?param1=NRTC&nValor1=1&nValor2=85815&nValor3=0&strTipM=TC)
- Ministerio de Educación Pública. (2020a). *Lineamientos Técnicos para la Elaboración de la Prueba Escrita en el Marco de la Transformación Curricular. Educación para una nueva Ciudadanía*. San José, Costa Rica.
- Ministerio de Educación Pública. (2020b). *Indicadores del Sistema Educativo Costarricense*. San José, Costa Rica.
- Monedero, J. (1998). *Bases teóricas de la evaluación educativa*. Málaga: Aljibe.

- Montero, E. (2000). *La teoría de respuesta a los ítemes: una moderna alternativa para el análisis psicométrico de instrumentos de medición*. *Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones*, 7(1-2), 217-228.
- Montero, E. (2008). *Escalas o índices para la medición de constructos: el dilema del análisis de datos*. *Avances en Medición*, 6, 15–24.
- Molina, Z. (2006). *Planeamiento Didáctico. Fundamentos, principios, estrategias y procedimientos para su desarrollo*. San José, Costa Rica: Editorial Universidad Estatal a Distancia.
- Mora, I. (2018). *Factores asociados a la deserción escolar en el Tercer Ciclo de la Educación General Básica y Educación Diversificada en dos Colegios de Costa Rica, durante el periodo 20008 – 2014*. [Tesis de Maestría Académica en Educación con énfasis en Evaluación Educativa]. Universidad de Costa Rica.
- Moreno, T. (2016). *Evaluación del Aprendizaje y Para el Aprendizaje*. México: UNAM.
- Murillo, D., Prieto, M., Sánchez, K. & Valerín, S. (2014). *Prácticas de evaluación en matemáticas en la secundaria costarricense*. [Tesis de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática]. Universidad de Costa Rica, San José.
- Music, A., Calderón, C., Mayol, A., Davidovics, G., Silva, J., Arancibia, S., Alegría, I., Lay, S. & González, C. (2008). *Métodos de Investigación Social: una aproximación desde las estrategias cuantitativas y cualitativas*. Chile: Ediciones Universidad Católica del Norte.
- Nirenberg, O., Brawerman, J. y Ruiz, V. (2000). *Evaluar para la transformación. Innovación en la evaluación de programas y proyectos sociales*. México: Paidós.
- Pascual, A., Trejo, V. & Martínez, A. (2020). *Resolución de problemas*. En M. Sánchez y A. Martínez (Eds.), *Evaluación del y para el Aprendizaje: instrumentos y estrategias*. México: UNAM.
- Pimienta, J. (2008). *Evaluación de los aprendizajes. Un enfoque basado en competencias*. México: PEARSON. Educación.
- Pilet, J y Horoks, J. (2017). *Assessment in mathematics as a lever to promote students' learning and teachers' professional development*. CERME 10, Feb 2017, Dublin, Ireland. hal-01949259



- Pizarro, E. & Ramírez, D. (2014). *Evaluación de conocimientos matemáticos elementales en los Estudiantes de undécimo año de la Educación Secundaria Académica pública diurna en la gran área Metropolitana costarricense durante el 2013*. [Tesis de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, Universidad Nacional]. Repositorio Institucional – UNA.
- Podcamisky, M. (2006). *El rol desde una perspectiva vincular*. <i xmlns="http://www.w3.org/1999/xhtml">Reflexiones, 85</i>(1-2), undefined-undefined. [fecha de Consulta 25 de Agosto de 2019]. ISSN: 1021-1209. Disponible en: <a xmlns="http://www.w3.org/1999/xhtml" href="http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=729/72920817012" target="\_blank">http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=729/72920817012</a>
- Polanco, A. (2004). *La pregunta pedagógica en el nivel inicial*. Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación", 4(2),0. [fecha de Consulta 30 de enero de 2021]. ISSN:. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=447/44740213>.
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Pozo, J. (1994). *La solución de Problemas*. Madrid: Santillana.
- Procuraduría General de la República (2013). *Ley Fundamental de Educación*. Recuperado de [http://www.pgr.go.cr/scij/Busqueda/Normativa/Normas/nrm\\_repartidor.asp?p\\_aram1=NRTC&nValor1=1&nValor2=31427&nValor3=33152&strTipM=TC](http://www.pgr.go.cr/scij/Busqueda/Normativa/Normas/nrm_repartidor.asp?p_aram1=NRTC&nValor1=1&nValor2=31427&nValor3=33152&strTipM=TC).
- Programa Estado de la Nación. (2013). *Cuarto Informe Estado de la Educación*. San José, Programa estado de la Nación.
- Programa Estado de la Nación. (2015). *Quinto Informe Estado de la Educación*. San José, Programa estado de la Nación.
- Programa Estado de la Nación. (2017). *Sexto Informe Estado de la Educación*. San José, Programa estado de la Nación.
- Ravela, P. (2006). *Para comprender las evaluaciones educativas*. Fichas didácticas [versión electrónica]. PREAL: Editorial San Marino.
- Rico, L. (2006). *Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas*. Revista de Educación, extraordinario. Recuperado de [http://www.revistaeducacion.mec.es/re2006/re2006\\_16.pdf](http://www.revistaeducacion.mec.es/re2006/re2006_16.pdf)
- Ríos, D. (2007). *Sentido, criterios y utilidades de la evaluación del aprendizaje basado en problemas*. Educación Médica Superior, 21(3). Recuperado de [http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0864-21412007000300004](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0864-21412007000300004).

- Rizo, C. & Campistrous, L. (1999). *Estrategias de resolución de problemas en la escuela*. RELIME, 2(2-3), 31-45.
- Rizo, C. & Campistrous, L. (2002). *Didáctica y Solución de Problemas*. Edición Especial, II Congreso Internacional Didáctica de las Ciencias, 2002.
- Rodríguez, G., Gil, J. & García, E. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa*. Málaga: Aljibe.
- Ruiz, A., Alfaro, C. & Gamboa, R. (2003). *Aprendizaje de las Matemáticas: Conceptos, procedimientos, lecciones y Resolución de Problemas*. UNICIENCIA, 20, 285-296.
- Ruiz, A. (2018). *Evaluación y Pruebas Nacionales para un Currículo de Matemáticas que enfatiza Capacidades Superiores*. México: CIAEM.
- Sandín, M.P. (2003). *Investigación Cualitativa en Educación. Fundamentos y Tradiciones*. Madrid. Mc Graw and Hill Interamericana.
- Santos, L. (2014). *La resolución de Problemas Matemáticos. Fundamentos cognitivos*. México: Trillas.
- Segura, M. (2018). *La función formativa de la evaluación en el trabajo escolar cotidiano*. Revista Educación, 42(1), 1-31. [fecha de Consulta 8 de Noviembre de 2020]. ISSN: 0379-7082. Disponible en: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=440/44051918010>.
- Serrazina, L. (2017). *Planificação do ensino e aprendizagem da Matemática*. Recuperado de [https://www.researchgate.net/publication/319879388\\_Planicacao\\_do\\_ensino\\_e\\_aprendizagem\\_da\\_Matematica\\_1\\_Lurdes\\_Serrazina](https://www.researchgate.net/publication/319879388_Planicacao_do_ensino_e_aprendizagem_da_Matematica_1_Lurdes_Serrazina).
- Talanquer, V. (2015). *La importancia de la evaluación formativa*. Educación química, 26(3), 177-179. <https://doi.org/10.1016/j.eq.2015.05.001>
- Tenbrink, T.D. (1981). *Evaluación. Guía práctica para profesores*. Madrid: Narcea.
- Tiana, A. (2009). *Evaluación y cambio educativo: los debates actuales sobre las ventajas y los riesgos de la evaluación*. En: E., Martín y F. Martínez (Coord.). Avances y desafíos en la evaluación educativa. Madrid: OEI.
- Torres, H. & Girón, D. (2002). *Didáctica General*. Costa Rica: Coordinación Educativa y Cultural Centroamericana.

- Universidad de Costa Rica. (2011). *Análisis de la propuesta de Programas de Estudio de Matemática para Primaria y Secundaria. Informe para el Consejo Superior de Educación*. Facultad de Ciencias, Escuela de Matemática.
- Universidad de Costa Rica. (2020). *Carta al estudiante de MA0011. Segundo Semestre del 2020*. Facultad de Ciencias, Escuela de Matemática.
- Valles, M. (2007). *Técnicas cualitativas de investigación social*. Madrid: Síntesis.
- Vázquez, M. L. (Coord), Ferreira, M. R., Mogollón, A., Fernández de Sanmamed, M. J., Delgado, M. E. & Vargas, I. (2006). *Introducción a las técnicas cualitativas de investigación aplicadas en salud*. Barcelona: Universidad Autónoma de Barcelona.
- Vila, A. & Callejo, M. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la resolución de problemas*. Madrid: Narcea.
- Zapata, G. & Canet, M. (2008). *Propuesta metodológica para construcción de escalas de medición a partir de una aplicación empírica*. Actualidades Investigativas en Educación, 8 (2). Recuperado de [http://revista.inie.ucr.ac.cr/uploads/tx\\_magazine/escalas.pdf](http://revista.inie.ucr.ac.cr/uploads/tx_magazine/escalas.pdf).
- Zepeda, S. y Förster, C. (2017). *Planificando integradamente la enseñanza y la evaluación*. En C. Förster (Editora), *El poder de la evaluación en el aula. Mejores decisiones para promover aprendizajes* (pp. 75-94). Santiago, Chile: Ediciones Universidad Católica de Chile.
- Zepeda, S. (2017). *El fin justifica los medios: intencionalidades de la evaluación*. En C. Förster (Editora), *El poder de la evaluación en el aula. Mejores decisiones para promover aprendizajes* (pp. 75-94). Santiago, Chile: Ediciones Universidad Católica de Chile.
- Zúñiga, M. (2017). *Acciones del docente, que intervienen en el porcentaje de aprobación en matemáticas de los estudiantes de décimo año del Colegio Técnico Profesional de Pital de San Carlos, Alajuela durante el curso lectivo 2016*. [Tesis de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, Universidad Estatal a Distancia]. Repositorio Institucional – UNED.

## **ANEXOS**

### **ANEXO 1. RESEÑA DEL CONTEXTO INSTITUCIONAL**

Para realizar la contextualización de estas instituciones se recopiló información con el profesorado de matemática participante durante los primeros acercamientos a las instituciones, además se completó de manera paralela a los periodos de observación con la ayuda con la jefatura administrativa o personas del Departamento de orientación de las tres instituciones, posteriormente se hicieron consultas al personal administrativo para completar la información y contar con la mayor cantidad de insumos posibles. Se solicitó información sobre el record académico, exclusión y promoción estudiantil, no obstante, en las tres instituciones se limitaron a informar de manera verbal y general sobre estos aspectos, no se otorgó información estadística al respecto.

#### **Contexto Institución Educativa número 1 (C1)**

Según el INEC (2011), la institución se ubica en uno de los cantones más seguros del país, con una alfabetización del 98% con una escolaridad promedio de 9 años, el 75% de la población económicamente activa se ubica en el sector terciario. La institución educativa C1 es la más importante de la zona y recibe estudiantes de todo el cantón.

El total de estudiantes activos desde séptimo año hasta undécimo año, durante el periodo lectivo 2019 osciló entre 685 estudiantes. La planta física cuenta con biblioteca, laboratorio de cómputo y de ciencias

Según el personal administrativo “el historial de récord académico no nos sale, pero fue muy bueno”. Al indagar más sobre a qué se referían con que fue muy bueno, contestan “con respecto al récord académico bueno me refiero que muy pocos reprueban materias”

El tipo de población, según su país de origen, es variado, se tienen estudiantes nicaragüenses, venezolanos, colombianos, salvadoreños, hondureños, de acuerdo con el personal administrativo “en su mayoría se vinieron para Costa Rica por problemas en su país, los nicaragüenses por falta de trabajo, los salvadoreños y hondureños por amenazas, por ejemplo, las MARAS, los de Venezuela igual por la situación política.”

Las poblaciones en su mayoría son de clase media baja “pero muy educados, no son delincuentes ni proceden de hogares con esas características. Un porcentaje considerable son de hogares cuyos padres están separados o divorciados”.

### **Contexto Institución Educativa número 2 (C2)**

El C2 inicia sus labores hace más de 40 años, actualmente se ubica en la Dirección Regional San José Oeste. Su espacio físico está distribuido en cuatro pabellones con pasillos techados, cuatro baterías de servicios sanitarios. Además, cuenta con una biblioteca y tres laboratorios de cómputo.

Es importante destacar que en año 2012, se construyeron cuatro aulas, con una batería de baños y oficinas, para impartir las lecciones de matemática con el fin de mejorar el rendimiento académico en matemática, según la coordinadora del Departamento de matemática “ya que se encuentra aisladas del resto de la institución, permitiendo aumentar la concentración y el entorno en que se desenvuelven durante estas lecciones”

Esta institución atiende en modalidad de doble jornada, una población de aproximadamente 1200 estudiantes, de séptimo a undécimo año, entre los que se cuentan discentes de Tercer ciclo y Educación Diversificada Prevocacional.

En cuanto a la población estudiantil la coordinadora del Departamento de matemática indica que “La situación económica de la población estudiantil es complicada, ya que provienen en su mayoría de distritos o zonas urbano-marginales. Esta condición socioeconómica, es causante de altos índices de

deserción y de bajo rendimiento académico, lo cual incide en problemas sociales como consumo de drogas y alcohol, así como actos delictivos entre los jóvenes”

Las familias que pertenecen a la institución, son de hogares humildes, en su mayoría mujeres jefas de hogar, o bien con pareja que se desempeñan como operarios, misceláneos, guardas, cuida carros, entre otros oficios y en un porcentaje muy bajo son profesionales que se desempeñan en trabajos de oficina, bancos, hospitales, y otros.

Hay encargados y estudiantes que participan en las conocidas bandas, las cuales realizan actividades de delincuencia, narcotráfico o que se encuentran en cárceles, lo cual incide también en la permanencia dentro del sistema educativo.

Según la coordinadora del Departamento de Matemáticas “Los docentes del colegio se caracterizan por estar comprometidos con su misión formadora, la cual se manifiesta con la atención humanista que permite a los estudiantes avanzar no sólo académicamente, sino en cuanto a valores. Se trabaja en equipo promoviendo la tolerancia, el respeto, la cooperación, la solidaridad entre los educandos y personal”

### **Contexto Institución Educativa número 3 (C3)**

La institución se fundó hace más de 50 años, se ubica en el Valle Central en una zona urbana. Según la administración de la institución ésta se caracteriza por sus resultados favorables en la prueba de bachillerato.

Cuenta con un laboratorio de cómputo Omar Dengo y una biblioteca. Durante el periodo de la investigación se hallaron 13 grupos de séptimo año, con aproximadamente 26 estudiantes cada uno y seis grupos de undécimo año con un promedio de 40 estudiantes.

Según una de las orientadoras de la institución, uno de los principales problemas que presenta el estudiantado está relacionado con la situación socio económica de sus núcleos familiares, pues la mayoría de personas estudiantes procede de precarios alrededores a la institución.

Otra de las situaciones que enfrenta la población estudiantil se asocia a la violencia doméstica, por tanto, las situaciones de abuso se normalizan entre el estudiantado.

Para la atención de casos extremos en los que se requiere de cuidado más integral a la persona estudiante hay alianzas con la clínica local, donde se brinda apoyo psicológico y psiquiátrico a aquellas personas que lo requieran.

## ANEXO 2. GUÍA PARA LA ENTREVISTA A DOCENTES

Nombre de la profesora o el profesor:

\_\_\_\_\_

Fecha de la entrevista: \_\_\_\_\_ Hora de inicio: \_\_\_\_\_ Hora de finalización: \_\_\_\_\_

- 1) ¿Cuántos años tiene de laborar como docente de secundaria?
- 2) De esos años, aproximadamente ¿cuántos años ha trabajado impartiendo lecciones en séptimo año?
- 3) ¿Cuál es su grado académico?
- 4) ¿De cuál o cuáles universidades obtuvo su título o títulos?
- 5) ¿Cuántos cursos o capacitaciones relativos a la evaluación de los aprendizajes ha llevado?
- 6) ¿Recuerda el tema o los temas centrales de ese o esos cursos o capacitaciones?

**Pensado en el contexto escolar, específicamente matemática en séptimo año:**

- 7) ¿Para qué cree que es necesario evaluar?
- 8) ¿A quién se debe evaluar?
- 9) ¿Cuándo se debe evaluar?
- 10) ¿Qué opina sobre la distribución porcentual que propone el MEP?

Trabajo cotidiano	45%
Tareas	10%
Pruebas (mínimo dos)	35%
Asistencia	10%

- 11) ¿Le muestra a las y los estudiantes el o los instrumentos que se utilizarán para valorar su trabajo cotidiano?, ¿ellas y ellos tienen alguna injerencia en su elaboración? Sí, no, ¿por qué?
- 12) ¿Se valora el avance gradual de cada estudiante? Sí, no, ¿por qué?, ¿cómo?



- 13) ¿Asigna tareas a las y los estudiantes?, ¿Cómo se determina su calificación?  
¿de qué forma se hace la devolución?
- 14) ¿Hace pruebas cortas (El MEP establece que se pueden hacer de carácter formativo)? si, no, ¿por qué?, ¿para qué?
- 15) ¿Cómo evalúa el trabajo cotidiano?
- 16) ¿En el curso se proponen proyectos? Sí, no, ¿por qué?
- 17) El día de la aplicación de la prueba observé que al cabo de la primera lección ya muchos estudiantes habían terminado ¿ese examen se podía planear sólo para una lección?
- 18) ¿Para qué y cómo utiliza usted la información que se obtiene de un examen?  
¿Del trabajo cotidiano o de una tarea de un estudiante?
- 19) ¿Por qué cree que la distribución porcentual para aprobar la materia es mayor en el tercer trimestre?

Artículo 42°.- Ponderación mediante la cual se obtiene la nota promedio anual de una asignatura. Para obtener la nota promedio anual de una asignatura, tanto en la Educación General Básica, como en la Educación Diversificada, se tomarán las notas correspondientes a los tres periodos del año, que se ponderarán de la siguiente forma:

- Primer periodo: 30%
- Segundo periodo: 30%
- Tercer periodo: 40%

- 20) ¿Cree que es posible que un estudiante evalúe el trabajo de otro? Sí, no, ¿por qué?

<b>21) De las siguientes técnicas para recolectar información cuál o cuáles utiliza usted para recolectar información para evaluar a las y los estudiantes:</b>			
<b>Técnicas</b>	<b>VALORACIÓN</b>		
<b>Utiliza:</b>	<b>SÍ</b>	<b>NO</b>	<b>DESCRIPCIÓN O ARGUMENTOS</b>
Observación			
Interrogación			
Otra técnica (especifique)			

<b>22) De los siguientes instrumentos para recolectar información cuál o cuáles utiliza usted para recolectar información para evaluar a las y los estudiantes:</b>			
<b>Instrumentos</b>	<b>VALORACIÓN</b>		
<b>Utiliza:</b>	<b>SÍ</b>	<b>NO</b>	<b>DESCRIPCIÓN O ARGUMENTOS</b>
Listas de cotejo o de control			
Escalas de calificación			
Registros de hechos significativos (anecdótico)			
Rúbricas			
Portafolio			
Cuaderno de clase			
Proyecto			
Mapa conceptual o mapa semántico			
V de Gowin			

Exámenes escritos			
Exposición de un tema			
Debate entre los estudiantes			

**23) De las siguientes técnicas para recolectar información cuál o cuáles utilizaría usted para recolectar información para evaluar a las y los estudiantes:**

Técnicas	VALORACIÓN			
	Utiliza:	SÍ	NO	DESCRIPCIÓN O ARGUMENTOS
Observación				
Interrogación				
Otra técnica (especifique)				

<b>24) De los siguientes instrumentos para recolectar información cuál o cuáles utilizaría usted para recolectar información para evaluar a las y los estudiantes:</b>				
<b>Instrumentos</b>	<b>VALORACIÓN</b>			
	<b>Utiliza:</b>	<b>SÍ</b>	<b>NO</b>	<b>DESCRIPCIÓN O ARGUMENTOS</b>
Listas de cotejo o de control				
Escalas de calificación				
Registros de hechos significativos (anecdótico)				
Rúbricas				
Portafolio				
Cuaderno de clase				
Proyecto				
Mapa conceptual o mapa semántico				

V de Gowin			
Exámenes escritos			
Exposición de un tema			
Debate entre los estudiantes			

- 25)** ¿Qué tipo de ítem es el que debe predominar en los exámenes de matemática?  
¿Por qué?
- 26)** ¿De qué depende que las y los estudiantes puedan autoevaluarse o coevaluarse (evaluarse entre ellos)?

<b>27) De los cinco procesos matemáticos que se proponen en el Programa de Estudios de Matemática, describa cómo evalúa usted cada uno de ellos:</b>	
<b>Proceso</b>	<b>¿Cómo lo evalúa?</b>
Razonar y argumentar	
Plantear y resolver problemas	
Comunicar	
Conectar	

Representar	
-------------	--

**28)** ¿Cuántas pruebas escritas aplica cada trimestre?, ¿por qué esa cantidad?

**29)** ¿Por qué, en la aplicación del examen parcial, estaban dos profesores cuidando el examen? (si la respuesta es “para que no copien”, entonces ¿por qué se controla tanto los exámenes y no así el trabajo cotidiano? A fin de cuentas, el trabajo cotidiano tiene más valor porcentual.

**30)** ¿Cómo lleva a cabo la evaluación formativa?

**31)** ¿Cómo construye el planeamiento de clase? ¿Qué elementos toma en cuenta?

**ANEXO 3. GUÍA EL GRUPO FOCAL.**

Fecha: \_\_\_\_\_ Hora de inicio: \_\_\_\_\_ Hora de finalización: \_\_\_\_\_ Total de participantes: \_\_\_\_\_

- 1) ¿Cómo les va en el curso de matemática?
- 2) ¿Para qué cree que es necesario evaluar?
- 3) ¿A quién se debe evaluar?
- 4) ¿Cuándo se debe evaluar?
- 5) ¿Qué opina sobre la distribución porcentual que propone el MEP?

Trabajo cotidiano	45%
Tareas	10%
Pruebas (mínimo dos)	35%
Asistencia	10%

- 6) ¿Al principio del curso lectivo la profesora se tomó un tiempo para explicar a qué se refería cada uno de esos rubros?
- 7) ¿Se valora el avance gradual de cada estudiante? Si, no, ¿por qué?, ¿cómo?
- 8) ¿Asigna tareas a las y los estudiantes?, ¿Cómo se determina su calificación? ¿de qué forma se hace la devolución?
- 9) ¿Cómo evalúa el trabajo cotidiano?
- 10) ¿En el curso se proponen proyectos? Si, no, ¿por qué?
- 11) El día de la aplicación de la prueba observé que al cabo de la primera lección ya muchos estudiantes habían terminado ¿por qué creen que terminaron tan rápido?
- 12) ¿Para qué y cómo utiliza usted la información que se obtiene de un examen? ¿Del trabajo cotidiano o de una tarea de un estudiante?
- 13) ¿Por qué cree que la distribución porcentual para aprobar la materia es mayor en el tercer trimestre?



**Artículo 42°.- Ponderación mediante la cual se obtiene la nota promedio anual de una asignatura.** Para obtener la nota promedio anual de una asignatura, tanto en la Educación General Básica, como en la Educación Diversificada, se tomarán las notas correspondientes a los tres periodos del año, que se ponderarán de la siguiente forma:

- Primer periodo: 30%
- Segundo periodo: 30%
- Tercer periodo: 40%

- 14)** ¿Cree que es posible que un estudiante evalúe el trabajo de otro? Si, no, ¿por qué?  
(Recordar que hay estudiantes que le hacen muchas consultas a otros)
- 15)** ¿Qué tipo de ítem es el que debe predominar en los exámenes de matemática? ¿Por qué?
- 16)** ¿De qué depende que las y los estudiantes puedan autoevaluarse o coevaluarse (evaluarse entre ellos)?
- 17)** ¿Cuántas pruebas escritas aplica cada trimestre? ¿por qué esa cantidad?  
¿Creen que deben haber más o menos?
- 18)** ¿Por qué, en la aplicación del examen parcial, estaban dos profesores cuidando el examen? (si la respuesta es “para que no copien”, entonces ¿por qué se controla tanto los exámenes y no así el trabajo cotidiano? A fin de cuentas el trabajo cotidiano tiene más valor porcentual)
- 19)** ¿De qué depende que ustedes le pregunten algo (dudas) a un compañero o compañera en clase?

## Anexo 4. FÓRMULA DE CONSENTIMIENTO INFORMADO

### Programa de Posgrado en Educación Maestría Académica en Evaluación Educativa

**Trabajo Final de Graduación Titulado:** LAS PRÁCTICAS EVALUATIVAS DE LAS Y LOS DOCENTES DE MATEMÁTICA DE SÉPTIMO AÑO, EN CUATRO LICEOS DEL VALLE CENTRAL, EN EL MARCO DE LOS PROGRAMAS DE ESTUDIO DE MATEMÁTICA.

Nombre de la Investigadora Principal: Elizabeth Díaz Gutiérrez, Cédula: 1 11160040

Nombre de la o del participante:

---

Estimada o estimado participante, sírvase leer o escuchar toda la información que se detalla a continuación antes de tomar la decisión de participar en esta entrevista:

#### **A. PROPÓSITO DE LA INVESTIGACIÓN:**

Analizar las prácticas evaluativas que realizan las y los docentes de matemática, desde su práctica pedagógica, en séptimo año de cuatro liceos del Valle Central y su congruencia con las prácticas de evaluación que se derivan de los principios establecidos en los nuevos programas.

#### **B. ¿QUÉ SE HARÁ?:**

Si usted acepta participar en esta entrevista, responderá a una entrevista que será grabada y tendrá oportunidad de aportar desde su experiencia sobre la evaluación de los aprendizajes en el contexto escolar.

#### **C. RIESGOS:**

No representa ningún riesgo para su persona. En caso de duda puede comunicarlo a la investigadora en cualquier momento. Por otro lado, en la carta entregada al director o directora de la institución se acordó que el nombre de la institución, nombre de las y los docentes participantes, así como el nombre de las y los estudiantes participantes no serán revelados.

#### **D. BENEFICIOS:**

Como resultado de este estudio permitirá que:

- Se pueda conocer el objeto de investigación, de tal manera que se puedan proponer estrategias para evaluar al estudiantado.
- Se obtengan insumos para la elaboración de un taller dirigido a usted y a los colegas que quieran participar sobre la evaluación de los aprendizajes en séptimo año.

- Se establezcan las bases para estudios posteriores.
- Se participación en esta entrevista es voluntaria y totalmente confidencial. Los resultados de este estudio se publicarán de manera científica.
- La firma brindada no le acarreará responsabilidad legal alguna, además si desea mayor información se podrá comunicar con la investigadora Elizabeth Díaz Gutiérrez (cel 8648 5688- 2511 8036) o M.Ed. Julieta Solórzano Salas (2511 8876). Además, puede consultar sobre los derechos de los Sujetos Participantes en Proyectos de Investigación a la Dirección de Regulación de Salud del Ministerio de Salud, al teléfono 22-57-20-90, de lunes a viernes de 8 a.m. a 4 p.m. Cualquier consulta adicional puede comunicarse a la Vicerrectoría de Investigación de la Universidad de Costa Rica **a los teléfonos 2511-4201 ó 2511-5839**, de lunes a viernes de 8 a.m. a 5 p.m.
- Recibirá una copia de esta fórmula firmada para su uso personal.

## CONSENTIMIENTO

He leído o se me ha leído, toda la información descrita en esta fórmula, antes de firmarla. Se me ha brindado la oportunidad de hacer preguntas y éstas han sido contestadas en forma adecuada. Por lo tanto, accedo a participar como sujeto de investigación en este estudio

---

Nombre, cédula y firma del Investigador que solicita el consentimiento

Fecha

---

Nombre, cédula y firma

Fecha

## ANEXO 5. METARRÚBRICA

A continuación, se presenta la siguiente matriz de valoración o mejor conocida como rubrica, con el objetivo de valorar otros instrumentos catalogados como rúbricas.

### METARRÚBRICA

CRITERIOS	INDICADORES	EXCELENTE	SUFICIENTE	NECESITA MEJORAR
<b>Información general</b>	<b>Encabezado</b>	Contiene todos los siguientes aspectos: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Nombre de la institución.</li> <li>• Nombre del docente.</li> <li>• Fecha.</li> <li>• Espacio para nombre del estudiante.</li> </ul>	Contiene al menos tres de los siguientes aspectos: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Nombre de la institución.</li> <li>• Nombre del docente.</li> <li>• Fecha.</li> <li>• Espacio para nombre del estudiante</li> </ul>	Contiene al menos dos de los siguientes aspectos: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Nombre de la institución.</li> <li>• Nombre del docente.</li> <li>• Fecha.</li> <li>• Espacio para nombre del estudiante</li> </ul>
	<b>Descripción del instrumento</b>	Se presenta un párrafo donde se describe claramente el propósito del instrumento.	Se presenta un párrafo en el que se describe parcialmente el propósito del instrumento.	No hay un párrafo que describa para qué se va a utilizar el instrumento.
<b>Diseño</b>	<b>Niveles</b>	Cada nivel está claramente diferenciado y el progreso entre uno y otro se hace en un orden claro y lógico.	La diferenciación entre los distintos niveles de logro es clara, pero puede quedarse corta o dar saltos muy grandes entre uno y otro nivel.	Se puede hacer poca o ninguna diferenciación entre los distintos niveles de logro.
<b>Objetivos – programa del curso</b>	<b>Los indicadores</b>	Todos los indicadores son claros, diferenciados y están	Los indicadores se pueden identificar pero no todos están acordes con los	Los indicadores no son claros, se superponen de manera significativa o no

		acordes con los objetivos educativos establecidos.	objetivos educativos establecidos.	están acordes con los objetivos educativos establecidos.
		Los indicadores están acorde con la asignatura que se trabaja y son pertinentes para valorar el producto o tarea propuesta.	Los indicadores están acordes con la asignatura que se trabaja pero no todos son pertinentes para valorar el producto o tarea propuesta.	Los indicadores no están acordes con la asignatura que se trabaja y no todos son pertinentes para valorar el producto o tarea propuesta.
<b>Redacción</b>	<b>Redacción general de las instrucciones, los criterios e indicadores</b>	La redacción es comprensible para todos los usuarios del instrumento (esto incluye al estudiantado). Utiliza un lenguaje claro y específico que ayuda a los diferentes usuarios a ponerse de acuerdo sobre el puntaje.	La redacción en su mayoría es comprensible para todos los usuarios del instrumento (esto incluye al estudiantado). Algunos usos del lenguaje pueden causar confusión entre los diferentes usuarios.	La redacción no es comprensible para todos los usuarios del instrumento (esto incluye al estudiantado). Utiliza un lenguaje vago y poco claro que obstaculiza a los diferentes usuarios para ponerse de acuerdo sobre el puntaje.
<b>Usos</b>	<b>Participación del estudiantado en la construcción y valoración de la rúbrica</b>	Docente y estudiantes construyen en conjunto la rúbrica, utilizan algunos ejemplos del producto o la tarea para valorar su pertinencia.	Los estudiantes participan en la redacción y diseño de la rúbrica.	El docente es quien aporta y utiliza la rúbrica.
	<b>Uso de la rúbrica para comunicar las expectativas y guiar a los estudiantes</b>	La rúbrica sirve desde el inicio del trabajo como eje de referencia para elaborar el producto o realizar la tarea.	La rúbrica se comparte con el estudiantado cuando la tarea asignada ha sido	La rúbrica no se comparte con los estudiantes.

		Sirve tanto para dar realimentación y guía como para evaluar el trabajo del estudiantado.	terminada. Se utiliza para evaluar el trabajo realizado.	
--	--	---	--	--

## ANEXO 6. INDICADORES DE GRADOS DEL PROCESO RAZONAR Y ARGUMENTAR

Grado 1	Grado 2	Grado 3
<p>RA1.1 Identificar la información presente de forma explícita en situaciones matemáticas o de contexto real.</p>	<p>Si alguno o algunos de los indicadores siguientes en esta columna aparecen (y no hay indicadores de grado 3), se valorará la intervención del proceso con un grado 2:</p>	<p>Si alguno o algunos de los indicadores siguientes en esta columna aparecen, se valorará la intervención del proceso con un grado 3:</p>
<p>RA1.2 Desarrollar procedimientos rutinarios siguiendo instrucciones directas.</p>	<p>RA2.1 Identificar información matemática que no está dada de manera explícita en una situación matemática o de contexto real.</p>	<p>RA3.1 Realizar argumentos matemáticos para resolver problemas o describir situaciones (matemáticas o de contexto real) no estudiados y complejos.</p>
<p>RA1.3 Responder a preguntas donde está presente de forma explícita toda la información necesaria para encontrar la solución (preguntas directas como ¿cuántos? ¿cuánto es?).</p>	<p>RA2.2 Responder a preguntas donde la respuesta no es directa y amerita mayor argumentación (por ejemplo: ¿cómo hallamos? ¿qué tratamiento matemático damos? ¿qué puede o no puede pasar y por qué? ¿qué sabemos? ¿qué queremos obtener?).</p>	<p>RA3.2 Desarrollar argumentos que utilizan integradamente distintos conceptos o métodos matemáticos para resolver un problema.</p>
<p>RA1.4 Efectuar razonamientos directos o realizar interpretaciones que se extraen literalmente de los resultados en la aplicación de un procedimiento.</p>	<p>RA2.3 Brindar las soluciones de las preguntas cuando sea pertinente mediante diferentes representaciones: tablas, gráficos, medidas estadísticas, elementos algebraicos, cifras, etc.</p>	<p>RA3.3 Generalizar los métodos matemáticos utilizados o resultados obtenidos en la resolución de problemas.</p>
<p>RA1.5 Describir los procesos de cálculo o los resultados cuantitativos obtenidos al resolver un problema en una situación matemática o de contexto real ya estudiada.</p>	<p>RA2.4 Evaluar la validez de una secuencia no compleja de argumentos matemáticos (por ejemplo, escrita en un texto o en una exposición).</p>	<p>RA3.4 Realizar razonamientos matemáticos donde se muestra que se comprende la amplitud y los límites de los objetos matemáticos usados y de los procedimientos desarrollados.</p>
	<p>RA2.5 Elaborar argumentos basados en sus propias</p>	<p>RA3.5 Formular conceptos novedosos en la resolución de problemas o descripción de una situación (matemática o de contexto real).</p>
		<p>RA3.6 Realizar razonamientos donde se señalan cuáles son los aspectos esenciales del problema o situación y cómo están relacionados los diferentes objetos matemáticos que participan.</p>
		<p>RA3.7 Consignar en la resolución de un problema los elementos cruciales de la estrategia seguida.</p>

---

acciones al resolver problemas similares a los ya estudiados.

RA3.8 Realizar razonamientos matemáticos en situaciones específicas donde se consignan las diferencias entre definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis o afirmaciones.

---

Nota. Recuperado de “Evaluación y Pruebas Nacionales para un Currículo de Matemáticas que Enfatiza Capacidades Superiores, Ruiz, 2018, p.120.



## ANEXO 7. INDICADORES DE GRADOS DEL PROCESO PLANTEAR Y RESOLVER PROBLEMAS

Grado 1	Grado 2	Grado 3
<p>PRP1.1 Resolver problemas con datos sencillos y enunciados de manera explícita que sólo admiten una única solución.</p> <p>PRP1.2 Resolver problemas que involucran la utilización de algoritmos, fórmulas, procedimientos, propiedades, o convenciones elementales.</p> <p>PRP1.3 Identificar problemas que se pueden plantear a partir de una situación dada matemática o de contexto real dada.</p> <p>PRP1.4 Identificar modelos matemáticos que ya han sido estudiados, que se encuentran explícitamente formulados y que permitirían explicar o representar situaciones matemáticas elementales o de contexto real.</p> <p>PRP1.5 Resolver problemas mediante la aplicación de un modelo que ya ha sido estudiado y que se encuentra explícitamente formulado.</p>	<p>Si alguno o algunos de los indicadores siguientes en esta columna aparecen (y no hay indicadores de grado 3), se valorará la intervención del proceso con un grado 2:</p> <p>PRP2.1 Plantear una estrategia correcta para resolver problemas que no han sido estudiados donde se identifiquen con claridad los procedimientos a utilizar.</p> <p>PRP2.2 Resolver problemas que no han sido estudiados a partir de una situación dada (matemática o de contexto real) donde se ejecuten acciones secuenciales descritas con claridad.</p> <p>PRP2.3 Resolver problemas que impliquen establecer conexiones entre distintas áreas matemáticas, o distintas formas de representación o de comunicación.</p> <p>PRP2.4 Plantear problemas a partir de una situación dada matemática o de contexto real que implique una estrategia de solución.</p> <p>PRP2.5 Identificar y usar modelos matemáticos que ya han sido estudiados, que no están explícitamente formulados y que permitirían explicar o representar situaciones elementales matemáticas o de contexto real.</p>	<p>Si alguno o algunos de los indicadores siguientes en esta columna aparecen, se valorará la intervención del proceso con un grado 3:</p> <p>PRP3.1 Resolver problemas que no han sido estudiados donde se seleccionen, comparen y evalúen diferentes estrategias.</p> <p>PRP3.2 Generalizar los resultados obtenidos en la resolución de problemas.</p> <p>PRP3.3 Plantear problemas a partir de una situación matemática o de contexto real que implique diferentes estrategias de solución o que sean de solución abierta.</p> <p>PTP3.4 Usar modelos matemáticos que no han sido estudiados, para representar o explicar situaciones (matemáticas o de contextos reales) identificando las limitaciones y los supuestos de los mismos.</p>

Nota. Recuperado de “Evaluación y Pruebas Nacionales para un Currículo de Matemáticas que Enfatiza Capacidades Superiores, Ruiz, 2018, p.122.

## ANEXO 8. INDICADORES DE GRADOS DEL PROCESO CONECTAR

Grado 1	Grado 2	Grado 3
<p>C1.1 Identificar conexiones entre conceptos o procedimientos matemáticos y una situación de contexto real similar a las ya estudiadas.</p>	<p>Si alguno o algunos de los indicadores siguientes en esta columna aparecen (y no hay indicadores de grado 3), se valorará la intervención del proceso con un grado 2:</p>	<p>Si alguno o algunos de los indicadores siguientes en esta columna aparecen, se valorará la intervención del proceso con un grado 3:</p>
<p>C1.2 Relacionar conceptos o procedimientos matemáticos distintos dentro de una misma área matemática en la resolución de problemas.</p>	<p>C2.1 Usar la conexión entre conceptos o procedimientos matemáticos y una situación de contexto real para resolver problemas similares a los ya estudiados.</p>	<p>C3.1 Usar la conexión entre conceptos o procedimientos matemáticos y una situación de contexto real para resolver problemas no estudiados y relativamente complejos.</p>
	<p>C2.2 Relacionar conceptos o procedimientos matemáticos de dos o más áreas matemáticas diferentes en la resolución de problemas.</p>	<p>C3.2 Relacionar conceptos o procedimientos matemáticos de dos o más asignaturas o disciplinas cognoscitivas diferentes en la resolución de un problema.</p>

---

Nota. Recuperado de “Evaluación y Pruebas Nacionales para un Currículo de Matemáticas que Enfatiza Capacidades Superiores, Ruiz, 2018, p.124.

## ANEXO 9. INDICADORES DE GRADOS DEL PROCESO COMUNICAR

Grado 1	Grado 2	Grado 3
<p>COM1.1 Identificar expresiones matemáticas estudiadas en textos dados similares a los estudiados (aportados de manera escrita o verbal).</p>	<p>Si alguno o algunos de los indicadores siguientes en esta columna aparecen (y no hay indicadores de grado 3), se valorará la intervención del proceso con un grado 2:</p>	<p>Si alguno o algunos de los indicadores siguientes en esta columna aparecen, se valorará la intervención del proceso con un grado 3:</p>
<p>COM1.2 Interpretar expresiones matemáticas dadas en situaciones similares a las estudiadas para proceder a buscar una estrategia de solución.</p>	<p>COM2.1 Identificar expresiones matemáticas estudiadas en textos dados no similares a los estudiados (aportados de manera escrita o verbal).</p>	<p>COM3.1 Interpretar o seguir una secuencia de razonamientos matemáticos abstractos no estudiados y complejos.</p>
<p>COM1.3 Reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos matemáticos ya estudiados.</p>	<p>COM2.2 Interpretar o seguir una secuencia de razonamientos matemáticos, que usan conceptos o procedimientos matemáticos estudiados (expresados de manera oral o escrita) en la resolución de un problema.</p>	<p>COM3.2 Expresar ideas, acciones, argumentos y conclusiones usando lenguaje matemático y precisión matemática.</p>
<p>COM1.4 Comunicar en forma breve mediante representaciones matemáticas (verbales, numéricas, algebraicas, tabulares, estadísticas, gráficas) resultados de procedimientos rutinarios (por aplicación de algoritmos o propiedades, fórmulas, convenciones elementales, o un modelo que ya ha sido estudiado) que se desarrollan en la resolución de un problema ya estudiado.</p>	<p>COM2.3 Describir mediante un lenguaje matemáticamente no preciso las acciones, resultados y razonamientos que ha efectuado en la solución de un problema.</p>	<p>COM3.3 Comunicar sus argumentos en la resolución de un problema o la realización de una prueba, usando relaciones más abstractas entre conceptos, métodos o resultados matemáticos (en especial relaciones lógicas).</p>
	<p>COM2.4 Comunicar conclusiones mediante lenguaje natural en torno a acciones, razonamientos y resultados que ha desarrollado en la resolución de un problema.</p>	

---

Nota. Recuperado de “Evaluación y Pruebas Nacionales para un Currículo de Matemáticas que Enfatiza Capacidades Superiores, Ruiz, 2018, p.125.

## **ANEXO 10. ESTRATEGIA “4+6” PARA ANALIZAR ÍTEMS DE LAS PRUEBAS ESCRITAS**

**Codificación C1.EP1. T1 se refiere primer examen parcial del primer trimestre en el colegio 1.**

### **Pruebas parciales C1**

#### ***C1. EP1. T1.***

La tarea propuesta establece la siguiente instrucción:

Resuelva la siguiente operación combinada  $13 + 4(12 \cdot 3 - 2^4)$

Para abordar la tarea, el estudiantado debe identificar el papel de cada una de las operaciones dentro de la operación combinada. En primer lugar, es fundamental conocer el papel que tienen los paréntesis dentro del saber matemático escolar, los cuales tienen el papel de priorizar las operaciones que se encuentren acotados por estos. Hecho esto, lo siguiente consiste en desarrollar la potencia, de manera que dicha se reduzca a un número sin exponente, empleando para esto la definición de potencia como multiplicación reiterada, obteniendo así que  $2^4 = 16$ .

A partir de lo anterior, la operación combinada se ha transformado en una equivalente a la original, la cual está dada por  $13 + 4(12 \cdot 3 - 16)$ . Para continuar con el proceso de resolución, no se debe olvidar la prioridad establecida por los paréntesis, para así proceder a enfocarse en la multiplicación que se encuentra dentro de estos. Resolviendo el producto entre 3 y 12, la operación se reduce a  $13 + 4(36 - 16)$ , en la cual es posible aplicar la propiedad distributiva respecto a la suma, permitiendo que la operación esté dada por  $13 + 144 - 64$ . Finalmente, al realizar las sumas y restas respectivas se obtiene que el resultado de haber efectuado la operación dada por  $13 + 4(12 \cdot 3 - 2^4)$  corresponde a 93.

Dada la resolución de la tarea, se prosigue con el análisis de la misma mediante la estrategia. Para ello, se presenta una descripción de los elementos necesarios para

identificar la naturaleza de la tarea. Asimismo, le prosigue la valoración de la tarea, así como el establecimiento de su nivel de complejidad.

- Conocimientos y áreas incluidas: Números, operaciones: suma, resta, multiplicación, división y potencias.
- Habilidades generales: Realizar cálculos usando números reales en sus diferentes representaciones. (MEP, 2012, p.275) del área de Números. Utilizar la estimación, el cálculo mental, el papel y lápiz o la calculadora, según sea el caso, para el cálculo de operaciones con números enteros, racionales y reales. (MEP, 2012, p.275) del área de Números.
- Habilidades específicas: Resolver una operación combinada que involucre o no el uso de paréntesis. (MEP, 2012, p.276) del área de Números.
- Contexto: Matemático pues esta tarea se centra únicamente en procedimientos que no salen del seno de la matemática.

Considerando la naturaleza de la tarea, así como su contexto, se puede afirmar que esta tarea no promueve la contextualización activa.

- Valoración de la tarea, según la participación de los procesos matemáticos involucrados:
  - ✓ Razonar y argumentar: De manera que la información necesaria para responder y realizar la operación se presenta de forma explícita y que los razonamientos a realizar se extraen de lo presentado en la tarea, gracias a los indicadores RA1.3 y RA1.4 se da el grado 1.
  - ✓ Plantear y resolver problemas: El planteamiento de esta tarea se relaciona con el indicador de PRP1.2 dado que se involucran la utilización de procedimientos y diferentes propiedades aritméticas elementales para poder resolverlo. Por esto, es de grado 1.
  - ✓ Conectar: Debido a la relación entre los conceptos de sumas, restas, multiplicación y leyes de potencias, que todas están envueltas en una misma área de la matemática se establece que es de grado 1. (Indicador C1.2)

- ✓ Comunicar: Se requiere en el planteamiento de la tarea el uso de procedimientos rutinarios dentro de la resolución del problema. Por lo tanto, grado 1. (Indicador COM1.4)
- ✓ Representar: Se utiliza nada más una representación matemática para resolver la tarea propuesta, por lo tanto, es de grado 1. (Indicador R1.2)
- Nivel de complejidad. Debido a que se presentan 5 indicadores de grado 1 en los diferentes procesos (RA1.3, RA1.4, PRP1.2, C1.2, COM1.4, R1.2), el nivel de complejidad de la tarea se puede considerar como Reproducción (NC1).

### **C1. EP1. T2.**

La tarea propuesta busca dar respuesta al siguiente problema:

Rebeca posee menos de 21 canicas, si las agrupa de 2 en 2, de 3 en 3 o de 4 en 4, siempre le sobran 1 canicas, ¿cuántas canicas posee Rebeca?

Para abordar la tarea matemática propuesta el estudiantado debe reconocer la agrupación de 2 en 2, de 3 en 3 y de 4 en 4 como una metáfora hacia la divisibilidad. Acompañado esto al hecho de que al efectuar cada una de las divisiones, se obtiene residuo 1. Visto de otra forma, la tarea consiste en hallar un número entero que sea divisible tanto por 2, 3 y 4, y finalmente sumarle un 1 a ese número entero. Por otra parte, a un número ser divisible por 2, 3 y 4, significa que su factorización prima debe estar dada por  $2^k \cdot 3^k \cdot 4^k$ ;  $k \in \mathbb{Z}^+$ , siendo el menor número que cumple esto el 12, el cuál es menor que 21. Considerando la condición del residuo, significa que el número deseado corresponde a 13.

Dada la resolución de la tarea, se prosigue con el análisis de la misma mediante la estrategia. Para ello, se presenta una descripción de los elementos necesarios para identificar la naturaleza de la tarea. Asimismo, le prosigue la valoración de la tarea, así como el establecimiento de su nivel de complejidad.

- Conocimientos y áreas incluidas: Números, Teoría de Números: Algoritmo de la división, divisibilidad, factor, múltiplo, número primos, números compuestos y descomposición prima.
- Habilidades generales: Utilizar conocimientos de teoría de números en la resolución de problemas contextualizados o propios de la rama). (MEP, 2012, p.275) del área de Números.
- Habilidades específicas: Aplicar los conceptos de divisibilidad, divisor, factor y múltiplo de un número natural en la resolución de problemas en diferentes contextos. (MEP, 2012, p.278) del área de Números.
- Contexto: Personal, pues consiste en actividades que pueden llegar a ser cotidianas para los estudiantes o sus allegados.

Considerando la naturaleza de la tarea, así como su contexto, se puede afirmar que esta tarea no presenta evidencia suficiente de promover la contextualización activa.

- Valoración de la tarea, según la participación de los procesos matemáticos involucrados:
  - ✓ Razonar y argumentar: La tarea requiere para su solución identificar información no presente de manera explícita, pues requiere matematizar la noción de agrupación como cociente de división. (RA2.1). Por tal motivo, se da en grado 2.
  - ✓ Plantear y resolver problemas: La tarea implica un razonamiento no necesariamente cotidiano para los estudiantes, pues requiere no aplicar directamente el algoritmo de la división sino usar este para plantear una estrategia que no es evidente a todas luces. (PRP2.2). Por tal motivo, se da en grado 2.
  - ✓ Conectar: No se hace explícita la necesidad de contar con recursos de áreas matemáticas distintas a la de números, por lo tanto, se puede afirmar que se relacionen procedimientos en una única área de la matemática. (C1.2). Por tal motivo, se da en grado 1.
  - ✓ Comunicar: Se requiere en el planteamiento de la tarea interpretar una secuencia de razonamientos matemáticos, que usan conceptos y

procedimientos matemáticos estudiados en la resolución de problema. (COM2.2). Por lo tanto, se da en grado 2.

- ✓ Representar: En la solución, se hace uso de a lo sumo dos representaciones matemáticas del mismo objeto, siendo estas la representación del número doce como 12 y como  $2 \cdot 3 \cdot 4$ . (R1.3). Por lo tanto, se da en grado 1.
- Nivel de complejidad. Puesto que se presentan 3 indicadores de grado 2 en los diferentes procesos (RA 2.1, PRP 2.1, C 1.1, COM 1.2, R 1.2.), el nivel de complejidad del ítem se ha de considerar como Reproducción (NC1).

### **C1. EP1. T3.**

La tarea propuesta indica la siguiente cuestión:

Descomponga de forma completa el siguiente número y determine la cantidad de divisores que posee 7875

Para la resolución de esta tarea, basta con determinar la factorización prima del número 7875. Con tal fin, se procede a tratar de dividir el número indicado por 2, 3, 4, 5, etc. y así consecutivamente hasta lograr reducir el número a 1. En el caso particular indicado, el número queda descompuesto de la forma  $7875 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 = 3^2 \cdot 5^3 \cdot 7$ .

Esto significa que el número 7875 se descompone como el producto de potencias de 3, 5 y 7. Por lo tanto, se concluye que los divisores no triviales de 7875 consisten en 3, 5 y 7. Finalmente, considerando los divisores triviales (1 y el mismo número) y no triviales, se tiene que 7875 tiene en total 5 divisores.

Posterior a la resolución de la tarea, se prosigue con el análisis de la misma mediante la estrategia. Se presenta una descripción de los elementos necesarios para identificar la naturaleza de la tarea. Asimismo, le prosigue la valoración de la tarea, así como el establecimiento de su nivel de complejidad.



- Conocimientos y áreas incluidas: Números, Teoría de Números: Algoritmo de la división, divisibilidad, factor, múltiplo, número primos, números compuestos y descomposición prima.
- Habilidades generales: Utilizar conocimientos de teoría de números en la resolución de problemas contextualizados o propios de la rama). (MEP, 2012, p.275) del área de Números.
- Habilidades específicas: Descomponer un número compuesto en sus factores primos. (MEP, 2012, p.279) del área de Números.
- Contexto: Matemático pues esta tarea se centra únicamente en procedimientos que no salen del seno de la matemática.

Considerando la naturaleza de la tarea, así como su contexto, se puede afirmar que no se promueve la contextualización activa.

- Valoración de la tarea, según la participación de los procesos matemáticos involucrados:
  - ✓ Razonar y argumentar: A partir de lo presentado, se afirma que toda la información necesaria y lo que se debe de realizar son interpretaciones que se extraen del enunciado, se define como grado 1. (Indicador RA1.3)
  - ✓ Plantear y resolver problemas: La resolución de la tarea se hace a partir de la utilización de algoritmos y procedimientos, de esta forma se le asigna el grado 1. (Indicador PRP1.2)
  - ✓ Conectar: Como se relacionan procedimientos de división, suma y multiplicar dentro de una misma área en la resolución del problema se le ubica en el grado 1. (Indicador C1.2)
  - ✓ Comunicar: se presenta en la resolución una representación matemática de manera escrita, donde los resultados de procedimientos algorítmicos son los predominantes para la resolución del problema, de esta forma se ubica en el grado 1. (Indicador COM1.4)

- ✓ Representar: Se utilizan dos representaciones matemáticas para resolver la situación, una es la aritmética y la otra tabular, debido al tipo de resolución, de esta forma se ubica en el grado 1. (Indicador R1.3)
- Nivel de complejidad. Debido a que existen 5 indicadores de grado 1 en los diferentes procesos (RA1.3, PRP1.2, C1.2, COM1.4, R1.3), el nivel de complejidad de la tarea se puede considerar como Reproducción (NC1)

### **C1. EP2. T1.**

La tarea propuesta indica la siguiente cuestión:

Hay 120 bolitas azules, 160 rojas y 200 blancas para hacer collares del mismo tamaño, de modo que no sobre nada. Además, cada collar debe ser de un solo color y lo más grande posible. ¿Cuántas bolitas se debe emplear en cada collar?

Con el fin de dar respuesta a la cuestión presentada en la tarea, el estudiantado ha de reconocer que, con el fin de realizar una repartición en las condiciones deseadas, se requiere calcular el máximo común divisor de 120, 160 y 200. Para ello, el estudiante requiere determinar todos los posibles divisores de cada uno de estos números, a partir de realizar la descomposición prima de cada uno de estos. Posteriormente, ha de identificar todos los primos que se presenten en común en cada una de las descomposiciones, para posteriormente efectuar el producto. El resultado de tal producto corresponde al 40, y por lo tanto, la cantidad de bolitas a emplear en cada collar.

Efectuada la resolución de la tarea, se prosigue con la ejecución de los pasos restantes de la estrategia 4+6. Con tal fin, se introduce un estudio sobre la naturaleza de la tarea, de manera que esto permita, acompañado de la valoración respectiva, identificar el nivel de complejidad de la tarea propuesta.

Conocimientos y áreas incluidas: Números, Teoría de Números: Descomposición prima, máximo común divisor.

- Conocimientos y áreas involucradas: Números, Teoría de números: descomposición prima y máximo común divisor.

- Habilidades generales: Utilizar conocimientos de teoría de números en la resolución de problemas contextualizados o propios de la rama). (MEP, 2012, p.275) del área de Números.
- Habilidades específicas: Obtener el máximo común divisor de dos números aplicando el algoritmo correspondiente. (MEP, 2012, p.279) del área de Números. Plantear y resolver problemas donde se utilice el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor. (MEP, 2012, p.280) del área de Números.
- Contexto: Personal, pues se involucran actividades que los estudiantes podrían llegar a enfrentar.

Considerando la naturaleza de la tarea, así como su contexto, se puede afirmar que promueve la contextualización activa.

- Valoración de la tarea, según la participación de los procesos matemáticos involucrados:
  - ✓ Razonar y argumentar: La tarea matemática no presenta de manera explícita la información en el contexto específico. Por lo tanto, se le asigna grado 2. (Indicador RA2.1)
  - ✓ Plantear y resolver problemas: Puesto que se requiere de la utilización de algoritmos y procedimientos convencionales para la resolución de la tarea, se le asigna en esta categoría el grado 1. (Indicador PRP1.1)
  - ✓ Conectar: La realización de la tarea involucra procedimientos matemáticos propios de una misma área de la matemática. Por lo tanto, se le asigna el grado 1. (Indicador C1.2)
  - ✓ Comunicar: El contexto de la tarea permite que la identificación de la información matemática presente en este se realice de manera directa, no requiriendo de un estudio profundo del texto del problema. Basado en lo anterior, se le asigna grado 1. (Indicador COM1.1)
  - ✓ Representar: La solución de la tarea implica el uso de una única representación matemática en la modelación de la situación. Por ello, se le asigna grado 1. (Indicador R1.2)

- Nivel de complejidad. Debido a que se presentan 4 indicadores de grado 1 en los diferentes procesos (PRP1.1, C1.2, COM1.1, R1.2), el nivel de complejidad de la tarea se puede considerar como Reproducción (NC1)

### **C1. EP2. T2.**

La tarea matemática analizar establece el siguiente enunciado:

Un árbol de navidad tiene luces de tres colores: rojas, amarillas y verde. Cada 12 segundos se encienden las rojas, las amarillas cada 18 segundos y las verdes cada 32, si al conectar el juego de luces se encienden todas a la vez, ¿Cuántos segundos pasarán hasta que vuelvan a coincidir todas encendidas?

Con tal de dar solución a esta tarea, el estudiantado inicialmente requiere abstraer la información matemática dentro de la situación dada. Esto significa reconocer que se requiere calcular un múltiplo coincidente entre los números 12, 18 y 32. Para ello, se ha de hacer uso del algoritmo conocido como Mínimo Común Múltiplo. Este algoritmo consiste en emplear la descomposición prima de 12, 18 y 32, y posteriormente escoger todos los factores primos que aparezcan, comunes y no comunes, sin repetirlos y elevarlos al mayor exponente con el que aparecen. Hecho esto, se procede a efectuar el producto de todos los elementos que componen la elección realizada. En este caso particular, las descomposiciones primas corresponden respectivamente a:  $12 = 2^2 \cdot 3$ ,  $18 = 2 \cdot 3^2$  y  $32 = 2^5$ . Así pues, el problema se reduce a determinar el producto de  $2^5 \cdot 3^2$ , dando este como resultado 288. Por lo tanto, han de pasar 288 segundos para que las luces coincidan de nuevo.

Presentada la solución de la tarea propuesta, se procede con la ejecución de los pasos restantes de la estrategia. Para ello, se realiza un estudio sobre la naturaleza de la tarea, de manera que esto permita, acompañado de la valoración respectiva, identificar el nivel de complejidad de la tarea propuesta.

- Conocimientos y áreas involucradas: Números, Teoría de Números: Factorización prima y mínimo común múltiplo.

- Habilidades generales: Utilizar conocimientos de teoría de números en la resolución de problemas contextualizados o propios de la rama). (MEP, 2012, p.275) del área de Números.
- Habilidades específicas: Obtener el mínimo común múltiplo de dos números aplicando el algoritmo correspondiente. (MEP, 2012, p.279) del área de Números. Plantear y resolver problemas donde se utilice el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor. (MEP, 2012, p.280) del área de Números.
- Contexto: Personal, pues se involucran actividades potencialmente cotidianas para los estudiantes.

Considerando la naturaleza de la tarea, así como su contexto, se puede afirmar que promueve la contextualización activa.

- Valoración de la tarea, según la participación de los procesos matemáticos involucrados:
  - ✓ Razonar y argumentar: La solución no involucra información presentada de manera explícita la información en el contexto específico. Por lo tanto, se le asigna grado 2. (Indicador RA2.1)
  - ✓ Plantear y resolver problemas: Debido a la necesidad de emplear algoritmos y procedimientos convencionales para la resolución de la tarea, se le asigna en esta categoría el grado 1. (Indicador PRP1.1)
  - ✓ Conectar: La tarea se limita a una única área de la matemática en su proceso de solución, por lo tanto, se le asigna el grado 1. (Indicador C1.2)
  - ✓ Comunicar: La situación permite que la identificación de la información matemática presente en este se realice de manera directa, no requiriendo de un estudio profundo del texto del problema. Basado en lo anterior, se le asigna grado 1. (Indicador COM1.1)
  - ✓ Representar: No se requiere la utilización de más de un tipo de representación para efectuar exitosamente la tarea planteada. Por ello, se le asigna grado 1. (Indicador R1.2)

- Nivel de complejidad. Debido a que se presentan 4 indicadores de grado 1 en los diferentes procesos (PRP1.1, C1.2, COM1.1, R1.2), el nivel de complejidad de la tarea se puede considerar como Reproducción (NC1)

### **C1. EP2. T3.**

La tarea matemática presentada a continuación presenta el siguiente enunciado:

Eva tiene una cuerda roja de 15 m. y una azul de 20 m. Las quiere cortar en trozos de la misma longitud, de forma que no sobre nada. ¿Cuál es la longitud máxima de cada trozo de cuerda que puede cortar? ¿Y cuantos trozos de cada color quedan?

Similar a la tarea analizada en el punto C1.EP2.T1, la presente requiere en primera instancia, reconocer la necesidad de emplear repartir, en partes iguales, varias cantidades distintas. Con el fin de que se cumpla la condición de que todos sean de la misma longitud, es necesario emplear el algoritmo del Máximo Común Divisor. Para ello, inicialmente se procede a realizar la descomposición prima de cada uno de los números, así pues:  $15 = 5 \cdot 3$  y  $20 = 2^2 \cdot 5$ . Posteriormente, se identifican los primos en común que contiene cada una de las composiciones, siendo en este caso únicamente el 5. Este valor refiere a la longitud máxima de cuerda que se puede cortar por cada trozo.

Con esta información, se procede a dar respuesta a la otra interrogante, para la cual basta con dividir cada una de las longitudes de las cuerdas entre la longitud máxima que puede alcanzar cada una. Así pues, la cuerda roja de 15 cm se ha de dividir en trozos de 5 cm, para ello se efectúa  $15 \div 5 = 3$ , con la cual se concluye que se tienen en total 3 trozos de cuerda roja. Un razonamiento análogo se aplica para la otra cuerda, teniendo que  $20 \div 5 = 4$ , por lo tanto dicha se puede partir en 4 trozos de tamaño máximo.

Dada la resolución de la tarea, se prosigue con el análisis de la misma mediante la estrategia. Para ello, se presenta una descripción de los elementos necesarios para identificar la naturaleza de la tarea. Asimismo, le prosigue la valoración de la tarea, así como el establecimiento de su nivel de complejidad.

- Conocimientos y áreas involucradas: Números, Teoría de números: descomposición prima y máximo común múltiplo.
- Habilidades generales: Utilizar conocimientos de teoría de números en la resolución de problemas contextualizados o propios de la rama). (MEP, 2012, p.275) del área de Números
- Habilidades específicas: Obtener el máximo común divisor de dos números aplicando el algoritmo correspondiente. (MEP, 2012, p.279) del área de Números. Plantear y resolver problemas donde se utilice el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor. (MEP, 2012, p.280) del área de Números.
- Contexto: Personal, debido a que el contexto de la tarea es potencialmente familiar para el estudiantado.

Considerando la naturaleza de la tarea, así como su contexto, se puede afirmar que se promueve la contextualización activa.

- Valoración de la tarea, según la participación de los procesos matemáticos involucrados:
  - ✓ Razonar y argumentar: La tarea matemática no presenta de manera explícita la información en el contexto específico. Por lo tanto, se le asigna grado 2. (Indicador RA2.1)
  - ✓ Plantear y resolver problemas: A causa de que se ha de depender de la utilización de algoritmos y procedimientos convencionales para la resolución de la tarea, se le asigna en esta categoría el grado 1. (Indicador PRP1.1)
  - ✓ Conectar: Todos los procedimientos matemáticos empleados en la solución de la tarea pertenecen a una misma área de la matemática. Por lo tanto, se le asigna el grado 1. (Indicador C1.2)
  - ✓ Comunicar: El contexto de la tarea permite que la identificación de la información matemática presente en este se realice de manera directa. Basado en lo anterior, se le asigna grado 1. (Indicador COM1.1)

- ✓ Representar: Es innecesario el empleo de más de un tipo de representación matemática para la solución de la tarea. Por ello, se le asigna grado 1. (Indicador R1.2)
- Nivel de complejidad. Debido a que se presentan 4 indicadores de grado 1 en los diferentes procesos (PRP1.1, C1.2, COM1.1, R1.2), el nivel de complejidad de la tarea se puede considerar como Reproducción (NC1)

### **C1. EP3. T1.**

La tarea matemática está enunciada de la siguiente manera:

Marcela va a una verdulería necesita comprar Uvas y manzanas con su respectivo precio, el kilo de manzanas en  $\phi 950$ , el kilo de uvas en  $\phi 2300$ , decide comprar solamente el 1k de manzanas, 2k de uvas, ¿cuánto debe pagar en la caja?

Para la solución de esta tarea, el estudiantado debe plantear un modelo que le permita dar respuesta a la cuestión solicitada. Para ello, basta con emplear operaciones básicas que le permitan dar con el resultado. Un posible modelo para dar solución a la tarea consiste en plantear la suma entre el producto de: el precio de cada producto y la cantidad comprobada, respectivamente. Eso se resume en plantear  $950 \cdot 1 + 2300 \cdot 2 = 5550$ . Esta cantidad corresponde al monto que Marcela ha de cancelar en la caja.

Solucionada la tarea, se procede a: en primer lugar, identificar la naturaleza de la tarea, y posteriormente determinar su nivel de complejidad.

- Conocimientos y áreas involucradas: Números, Operaciones, cálculos y estimaciones: suma, resta, multiplicación, división, potencias, raíces y combinación de operaciones.
- Habilidades generales: Realizar cálculos usando números reales en sus diferentes presentaciones (MEP, 2012, p.275) del área de Números.
- Habilidades específicas: Resolver problemas aplicando sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de números enteros. (MEP, 2012, p.282) del área de Números.



- Contexto: Personal, a causa de que la situación consiste en una actividad del diario vivir como lo es hacer comprar de cualquier producto.

Considerando la naturaleza de la tarea, así como su contexto, se puede afirmar que se promueve la contextualización activa.

- Valoración de la tarea, según la participación de los procesos matemáticos involucrados:
  - ✓ Razonar y argumentar: Para la resolución de la tarea, basta con responder a preguntas donde esté presenta de forma explícita toda la información necesaria para encontrar la respuesta. A causa de lo anterior, se asigna grado 1. (Indicador RA1.3)
  - ✓ Plantear y resolver problemas: La tarea matemática en cuestión es solucionable con datos sencillos, los cuales están enunciados explícitamente, admitiendo una única solución. Por lo tanto, se identifica la presencia de este indicador en grado 1. (Indicador PRP1.1)
  - ✓ Conectar: Puesto que la solución del problema consiste en la realización de una suma y dos multiplicaciones, se evidencia que se involucran procedimientos matemáticos contenidos dentro de una misma área de la matemática. En consecuencia, se admite el indicador en grado 1. (Indicador C1.2)
  - ✓ Comunicar: La formulación del problema permite que sea evidente la información que se ha de considerar, así como la elección de las herramientas matemáticas a emplear en su solución. Por lo anterior, se asigna grado 1. (Indicador COM1.1)
  - ✓ Representar: La solución del problema implica el uso de una única representación matemática. Por ello, se le asigna grado 1. (Indicador R1.2)
- Nivel de complejidad. Debido a que se presentan 5 indicadores de grado 1 en los diferentes procesos (RA 1.3, PRP1.1, C1.2, COM1.1, R1.2), el nivel de complejidad de la tarea se considera como Reproducción (NC1)

### C1. EP3. T2.

La tarea a analizar se presenta a continuación:

Paola debe comprar 725 lapiceros para repartir en un colegio, si cada lapicero cuesta  $\$375$ , ¿Cuánto debe pagar por los 725 lapiceros?

El abordaje de esta tarea se da en dos pasos: en primer lugar, el estudiantado ha de identificar que, con el fin de determinar el costo por la compra de una cantidad definida de artículos a un precio dado, se requiere emplear el producto entre el precio y la cantidad de artículos deseados. Posteriormente, se ha de calcular dicho producto. Dadas las condiciones de la prueba, es posible el empleo de calculadora para la realización de este cálculo, así que basta digitar en cualquier calculadora  $375 \cdot 725$ , con lo cual se obtiene 271875 de resultado. Siendo este el coste, en colones, de la adquisición de los 725 lapiceros al precio de 375 colones.

Una vez presentada la solución a la tarea, se procede con la identificación de su naturaleza y la determinación de su grado de complejidad.

- Conocimientos y áreas involucradas: Números, Operaciones, cálculos y estimaciones: suma, resta, multiplicación, división, potencias, raíces y combinación de operaciones.
- Habilidades generales: Realizar cálculos usando números reales en sus diferentes presentaciones (MEP, 2012, p.275) del área de Números.
- Habilidades específicas: Resolver problemas aplicando sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de números enteros. (MEP, 2012, p.282) del área de Números.
- Contexto: Personal, pese a la poca facticidad de la adquisición de tal número de lapiceros por parte de un estudiante, la situación consiste en un eventual escenario que se podría enfrentar un dependiente de una librería.

Considerando la naturaleza de la tarea, así como su contexto, se puede afirmar que se promueve la contextualización activa.

- Valoración de la tarea, según la participación de los procesos matemáticos involucrados:

- ✓ Razonar y argumentar: Para la resolución de la tarea, es suficiente con dar respuesta a preguntas donde esté presente de forma explícita toda la información necesaria para encontrar la respuesta. En consecuencia, se asigna grado 1. (Indicador RA1.3)
  - ✓ Plantear y resolver problemas: Los datos del problema se presentan explícitamente, admitiendo una única solución. Por lo tanto, se identifica la presencia de este indicador en grado 1. (Indicador PRP1.1)
  - ✓ Conectar: La tarea presenta, en su solución, únicamente procedimientos matemáticos contenidos dentro del área de números. A causa de lo anterior, se admite el indicador en grado 1. (Indicador C1.2)
  - ✓ Comunicar: La redacción explícita del problema permite identificar los datos de este sin necesidad de razonamientos adicionales. Por lo anterior, se asigna grado 1. (Indicador COM1.1)
  - ✓ Representar: La solución del problema implica el uso de una única representación matemática. Por ello, se le asigna grado 1. (Indicador R1.2)
- Nivel de complejidad. Debido a que se presentan 5 indicadores de grado 1 en los diferentes procesos (RA 1.3, PRP1.1, C1.2, COM1.1, R1.2), el nivel de complejidad de la tarea se considera como Reproducción (NC1).

### **C1. EP3. T3.**

La tarea propuesta consiste en el siguiente problema:

Alonso debe comprar 162 peras para la fiesta de final de clases, en la verdulería le dicen que cada pera cuesta  $\$550$  pero le van a hacer un descuento de  $\$35$  por cada pera que compre, ¿Cuánto debe pagar Alonso por las 162 peras si le hacen el descuento?

La solución de esta tarea, al igual que las dos anteriores, consisten en el planteamiento de un modelo aritmético que permita dar respuesta a la cuestión indicada. En este caso, se ha de emplear un modelo que permita determinar la

diferencia de dos productos, donde el primer producto corresponde al costo total de las peras y el segundo en el descuento total recibido. En particular, la tarea se reduce a determinar el resultado de la siguiente operación:  $550 \cdot 162 - 35 \cdot 162$ . La cual resulta en 83430, representado esta cantidad en colones la solución al problema.

Dada la resolución de la tarea, se prosigue con el análisis de la misma mediante la estrategia 4+6. Se presenta una descripción de los elementos necesarios para identificar la naturaleza de la tarea. Asimismo, le prosigue la valoración de la tarea, de mano con el establecimiento de su nivel de complejidad.

- Conocimientos y áreas involucradas: Números, Operaciones, cálculos y estimaciones: suma, resta, multiplicación, división, potencias, raíces y combinación de operaciones.
- Habilidades generales: Realizar cálculos usando números reales en sus diferentes presentaciones (MEP, 2012, p.275) del área de Números.
- Habilidades específicas: Resolver problemas aplicando sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de números enteros. (MEP, 2012, p.282) del área de Números.
- Contexto: Personal, a causa de que la situación consiste en una actividad del diario vivir como lo es hacer comprar productos alimenticios.

Considerando la naturaleza de la tarea, así como su contexto, se puede afirmar que promueve la contextualización activa.

- Valoración de la tarea, según la participación de los procesos matemáticos involucrados:
  - ✓ Razonar y argumentar: En este caso, basta con dar respuesta a preguntas donde esté presenta de forma explícita toda la información necesaria para encontrar la respuesta. Por ello, se asigna grado 1. (Indicador RA1.3)
  - ✓ Plantear y resolver problemas: Los datos del problema se presentan explícitamente, admitiendo una única solución. Por lo tanto, se

identifica la presencia de este indicador en grado 1. (Indicador PRP1.1)

- ✓ Conectar: La tarea presenta, en su solución, únicamente procedimientos matemáticos contenidos dentro del área de números. En consecuencia, de lo anterior, se admite el indicador en grado 1. (Indicador C1.2)
  - ✓ Comunicar: La redacción explícita del problema permite identificar los datos de este sin necesidad de razonamientos adicionales. Resultado de esto, se asigna grado 1. (Indicador COM1.1)
  - ✓ Representar: La solución del problema implica el uso de una única representación matemática. Derivado de lo anterior, se asigna grado 1. (Indicador R1.2)
- Nivel de complejidad. Debido a que se presentan 5 indicadores de grado 1 en los diferentes procesos (RA 1.3, PRP1.1, C1.2, COM1.1, R1.2), el nivel de complejidad de la tarea se considera como Reproducción (NC1).

#### **C1. EP3. T4.**

La tarea propuesta busca que el estudiantado dé respuesta al siguiente problema:

Un submarino se encuentra a 585 metros de profundidad, si este emerge a 13 metros por minuto. ¿Cuántos minutos tarda en llegar a la superficie?

Con el fin de dar solución al problema indicado, basta con reconocer la división como mecanismo para determinar la cantidad de minutos que tarda en llegar a la superficie. Un razonamiento distinto implicaría restar 13 una cierta cantidad de veces a la profundidad dada, hasta que esta llegue a 0 para luego contar la cantidad de restas realizadas. Sin embargo, se espera que los estudiantes reconozcan el papel de la división como una resta reiterada en este punto. Siguiendo el primer razonamiento declarado, se tiene que  $585 \div 13$  corresponde al modelo aritmético necesario para dar respuesta al problema. Efectuando la operación e interpretándola respecto al contexto, se obtiene que son 45 minutos los que se toma el submarino en subir a la superficie.

Se procede a realizar la descripción de la naturaleza matemática, para posteriormente determinar su nivel de complejidad a partir de la valoración de los indicadores respectivos.

- Conocimientos y áreas involucradas: Números, Operaciones, cálculos y estimaciones: suma, resta, multiplicación, división, potencias, raíces y combinación de operaciones.
- Habilidades generales: Realizar cálculos usando números reales en sus diferentes presentaciones (MEP, 2012, p.275) del área de Números.
- Habilidades específicas: Resolver problemas aplicando sumas, restas, multiplicaciones y divisiones de números enteros. (MEP, 2012, p.282) del área de Números.
- Contexto: Personal, a causa de que la situación consiste en una actividad del diario vivir como lo es hacer comprar productos alimenticios.

Considerando la naturaleza de la tarea, así como su contexto, se puede afirmar que promueve la contextualización activa.

- Valoración de la tarea, según la participación de los procesos matemáticos involucrados:
  - ✓ Razonar y argumentar: Con el fin de dar solución a la tarea, se requiere únicamente dar respuesta a preguntas donde esté presenta de forma explícita toda la información necesaria para encontrar la respuesta. Por ello, se asigna grado 1. (Indicador RA1.3)
  - ✓ Plantear y resolver problemas: Los datos del problema se presentan explícitamente, admitiendo una única solución. Por lo tanto, se identifica la presencia de este indicador en grado 2. (Indicador PRP1.1)
  - ✓ Conectar: La tarea presenta, en su solución, únicamente procedimientos matemáticos contenidos dentro del área de números. En consecuencia, de lo anterior, se admite el indicador en grado 1. (Indicador C1.2)

- ✓ Comunicar: La redacción del problema permite identificar los datos de este sin necesidad de razonamientos adicionales. Resultado de esto, se asigna grado 1. (Indicador COM1.1)
- ✓ Representar: La solución del problema requiere únicamente del empleo de un tipo de representación matemática. Derivado de lo anterior, se asigna grado 1. (Indicador R1.2)
- Nivel de complejidad. Debido a que se presentan 5 indicadores de grado 1 en los diferentes procesos (RA 1.3, PRP1.1, C1.2, COM1.1, R1.2), el nivel de complejidad de la tarea se considera como Reproducción (NC1).

### C1. EP3. T5.

La siguiente tarea por analizar está compuesta por tres secciones, las cuales, debido a su naturaleza, serán analizadas como una sola.

Resuelva las siguientes operaciones combinadas

$$a) -5 - 2(-25 \div 5 + 12)$$

$$b) 2^3 - \sqrt[3]{64}$$

$$c) -4^2(-12 - 5)$$

Para dar solución a las operaciones presentadas, se procede a realizar un estudio individual de cada uno de ellas. La primera operación, asignada con la letra a, corresponde a una secuencia simple de sumas y restas de enteros, donde la complejidad de la misma yace en el conocimiento de aquello llamado, en matemática escolar, ley de signos. En primer lugar, se procede a realizar las operaciones inmersas dentro del paréntesis, las cuales consisten en una división de enteros con resultado  $-5$ , para posteriormente sumarle 12 y obtener 7. Hasta este punto, la primera cuestión se ha reducido en efectuar la operación  $-5 - 2(7)$ . Aplicando la prioridad de operaciones, se obtiene  $-19$  como resultado final.

Respecto a la segunda operación, designada por la letra b, se deben aplicar dos conocimientos que, hasta este nivel, eran desconocidos: la potencia y la radicalización. Entendiendo la potencia como la multiplicación reiterada de un número, se tiene que  $2^3 = 8$ . Por otra parte, empleando el algoritmo para obtener

resultados enteros de algunas raíces, se concluye que ese número encerrado en ese símbolo de raíz puede representarse como  $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$ . En este punto, la operación se ha reducido a efectuar la resta  $8 - 4$ , la cual tiene como resultado 4. Finalmente, el razonamiento a emplear en el inciso c es análogo al empleado en el inciso a, haciendo la salvedad de que se involucra una potencia para representar el número  $-16$ , obteniendo como resultado  $-272$ .

Presentada la solución de la tarea propuesta, se procede con la ejecución de los pasos restantes de la estrategia. Para ello, se realiza un estudio sobre la naturaleza de la tarea, de manera que esto permita, acompañado de la valoración respectiva, identificar el nivel de complejidad de la tarea propuesta.

- Conocimientos y áreas involucradas: Números, Operaciones, cálculos y estimaciones: suma, resta, multiplicación, división, potencias, raíces y combinación de operaciones.
- Habilidades generales: Realizar cálculos usando números reales en sus diferentes presentaciones (MEP, 2012, p.275) del área de Números.
- Habilidades específicas: Calcular la raíz de un número entero cuyo resultado sea un entero. (MEP, 2012, p.284) del área de Números. Calcular resultados de operaciones con números enteros en expresiones que incorporen la combinación de operaciones con paréntesis o sin ellos. (MEP, 2012, p.284) del área de Números.
- Contexto: Matemático, pues la tarea se limita a realización de algoritmos propios de la matemática, implicando esto que los conceptos involucrados no salgan del seno de la matemática.

Considerando la naturaleza de la tarea, así como su contexto, es válido afirmar que dicha no promueve la contextualización activa.

Considerando la naturaleza de la tarea, así como su contexto, se puede afirmar que promueve la contextualización activa.

- Valoración de la tarea, según la participación de los procesos matemáticos involucrados:



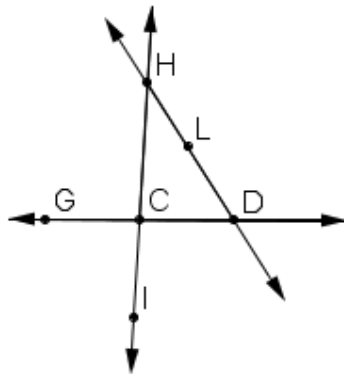
- ✓ Razonar y argumentar: La realización de cada uno de los incisos de la tarea implica la mera ejecución de procedimientos rutinarios siguiendo instrucciones directas. Por lo tanto, se le asigna grado 1. (Indicador RA1.2)
  - ✓ Plantear y resolver problemas: La tarea a resolver involucra únicamente la utilización de algoritmos, procedimientos y propiedades elementales, sin añadir ningún elemento no explícito. En consecuencia, se le asigna grado 1. (Indicador PRP1.1)
  - ✓ Conectar: La tarea presenta, en su solución, únicamente procedimientos matemáticos contenidos dentro del área de números. En consecuencia, de lo anterior, se admite el indicador en grado 1. (Indicador C1.2)
  - ✓ Comunicar: Los objetos matemáticos presentes en la tarea se pueden interpretar directamente, pues responden a expresiones matemáticas elementales. Resultado de esto, se asigna grado 1. (Indicador COM1.2)
  - ✓ Representar: La solución del problema requiere únicamente del empleo de a lo sumo dos tipos de representación matemática. Derivado de esto, se asigna grado 1. (Indicador R1.2)
- Nivel de complejidad. Debido a que se presentan 5 indicadores de grado 1 en los diferentes procesos (RA 1.2, PRP1.1, C1.2, COM1.1, R1.2), el nivel de complejidad de la tarea se considera como Reproducción (NC1).

### **C1. EP4. T1.**

La tarea matemática por analizar se describe en el siguiente enunciado:

La siguiente figura se tomará en cuenta para responder las preguntas **5, 6, 7**

Figura 1. *Imagen a considerar para el enunciado 5, 6 y 7: Il parcial I Trimestre Colegio 1*



5) Un ángulo adyacente con el ángulo  $\sphericalangle GCH$  corresponde a

6) Un ángulo opuesto por el vértice con el ángulo  $\sphericalangle GCI$  corresponde a

7) Un ángulo congruente con el ángulo  $\sphericalangle HCD$  corresponde a

Con el fin de ofrecer resolución a la tarea matemática, se procede a analizar cada una de las preguntas de manera individual

En primer lugar, se solicita un ángulo adyacente al  $\sphericalangle GCH$ . Para dar respuesta a esto, inicialmente el estudiante debe ser capaz de transitar entre las representaciones simbólicas y gráficas dadas (Figura 1), de manera que interprete el ángulo  $\sphericalangle GCH$  como aquél de vértice  $C$  contenido entre los vértices dados:  $G$  y  $H$ . Ubicado el ángulo en cuestión sobre la representación gráfica, es necesario comprender la relación de ángulo adyacente como: ángulos que tienen un vértice en común y un lado en común, al tiempo que sus otros dos lados son semirrectas opuestas. Ahora bien, se procede a identificar un ángulo en la representación gráfica que cumpla con dichas características, siendo ejemplos de estos:  $\sphericalangle HCD$  y  $\sphericalangle GCI$ .

Respecto a la segunda cuestión, se solicita un ángulo opuesto por el vértice al ángulo  $\sphericalangle GCI$ . Inicialmente, el razonamiento es análogo al realizado en el inciso anterior respecto a la ubicación del ángulo dado. Sin embargo, se presenta la diferencia en que en este inciso se solicita un ángulo opuesto por el vértice en lugar de uno adyacente. Para ello, es fundamental conocer la definición, la cual establece que: dos ángulos son opuestos por el vértice, si sus lados forman dos pares de rayos opuestos. Entonces, se reduce a identificar un par de rayos opuestos, a los

ya establecidos por  $\overrightarrow{CI}$  y  $\overrightarrow{CG}$ . En la figura 1, se observa que dos pares de rayos opuestos corresponden a los dados por:  $\overrightarrow{CH}$  y  $\overrightarrow{CD}$ . Finalmente, se busca el ángulo contenido entre estos rayos, siendo  $\sphericalangle HCG$  la respuesta esperada.

Refiriendo a la última cuestión, en esta se solicita identificar en la Figura 1, un ángulo congruente con el ángulo  $\sphericalangle HCD$ . Para dar respuesta, es fundamental que el estudiantado conozca la definición de ángulos congruentes como la relación establecida entre dos ángulos con la misma medida. Ahora bien, la información brindada en la Figura 1 es insuficiente para realizar este ejercicio a simple vista, puesto que allí no se ofrece información de medida alguna. Por lo tanto, se deberá hacer uso del teorema que establece que: dados dos ángulos opuestos por el vértice, estos son congruentes. La aplicación de este teorema reduce el ejercicio a uno completamente análogo al ejercicio anterior, siendo respuesta de lo solicitado el ángulo  $\sphericalangle GCI$ .

Replicando lo realizado en las demás tareas analizadas hasta ahora, se procede a efectuar un estudio sobre la naturaleza de la tarea, para posteriormente realizar la valoración respectiva y la asignación de esta en uno de los tres posibles niveles de complejidad (reproducción, conexión o reflexión).

- Conocimientos y áreas incluidas: Geometría, Ángulos: llano, adyacentes, par lineal, opuestos por el vértice, congruentes, complementarios y suplementarios.
- Habilidades generales: Identificar relaciones entre los conceptos básicos de la geometría (puntos, rectas, segmentos, rayos, ángulos). (MEP, 2012, p.301) del área de Geometría.
- Habilidades específicas: Reconocer en diferentes contextos ángulos llanos, adyacentes, los que forman par lineal y los opuestos por el vértice (MEP, 2012, p. 303) del área de Geometría. Identificar ángulos congruentes, complementarios, suplementarios en diferentes contextos (MEP, 2012, p. 303) del área de Geometría.
- Contexto: Matemático pues esta tarea se centra únicamente en conceptos y procedimientos que no salen del seno de las matemáticas.

Considerando la naturaleza de la tarea, así como su contexto, se puede afirmar que esta no promueve la contextualización activa.

- Valoración de la tarea, según la participación los procesos matemáticos involucrados:
  - ✓ Razonar y Argumentar: En cada una de las cuestiones se debe identificar información matemática que no está dada de una manera explícita, pues requirió para su solución la consideración de otros elementos que no eran directamente solicitados (indicador RA2.1). Por tal motivo, se da en el grado 2.
  - ✓ Plantear y resolver problemas: el planteamiento de la tarea está dado con datos sencillos y enunciados de manera explícita (indicador PRP 1.1). Además, para su solución se quiere utilizar procedimientos, propiedades y convenciones elementales (indicador PRP 1.2). Por tales motivos, se da en el grado 1.
  - ✓ Conectar: la resolución de la tarea involucrada el trabajo en una única área matemática. Además, para alcanzar la solución esperada, se requiere identificar conexiones entre conceptos o procedimientos similares a los ya estudiados (indicador C 1.1). Por estas razones, se da en grado 1.
  - ✓ Comunicar: la realización de la tarea implica comunicar en forma breve, mediante representaciones geométricas básicas los resultados de procedimientos rutinarios, por aplicación de algoritmos o propiedades, fórmulas o convenciones elementales (indicador COM 1.4). Por lo tanto, se da en grado 1.
  - ✓ Representar: la tarea matemática pretende que se logre transitar de una representación gráfica a simbólica, por lo tanto, se ven involucrados dos tipos de representación (R1.3). No es necesario razonar ni interpretar información que aparenta estar codificada, pues los datos están dados de forma explícita y empleando la notación convencional. Basado en los argumentos brindados, se afirma que este proceso se da en grado 1.

- Nivel de complejidad. Puesto que hay 4 indicadores de grado 1 en los diferentes procesos (RA 2.1, PRP 1.1, PRP 1.2, C 1.1, COM 1.4, R 1.3.), el nivel de complejidad del ítem se puede considerar como Reproducción (NC1).

### C1. EP4. T2.

La tarea propuesta tiene la siguiente instrucción:

Considere la siguiente información para responder a las preguntas 10 y 11

Los siguientes son los tiempos en segundos, de respuestas de una alarma de humo después de liberar humo desde una fuente fija:

12	7	9	11	7	9	14	6	7	10
----	---	---	----	---	---	----	---	---	----

Respecto a los datos anteriores:

- El valor de la moda corresponde a
- En los datos anteriores el valor de la media corresponde a

Para dar respuesta a esta tarea, se procede a analizar cada una de las cuestiones de manera independiente. En primer lugar, el primer inciso solicita el valor de la moda a partir de los datos dados, para ello el estudiantado debe conocer la definición de moda estadística: valor con mayor frecuencia en una distribución de datos. En otras palabras, la moda corresponde al valor que aparezca mayor cantidad de veces en los datos dados, siendo este el 7, pues aparece un total de tres (3) veces.

Respecto al segundo inciso, se requiere determinar la media aritmética o promedio. Para ello, el estudiantado debe conocer la definición de promedio como medida de resumen asociada a la centralización de los datos, así como la fórmula asociada al cálculo de este en datos no agrupados. A partir de la consideración de la fórmula del promedio como el cociente entre la suma de todos los datos y la cantidad de

datos involucrados en la población. Así pues, considerando esto se tiene que el promedio está dado por  $\frac{12+7+9+11+7+9+14+6+7+10}{10} = 9,2$ , siendo este valor el promedio de los datos dados.

Una vez solucionada la situación, se procede a realizar el estudio de la naturaleza de la tarea, así como la categorización de su nivel de complejidad a partir de la valoración.

- Conocimientos y áreas incluidas: Estadística y Probabilidad, Ángulos: llano, adyacentes, par lineal, opuestos por el vértice, congruentes, complementarios y suplementarios.
- Habilidades generales: Utilizar diferentes estrategias para resumir grupos de datos en forma tabular, gráfica o medidas estadísticas. (MEP, 2012, p.301) del área de Estadística y Probabilidad.
- Habilidades específicas: Determinar medidas estadísticas de resumen: moda, media aritmética, máximo, mínimo y recorrido, para caracterizar un grupo de datos (MEP, 2012, p. 355) del área de Estadística y Probabilidad.
- Contexto: Personal, debido a que la atención ante una alarma de incendios es algo que cualquier estudiante puede enfrentar en cualquier momento.

Considerando la naturaleza de la tarea, así como su contexto, se puede afirmar que esta promueve la contextualización activa.

- Valoración de la tarea, según la participación los procesos matemáticos involucrados:
  - ✓ Razonar y Argumentar: La tarea requiere en su solución la identificación de información presente de forma explícita en situaciones matemáticas y de contexto real (indicador RA1.1). Por tal motivo, se da en el grado 1.
  - ✓ Plantear y resolver problemas: el planteamiento de la tarea está dado con datos sencillos y enunciados de manera explícita (indicador PRP 1.1). Además, para su solución se quiere utilizar procedimientos, propiedades

y convenciones elementales (indicador PRP 1.2). Por tales motivos, se da en el grado 1.

- ✓ Conectar: Para alcanzar la solución esperada, se requiere identificar conexiones entre conceptos o procedimientos similares a los ya estudiados (indicador C 1.1). Por estas razones, se da en grado 1.
- ✓ Comunicar: La solución de esta tarea requiere reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos matemáticos estudiados (indicador COM 1.3). Además, se requiere comunicar de forma breve mediante representaciones matemáticas y resultados de procedimientos rutinarios (COM 1.4). Por lo tanto, se da en grado 1.
- ✓ Representar: Se requiere emplear solo una representación matemática para resolver o para modelar situaciones matemáticas o de un contexto real que han sido estudiadas (R 1.2). Basado en los argumentos brindados, se afirma que este proceso se da en grado 1.
- Nivel de complejidad. Puesto que hay 5 indicadores de grado 1 en los diferentes procesos (RA 1.1, PRP 1.1, PRP 1.2, C 1.1, COM 1.3 y 1.4, R 1.2.), el nivel de complejidad del ítem se puede considerar como Reproducción (NC1).

### **C1. EP4. T3.**

La tarea a analizar está dada por el siguiente enunciado:

Considere la siguiente situación:

Un estudio hecho a un grupo de 25 personas para determinar su grupo sanguíneo ha conducido a los siguientes resultados:

**A, B, A, AB, A, AB, O, AB, A, A, O, B, O, A, B, O, B, O, A, B, B, A, A, O, B**

De acuerdo con la situación anterior, realice lo siguiente:

a. Organice los datos en una tabla de distribución de frecuencias, para ello utilizo la siguiente tabla adjunta.

<b>Tipo sanguíneo</b>	<b>Frecuencia absoluta</b>	<b>Frecuencia relativa</b>
<b>A</b>		
<b>B</b>		
<b>O</b>		
<b>AB</b>		
<b>Totales</b>	<b>25</b>	

b. ¿Cuál grupo sanguíneo presenta la mayor frecuencia relativa? ¿Cuál la menor frecuencia relativa?

Para dar solución a esta cuestión, se requiere: interpretar los datos brindados, así como calcular la frecuencia absoluta y la frecuencia relativa. La interpretación de los datos requiere, en primer lugar, cuantificar los datos de cada tipo de sangre, para posteriormente determinar cada uno de los datos solicitados. Finalmente, se procede a comparar las frecuencias, de manera que se obtiene la mayor y menor frecuencia relativa.



En primer lugar, se procede a determinar la frecuencia absoluta, la cual consiste en el número de veces, la cantidad de veces que sale el mismo tipo de sangre, en un experimento o evento. La primera parte del problema se resume en contar la cantidad de veces que aparece cada tipo de sangre e incluirlos en el cuadro solicitado, así pues, se tiene que: el grupo sanguíneo A aparece 9 ocasiones, el grupo sanguíneo B aparece 7 ocasiones, el grupo sanguíneo O aparece en 6 ocasiones y el grupo sanguíneo AB en 3 ocasiones. Verificando que el total sume 25, pues es el total dado, se tiene ya calculada la frecuencia absoluta para cada grupo sanguíneo.

Ahora bien, para la determinación de la frecuencia relativa, se procede a realizar un cálculo simple: calcular el cociente de la frecuencia absoluta de cada grupo sanguíneo y el total de muestras consideradas en el experimento. Así, se tiene que: la frecuencia relativa del grupo A corresponde a  $9/25$ , la del grupo B corresponde a  $7/25$ , la del grupo O corresponde a  $6/25$  y la del grupo AB corresponde a  $3/25$ . Con la información obtenida se tiene que, una forma correcta, de llenar el cuadro en cuestión es el siguiente:

<b>Tipo sanguíneo</b>	<b>Frecuencia absoluta</b>	<b>Frecuencia relativa</b>
<b>A</b>	9	$\frac{9}{25}$
<b>B</b>	7	$\frac{7}{25}$
<b>O</b>	6	$\frac{6}{25}$
<b>AB</b>	3	$\frac{3}{25}$
<b>Totales</b>	<b>25</b>	1

Finalmente, es sencillo de ver, a partir de un conocimiento elemental de relación orden en números racionales, que el grupo con la menor frecuencia relativa corresponde a AB y el grupo con mayor frecuencia relativa corresponde al A.

Efectuada la resolución de la tarea, se prosigue con la ejecución de los pasos restantes de la estrategia 4+6. Con tal fin, se introduce un estudio sobre la naturaleza de la tarea, de manera que esto permita, acompañado de la valoración respectiva, identificar el nivel de complejidad de la tarea propuesta.

Conocimientos y áreas incluidas: Números, Teoría de Números: Descomposición prima, máximo común divisor.

- Conocimientos y áreas involucradas: Estadística y Probabilidad, Frecuencia: absoluta y relativa.
- Habilidades generales: Utilizar técnicas de análisis estadístico o probabilístico para la resolución de problemas del contexto. (MEP, 2012, p.275) del área de Estadística y Probabilidad.
- Habilidades específicas: Utilizar representaciones tabulares para resumir un conjunto de datos. (MEP, 2012, p.279) del área de Estadística y Probabilidad.
- Contexto: Científico, pues un experimento para determinar el grupo sanguíneo corresponde a una labor propia de profesionales de microbiología o alguna otra ciencia de laboratorio.

Considerando la naturaleza de la tarea, así como su contexto, se puede afirmar que esta promueve la contextualización activa.

- Valoración de la tarea, según la participación los procesos matemáticos involucrados:
  - ✓ Razonar y Argumentar: Con el fin de solucionar la tarea indicada, se deben efectuar razonamientos directos o realizar interpretaciones que se extraen literalmente de los resultados de la aplicación de un procedimiento (indicador RA 1.4). Por tal motivo, se da en el grado 1.
  - ✓ Plantear y resolver problemas: Para la solución de la tarea se requiere analizar una situación presentada con datos sencillos y enunciados de manera explícita (indicador PRP 1.1). Además, para su solución se quiere

utilizar procedimientos, propiedades y convenciones elementales (indicador PRP 1.2). Por tales motivos, se da en el grado 1.

- ✓ Conectar: Con el fin de resolver la tarea se requiere identificar conexiones entre conceptos o procedimientos matemáticos y una situación de contexto real (indicador C 1.4). Por lo tanto, se da en grado 1.
- ✓ Comunicar: La tarea requiere comunicar, mediante representaciones matemáticas, resultados de procedimientos rutinarios que se desarrollan en un problema con información explícita brindada (indicador COM 1.4). Por lo tanto, se da en grado 1.
- ✓ Representar: La tarea pretende que se represente de manera tabular información brindada de forma textual en un contexto real, no requiriendo de más de una representación matemática para lograr esto. Basado en los argumentos brindados, se afirma que este proceso se da en grado 1.

Nivel de complejidad. Puesto que hay 5 indicadores de grado 1 en los diferentes procesos (RA 1.4, PRP 1.1, PRP 1.2, C 1.1, COM 1.4, R 1.3.), el nivel de complejidad del ítem se puede considerar como Reproducción (NC1).

### **C1. EP5. T1.**

La tarea a analizar corresponde a la siguiente:

Utilice la siguiente figura para identificar cada uno de los ángulos que se le solicita, utilizando su notación simbólica.

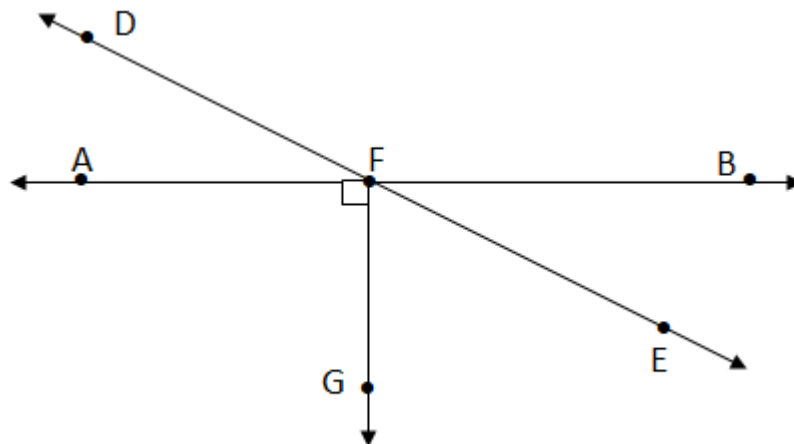


Figura 2. Imagen a considerar para el ítem 7: I parcial II Trimestre Colegio 1

- a) Dos ángulos opuestos por el vértice \_\_\_\_\_
- b) Dos ángulos adyacentes \_\_\_\_\_
- c) Un ángulo llano \_\_\_\_\_

Con el afán de dar solución a la presente tarea, se procede a responder a cada una de las cuestiones de manera separada. Para cada una de ellas, se requiere transitar por tres representaciones matemáticas para dar respuesta a cada una de las cuestiones: la representación textual, gráfica y simbólica.

En primer lugar, se solicita un par de ángulos opuestos por el vértice. Con el fin de determinarlos, es necesario considerar la información brindada en Figura 2 y la definición de ángulos opuestos por el vértice. Según la definición: dos ángulos son opuestos por el vértice si y solo si los lados que los conforman resultan ser rayos opuestos, así que el problema se reduce a identificar en Figura 2, tales rayos. Con tal fin, es posible observar que  $\overrightarrow{FB}$  y  $\overrightarrow{FA}$ , así como  $\overrightarrow{FD}$  y  $\overrightarrow{FE}$  corresponden con lo que se espera, siendo entonces los ángulos opuestos por el vértice aquellos contenidos entre tales rayos, es decir:  $\sphericalangle AFD$  y  $\sphericalangle EFB$ .

Respecto al segundo inciso se requiere un razonamiento análogo al del primero, marcándose la diferenciación en la definición a emplear. En este caso, el

estudiantado requiere saber que: dos ángulos son adyacentes si tienen un vértice en común y un lado en común, al tiempo que sus otros dos lados son semirrectas opuestas. Verificando esto en la representación dada, se tiene que los ángulos que cumplen tal definición corresponden a:  $\sphericalangle AFD$  y  $\sphericalangle BFD$ , siendo esto lo solicitado.

Refiriendo al último inciso y tercer inciso, se debe, igual que en los anteriores, referirse a la Figura 2 para dar respuesta a la cuestión. Además, se debe considerar el ángulo llano como aquél cuyos dos lados correspondan a rayos opuestos. Así bien, se tiene que un posible ejemplo de ángulo llano corresponde al formado por los rayos opuestos:  $\overrightarrow{FB}$  y  $\overrightarrow{FA}$  siendo este ángulo el dado por  $\sphericalangle ABF$ .

Solucionada la situación presentada, se procede a realizar una caracterización de la naturaleza de la tarea. De manera que hecho esto, se realice la valoración y caracterización respectiva.

- Conocimientos y áreas incluidas: Geometría, Ángulos: llano, adyacentes, par lineal, opuestos por el vértice, congruentes, complementarios y suplementarios.
- Habilidades generales: Identificar relaciones entre los conceptos básicos de la geometría (puntos, rectas, segmentos, rayos, ángulos). (MEP, 2012, p.301) del área de Geometría.
- Habilidades específicas: Reconocer en diferentes contextos ángulos llanos, adyacentes, los que forman par lineal y los opuestos por el vértice (MEP, 2012, p. 303) del área de Geometría. Identificar ángulos congruentes, complementarios, suplementarios en diferentes contextos (MEP, 2012, p. 303) del área de Geometría.
- Contexto: Matemático pues esta tarea se centra únicamente en conceptos y procedimientos que no salen del seno de las matemáticas.

Considerando la naturaleza de la tarea, así como su contexto, se puede afirmar que no promueve la contextualización activa.

- Valoración de la tarea, según la participación los procesos matemáticos involucrados:

- ✓ Razonar y Argumentar: La tarea requiere en su solución la identificación de información presente de forma explícita, pese a requerir diversas representaciones, en situaciones matemáticas y de contexto real (indicador RA1.1). Por tal motivo, se da en el grado 1.
- ✓ Plantear y resolver problemas: el planteamiento de la tarea está dado con datos sencillos y enunciados de manera explícita (indicador PRP 1.1). Por tales motivos, se da en el grado 1.
- ✓ Conectar: Para alcanzar la solución esperada, se requiere identificar conexiones entre conceptos o procedimientos similares a los ya estudiados (indicador C 1.1). Por estas razones, se da en grado 1.
- ✓ Comunicar: La solución de esta tarea requiere reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos matemáticos elementales (indicador COM 1.3). Además, se requiere comunicar de forma breve mediante representaciones matemáticas y resultados de procedimientos rutinarios (COM 1.4). Por lo tanto, se da en grado 1.
- ✓ Representar: En la solución de esta tarea se requirió del uso de más de dos representaciones: verbal, simbólica y gráfica (R 2.4). Basado en este argumento, se le asigna grado 2.
- Nivel de complejidad. Puesto que hay 4 indicadores de grado 1 en los diferentes procesos (RA 1.1, PRP 1.1, PRP 1.2, C 1.1, COM 1.3 y 1.4, R 2.4.), el nivel de complejidad del ítem se puede considerar como Reproducción (NC1).

### **C1. EP5. T2.**

La tarea matemática por analizar está dada por la siguiente instrucción:

De acuerdo a la siguiente información, conteste lo que se le solicita.

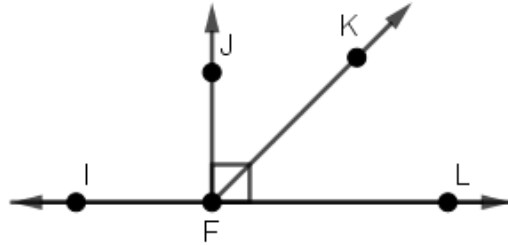


Figura 3. Imagen a considerar para el ítem 1 desarrollo: I parcial III Trimestre  
Colegio 1

- a) Si la medida del ángulo  $m\angle KFL = 50^\circ$ , ¿cuál es la medida del ángulo  $\angle KFJ$ ?
- b) Si los ángulos  $\angle LFK$  y  $\angle KFI$  son ángulos suplementarios, y la medida del ángulo  $m\angle LFK = 50^\circ$ , ¿cuál es la medida del ángulo  $\angle KFI$ ?
- c) ¿Cuál es la medida del ángulo  $m\angle IFJ$  ?

Con el fin de dar solución a esta tarea matemática, se procede a analizar cada una de las cuestiones de forma separada.

Respecto a la primera cuestión, inicialmente el estudiantado debe ser capaz de localizar el  $\angle KFL$  en la representación gráfica dada por Figura 3. Hecho esto, se procede a localizar sobre la Figura 3 el ángulo dado por  $\angle KFJ$ . Se observa que los ángulos  $\angle KFL$  y  $\angle KFJ$  resultan ser complementarios, y por lo tanto la suma de sus medidas equivale a  $90$ . A partir de esta información, es posible determinar que  $\angle KFL + \angle KFJ = 90$ , y empleando el hecho de que  $\angle KFL = 50$ , tenemos que  $50^\circ + m\angle KFJ = 90^\circ \rightarrow m\angle KFJ = 40^\circ$ . Por lo tanto, la medida del ángulo dado por  $\angle KFJ$  corresponde a  $40^\circ$ .

Con el fin de dar respuesta al segundo inciso, se ha de considerar la relación de ángulos suplementarios, como aquellos ángulos cuya suma resulta en  $180^\circ$ . Debido a que los datos y la relación ya está brindada, no es necesario contar con la representación gráfica para identificarle, de manera que el problema se reduce a un razonamiento análogo al anterior. Planteando la relación dada por:  $\angle LFK + \angle KFI = 180^\circ$ , considerando el hecho de que ángulo  $m\angle LFK = 50^\circ$ , se tiene que  $50^\circ + \angle KFI = 180^\circ \rightarrow m\angle KFI = 130^\circ$ . Esto significa que la medida de  $\angle KFI$  corresponde a  $130^\circ$ .

Por último, se solicita la medida del ángulo representado simbólicamente por  $\sphericalangle IFJ$ . Debido a que no se encuentra información dada de forma verbal, se requiere extraer esta de la representación gráfica dada en Figura 3. Se observa en Figura 3 que los ángulos  $\sphericalangle IFJ$  y  $\sphericalangle JFL$  forman un par lineal, entiendo esto como la relación establecida entre dos ángulos adyacentes cuyos rayos separados definen una recta. Con este hecho, se puede hacer uso del postulado de par línea, que establece que, dados dos ángulos en esta condición, estos son suplementarios, y por lo tanto, la suma de sus ángulos mide  $180^\circ$ . En este sentido, la cuestión se ha reducido a calcular el valor de  $\sphericalangle IFJ$  a partir de la relación dada por  $\sphericalangle IJF + \sphericalangle JFL = 180^\circ$ , y como la medida del ángulo  $\sphericalangle JFL$  corresponde a  $90^\circ$ , entonces  $m\sphericalangle IJF = 90^\circ$ . Por lo tanto, la medida del ángulo  $\sphericalangle IJF$  corresponde a 90 grados.

Posterior a la solución de la tarea, se procede a realizar un estudio de la naturaleza de esta. Para posteriormente realizar una valoración y tipificación según su nivel de complejidad determinado.

- Conocimientos y áreas incluidas: Geometría, Ángulos: llano, adyacentes, par lineal, opuestos por el vértice, congruentes, rectos, complementarios y suplementarios.
- Habilidades generales: Identificar relaciones entre los conceptos básicos de la geometría (puntos, rectas, segmentos, rayos, ángulos). (MEP, 2012, p.301) del área de Geometría.
- Habilidades específicas: Reconocer en diferentes contextos ángulos llanos, adyacentes, los que forman par lineal y los opuestos por el vértice (MEP, 2012, p. 303) del área de Geometría. Identificar ángulos congruentes, complementarios, suplementarios en diferentes contextos (MEP, 2012, p. 303) del área de Geometría.
- Contexto: Matemático pues esta tarea se centra únicamente en conceptos y procedimientos que no salen del seno de las matemáticas.

Considerando la naturaleza de la tarea, así como su contexto, se puede afirmar que no promueve la contextualización activa.



- Valoración de la tarea, según la participación los procesos matemáticos involucrados:
  - ✓ Razonar y Argumentar: En la cuestión 1 y 3 se requiere hacer uso de información no dada de manera explícita, requiriendo el establecimiento de relaciones indirectas entre los objetos geométricos indicados. (Indicador RA2.1). Por tal motivo, se da en el grado 2.
  - ✓ Plantear y resolver problemas: el planteamiento de la tarea limita a que esta reciba una única solución correcta, a la vez de que los enunciados se presentan con datos sencillos y explícitos. (indicador PRP 1.1). Por tales motivos, se da en el grado 1.
  - ✓ Conectar: Pese a que se requiere emplear conocimientos tanto geométricos como aritméticos, estos últimos resultan triviales para el nivel en el que se encuentran los estudiantes. (indicador C 1.1). Por estas razones, se da en grado 1.
  - ✓ Comunicar: La solución de esta tarea requiere reproducir los nombres y las propiedades básicas de objetos matemáticos elementales (indicador COM 1.3). Además, se requiere comunicar de forma breve mediante representaciones matemáticas y resultados de procedimientos rutinarios (COM 1.4). Por lo tanto, se da en grado 1.
  - ✓ Representar: En la solución de esta tarea se requiere del uso de más de dos representaciones: verbal, simbólica y gráfica (R 2.4). Basado en los argumentos brindados, se afirma que este proceso se da en grado 1.
- Nivel de complejidad. Puesto que hay 3 indicadores de grado 1 en los diferentes procesos (RA 2.1, PRP 1.1, PRP 1.2, C 1.1, COM 1.3 y 1.4, R 2.4.), el nivel de complejidad del ítem se puede considerar como Reproducción (NC1).

### **C1. EP6. T1.**

La tarea sobre la cual se procede a aplicar la estrategia “4+6” establece el siguiente enunciado:

De acuerdo a los datos de la siguiente figura. Determine la  $m \propto \theta$ .

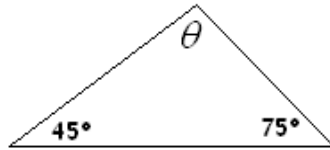


Figura 4. *Imagen a considerar para ítem 1 de Respuesta Corta: II parcial III*  
Trimestre Colegio 1

Se procede inicialmente con la solución de la tarea propuesta.

Para ello, inicialmente el estudiantado ha de reconocer que la Figura 4 corresponde a un triángulo. Una vez hecho eso, se procede a hacer uso de la propiedad que establece lo siguiente: la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo resulta en 180 grados. A partir de este hecho, se sabe que:  $m\theta + 45^\circ + 75^\circ = 180^\circ$ . Ahora, aplicando aritmética elemental, así como nociones intuitivas de álgebra, se tiene que:  $m\theta = 60^\circ$ . Por lo tanto,  $m\alpha = 60^\circ$ .

Se procede a realizar la identificación de la naturaleza de la tarea, teniendo que:

- Conocimientos y áreas incluidas: Geometría, Ángulos: llano, adyacentes, par lineal, opuestos por el vértice, congruentes, rectos, complementarios y suplementarios.
- Habilidades generales: Identificar relaciones entre los conceptos básicos de la geometría (puntos, rectas, segmentos, rayos, ángulos). (MEP, 2012, p.301) del área de Geometría.
- Habilidades específicas: Aplicar la propiedad de la suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo (MEP, 2012, p. 304).
- Contexto: Matemático, debido a que esta tarea se centra únicamente en conceptos y procedimientos que no salen del seno de las matemáticas.

Considerando la naturaleza de la tarea, así como su contexto, se puede afirmar que no promueve la contextualización activa.

Se prosigue el estudio de la tarea con la valoración, según los indicadores, de cada uno de los procesos matemáticos involucrados.

- Valoración de la tarea:

- ✓ Razonar y Argumentar: la solución de la tarea requiere, exclusivamente, de efectuar razonamientos directos extraídos directamente de los resultados de aplicación de un procedimiento. (Indicador RA 1.4). Por tal motivo, se da en el grado 1.
- ✓ Plantear y resolver problemas: esta tarea se limita, en su resolución, al uso de estrategias reducidas a la utilización de algoritmos y formulas convencionales (indicador PRP 1.1). Por tal razón, se da en el grado 1.
- ✓ Conectar: Pese a que se requiere emplear conocimientos tanto geométricos como aritméticos, estos últimos resultan triviales para el nivel en el que se encuentran los estudiantes. (indicador C 1.1). Por esta razón, se da en grado 1.
- ✓ Comunicar: Resulta suficiente con la interpretación de expresiones matemáticas similares a las situaciones estudiadas para buscar un proceso de solución. (COM 1.4). Por lo tanto, se da en grado 1.
- ✓ Representar: Con el fin de dar respuesta a la cuestión solicitada en la tarea, se emplean exactamente dos representaciones matemáticas, realizando una identificación directa de estas. (R 1.3). Derivado de lo anterior, se asigna grado 1.
- Nivel de complejidad. Puesto que hay 5 indicadores de grado 1 en los diferentes procesos (RA 1.4, PRP 1.1, PRP 1.2, C 1.1, COM 1.2 y 1.4, R 1.3), el nivel de complejidad del ítem se puede considerar como Reproducción (NC1).

### **C1. EP6. T2.**

La tarea propuesta establece la siguiente instrucción:

Dado los datos de la siguiente figura,  $l_1 \parallel l_2$ , determine,  $m\angle\alpha$

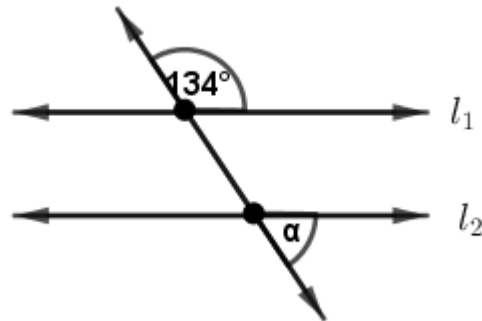
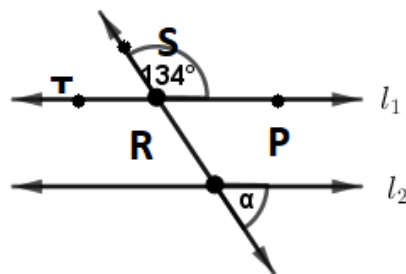


Figura 4. *Imagen a considerar para ítem 9 de Respuesta Corta: II parcial III*  
Trimestre Colegio 1

Con el fin de dar respuesta a lo planteado por la tarea, el estudiantado ha de valorar las premisas, tanto verbales como gráficas, con las que cuenta. Inicialmente, se declara una relación de paralelismo entre  $l_1$  y  $l_2$ , lo que permite tener una noción de que será necesario hacer uso de las relaciones entre ángulos establecidas para dos rectas paralelas cortadas por una transversal. Debido a que la Figura 4 no cuenta con asignación simbólica sobre ella, se procede a indicar aquella que se considere fundamental.



Con la notación simbólica ahora involucrada, considere el ángulo suplementario del ángulo  $\sphericalangle PRS$  dado por  $\sphericalangle SRT$ . Ahora bien, a partir de la definición de ángulos suplementarios como aquellos cuya suma de medida angular resulta en ciento ochenta grados, tenemos que:  $m\angle PRS + m\angle SRT = 180^\circ$ . Sabiendo que  $m\angle PRS = 134$ , tenemos que  $m\angle SRT = 46$ . Ahora bien, como las rectas son paralelas, y a partir de la orientación de la transversal, se puede observar que los ángulos  $\sphericalangle SRT$  y aquél cuya medida corresponde a  $\alpha$  conforman la relación de

alternos externos, recordando que los ángulos que corresponden a alternos externos son aquellos que están en la parte exterior de las paralelas y a lados contrarios de la transversal. Finalmente, partiendo de la propiedad que establece: aquellos ángulos con la relación de alternos externos, serán también congruentes entre sí. Por lo tanto, la medida del ángulo denotado por  $\alpha$  corresponde a la misma del ángulo denotado por  $\sphericalangle SRT$ , y como  $m\sphericalangle SRT = 46^\circ$ , entonces  $m\alpha = 46$ .

Superada la resolución de la tarea, se procede a realizar la identificación de la naturaleza de esta, para ello se consideran los siguientes aspectos:

- Conocimientos y áreas incluidas: Geometría, Ángulos: llano, adyacentes, par lineal, opuestos por el vértice, congruentes, rectos, complementarios y suplementarios.
- Habilidades generales: Identificar relaciones entre los conceptos básicos de la geometría (puntos, rectas, segmentos, rayos, ángulos). (MEP, 2012, p.301) del área de Geometría.
- Habilidades específicas: Obtener y aplicar medidas de ángulos determinados por dos rectas paralelas y una transversal a ellas, conociendo la medida de uno de ellos (MEP, 2012, p. 304).
- Contexto: Matemático, debido a que esta tarea se centra únicamente en procesos y actividades propias del seno de la matemática.

Considerando la naturaleza de la tarea, así como su contexto, se puede afirmar que no promueve la contextualización activa.

Congruente a lo establecido en el modelo “4+6”, se procede con la valoración de cada uno de los procesos matemáticos referentes a la tarea.

- Valoración de la tarea:
  - ✓ Razonar y Argumentar: La ejecución exitosa de la tarea implica determinar información matemática que no está dada de manera explícita en una situación matemática. (Indicador RA 2.1). Por tal motivo, se da en el grado 2.

- ✓ Plantear y resolver problemas: esta tarea se limita, en su resolución, al uso de estrategias reducidas a la utilización de algoritmos y formulas convencionales (indicador PRP 1.1). Por tal razón, se da en el grado 1.
- ✓ Conectar: La solución de la tarea requiere de emplear conocimientos tanto geométricos como aritméticos, estos últimos resultan triviales para el nivel en el que se encuentran los estudiantes. (indicador C 1.1). Por esta razón, se da en grado 1.
- ✓ Comunicar: Resulta suficiente con la interpretación de expresiones matemáticas, empleadas con su notación usual, para buscar un proceso de solución a la tarea. (COM 1.4). Por lo tanto, se da en grado 1.
- ✓ Representar: Con el fin de dar respuesta a la cuestión solicitada en la tarea, se emplean exactamente dos representaciones matemáticas, realizando una identificación directa de estas. (R 1.3). Derivado de lo anterior, se asigna grado 1.
- Nivel de complejidad. Puesto que hay 5 indicadores de grado 1 en los diferentes procesos (RA 1.4, PRP 1.1, PRP 1.2, C 1.1, COM 1.2 y 1.4, R 1.3), el nivel de complejidad del ítem se puede considerar como Reproducción (NC1).

### **C1. EP6. T3.**

La tarea matemática por analizar a la luz de la estrategia "4 + 6" corresponde a la siguiente:

De acuerdo a la siguiente figura, y con la información proporcionada en ella. Determine la medida del ángulo  $\theta$ .

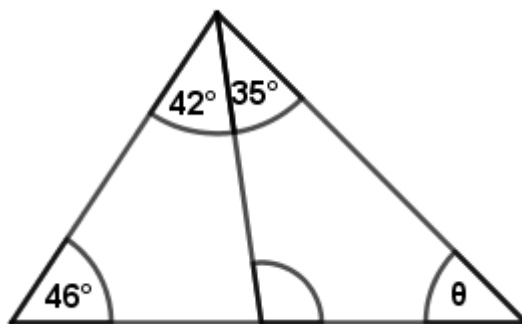
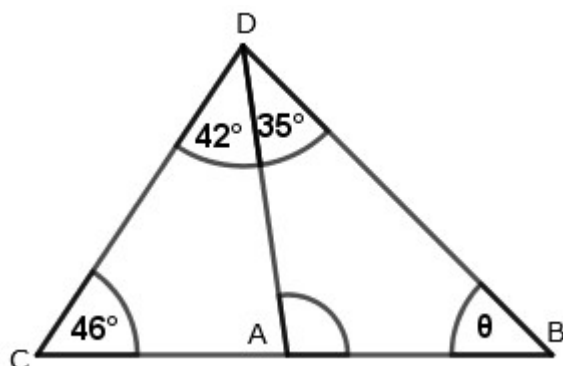


Figura 5. Imagen a considerar para ítem 1 de Desarrollo: II parcial III Trimestre  
Colegio 1

Para dar solución a esta tarea, se requiere determinar la medida del ángulo solicitado. No obstante, la no identificación, mediante símbolos, de los vértices del triángulo complicarán una descripción detallada de la solución, así que se procede a realizar dicha identificación.



Inicialmente, se procede a determinar la medida del  $\sphericalangle DAC$ , pues es la única medida determinable con la información brindada. Para ello, basta hacer uso de la propiedad que indica: la suma de los ángulos internos de un triángulo equivale siempre a 180 grados. A partir de esa propiedad, se tiene que  $42^\circ + 46^\circ + m\angle DAC = 180^\circ$ , lo que implica a la vez que  $m\angle DAC = 92^\circ$ . Con esta información, se observa que  $\sphericalangle DAC$  y  $\sphericalangle DAB$  conforman un par lineal, y, por lo tanto, son suplementarios; implicando esto que su suma resulta en  $180^\circ$ . Haciendo uso de este resultado, se tiene que  $m\angle DAC + m\angle DAB = 180^\circ$  y por ende,  $92^\circ + m\angle DAB = 180^\circ$ , implicando esto que  $m\angle DAB = 88^\circ$ , lo cual es el dato solicitado.

Respecto a la naturaleza de la tarea matemática en análisis, se tienen las siguientes características:

- Conocimientos y áreas incluidas: Geometría, Ángulos: llano, adyacentes, par lineal, opuestos por el vértice, congruentes, rectos, complementarios y suplementarios, Triángulos: Ángulos internos.
- Habilidades generales: Identificar relaciones entre los conceptos básicos de la geometría (puntos, rectas, segmentos, rayos, ángulos). (MEP, 2012, p.301) del área de Geometría.
- Habilidades específicas: Aplicar la propiedad de la suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo (MEP, 2012, p. 304) del área de Geometría. Determinar medidas de ángulos sabiendo que son congruentes, complementarios o suplementarios con otros ángulos dados. (MEP, 2012, p.303) del área de Geometría.
- Contexto: Matemático, debido a que esta tarea se centra únicamente en conceptos y procedimientos que no salen del seno de las matemáticas.

Considerando la naturaleza de la tarea, así como su contexto, se puede afirmar que no promueve la contextualización activa.

Con el fin de continuar con la aplicación de la estrategia, se presenta el estudio de la complejidad de la tarea de acuerdo a cada uno de los procesos matemáticos:

- Valoración de la tarea:
  - ✓ Razonar y Argumentar: La ejecución exitosa de la tarea implica determinar información matemática que no está dada de manera explícita (en este caso, una medida angular no directamente solicitada) en una situación matemática. (Indicador RA 2.1). Por tal motivo, se da en el grado 2.
  - ✓ Plantear y resolver problemas: El problema planteado en la tarea involucra datos sencillos y enunciados de manera explícita que solo admiten una única solución. (indicador PRP 1.1). Por tal razón, se da en el grado 1.



- ✓ Conectar: Los procedimientos matemáticos necesarios para la solución de la tarea que se encuentran involucrados pertenecen a una única área de la matemática. (indicador C 1.2). Por esta razón, se da en grado 1.
- ✓ Comunicar: Resulta suficiente con la interpretación de expresiones matemáticas, empleadas con su notación usual, para buscar un proceso de solución a la tarea. Sin embargo, se destaca la necesidad de añadir notación adicional para la solución detallada del problema. (COM 1.4). Por lo tanto, se da en grado 1.
- ✓ Representar: Con el fin de dar respuesta a la cuestión solicitada en la tarea, se emplean exactamente dos representaciones matemáticas (simbólica y gráfica), realizando una identificación directa de estas. (R 1.3). Derivado de lo anterior, se asigna grado 1.
- Nivel de complejidad. Puesto que hay 5 indicadores de grado 1 en los diferentes procesos (RA 2.1, PRP 1.1, PRP 1.2, C 1.1, COM 1.2 y 1.4, R 1.3), el nivel de complejidad del ítem se puede considerar como Reproducción (NC1).

#### **C1. EP6. T4.**

La tarea matemática por analizar a la luz de la estrategia “4+6” consiste en la siguiente:

De acuerdo a la siguiente figura, y con la información proporcionada en ella. Determine  $m\angle\alpha$ ,  $m\angle\beta$ ,  $m\angle\theta$  y  $m\angle\varepsilon$

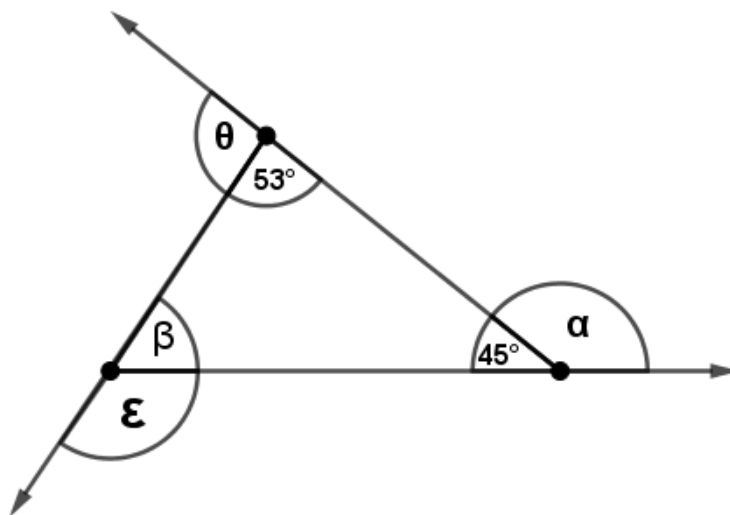


Figura 6. *Imagen a considerar para ítem 2 de Desarrollo: II parcial III Trimestre*  
Colegio 1

Con el fin de dar solución a la cuestión propuesta en esta tarea, se requiere determinar la medida de cada uno de los ángulos solicitados. Para ello, se ofrece la siguiente propuesta de solución:

Inicialmente, se procede a determinar la medida del ángulo  $\beta$ , pues es aquél con mayor accesibilidad a partir de la información dada. Es posible determinar esta medida partiendo de la propiedad que establece el resultado de la suma de los ángulos internos de un triángulo como una constante igual a  $180^\circ$ . Bajo esa idea, se tiene que:  $m\angle\beta + 45^\circ + 53^\circ = 180^\circ$ , lo cual implica que  $m\angle\beta = 82^\circ$ . Hecho esto, se tienen todas las medidas de los ángulos internos del triángulo. Ahora, con el fin de determinar la medida de los ángulos externos restantes, se realiza en tres ocasiones el mismo razonamiento: cada ángulo interno con su respectivo adyacente externo corresponde a un par lineal, y, por lo tanto, la suma de sus medidas resulta en  $180^\circ$ . A partir de esta idea, basta con restar a  $180^\circ$  la medida del ángulo interno contiguo al externo que se requiere determinar, para así obtener su valor respectivo. Esto se resume en:

$$m\angle\varepsilon + 82^\circ = 180^\circ \rightarrow m\angle\varepsilon = 98^\circ$$

$$m\angle\theta + 53^\circ = 180^\circ \rightarrow m\angle\theta = 127^\circ$$

$$m\angle\alpha + 45^\circ = 180^\circ \rightarrow m\angle\alpha = 135^\circ$$

Siendo estos los valores solicitados en la tarea matemática.

A continuación, se presenta la identificación de la naturaleza de la tarea matemática en cuestión:

- Conocimientos y áreas incluidas: Geometría, Ángulos: llano, adyacentes, par lineal, opuestos por el vértice, congruentes, rectos, complementarios y suplementarios, Triángulos: Ángulos internos.
- Habilidades generales: Identificar relaciones entre los conceptos básicos de la geometría (puntos, rectas, segmentos, rayos, ángulos). (MEP, 2012, p.301) del área de Geometría.
- Habilidades específicas: Aplicar la propiedad de la suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo (MEP, 2012, p. 304) del área de Geometría. Determinar medidas de ángulos sabiendo que son congruentes, complementarios o suplementarios con otros ángulos dados. (MEP, 2012, p.303) del área de Geometría.
- Contexto: Matemático, debido a que esta tarea se centra únicamente en conceptos y procedimientos que no salen del seno de las matemáticas.

Considerando la naturaleza de la tarea, así como su contexto, se puede afirmar que no promueve la contextualización activa.

Se procede a realizar la valoración de cada uno de los procesos matemática presentes en la tarea:

- Valoración de la tarea:
  - ✓ Razonar y Argumentar: la solución de la tarea puede llevarse a cabo contando únicamente con la información explícita brindada por el problema. Además, se centra en preguntas directas como ¿cuántos? ¿cuánto es? (RA 1.3). Por tales motivos, se da en el grado 1.
  - ✓ Plantear y resolver problemas: El problema planteado en la tarea involucra datos sencillos y enunciados de manera explícita que solo admiten una única solución. (indicador PRP 1.1). Por tal razón, se da en el grado 1.

- ✓ Conectar: Los procedimientos matemáticos necesarios para la solución de la tarea que se encuentran involucrados pertenecen a una única área de la matemática. (indicador C 1.2). Por esta razón, se da en grado 1.
- ✓ Comunicar: El problema requiere únicamente identificar expresiones matemáticas estudiadas en contextos similares a los estudiantes previamente por los estudiantes. (COM 1.1). Por lo tanto, se da en grado 1.
- ✓ Representar: La solución de la tarea requiere la traslación de representaciones gráficas de los ángulos hacia una representación simbólica que permita manipular estos a partir de aritmética. (R 1.3). Derivado de lo anterior, se asigna grado 1.
- Nivel de complejidad. Puesto que hay 5 indicadores de grado 1 en los diferentes procesos (RA 1.3, PRP 1.1, PRP 1.2, C 1.1, COM 1.2 y 1.1, R 1.3), el nivel de complejidad del ítem se puede considerar como Reproducción (NC1).