

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA
SISTEMA DE ESTUDIOS DE POSGRADO

EL ABORDAJE DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE ESTRATEGIAS
METACOGNITIVAS: ELEMENTOS PARA EL CURRÍCULO MATEMÁTICO

Trabajo Final de Investigación Aplicada sometida a la consideración de la Comisión del
Sistema de Estudios de Posgrado para optar al grado y título de Maestría Profesional en
Planificación Curricular

SAIDÉ LUPITA ALFARO SÁNCHEZ

Ciudad Universitaria Rodrigo Facio, Costa Rica

2020

Dedicatoria

A Dios, porque con su amor y con el regalo de la vida he logrado cumplir los anhelos de mi corazón, soy quien soy por ser su hija.

A mis hijos, Jordan que ha comprendido más el proceso y que me ha tenido paciencia, siempre con sus dulces palabras diciéndome, mamita lo vas a lograr y a José Daniel que inició este sueño a mi lado, desde sus cuatro meses y me acompaña con sus ocurrencias, día a día.

A mi compañero de vida que siempre ha estado a mi lado de forma incondicional, siempre con su amor, apoyándome a ser mejor persona y a crecer académicamente, recordándome que soy una persona muy capaz y que todo lo que me proponga, lo puedo lograr.

A mis padres que han estado a mi lado apoyándome, especialmente a mi mamá que me ha ayudado muchísimo con mis hijos y el hogar, para que lograra terminar este sueño.

Agradecimientos

A mi familia, por su comprensión y acompañamiento en este proceso de tanto aprendizaje.

A mi directora del Trabajo Final de Investigación Aplicada Patricia Maroto Vargas, por acompañarme en este reto, por sus enseñanzas y por creer en mí.

A mis lectores, Jenny Artavia Granados por darme su mano en este acompañamiento curricular, desde iniciar a laborar en la Universidad de Costa Rica, por sus palabras y consejos para ser mejor profesional y sobre todo mejor ser humano. A Jhonny Ramírez Fuentes, quien fue fundamental en este proceso, me dio sus aportes siempre y un acompañamiento excepcional en todo el proceso de la maestría.

A las docentes de primaria y a los estudiantes de Maestría en Planificación Curricular que me ayudaron con recomendaciones para la validación de la guía didáctica.

A la niñez, quienes me inspiraron a plantear la guía didáctica, para poder demostrar todas las habilidades que pueden desarrollar en las lecciones de Matemática, cuando les proporcionamos el tiempo y material necesario para potenciar sus capacidades.

“Este trabajo final de investigación aplicada fue aceptado por la Comisión del Programa de Estudios de Posgrado en Planificación Curricular de la Universidad de Costa Rica, como requisito parcial para optar al grado y título de Maestría Profesional en Planificación Curricular”.



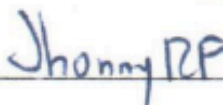
M.Ed. César Rodríguez Hidalgo
**Representante del Decano
Sistema de Estudios de Posgrado**



Dra. Ana Patricia Maroto Vargas
Profesora Guía



Dra. Jenny María Artavia Granados
Lectora



M.Ed. Jhonny Ramírez Fuentes
Lector



Dra. Annia Espeleta Sibaja
**Directora del Programa de Estudios
de Posgrado de Planificación Curricular**



Saidé Lupita Alfaro Sánchez
Sustentante

Tabla de contenidos

| | |
|---|-----------|
| Dedicatoria..... | ii |
| Agradecimientos | iii |
| Tabla de contenidos | iv |
| Resumen | vii |
| Abstract..... | viii |
| Lista de tablas..... | ix |
| Lista de figuras | ix |
| Licencia de Publicación..... | x |
| Capítulo I..... | 1 |
| Antecedentes..... | 1 |
| Antecedentes Internacionales..... | 1 |
| Antecedentes nacionales | 16 |
| Justificación de la situación problemática..... | 18 |
| Planteamiento del problema | 23 |
| Objetivos | 26 |
| Objetivo general | 26 |
| Objetivos específicos..... | 26 |
| Capítulo II..... | 27 |
| Marco Teórico..... | 27 |
| Propuesta Curricular del Ministerio de Educación Pública en el Área de la Matemática..... | 27 |
| Áreas matemáticas | 30 |
| Habilidades..... | 32 |
| Procesos matemáticos | 33 |
| Problema matemático, su conceptualización..... | 37 |
| Resolución de problemas, su conceptualización | 38 |
| Niveles de complejidad de los problemas..... | 43 |
| La organización de las lecciones | 47 |
| Variables de la lección..... | 50 |
| Metacognición..... | 51 |
| Estrategias metacognitivas para la resolución de problemas..... | 56 |
| Conceptualización de currículo..... | 59 |
| Enfoque curricular | 60 |
| Fuentes curriculares..... | 66 |
| Fundamentos curriculares..... | 69 |
| Principios curriculares..... | 74 |
| Guía didáctica | 77 |
| Estrategias metodológicas..... | 78 |
| Capítulo III..... | 79 |
| Marco metodológico..... | 79 |
| Tipo de Investigación | 79 |

| | |
|---|------------|
| Fuentes de información | 84 |
| Revisión bibliográfica | 84 |
| Personas docentes | 85 |
| Curriculistas | 86 |
| Técnicas e instrumentos de recolección de la información..... | 86 |
| Indagación teórica | 86 |
| Juicio de expertos | 87 |
| Población y selección de la muestra | 88 |
| La unidad de análisis | 88 |
| Análisis e interpretación de la información..... | 88 |
| Consentimiento informado | 89 |
| Validación de la propuesta | 89 |
| Definición de las categorías de análisis | 90 |
| Análisis de los datos..... | 91 |
| Triangulación | 92 |
| Capítulo IV..... | 94 |
| Análisis de la información | 94 |
| Abordaje Metodológico de la Resolución de Problemas Matemáticos..... | 94 |
| Estrategias Metacognitivas..... | 99 |
| Guía Didáctica..... | 99 |
| Capítulo V..... | 102 |
| Recomendaciones | 105 |
| Bibliografía..... | 106 |
| Capítulo VI..... | 114 |
| El abordaje de la resolución de problemas mediante estrategias metacognitivas: elementos para el currículo matemático..... | 114 |

Resumen

La presente investigación propone el desarrollo de las estrategias didácticas y metacognitivas en el abordaje de la metodología de la resolución de problemas, en las lecciones de Matemática de la Educación General Básica, específicamente para niñas y niños de segundo grado, en el tema de operaciones con números naturales. La propuesta se enmarca en el Trabajo Final de Investigación Aplicada, para optar por el grado de Maestría Profesional en Planificación Curricular de la Facultad de Educación de la Universidad de Costa Rica.

En lo que respecta a las estrategias metacognitivas, se proponen en el desarrollo de la lección de Matemática, en los cuatro pasos o momentos centrales que establece el Ministerio de Educación Pública (2012): (1) propuesta de un problema, (2) trabajo estudiantil independiente, (3) discusión interactiva y comunicativa, y (4) clausura o cierre. La metacognición está presente desde el momento donde se realiza el planteamiento del problema, hasta el cierre de la clase. El propósito es que los infantes autorregulen sus pensamientos, de manera que tengan que trabajar con sus pares y establecer posibles respuestas para el planteamiento del problema.

La guía didáctica contiene las secciones que corresponden a conocimientos y habilidades específicas integradas, desarrollo de actividades, organización de la lección (Etapa I: Aprendizaje de conocimientos y la Etapa II: Movilización y aplicación de conocimientos. La guía didáctica contiene quince problemas, distribuidos de la siguiente forma: un problema en la Etapa 1 y dos problemas presentes en la Etapa 2. Los problemas que se plantean están redactados en tres niveles de complejidad que son: reproducción, conexión y reflexión, con el objetivo de que los infantes partan del conocimiento más simple al más complejo.

Abstract

The present research proposes the implementation of didactic and metacognitive strategies for guiding second grade students of the I Cycle of Costa Rica's Education System to solve mathematical problems by using operations with natural numbers during their lessons. This Final Applied Research is part of the study plan of the Professional Master's Degree in Curriculum Planning of the Faculty of Education of the University of Costa Rica.

The metacognitive strategies proposed are meant to be implemented during the four main steps of the Mathematics class that the Ministry of Public Education (MEP by its abbreviation in Spanish) (2012): (1) an established problem, (2) individual student work, (3) interactive and communicative discussion, and (4) closing. Metacognition starts since the problem is established until the closing. The purpose is that the students self-regulate their thoughts in a way that they must work with their peers and find possible solutions for the problem established.

The didactic guide focuses on knowledge and specific integrated skills, the implementation of activities, and framework of the class (Stage I: Learning of knowledge and Stage II: implementation of the knowledge). The didactic guide portrays fifteen problems, which are distributed as follows: one problem in Stage I and two problems in Stage II. The complexity of the problems is graded within three levels: reproduction, connection, and reflection to scaffold the learning process of the students.

Lista de tablas

| | |
|--|----|
| Tabla 1. Resultados históricos del Examen Diagnóstico en Matemáticas Universidad de Costa Rica. Porcentaje de notas inferiores a 50, Años 2004 – 2013 | 21 |
| Tabla 2. Áreas matemáticas..... | 31 |
| Tabla 3. Procesos Matemáticos | 35 |
| Tabla 4. Pasos en la resolución de problemas | 40 |
| Tabla 5. Visión de autores sobre resolución de problemas | 41 |
| Tabla 6. Niveles de complejidad de los problemas | 44 |
| Tabla 7. Niveles de complejidad de los problemas matemáticos | 46 |
| Tabla 8. Descripción de las etapas de la suma y resta | 46 |
| Tabla 9. Etapas de la lección de Matemática | 48 |
| Tabla 10. Momentos centrales en la organización de la lección de Matemática..... | 49 |
| Tabla 11. Eventos de la lección | 50 |
| Tabla 12. Estrategias metacognitivas para la resolución de problemas..... | 57 |
| Tabla 13. Etapas de la metodología de la investigación | 83 |
| Tabla 14. Definiciones conceptuales y operativas de las categorías de análisis | 90 |

Lista de figuras

| | |
|---|----|
| Figura 1. Diagrama del currículo matemático en China, en la primera década del siglo XXI | 7 |
| Figura 2. Evolución en la conceptualización de la Resolución de Problemas en Singapore | 13 |
| Figura 3. Puntuaciones obtenidas por Costa Rica en PISA, 2015..... | 19 |
| Figura 4. Procesos Matemáticos..... | 35 |
| Figura 5. Proceso rotacional de la resolución de problemas..... | 43 |
| Figura 6. Etapas conceptuales de la suma y resta..... | 45 |
| Figura 7. Resolución de problemas y sus aristas conceptuales. Visión de Singapore..... | 53 |
| Figura 8. Etapas de la metodología de la investigación..... | 82 |

Licencia de Publicación



UNIVERSIDAD DE
COSTA RICA

SEP Sistema de
Estudios de Posgrado

Autorización para digitalización y comunicación pública de Trabajos Finales de Graduación del Sistema de Estudios de Posgrado en el Repositorio Institucional de la Universidad de Costa Rica.

Yo, Saidé Lupita Alfaro Sánchez, con cédula de identidad 205770555, en mi condición de autor del TFG titulado El abordaje de la resolución de problemas mediante estrategias metacognitivas: Elementos para el currículo matemático.

Autorizo a la Universidad de Costa Rica para digitalizar y hacer divulgación pública de forma gratuita de dicho TFG a través del Repositorio Institucional u otro medio electrónico, para ser puesto a disposición del público según lo que establezca el Sistema de Estudios de Posgrado. SI NO *

*En caso de la negativa favor indicar el tiempo de restricción: _____ año (s).

Este Trabajo Final de Graduación será publicado en formato PDF, o en el formato que en el momento se establezca, de tal forma que el acceso al mismo sea libre, con el fin de permitir la consulta e impresión, pero no su modificación.

Manifiesto que mi Trabajo Final de Graduación fue debidamente subido al sistema digital Kerwá y su contenido corresponde al documento original que sirvió para la obtención de mi título, y que su información no infringe ni violenta ningún derecho a terceros. El TFG además cuenta con el visto bueno de mi Director (a) de Tesis o Tutor (a) y cumplió con lo establecido en la revisión del Formato por parte del Sistema de Estudios de Posgrado.

INFORMACIÓN DEL ESTUDIANTE:

Nombre Completo: Saidé Lupita Alfaro Sánchez

Número de Carné: A15015 Número de cédula: 205770555

Correo Electrónico: Saide.alfarosanchez@ucr.ac.cr saidel7@gmail.com

Fecha: 4 de agosto del 2020 Número de teléfono: 61963804

Nombre del Director (a) de Tesis o Tutor (a): Dra. Ana Patricia Maroto Vargas

FIRMA ESTUDIANTE

Nota: El presente documento constituye una declaración jurada, cuyos alcances aseguran a la Universidad, que su contenido sea tomado como cierto. Su importancia radica en que permite abreviar procedimientos administrativos, y al mismo tiempo genera una responsabilidad legal para que quien declare contrario a la verdad de lo que manifiesta, puede como consecuencia, enfrentar un proceso penal por delito de perjurio, tipificado en el artículo 318 de nuestro Código Penal. Lo anterior implica que el estudiante se vea forzado a realizar su mayor esfuerzo para que no sólo incluya información veraz en la Licencia de Publicación, sino que también realice diligentemente la gestión de subir el documento correcto en la plataforma digital Kerwá.

Capítulo I

Antecedentes

Para este apartado se lleva a cabo una revisión bibliográfica a nivel internacional y nacional. Entre los documentos revisados se encontraron artículos científicos, tesis, revistas, libros en línea y de forma física; todo lo anterior a nivel internacional y nacional. A nivel internacional se encuentran documentos sobre la influencia estadounidense, oriental y europea, esta última con casos como Francia y Reino Unido y finalmente la influencia latinoamericana. Además como un punto referencial sumamente importante, se describe el caso de Singapur y su relevancia en la implementación de la metodología de la resolución de problemas en el currículum oficial de matemática.

En lo que respecta a los antecedentes nacionales se estudia la evolución de la resolución de problemas desde el año 1996 con el programa de estudios de matemática del Ministerio de Educación Pública, hasta la materialización que se hace con un cambio curricular orientado en la metodología de resolución de problemas en el año 2010; sin embargo es hasta los inicios del 2013 que se concreta con un nuevo plan de estudios de Matemática en Costa Rica.

Antecedentes Internacionales

Influencia estadounidense

La resolución de problemas, como metodología adoptada en un salón de clases de matemáticas, tiene como referente histórico principal el trabajo de Polya, que se plasmó

originalmente en su libro: *How to Solved it*, que salió a la luz pública en 1945. Este matemático puro, de nacionalidad húngara, resumió su visión en cuatro pasos:

- Comprender el problema.
- Concebir un plan.
- Ejecutar el plan.
- Examinar la solución.

En Zurich, Suiza, en 1931, Polya plasmaba sus ideas en la conferencia: ¿Cómo buscar la solución de problemas matemáticos?, donde planteaba estas cuatro fases y sugerencias para su implementación. Su visión se remite originalmente a su experiencia como matemático, pero marcó un punto de partida sobre cómo abordar la resolución de problemas en el currículum educativo matemático. En su libro: *¿How to solved it?*, establece un porcentaje de descubrimiento en la solución de cualquier problema que desafía la curiosidad y la capacidad inventiva (componente heurístico). Más aún, toparse con una experiencia afín a la resolución de problemas a una edad susceptible, puede implicar el desarrollo de un gusto por el trabajo mental y dejar así una impresión duradera. En este contexto, un profesor de matemática tiene una gran oportunidad, en el caso que desafíe la curiosidad de sus estudiantes a través de problemas que ayuden a construir su propio conocimiento; se proporciona, en particular, una estimulación por el pensamiento independiente (Polya, 1945).

No obstante, a pesar de que la publicación de este texto fue en 1945, su transcendencia no se dio instantáneamente; en específico, en Estados Unidos pasó, en una escala macro, desapercibido. Como punto argumentativo para esta percepción, basta remitirse un poco al

contexto de la sociedad norteamericana en los inicios de la segunda mitad del siglo XX. Con el evento del satélite Sputnik por parte de la URSS, autoridades educativas de Estados Unidos reaccionaron con la idea primaria de una necesaria reforma educativa y la disciplina matemática no fue la excepción; no obstante, los primeros intentos no fueron del todo exitosos. Schoenfeld detalla en su artículo: “Problem solving in the United States, 1970-2008: research and theory, practice and politics”, que la reforma curricular que se estableció en la segunda mitad del siglo XX en Estados Unidos se llamó “Matemática Moderna”. En esta se privilegiaba estructuras matemáticas con grados altos de abstracción y formalismo, tales como teoría de conjuntos, lógica y aritmética modular. Dentro de esta nueva concepción curricular, surgieron dificultades inmediatas como la “falta de preparación” de los padres de familias para afrontar la tarea de ayudar a sus hijos en sus trabajos. La Matemática Moderna no prosperó como opción curricular y en lugar de ella surgió el movimiento "de vuelta a lo básico" que predominó en las aulas estadounidenses en la década de los 70's (Schoenfeld, 2007).

En este contexto, la metodología de resolución de problemas no entraba en los planes de las autoridades educativas norteamericanas y más aún su opción como marco metodológico, en un salón de clases, se percibía como lejana.

El primer punto de inflexión a esta situación, se dio en 1980. Específicamente, la “National Council of Teacher of Mathematics”, NCTM por sus siglas en inglés, en su agenda de acción, hizo ocho recomendaciones; la primera de estas es emblemática: “La resolución de problemas debe ser el enfoque de las matemáticas escolares en la década de 1980” (p. 1). Aparte de esta recomendación anotada la NCTM (1980) da más recomendaciones, como las siguientes:

- El plan de estudios de matemáticas debe organizarse para resolver problemas.
- La definición y el lenguaje de la resolución de problemas en matemáticas, se deben desarrollar y ampliar para incluir diversas estrategias, procesos y modos de presentación, que abarquen todo el potencial de las aplicaciones matemáticas.
- Los docentes en matemáticas deberían crear entornos de aula, donde se incentive la resolución de problemas.
- Utilizar materiales apropiados, para enseñar a resolver problemas para todos los niveles.
- Los programas de matemáticas deben involucrar a los estudiantes en la resolución de problemas, que se pongan en práctica en todos los grados (pp. 1-5).

Son recomendaciones generales que marcaron una pauta. De repente, el trabajo de Polya toma relevancia a partir de esta agenda de acción de la NTCM. Casi una década después la NCTM, las complementa con una serie de objetivos generales que se pretenden alcanzar en la implementación de esta metodología de resolución de problemas. Schoenfeld (1992), los cita a continuación:

- (1) Aprender a valorar las matemáticas.
- (2) Confiar en la capacidad para hacer matemáticas.
- (3) Que sepan resolver problemas matemáticos.
- (4) Aprender a comunicarse matemáticamente.
- (5) Aprender a razonar matemáticamente (p. 5).

A partir de estos cinco objetivos generales, era imperativo construir o considerar andamiajes útiles, en un sentido práctico, para una aplicación adecuada de la metodología

de resolución de problemas, tanto por parte del estudiante como del educador. Schoenfeld, en sus primeros trabajos sobre este tema, plantea distintas alternativas. Otten (2010), lo resume a continuación:

Recursos: El conocimiento matemático relevante-intuición, hechos, algoritmos, comprensión-poseído por el individuo.

Heurística: Estrategias y técnicas: dibujar figuras, introducir notación adecuada, explorar problemas similares - reformular, para avanzar en problemas desconocidos.

Control: Decisiones globales-planificación, monitoreo, actos metacognitivos-con respecto a la selección y el uso de los recursos y la heurística.

Sistemas de creencias: La cosmovisión matemática -consciente e inconsciente- de un individuo que puede determinar su comportamiento (p. 5).

La visión preliminar y general de Polya sobre resolución de problemas, Schoenfeld la moldea con ayuda de la clasificación anterior y se aproxima a visiones más actuales sobre esta metodología.

En un grado más específico, se requiere que los estudiantes expongan diversas experiencias matemáticas, que se desarrollen tanto hábitos mentales como apreciaciones adecuadas del rol de la matemática en asuntos humanos. Es necesario que se motive a explorar, a adivinar e incluso a hacer y corregir errores para que ganen confianza en su capacidad, para resolver problemas complejos. Se debe leer, escribir y debatir sobre matemáticas; deben conjeturar, probar y construir argumentos sobre la validez de una conjetura (Schoenfeld, 2007).

Estos estándares están enmarcados en una especificación de un “ideal matemático” y en habilidades idóneas que debe tener un estudiante después de un proceso curricular escolar matemático, condimentados por su propio proceso metacognitivo.

Influencia oriental

Existe una contraparte oriental a esta visión norteamericana. China y Japón presentaron alternativas propias en sus visiones curriculares en el nivel escolar; en el primer país se parte fundamentalmente de una visión soviética. Cai y Nie en su artículo: “Problem solving in Chinese mathematics education: Research and practice”, lo plantean en los siguientes términos: La influencia soviética en el currículo oficial chino se hizo patente a partir de la predominancia de tres principios: rigurosidad, abstracción y aplicación. Esta concepción plantea un estilo argumentativo y un uso adecuado de lenguaje matemático para su proceso de enseñanza y aprendizaje. Se busca un complemento entre un cálculo adecuado de algoritmos que modela un problema de la vida real, con un entendimiento correcto de los principios que fundamentan las operaciones matemáticas (Cai y Nie, 2007).

Junto a esta influencia soviética, se hace una complementación con la ayuda del trabajo de Polya, que fue traducido en 1984. Además, Yuxin Zheng publica en 1985 el libro *Introduction to mathematical methodology*, que, en opinión de Cai y Nie (2007), es mucho más accesible para maestros de matemática en primaria y estudiantes. Desde ese momento, se inicia una transformación de la metodología de resolución de problemas en el currículum matemático de esta nación asiática, donde se orientó a estrategias más específicas (Cai y Nie, 2007). Un ejemplo de estas técnicas específicas de resolución de problemas, es la enseñanza con variación. Cai y Nie lo plantean en los siguientes términos: con el objetivo

de clarificar un concepto se utiliza una serie de problemas, cuya descripción se fundamenta en la modificación solamente de características no esenciales. Se establecen patrones que permitan discernir los componentes principales que reúne en sí mismo un concepto matemático (Cai y Nie, 2007).

En un contexto más general, Cai y Nie (2007) plantean un cambio importante en el currículo matemático en China, que se dio durante la primera década del siglo XXI. En esta, se da énfasis en la inclusión de problemas de la vida real, enmarcados en un proceso que puede ser descrito, a partir del siguiente diagrama:

Figura 1. Diagrama del currículo matemático en China en la primera década del siglo XXI

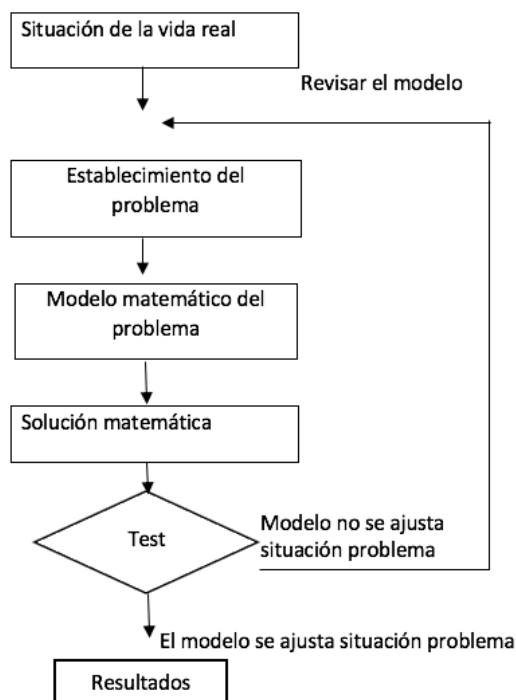


Figura 1. Adaptado de “Problem solving in Chinese mathematics education: Research and practice”, por J. Cai & B. Nie, 2007, *ZDM*, 39, p. 465.

En tanto, en el caso de Japón, la resolución de problemas se visualiza en el Currículum Oficial (Course of Study) a partir de la década de los 50's. Específicamente, después de la II Guerra Mundial, el "Course of Study" se revisaba cada 10 años y no presentaba, como en el caso chino, una influencia soviética. Hino, en su artículo: "Towards the problem-centered classroom: trends in mathematical problema solving in Japan", plantea, en una etapa inicial, lo siguiente:

En una manera más directa y a partir de una influencia estadounidense enmarcada en la agenda de acción de la NCTM, la metodología de resolución de problemas en Japón se ve fortalecida a partir de un énfasis en la modernización matemática (Hino, 2007). Su interiorización en el currículum oficial se hace patente en los distintos enfoques, para la implementación de la resolución de problemas. Más aún, el grado de interiorización de estos enfoques, concuerda con el grado de evolución de esta metodología, en el currículum oficial Japonés. Hino, lo explica, a partir de la visión de Nagasaki (1990), que estipulaba ciertos enfoques a la hora de asumir la resolución de problemas en el salón de clases, a saber:

1. Resolución de problemas como meta de instrucción en la educación matemática (desarrollar la habilidad de pensar del estudiante).
2. Resolución de problemas como el proceso de instrucción (enseñar al estudiante el proceso de crear conceptos matemáticos a través de la resolución de problemas).
3. Resolución de problemas como el contenido de la instrucción (es considerado importante para estudiantes adherirse al método de resolución de problemas). Este último enfoque ha predominado o se ha enfatizado más después de 1980 (Hino, 2007).

Influencia europea

Dentro del continente europeo, se tiene el caso de Francia, con su propia y rica evolución en la educación matemática o bien el caso de Reino Unido que no está ajeno a lo que estaba sucediendo en los Estados Unidos. Con respecto al país francés, la resolución de problemas tiene un rol importante dentro de una concepción más general. En específico, la didáctica matemática ha estado enmarcada en dos grandes teorías: la teoría de situaciones didácticas, donde Brousseau establece que la noción de situación incluye, extiende y diversifica la noción de problema. La teoría antropológica de las didácticas, donde Chevallard indica que la solución de problemas matemáticos es esencial, pero a partir de un enfoque que surge de una perspectiva institucional (Artigue y Houdement, 2007).

Caso de Francia

Dentro del currículum oficial francés, la metodología de resolución de problemas es recurrente hoy. En su artículo “Problem solving in France: Didactic and curricular perspectives”, Artigue y Houdement (2007), recogen lo estipulado en el currículum oficial francés (2005), al indicar que la resolución de problemas es el principal criterio para la adquisición de todos los dominios matemáticos; este proceso es una garantía para que este conocimiento sea altamente significativo. Desde las primeras etapas del aprendizaje, hacer matemática es construir herramientas para resolver problemas genuinos y de nuevo proseguir en la interiorización de estas herramientas para la solución de nuevos problemas. Lo anterior es un proceso y, por ende, se busca en niveles posteriores la resolución de problemas más complejos (MEN, 2005).

Este lugar preponderante de la Resolución de Problemas se ha materializado a través de los años en los distintos currículos oficiales. A finales de la década de los 70's, en respuesta al movimiento de las "Matemáticas Modernas", emerge la noción de situación-problema, donde se prioriza la introducción de problemas reales y de carácter abierto. Artigue y Houdement señalan que el currículum oficial (a finales de los 70's) antepone tres etapas en la resolución de problemas dentro del proceso de aprendizaje: construcción de nuevas herramientas matemáticas, su complementación con experiencias previas y su validación respectiva. Todo este marco trae como suplemento adicional el enfatizar que este proceso no debe estancarse en trabajo meramente individual (Artigue y Houdement, 2007).

Dos décadas después, nociones básicas de la metodología de resolución de problemas, se enmarcan dentro del concepto de ciclo (3 años) y así ya se establece en el currículum oficial escolar de 1991, donde la metodología de resolución de problemas implica una serie de competencias adquiridas por el estudiante:

- Reconocimiento, clasificación, organización y manejo de datos útiles para la resolución de un problema.
- Formular y comunicar su procedimiento y sus resultados.
- Argumentar la validez de su argumentación.
- Elaborar un método original en un problema de investigación real.
- Elaborar un problema a partir de un conjunto de datos (Artigue y Houdement, 2007).

Caso de Reino Unido

En el caso del Reino Unido, la evolución de la metodología de resolución de problemas en su currículum oficial, no se mantiene ajeno al trabajo desarrollado por Polya. Una “primera” reflexión se da a los inicios de los 60’s, cuando investigadores en Matemática Aplicada, reflexionan sobre la pertinencia de implementar esta visión matemática en los salones de clase (Burkhardt y Bell, 2007).

De una manera más directa, en la década de los 80’s, la metodología de resolución de problemas se ve reflejado en lo que se denominó el Reporte Cockcroft (1982). En este documento se proponían planteamientos generales directos con respecto a la Enseñanza de la Matemática en todos los niveles:

- Exposición del maestro.
- Discusión entre profesor y estudiante y entre estudiante y estudiante.
- Trabajo práctico apropiado.
- Prácticas de habilidades fundamentales y rutinas.
- Solución de problemas (aplicaciones directas de la vida real) (Burkhardt y Bell, 2007).

En el nuevo siglo una nueva percepción de preocupación sobre el nivel matemático de los jóvenes ingleses (de 14 a 19), apareció. Surge el concepto de “Matemáticas Funcionales”, que destaca la habilidad de usar la matemática para pensar acerca de problemas en la vida real (alfabetismo matemático). Hay un énfasis en este punto dentro de la comunidad educativa matemática del Reino Unido (Burkhardt y Bell, 2007).

Caso de Singapur

El caso de este país asiático es primordial dentro de la evolución de la metodología de resolución de problemas. Desde 1990, la resolución de problemas se convirtió en el foco central de su currículum matemático escolar. Estados Unidos y el Reino Unido, con su propia historia en este ámbito, jugaron un papel crucial para tal decisión. Fan y Zhu (2007), en su artículo: “From convergence to divergence: the development of mathematical problem solving in research, curriculum, and classroom practice in Singapore”, son enfáticos al respecto:

Al seguir el movimiento de la resolución de problemas en la educación matemática, en Estados Unidos se plasma en la publicación: Una Agenda para la Acción (Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas, 1980) y en otros países como el Reino Unido, con su reporte oficial Matemática Cuenta (Cockcroft, 1982). La resolución de problemas ha ido tomando un lugar central en la educación matemática en Singapur, durante las últimas dos décadas (p. 491).

La conceptualización de esta metodología se puede visualizar a partir de la figura de un pentágono, cuyo marco referencial en el currículum matemático incluye las temáticas de conceptos, procesos, metacognición, actitudes y habilidades, que constituyen el soporte teórico de la Resolución de Problemas.

Esta figura en sí misma, ha tenido una evolución a través de los años, que representan, en particular, cambios en la misma conceptualización de la Resolución de Problemas. Basta ver

el siguiente diagrama, tomado de la conferencia de 21st Century Competencies & Singapore Mathematics Curriculum.

Figura 2. Evolución en la conceptualización de la Resolución de Problemas en Singapore

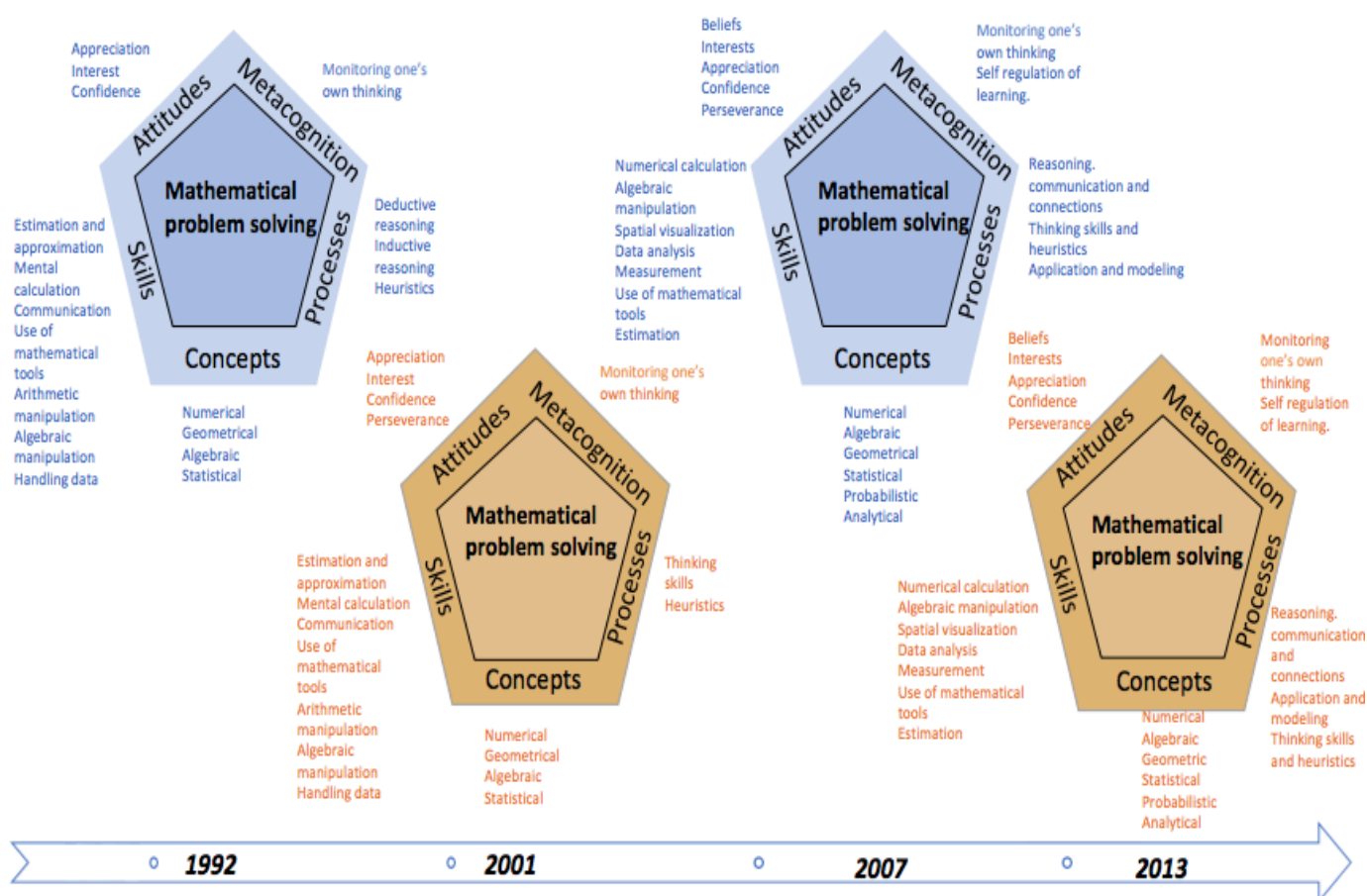


Figura 2. Adaptado de “Conference 21 st Century Competencies & Singapore Mathematics Curriculum”, por L. Ngan, 2015, s.p.

La representación anterior se ha visto reflejado en los mismos programas oficiales del currículum escolar de Singapur; se establece siempre el trabajo y pensamiento de Polya como un punto referencial. Fan y Zhu (2007), establecen lo siguiente:

En 1990, en el currículum oficial se pretendía que los estudiantes fueran capaces de resolver una variedad de problemas, tanto rutinarios como no-rutinarios. En tanto en el currículum oficial del 2000 se busca incentivar a los discentes a buscar soluciones alternativas a los problemas y crear, formular o extender problemas. Por ello, se hace un aumento en el énfasis sobre la última fase del modelo de Polya, que pretende incrementar las habilidades de pensamiento reflexivo, crítico y creativo (p. 496).

Una evolución paralela a la situación descrita, se ha visto en los libros de texto que se utilizan en el desarrollo de las lecciones. En un inicio de la reforma educativa, en Singapur, la mayoría de los problemas enunciados eran rutinarios y tradicionales; se dio un procedimiento estándar de apertura y cierre, donde la conceptualización a situaciones reales, estaba marginada y el concepto de “looking back”, totalmente olvidada. No obstante, en los últimos años la situación ha cambiado, en el enfoque y el establecimiento de nuevos problemas. Específicamente, a manera de ejemplo, en casi todos los capítulos de la serie de libros *New Express Mathematics*, se nota la presencia de uno a tres proyectos de carácter exploratorio en su parte final (Fan y Zhu, 2007).

Influencia latinoamericana

En el caso de Latinoamérica, no ha existido una reforma integral en el currículum oficial, a excepción de Costa Rica, que plantea la Resolución de Problemas como metodología principal en el plan de estudios, correspondiente. No obstante, existen planteamientos generales al respecto, que establecen ciertas orientaciones en la línea de Resolución de Problemas. En el Cono Sur, existen algunos ejemplos sobre esta línea

argumentativa. En Argentina, por ejemplo, documentos oficiales remarcan que los docentes son responsables de organizar sus clases donde se planteen situaciones retadoras a los discentes, en la línea de Resolución de Problemas, para “construir” nuevo conocimiento (Duarte, 2015); sin embargo, son orientaciones bastantes generales. En otros países, se percibe influencia estadounidense a partir de profesionales que ha obtenido un Ph.D en Educación Matemática.

D’Ambrosio (2007), en el caso de Brasil y extrapolando un poco al resto de Latinoamérica, anota al respecto:

Los primeros programas en Educación Matemática en Brasil se establecieron hace 20 años y recibieron mucha influencia de estudiantes que regresaban de los Estados Unidos con un Ph.D en Educación Matemática y algunos de ellos se especializaron en Resolución de Problemas. Esto implicó que se pudiera visualizar la Resolución de Problemas como un campo de investigación. Su estrategia pedagógica sigue floreciendo en Latinoamérica, pero la base teórica para la Resolución de Problemas, como área de investigación, está ligada a los desarrollos académicos en los Estados Unidos (p. 520).

Como se remarcó, la influencia estadounidense, con respecto a la metodología de Resolución de Problemas, se percibió en Latinoamérica a finales de los 80’; en específico, con los trabajos de Schoenfeld y los escritos de la NCTM. Antes de esto, existen antecedentes un poco aislados, que tienen un origen en el trabajo de Polya, en particular en su libro: *¿How to solved it?* Por ejemplo, el Profesor Omar Catunda del Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias de la Universidad de San Paulo, a finales de los 40’s,

ofreció un Seminario basado en dicho texto. Además, el trabajo de Polya-Szego era conocido en distintas universidades que formaban a profesores de primaria y secundaria. Algunos de sus exámenes de preparación fueron elaborados en su totalidad en forma de problemas (D'Ambrosio, 2007).

Antecedentes nacionales

En Costa Rica, ha existido una evolución en la concepción metodológica de resolución de problemas, desde 1996. En el programa de estudios de matemática del Ministerio de Educación Pública de ese año, se afirma que: “La búsqueda de una enseñanza matemática conectada al entorno físico y social integrada a la cotidianidad conlleva al proceso de resolución de problemas como un mecanismo por excelencia” (p. 161). A pesar de eso, ni este programa ni los siguientes marcaron una pauta en la implementación de la metodología de resolución de problemas. Ruiz (2013), es enfático al respecto:

Exhibían una fuerte inconsistencia entre lo enunciado en los fundamentos teóricos (declaración constructivista abstracta) y lo planteado realmente en la malla curricular (un enfoque conductista). El enfoque con que se tratan los programas específicos de estudio, la malla curricular, es el de los “objetivos programados”, a los que de manera individual y aislada se les asigna procedimientos, metodología y evaluación; esto empuja a un tratamiento desconectado entre sus objetivos, distorsiona la evaluación pues esta se ve tremendamente condicionada (cada objetivo debe tener un ítem de evaluación), y no favorece trabajar el planeamiento y el desarrollo en el aula con base en problemas (p. 17).

Fue hasta el año 2010 cuando se empieza a materializar una intención de un cambio curricular orientado en la metodología de resolución de problemas, que se concreta a inicios del 2013, con un nuevo plan de estudios para matemática. Es, en particular, una nueva visión metodológica sobre el proceso de la resolución de problemas, con el fin de conectar la asignatura de Matemática a contextos reales. En un terreno más específico, el Ministerio de Educación Pública (MEP) (2012), afirma que:

La resolución de problemas, como estrategia pedagógica, se subraya aquí como sustrato de un estilo de acción de aula. Para el aprendizaje de conocimientos dentro de la lección, se propone una introducción de los nuevos tópicos que tome en cuenta cuatro pasos o momentos centrales: (1) propuesta de un problema, (2) trabajo estudiantil independiente, (3) discusión interactiva y comunicativa, (4) clausura o cierre. Esta secuencia puede realizarse dentro de una lección o una colección de ellas, de acuerdo con el tema o al año lectivo. Este estilo se contrapone a aquel que trabaja los tópicos matemáticos en abstracto, ofrece ejemplos y prácticas rutinarias y al final, como apéndice, ejercicios o problemas contextualizados (p. 13).

El MEP propone directrices de cómo dividir las clases de matemática, como guía para el planeamiento didáctico. Aquí es esencial la discusión entre el estudiantado y el docente, para provocar una comunicación más asertiva de posibles soluciones para la resolución de problemas matemáticos, debido a las diversas propuestas que se puedan generar en el salón de clases.

No obstante, un cambio de esta magnitud, involucra ciertos inconvenientes. Ángel Ruiz, gestor del plan actual de estudios de Matemática, acepta que su implementación no será inmediata, como lo apunta en el Quinto Informe del Estado de la Educación (2014): “Al tratarse de una reforma profunda y comprehensiva no se puede esperar que su implementación se realice en poco tiempo; y de igual manera para que eso suceda no es posible dejar de implicar a diversos protagonistas de la sociedad costarricense” (p. 3).

Justificación de la situación problemática

A nivel escolar, es indudable la existencia de habilidades cognitivas básicas que la niñez debería adquirir en un nivel promedio aceptable. El Sexto Informe de la Educación (2017), recoge la visión de la UNESCO al respecto: “la primaria es una etapa fundamental, que debe proporcionar a los niños las destrezas básicas en lectura, escritura y matemáticas, y sentar las bases para el aprendizaje que deberán desarrollar más adelante, en la educación secundaria” (p. 131).

En un grado micro, específicamente en los salones de clase, a través de los años, la enseñanza de la Matemática ha estado en constante discusión debido a las bajas promociones en las pruebas nacionales de bachillerato, que son noticias recurrentes en los días siguientes a la entrega de los resultados de las pruebas nacionales. Específicamente, el Sexto Informe de la Educación (2017), establece este hecho con datos cuantitativos:

Matemáticas es la asignatura con menor porcentaje de promoción: solo el 73,4% de los estudiantes la aprueba. Esto se encuentra muy relacionado con la distribución de alumnos por categoría de rendimiento en la prueba de bachillerato; según esta, un

78% de los examinados obtuvo una nota inferior a 70 y un 48,4% una menor a 50 (p. 192).

A partir de los resultados anteriores, el Proceso de Enseñanza y Aprendizaje de la Matemática, en Costa Rica, debe revisarse. Más aún, resulta más alarmante los resultados obtenidos en las pruebas PISA (pruebas que evalúan competencias y habilidades básicas en jóvenes de 15 años para ser partícipes en la sociedad) (MEP, 2018). Estas pruebas se aplican cada tres años en los países miembros o en proceso de adhesión a la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). En Costa Rica estas pruebas se empezaron a aplicar en el año 2009 (MEP, 2018). A manera de ejemplo, se anexa el siguiente gráfico, presentado en el Sexto Informe Estado de la Educación (2017), que muestra los resultados obtenidos por Costa Rica en el año 2015.

Figura 3. Puntuaciones obtenidas por Costa Rica en PISA 2015

Puntuaciones obtenidas por Costa Rica en PISA 2015, según competencia evaluada. 2015

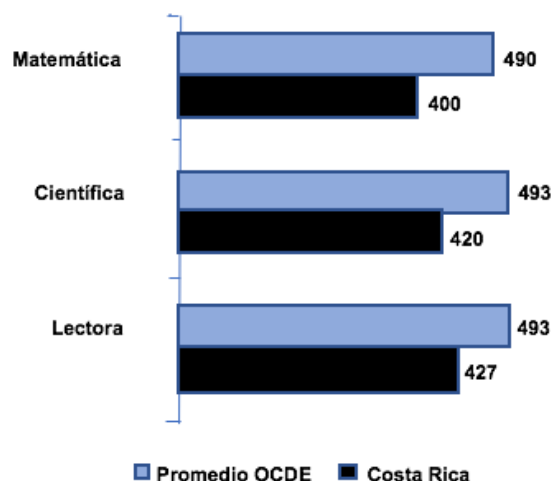


Figura 3. Adaptado de “Sexto Informe Estado de la Educación”, por Estado de la Educación, 2017, p. 193.

De acuerdo con lo que muestra el Sexto Informe Estado de la Educación (2017) “A nivel internacional se considera que 30 puntos de diferencia es el equivalente a todo un año escolar, por lo que los resultados obtenidos en la competencia matemática sugieren una brecha equivalente a tres años de formación para un joven costarricense cuando se le compara con un estudiante promedio de la OCDE” (p. 193).

El panorama resulta más desalentador si consideramos un último insumo: el examen diagnóstico de Matemática (DIMA) que aplica la Escuela de Matemática de la Universidad de Costa Rica a estudiantes de quinto año de secundaria que han ganado el examen de admisión de dicha universidad y pretende estudiar alguna carrera inmersa en el campo de la Ingeniería o Ciencias Económicas o Ciencias Básicas, entre otras. Según Blanco (2019), de la Oficina de Divulgación e Información de la Universidad de Costa Rica:

El último examen realizado en el 2019 a 3678 estudiantes de primer ingreso, provenientes de centros educativos de secundaria, solo un 5.66% obtuvo una calificación de 7.0 o superior, en una escala de 1 a 10. Además, el 80% de los alumnos que realizaron la prueba diagnóstico, obtuvieron una nota inferior al 50% (s.p).

Este panorama ha sido similar en años anteriores. A manera de ilustración, Ruiz (2013), recopila en el siguiente cuadro, resultados históricos del examen diagnóstico en Matemática, realizados en la Universidad de Costa Rica en años anteriores al 2015, específicamente entre 2004 y 2013.

Tabla 1. Resultados históricos del Examen Diagnóstico en Matemáticas Universidad de Costa Rica. Porcentaje de notas inferiores a 50, Años 2004 – 2013

| Año | Cantidad de estudiantes con notas inferiores a 50 | Porcentaje (%) | Total de estudiantes que realizaron la prueba diagnóstica |
|------------|--|-----------------------|--|
| 2004 | 557 | 53,1 | 1049 |
| 2005 | 1011 | 59,2 | 1708 |
| 2006 | 1642 | 61,5 | 2670 |
| 2007 | 1876 | 64,2 | 2921 |
| 2008 | 1603 | 62,6 | 2562 |
| 2009 | 1929 | 69,0 | 2795 |
| 2010 | 1706 | 64,5 | 2644 |
| 2011 | 1901 | 64,7 | 2939 |
| 2012 | 1818 | 68,5 | 2653 |
| 2013 | 1804 | 68,4 | 2637 |

Nota: Adaptado de “La reforma de la Educación Matemática en Costa Rica”, por A. Ruiz, 2013, *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8, p. 12.

En el nivel escolar la situación no es distinta, pues basta ver, los resultados mediocres que ha obtenido Costa Rica en el segundo estudio regional comparativo y explicativo (SERCE) y en el tercer estudio regional comparativo y explicativo (TERCE). Estas pruebas estandarizadas tienen como objetivo principal obtener datos comparativos sobre el desempeño escolar de los estudiantes de grados tercero y sexto de América Latina y el Caribe en las áreas de Ciencias, Matemáticas y Lectura y así analizar los factores asociados al desempeño escolar con el fin de retroalimentar la política educativa (ICFES, 2017).

En el caso de Costa Rica, los resultados no son alentadores, pues se perfila un proceso de rendimiento descendente, según las pruebas SERCE y TERCE. Según el Sexto Informe Estado de la Educación (2017), “Costa Rica y Paraguay fueron los únicos que obtuvieron promedios nacionales en TERCE significativamente inferiores a SERCE en el Segundo

Ciclo, lo que evidencia los rezagos que el país requiere superar en los próximos años (p. 145).

El panorama es más desalentador cuando metodologías novedosas y originales no son la constante en nuestras aulas. Según el Séptimo Informe Estado de la Educación (2019), “los docentes observados y consultados en preescolar, primaria y secundaria siguen impartiendo clases sin integrar las nuevas metodologías y enfoques propuestos en los programas de estudio, y no hacen de estos su partitura de trabajo” (p. 26).

Más aún, la reforma del programa de Matemáticas (2012) no ha impactado lo suficiente en los salones de clase. Tal afirmación, se puede sustentar nuevamente en el Séptimo Informe del Estado de la Educación (2019) cuando, a partir de un estudio de observación, se menciona que al observar docentes de Matemática en las aulas, “independientemente de su grado de conocimiento del programa, no realizan actividades de resolución de problemas: solo un 1,3% del tiempo se emplea en ese tipo de ejercicios” (p. 58).

Dentro de este panorama, donde sobresale la introducción de una nueva metodología en la resolución de problemas (2012) y en los continuos resultados mediocres obtenidas en pruebas estandarizadas, en todos los niveles de educación formal, se percibe una necesidad de un actualizar al profesorado que se encarga de implementar la metodología propuesta por el MEP. Este trabajo, aporta en este sentido al presentar una propuesta curricular que propicie la implementación de la metodología de resolución de problemas en las aulas del I Ciclo de la Educación General Básica.

Planteamiento del problema

La reformulación de los programas de estudio, que se da en el 2012 en la disciplina de la Matemática, establece una nueva metodología caracterizada por un inicio de clase a través de un planteamiento de una situación problemática. Básicamente es “volver” a la naturaleza misma de la matemática como ciencia. Además, contrarresta visiones de índole curricular preestablecidos de lo que tiene que ser una lección de matemáticas. Ruiz, Alfaro y Gamboa (2006) es más enfático al respecto y anota que:

La Educación Matemática no puede ser planteada prominentemente como la memorización de hechos y el desarrollo de cálculos y sus destrezas asociadas. Es decir, una formación basada en los aspectos de procedimiento, la repetición y memorización de éstos, debilita las posibilidades para crear habilidades en el razonamiento matemático y corresponder apropiadamente con la naturaleza de esta como disciplina cognoscitiva. El asunto es más grave aún: una Educación Matemática basada en procedimientos y manipulación de símbolos (a veces sin sentido), con poca relación con los conceptos, formas de razonamiento y aplicaciones, es un poderoso obstáculo para que los estudiantes puedan comprender el valor y la utilidad de las matemáticas en su vida (p. 12).

Los recientes programas de estudio de Matemática, cuyo enfoque curricular se centra en la metodología de resolución de problemas, dan oportunidad a que los docentes puedan repensar las lecciones de matemática que se imparten en los salones de clase. El objetivo es que pongan en práctica estrategias didácticas pertinentes en las áreas matemáticas planteadas: números, medidas, geometría, relaciones y álgebra y estadística y probabilidad. La memorización por ejemplo no puede ser el eje principal de la matemática y es

indispensable el desarrollo cognitivo de habilidades para el razonamiento matemático. Los docentes pueden potenciar el proceso de enseñanza y aprendizaje por medio de técnicas novedosas para la niñez. Se busca un cambio en la forma de conceptualizar el ambiente de enseñanza y aprendizaje en el salón de clases y que se establezcan diversas alternativas en el proceso de enseñanza y aprendizaje (dentro de la metodología de resolución de problemas).

Es importante recalcar que el MEP (2012), presenta dentro de la organización de la lección un primer momento: la propuesta de un problema. En esta primera fase se coloca como un punto de partida un problema (contextualizado cuando resulte pertinente), un desafío inicial o una actividad para provocar la indagación. Esta propuesta supone una escogencia apropiada con base en el lugar que ocupa el contenido y las expectativas de aprendizaje dentro de la programación del curso y las condiciones específicas del grupo de estudiantes con el que se trabaja.

El segundo momento de esta etapa, se denomina trabajo estudiantil independiente, en donde se involucra distintas fases, a saber:

- Apropriación del problema.
- Formulación de estrategias-hipótesis-procedimientos.
- Resolución del problema o investigación estudiantil.

El siguiente momento se materializa con una discusión interactiva y comunicativa, en donde prevalece una valoración y contrastación de resultados así como soluciones o elaboraciones aportadas por el estudiantado, entrando en juego la argumentación y la comunicación.

Finalmente se da un momento de cierre o clausura, a partir de una actividad de índole pedagógica, que culmine todo el proceso (pp.41- 42).

El presente trabajo aporta una guía didáctica, en la que se ofrece a las y los docentes, distintas estrategias didácticas que se adecuan a la metodología de la resolución de problemas; se respetan, en particular: procesos, habilidades, conceptos, actitudes inherentes a esta nueva visión. La guía se caracteriza por promover la metacognición, o sea la autorregulación del aprendizaje matemático por parte del estudiante con la propuesta de varias estrategias metacognitivas que pueden ser implementadas por los docentes. Esta guía es un apoyo para los maestros. Se alternativas didácticas concretas para contenidos y situaciones de aprendizaje específicos, intrínsecamente relacionado con la resolución de problemas y acordes con los distintos momentos de clase que propone el MEP. Para tal propósito, se ha elegido segundo grado de la Educación General Básica y en específico el área de la aritmética.

Objetivos

Objetivo general

Diseñar una guía didáctica que proponga estrategias didácticas y metacognitivas para el abordaje de la metodología de la resolución de problemas matemáticos de I ciclo, en la Educación General Básica.

Objetivos específicos

Definir la estructura curricular de la guía didáctica, para el abordaje de la metodología de la resolución de problemas matemáticos para segundo año en la Educación General Básica, a partir de los enfoques humanista integral y constructivista.

Diseñar la guía didáctica para la atención a las estrategias didácticas, en el abordaje de la metodología de la resolución de problemas matemáticos de I ciclo, en la Educación General Básica.

Validar y rediseñar la guía didáctica para el correcto desarrollo con ayuda de expertos en matemática y currículum, del Ministerio de Educación Pública.

Capítulo II

Marco Teórico

Este capítulo parte de la premisa teórica: la metacognición en un currículo matemático se puede desarrollar bajo un enfoque integral y constructivista. Se fomenta diferentes estrategias metacognitivas en la metodología de resolución de problemas matemáticos, lo cual va a estar presente desde el momento en que se redacte el problema, hasta el momento del cierre del problema planteado. Estos dos enfoques son fundamentales desde la perspectiva del estudiante; se prioriza una visión afectiva como cognitiva. Además el enfoque constructivista es fundamental, porque es el educando el que va a construir su propio conocimiento con la guía del docente, donde se van a proporcionar estímulos externos como material concreto o vivencias que tengan cada uno de los infantes.

Para poder incluir las temáticas mencionadas en los párrafos anteriores, se organiza la información teórica en tres apartados, como lo son: La propuesta curricular del Ministerio de Educación Pública en el área de la Matemática, la metacognición y por último aspectos conceptuales y metodológicos de la gestión curricular. Cabe agregar que todos estos temas son sistematizados en la propuesta de la guía didáctica.

Propuesta Curricular del Ministerio de Educación Pública en el Área de la Matemática

El programa de matemática vigente del MEP de Costa Rica, pretende un cambio de perspectiva sobre cómo enseñar Matemática y así eliminar la creencia de que es una

asignatura aburrida donde los estudiantes sienten miedo. La idea es brindar a los estudiantes una formación matemática, donde el educando pueda abordar de forma práctica los retos presentes en la sociedad. Según el MEP (2012), “una preparación matemática que le permita abordar con inteligencia, pertinencia, responsabilidad y éxito los retos que enfrenta en el escenario actual, creando medios para potenciar una sociedad más culta, más inclusiva y más democrática” (p. 21). Dentro de las estrategias para tener un cambio en la manera de enseñar Matemática el MEP (2012), propone:

Promover procesos que en lugar de partir de lo abstracto, de la teoría, del teorema, para llegar algún día (si es que llegan) a lo concreto... se hace lo contrario: se enfatiza la participación activa de los estudiantes en la resolución de problemas asociados a su propio entorno, el entorno físico, social, cultural... o problemas que puedan ser fácilmente imaginados por las y los estudiantes (p. 11).

La resolución de problemas en el programa de estudios pretende que sea la parte medular de la lección de Matemática y así los discentes puedan pasar de lo concreto hacia lo abstracto, ya que según el MEP (2012): “la experiencia mundial muestra que esta puede ser una poderosa fuente para la construcción de aprendizajes en las Matemáticas” (p. 11).

La mediación pedagógica propuesta tiene como nombre La persona: centro del proceso educativo y sujeto transformador de la sociedad y es de carácter humanista y constructivista y se ajusta a la política educativa vigente. La política educativa pretende partir del “crecimiento personal y por lo tanto aprecia la experiencia de la persona estudiante, incluyendo sus aspectos emocionales” (Consejo Superior de Educación, 2016, p. 9). Para efectos de la guía didáctica propuesta en este trabajo, el enfoque humano integral es

medular, para que los docentes vean al estudiante como una persona con potencial cognitivo y emocional y así logren formar personas integrales que puedan resolver problemas en el contexto actual. Se asume que cada persona es única y capaz de “desarrollar actividades y solucionar problemas creativamente” (Consejo Superior de Educación, 2016, p. 9).

En lo que respecta al enfoque constructivista y en específico sobre el desarrollo de las capacidades e intereses de los estudiantes, el Consejo Superior de Educación (2016), anota: “el constructivismo propone el desarrollo máximo y multifacético de las capacidades e intereses de las personas estudiantes. El propósito se cumple cuando considera el aprendizaje en el contexto de una sociedad, tomando en cuenta las experiencias previas y las propias estructuras mentales de la persona que participa en los procesos de construcción de los saberes” (p.10). Es primordial considerar en el proceso de enseñanza y aprendizaje, el contexto de los estudiantes para que puedan aportar con sus conocimientos previos posibles planteamientos o soluciones a problemas. Estos se trabajan en los entornos reales, físicos, sociales y culturales o con una aproximación a imaginarlos de esa manera y así construyan su propio aprendizaje. En particular, el programa del MEP de Matemática se fundamenta en la resolución de problemas colocados en contextos reales del discente, para una identificación y construcción de patrones matemáticos (MEP, 2012).

Dentro de esta línea operacional, el MEP (2012), considera cinco ejes disciplinares en las matemáticas que fortalecen distintas dimensiones en este currículo:

- La resolución de problemas como estrategia metodológica principal.
- La contextualización activa como un componente pedagógico especial.

- El uso inteligente y visionario de tecnologías digitales.
- La potenciación de actitudes y creencias positivas en torno a las Matemáticas.
- El uso de la Historia de las Matemáticas (p. 35).

Estos ejes deben permear todos los elementos del currículo. Esta influencia debe manifestarse en la selección de tópicos, en las indicaciones generales de gestión y de método, en las indicaciones y sugerencias que acompañan conceptos y habilidades y en una respectiva articulación adecuada en las diferentes áreas de las matemáticas (MEP, 2012).

En lo que respecta a la resolución de problemas y contextualización activa, se refiere a plantear y resolver problemas. En lo que respecta al uso inteligente de las tecnologías, el potenciar actitudes y creencias positivas en torno a las Matemáticas y el usar la historia de la Matemática, deben pensarse para favorecer los problemas, contextualizarlos y así ayudar en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las niñas y los niños, para que el docente logre una acertada mediación pedagógica.

Áreas matemáticas

El MEP (2012), plantea cinco áreas matemáticas: números, geometría, medidas, estadística y probabilidad, relaciones y álgebra, que incorporan los contenidos que serán estudiados a lo largo del año lectivo; estas se describen a continuación:

Tabla 2. Áreas matemáticas

| | |
|-----------------------------------|---|
| Números | La primera introduce los números, los sistemas numéricos, las operaciones y cálculos. Se estudian sus propiedades, pero dentro de una perspectiva eminentemente pragmática que enfatiza la acción estudiantil: el cálculo y utilización de los números en la representación y manipulación del mundo (p. 21). |
| Geometría | Refiere al estudio de las características de las figuras geométricas y las relaciones entre ellas, la modelización geométrica y la visualización espacial, que permiten potenciar los procesos de visualización, clasificación, construcción y argumentación. Se desea subrayar el movimiento de las formas geométricas (p. 21). |
| Medidas | Plantea la comprensión y manipulación de unidades, sistemas y procesos de medición del espacio y el tiempo, el uso de herramientas y fórmulas para efectuar las medidas. Esta área juega un papel muy importante, que ha sido confinado tradicionalmente a la educación primaria (p. 21). |
| Estadística y Probabilidad | Esta área incluye aquí dos grandes temas: por un lado la identificación, organización y presentación de la información, lo que se asocia a la Estadística descriptiva y por el otro la Probabilidad que refiere al estudio de la incertidumbre y el azar (p. 22). |
| Relaciones y Álgebra | Refiere a varios temas como el estudio de patrones y relaciones de distinto tipo (numéricas, geométricas), las funciones (vistas como relaciones entre variables), así como al manejo de expresiones y relaciones simbólicas, ecuaciones e inecuaciones, como medio de potenciar procesos de generalización y simbolización. El Álgebra no se ve solamente como manipulación de expresiones simbólicas o procedimientos para resolver ecuaciones, sino como un poderoso medio para representar situaciones numéricas y geométricas (p. 22). |

Nota: Adaptado de “Programas de Estudio Matemáticas. I, II y III Ciclos de la Educación General Básica y Ciclo Diversificado”, por MEP, 2012, pp. 21-22.

Las siguientes habilidades que se presentan, siempre están asociadas a un área Matemática, según MEP (2012): “ habilidades aritméticas, habilidades geométricas, habilidades algebraicas, etc. ” (p. 22). A continuación, se describen las habilidades presentes en el programa de estudios.

Habilidades

De acuerdo con el programa de estudios de Matemática, en lo que respecta a las habilidades, las divide en específicas y generales, para lo que el MEP (2012), anota que “las habilidades específicas se han colocado como expectativas de aprendizaje para cada año escolar, mientras que las habilidades generales como expectativas de aprendizaje para cada ciclo educativo” (p.22). Estos conceptos aportan para el planeamiento que la persona docente realiza, específicamente en el salón de clases; se logra, por medio del proceso de enseñanza y aprendizaje. Así lo afirma el MEP (2012), donde indica que: “La mediación pedagógica es la clave para que en las actividades se logre el dominio de habilidades específicas y de esta forma se desarrollen capacidades y la competencia matemática” (p. 27).

En un marco más específico y, en concordancia con las áreas matemáticas antes estipuladas, Ministry of Education, Singapore (2013), establece:

Se pretende desarrollar habilidades matemáticas como cálculo numérico, manipulación algebraica, visualización espacial, análisis de datos, estimaciones de corte estadístico. Se sugiere ir más allá que un simple entendimiento de algún

algoritmo en específico; es lograr un entendimiento de principios matemáticos subyacentes (p. 15).

Ruiz, Alfaro y Gamboa (2006), en su artículo: *Conceptos, procedimientos y resolución de problemas en la lección de matemáticas*, son contundentes con respecto a la importancia en el pensamiento matemático de la formación de destrezas, razonamientos y capacidades.

Para favorecer el éxito en este trabajo de construcción de puentes hacia el dominio de pensamiento matemático, se vuelve importante que los conceptos y métodos de las matemáticas sean presentados más como desarrollos que como reglas. En la experiencia educativa existe la tendencia a buscar informar y ofrecer el conocimiento dado muy rápidamente al estudiante. Esto es así sobre todo en la educación preuniversitaria. La humanidad posee gigantescos edificios conceptuales en cada ciencia, en particular en las matemáticas, que pueden transmitirse. Sin embargo, más que un proceso de transmisión de información o de resultados cognoscitivos en la educación, se trata de la formación en destrezas, razonamientos y capacidades (p. 12).

Procesos matemáticos

Dentro del ámbito matemático, el término proceso se refiere a habilidades procesuales que influyen en la adquisición y aplicación del conocimiento matemático. Entre estas, a nivel heurístico, se destacan las siguientes:

- Razonamiento matemático: habilidad de analizar situaciones matemáticas y construir argumentos lógicos. Es un hábito de la mente que puede ser desarrollado a través de la aplicación de las matemáticas en contextos diferentes.
- Comunicación: habilidad de usar lenguaje matemático para expresar ideas matemáticas y argumentos en forma precisa, concisa y lógica. Ayuda al estudiantado a desarrollar su entendimiento de la matemática y afina su pensamiento matemático.
- Conexiones: habilidad de ver y hacer puentes entre ideas matemáticas, entre matemáticas y otras áreas y entre matemáticas y el mundo real. Esto ayuda a los estudiantes a tomar conciencia de lo que aprenden en matemáticas (Ministry of Education of Singapore, 2013, p. 15).

El MEP, en su reforma curricular del 2012, reitera lo anterior y determina su propia versión sobre los procesos matemáticos. En particular, los define “como actividades cognitivas (o tipos de actividades) que realizan las personas en las distintas áreas matemáticas y que se asocian a capacidades para la comprensión y uso de los conocimientos” (p. 24). En específico, el MEP enmarca los siguientes procesos:

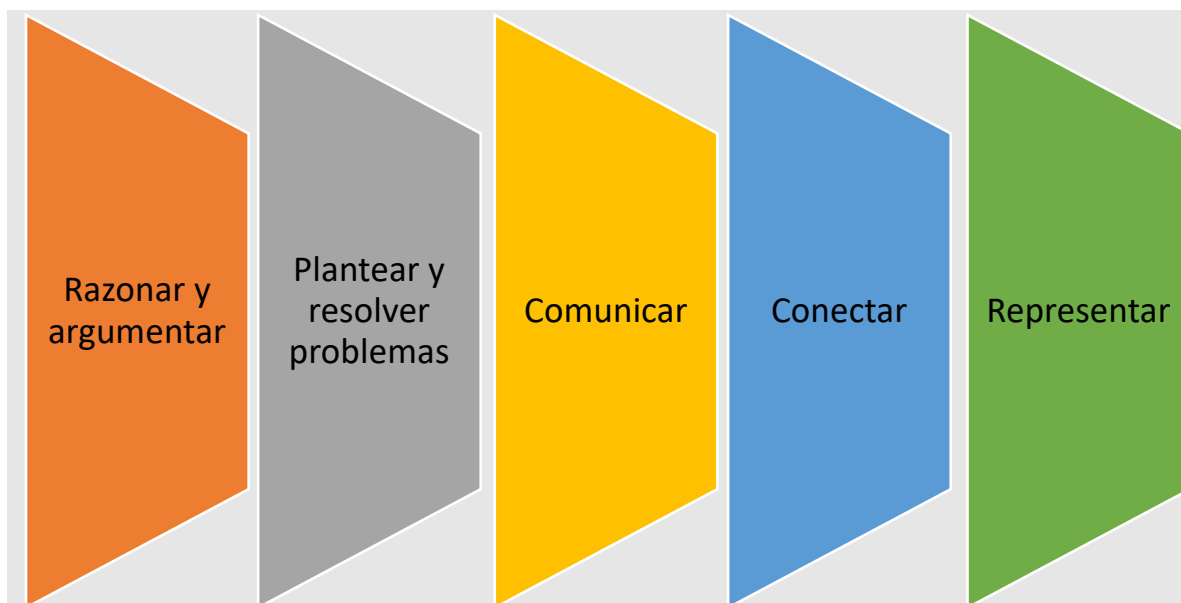
Figura 4. Procesos matemáticos

Figura 4. Adaptado de “Programas de Estudio Matemáticas. I, II y III Ciclos de la Educación General Básica y Ciclo Diversificado”, por MEP, 2012, p. 36.

Los procesos anotados en la figura anterior se detallan a continuación.

Tabla 3. Procesos matemáticos

| | |
|-----------------------------|---|
| Razonar y argumentar | Se trata de actividades mentales que aparecen transversalmente en todas las áreas del plan de estudios y que desencadenan formas típicas del pensamiento matemático: deducción, inducción, comparación analítica, generalización, justificaciones, pruebas, uso de ejemplos y contraejemplos. Busca desarrollar capacidades para permitir la comprensión de lo que es una justificación o prueba en matemática, para desarrollar y discutir argumentaciones matemáticas, para formular y analizar conjeturas matemáticas, para usar fórmulas o métodos matemáticos que permitan la comprensión o desarrollo de informaciones presentes (p. 24). |
| | Refiere al planteamiento de problemas y el diseño de estrategias para resolverlos. Aquí se dará un lugar privilegiado a los problemas en |

| | |
|--------------------------------------|---|
| Plantear y resolver problemas | contextos reales. Se busca potenciar capacidades para identificar, formular y resolver problemas en diversos contextos personales, comunitarios o científicos, dentro y fuera de las Matemáticas. Se trata de capacidades para determinar entonces las estrategias y métodos más adecuados al enfrentar un problema, para valorar la pertinencia y adecuación de los métodos disponibles y los resultados matemáticos obtenidos originalmente, además de la capacidad para evaluar y controlar el desarrollo de su trabajo en la resolución de problemas. El énfasis que se desea dar a los contextos reales también impulsa una asociación con el desarrollo de capacidades cognitivas para identificar, formular, diseñar, desarrollar y contrastar modelos matemáticos del entorno, con complejidad diversa (p. 25). |
| Comunicar | Es la expresión y comunicación oral, visual o escrita de ideas, resultados y argumentos matemáticos al docente o a los otros estudiantes. Este proceso busca potenciar la capacidad para expresar ideas matemáticas y sus aplicaciones usando el lenguaje matemático (reglas de sintaxis y semántica) de manera escrita y oral a otros estudiantes, docentes y a la comunidad educativa. Pretende que se desarrollen capacidades para consignar y expresar con precisión matemática las ideas, los argumentos y procedimientos utilizados, las conclusiones a las que se hayan arribado, así como para identificar, interpretar y analizar las expresiones matemáticas escritas o verbales realizadas por otras personas (p. 25). |
| Conectar | Este proceso transversal que pretende el entrenamiento estudiantil en primer lugar en la obtención de relaciones entre las diferentes áreas matemáticas, se deriva de las características centrales de los quehaceres matemáticos: su carácter integrado. Los matemáticos profesionales aplican métodos y objetos matemáticos de unas áreas en otras. Aunque las Matemáticas han evolucionado en distintas disciplinas o áreas, han llegado a integrarse con el correr del tiempo. Esta integración es de tal nivel y el flujo de relaciones de un lado a otro |

es tan grande que no insistir en esas conexiones y ese carácter unificado, haría perder la comprensión adecuada de lo que son las Matemáticas (p. 25).

Representar

Pretende fomentar el reconocimiento, interpretación y manipulación de representaciones múltiples que poseen las nociones matemáticas (gráficas, numéricas, visuales, simbólicas, tabulares). El proceso busca favorecer la capacidad para elaborar y usar representaciones matemáticas que sirvan en el registro y organización de objetos matemáticos, para interpretar y modelar situaciones propiamente matemáticas, para manipular distintas representaciones de objetos matemáticos. Propone también desarrollar capacidades para poder traducir una representación en términos de otras; se comprenden las ventajas o desventajas (o los alcances) de cada representación en una situación determinada (p. 26).

Nota: Adaptado de “Programas de Estudio Matemáticas. I, II y III Ciclos de la Educación General Básica y Ciclo Diversificado”, por MEP, 2012, pp. 24-26.

Problema matemático, su conceptualización

El MEP (2012) conceptualiza el problema matemático como una tarea matemática que, para resolverse, el sujeto debe usar información de una manera novedosa para éste. Un problema es un planteamiento o una tarea que busca generar la interrogación y la acción estudiantil, al utilizar conceptos o métodos matemáticos. Esto implica al menos tres cosas:

- Que se piense sobre ideas matemáticas sin que ellas tengan que haber sido detalladamente explicadas con anterioridad.
- Que se enfrenten a ellos sin que se hayan mostrado soluciones similares.
- Que los conceptos o procedimientos matemáticos por enseñar, estén íntimamente asociados a ese contexto (p. 475).

En el concepto de problema matemático, algunos autores determinan varias acepciones. Schoenfeld (1985), citado por Alfaro y Barrantes (2008), afirma que “es difícil definir problema por su “carácter relativo”; un problema no es inherente a una tarea matemática, más bien es una relación particular entre el individuo y la tarea” (p. 86). En tanto Blanco (1993), citado por Blanco, Cárdenas y Caballero (2015), se extiende más en su concepción y detalla que un problema matemático es:

Una situación en la que se formula una tarea que debe ser desarrollada, y en la que en un ambiente de discusión, de incertidumbre y de comunicación, se pretende alcanzar unos objetivos. En este propósito cuantitativo o no, pero que debe requerir técnicas Matemáticas, el proceso por seguir no debe ser conocido inmediata y fácilmente. Se requiere en todo caso una voluntad de atacar el problema provocado, por la necesidad de la solución o bien por algún tipo de motivación (p. 84).

Resolución de problemas, su conceptualización

En la resolución de problemas, se establecen diferentes perspectivas como la de Stanic y Kilpatric (1989), citado por Shoenfeld (1992), donde establecen tres visiones diferentes de la resolución de problemas, que están citadas a continuación:

1. Como contexto. Es visto como el vehículo al servicio de otros objetivos curriculares, tales como:
 - a. Justificación para enseñar matemáticas.
 - b. Dar motivación a ciertos tópicos.

- c. Como recreación.
 - d. Medio para desarrollar nuevas habilidades.
 - e. Como práctica.
2. Como un número de habilidades, que deben ser enseñados en el currículum escolar.
 3. Como arte; en esta acepción, la resolución de problemas es el corazón de las matemáticas (p. 14).

El MEP (2012), ha tomado esta última acepción y enfatiza que la resolución de problemas es “parte de esta mediación pedagógica donde la resolución de problemas encuentra un sentido esencial para la enseñanza aprendizaje de las Matemáticas: un instrumento poderoso para lograr el dominio de habilidades, la realización de procesos, así como el progreso de la competencia matemática” (p. 28).

Más aún, una de las principales características de los programas de estudio de Matemática, es un cambio de visión del proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, donde se busca contemplar como una alternativa prioritaria que el estudiante tenga una participación activa. Para tal efecto, la resolución de problemas cumple un rol medular. Al respecto, el MEP anota:

“Se enfatiza la participación activa de los estudiantes en la resolución de problemas, asociados a su propio entorno, el entorno físico, social, cultural... o problemas que puedan ser fácilmente imaginados por las y los estudiantes. A partir de ese primer acercamiento a lo concreto, lo sensible, a los problemas, se trabaja en su resolución y

algo fundamental, esa construcción es la que lleva a los procesos de abstracción, a los teoremas, a los modelos matemáticos, a la teoría” (p. 11).

En un contexto práctico, la resolución de problemas plantea una serie de pasos. El MEP (2012), propone cuatro pasos o fases, que se detallan en la siguiente tabla.

Tabla 4. Pasos en la resolución de problemas

| Pasos o fases | Acción |
|------------------------------------|--|
| Paso 1. Entendimiento del problema | Tener claridad sobre lo que trata el problema, antes de empezar a resolverlo. |
| Paso 2. Diseño | Considerar varias formas para resolver el problema y seleccionar un método específico. |
| Paso 3. Control | Monitorear el proceso y decidir cuándo abandonar algún camino que no resulte exitoso. |
| Paso 4. Revisión y comprobación | Revisar el proceso de resolución y evaluar la respuesta obtenida. |

Nota: Adaptado de “Programas de Estudio Matemáticas. I, II y III Ciclos de la Educación General Básica y Ciclo Diversificado”, por MEP, 2012, p. 30.

Fan y Zhu (2007), dentro de la experiencia de Singapur y su apuesta a esta visión, lo sintetizan en los siguientes pasos, para resolver problemas:

1. Entender el problema.
2. Divisar un camino (escoger una heurística).
3. Llevar a cabo el plan.
4. Necesidad de modificación. ¿Un nuevo plan?
5. Corroboración.

6. La respuesta tiene sentido. Es razonable la respuesta.

7. Una reflexión hacia atrás.

- Mejorar el método usado.
- Búsqueda de soluciones alternativas.
- Extender el método a otros problemas (p. 496).

Lo anterior, se puede considerar como una reinterpretación del método de cuatro pasos de Polya y la visión de otros autores. Como complemento, Pino (2012), recopila la siguiente tabla de comparación.

Tabla 5. Visión de autores sobre resolución de problemas

| Polya (1982) | Mason, Burson y Stacey (1988) | Brandsford y Stein (1993) | De Guzmán (1991) |
|--|---|--|---|
| Comprender el problema Estableciendo cuál es la meta y los datos y condiciones de partida. | Abordaje: Comprender el problema. Concebir un plan. | Identificación del problema. | Familiarización con el problema. |
| Idear un plan de actuación que permita llegar a la solución conectando los datos con la meta. | Ataque: Llevar a cabo el plan. | Definición y representación del problema. | Búsqueda de estrategias. |

| | | | |
|--|--|--|--|
| Llevar a cabo el plan ideado previamente. | Revisión: Reflexión sobre el proceso seguido. | Exploración de posibles estrategias. | Llevar adelante la estrategia. |
| Mirar atrás para comprobar el resultado y revisar el procedimiento utilizado. | Revisión del plan. | Actuación fundada en una estrategia. | Revisar el proceso y sacar consecuencias. |
| | | Logros. Observación y evaluación de los efectos de nuestras actividades. | |

Nota: Adaptado de “*Concepciones y prácticas de los estudiantes de Pedagogía Media en Matemáticas con respecto a la Resolución de Problemas y, diseño e implementación de un curso para aprender a enseñar a resolver problemas*”, por J.A. Pino, 2012, Universidad de Extremadura, p. 46.

A partir de lo estipulado en la experiencia de Singapur y el cuadro anterior, se infiere una reflexión sobre la solución y se busca mejorar el modelo e iniciar de nuevo el proceso (recurrencia). Inclusive, dentro de una esfera más cognitiva y general, Aydoğdu y Fatih (2008), ponen en escena el concepto de rotación para establecer un sistema de retroalimentación en todas las vías posibles:

Figura 5. Proceso rotacional de la resolución de problemas

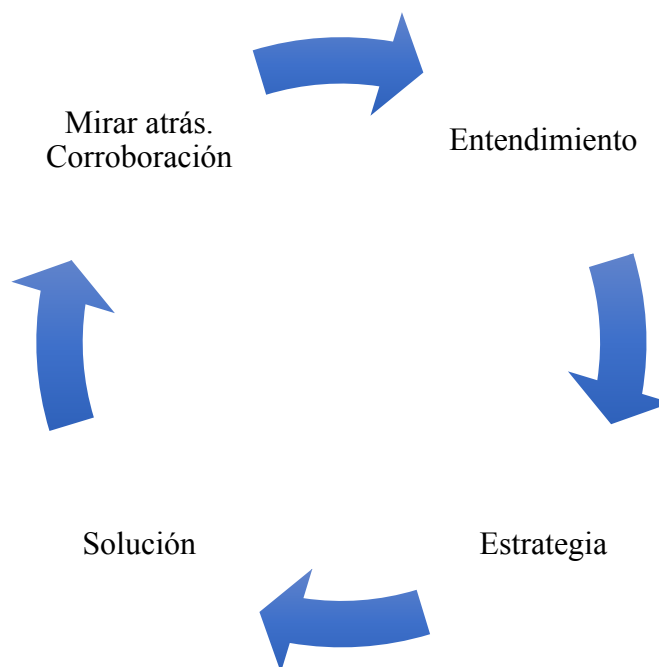


Figura 5. Adaptado de “La importancia de la resolución de problemas en el currículo Matemático”, por M. Aydoğdu & M. Fatih, 2008, *e – Journal of New world sciences academy*, 3, p. 540.

Niveles de complejidad de los problemas

Los problemas matemáticos presentan diversos niveles de complejidad. El MEP (2012), anota que la complejidad es “sustancial que se promueva la confrontación estudiantil con diferentes niveles de complejidad en los problemas matemáticos, pues existe una relación directamente proporcional entre niveles de complejidad y las oportunidades para realizar procesos matemáticos y nutrir el progreso de la competencia matemática” (p. 32).

Promover el que los educandos puedan interactuar con diversos niveles en la resolución de problemas matemáticos, hace que se incentive la competencia matemática y provoque que los estudiantes se interesen en la asignatura. El MEP (2012), propone tres niveles de complejidad: reproducción, conexión y reflexión, que se detallan a continuación.

Tabla 6. Niveles de complejidad de los problemas

Reproducción

En esencia, se refiere a ejercicios relativamente familiares que demandan la reproducción de conocimientos ya practicados. Apelan a conocimiento de hechos y representación de problemas comunes, reconocimiento de cosas equivalentes, recolección de objetos matemáticos o propiedades, procedimientos rutinarios, aplicación de algoritmos estándar, manipulación sencilla de expresiones que poseen símbolos, fórmulas y cálculos sencillos (p. 32).

Conexión

Se basa en capacidades que intervienen en el nivel de reproducción, pero va más lejos. Remite a la resolución de problemas que no son rutinarios, pero se desarrollan en ambientes familiares al estudiante, la interpretación con exigencias mayores que en el grupo de representación y algo que lo define: la conexión entre los diversos elementos, en particular, entre distintas representaciones de la situación (p. 33).

Reflexión

El elemento significativo es la reflexión, realizada en ambientes que son más novedosos y contienen más elementos que los que aparecen en los otros niveles de complejidad. Se plantea aquí la formulación y resolución de problemas complejos, la necesidad de argumentación y justificación, la generalización, la revisión de si los resultados corresponden a las condiciones iniciales del problema y la comunicación de esos resultados. Se exige la participación de varios métodos complejos para su solución (pp. 32-33).

Nota: Adaptado de “Programas de Estudio Matemáticas. I, II y III Ciclos de la Educación General Básica y Ciclo Diversificado”, por MEP, 2012, pp. 32-33.

Específicamente, en el caso de problemas de suma y resta, se plantea una disyuntiva en buscar una clasificación más específica que aborda los niveles de complejidad planteados por el M.E.P. Para tal efecto, y con la ayuda del modelo gráfico que se presenta a

continuación, según Caldwell, Kobett, Karp y Dougherty (2016), se puede establecer una identificación con los diferentes componentes del algoritmo suma y resta.

Figura 6. Etapas conceptuales de la suma y resta

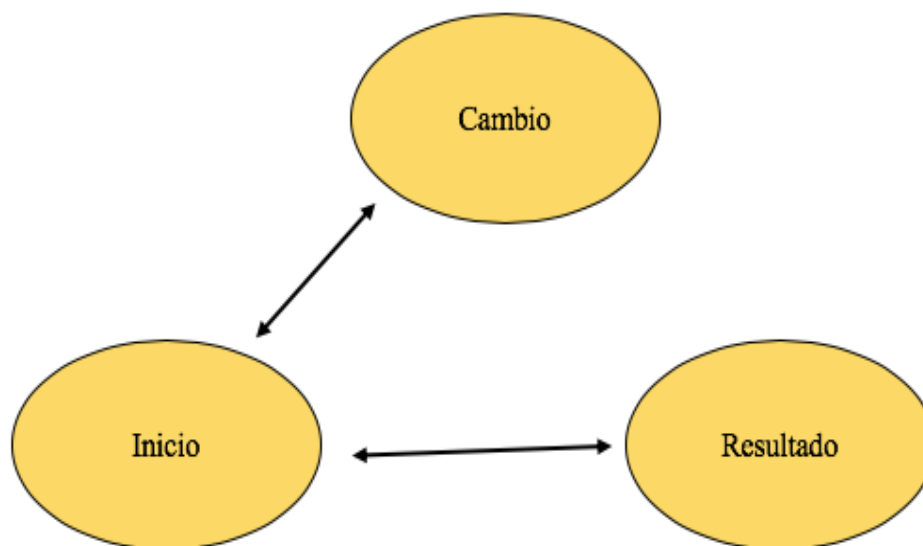


Figura 6. Adaptado de “*Putting Essential Understanding of Addition and Subtraction into Practice Pre – K – 2 (2ª ed.)*”, por J. Caldwell, B. Kobett, K. Karp & B. Dougherty, 2016, p. 51.

En el caso de que el resultado sea desconocido, se le plantea al estudiante un nivel de reproducción del algoritmo suma. En tanto, si el componente cambio es el desconocido, plantea una exigencia mayor meramente de reproducción, pues involucra una conexión implícita con la operación resta. En forma similar al punto anterior, la reflexión establece indirectamente una relación de la suma con la resta; se plantea a partir de problemas donde el inicio sea el componente desconocido.

En aras de una mayor claridad, a continuación, se presenta un modelo visual, donde se explica el componente que se debe averiguar. A manera de ejemplo, dentro de una misma

situación problemática, se anota lo siguiente, según Caldwell, Kobett, Karp y Dougherty (2016).

Tabla 7. Niveles de complejidad de los problemas matemáticos

| Reproducción final desconocido | Conexión cambio desconocido | Reflexión comienzo desconocido |
|---|---|---|
| Cuando el componente final del algoritmo de la suma o resta, es la incógnita. | Cuando el componente de cambio del algoritmo de la suma o resta, es la incógnita. | Cuando el componente inicial en el algoritmo de la suma o resta, es la incógnita. |
| Ejemplo: $3 + 5 = ?$ | Ejemplo: $3 + ? = 8$ | Ejemplo: $? + 5 = 8$ |

Nota: Adaptado de “*Putting Essential Understanding of Addition and Subtraction into Practice Pre – K – 2 (2ª ed.)*”, por J. Caldwell, B. Kobett, K. Karp & B. Dougherty, 2016, p. 52.

En un grado de mayor especificación, se presenta el siguiente cuadro, según Caldwell, Kobett, Karp y Dougherty (2016), donde se clasifican distintas situaciones problemáticas, a partir de la clasificación previa de la tabla anterior.

Tabla 8. Descripción de las etapas de la suma y resta

| | Final desconocido | Cambio desconocido | Comienzo desconocido |
|--------------|---|--|---|
| Sumar | Dos conejitos se sentaron en la hierba. Tres conejitos más esperan allí. ¿Cuántos conejitos hay en la hierba ahora? | Dos conejitos estaban sentados en la hierba. Algunos conejitos más saltaron allí. Entonces había cinco conejitos. ¿Cuántos conejitos saltaron después de los dos primeros? | Algunos conejitos estaban sentados en la hierba. Tres conejitos más saltaron allí. Entonces había cinco conejitos. ¿Cuántos conejitos estaban en el césped antes? |
| | $2 + 3 = ?$ | $2 + ? =$ | $? + 3 = 5$ |

| | | | |
|---------------|--|--|---|
| Restar | Cinco manzanas estaban sobre la mesa. Me comí dos manzanas. ¿Cuántas manzanas hay en la mesa ahora? $5 - 2 = ?$ | Cinco manzanas estaban sobre la mesa. Me comí algunas manzanas. Luego hubo tres manzanas. ¿Cuántas manzanas comí? $5 - ? = 3$ | Algunas manzanas estaban sobre la mesa. Me comí dos manzanas. Luego había tres manzanas. ¿Cuántas manzanas había en la mesa antes? $? - 2 = 3$ |
|---------------|--|--|---|

Nota: Adaptado de “*Putting Essential Understanding of Addition and Subtraction into Practice Pre – K – 2 (2ª ed.)*”, por J. Caldwell, B. Kobett, K. Karp & B. Dougherty, 2016, p. 52.

La organización de las lecciones

En la organización de la lección es primordial la mediación pedagógica, ya que es lo que lleva al docente a accionar los contenidos en el aula. El MEP (2012), “sugiere un estilo para organizar las lecciones donde se apoye la multidireccionalidad de los aportes estudiantiles y docentes, donde haya una participación activa y una construcción colectiva de significados, para así activar procesos matemáticos que hagan progresar la competencia matemática” (p.41).

Para el desarrollo de las lecciones, el MEP (2012) propone dos etapas, donde se distinguen los propósitos de la enseñanza y aprendizaje, que se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 9. Etapas de la lección de Matemática

| | |
|--|---|
| Etapa 1: el aprendizaje de conocimientos. | Se realiza el aprendizaje de conocimientos nuevos. Resulta conveniente que se realice en una lección o en una secuencia de lecciones (p. 41). |
| Etapa 2: la movilización y aplicación de los conocimientos. | Ocurre una vez realizada la primera etapa y busca reforzar y ampliar el papel de los aprendizajes realizados. Esta última etapa puede realizarse en cualquier momento posterior, no necesariamente de forma inmediata a la primera (p. 41). |

Nota: Adaptado de “Programas de Estudio Matemáticas. I, II y III Ciclos de la Educación General Básica y Ciclo Diversificado”, por MEP, 2012, p. 41.

Es necesario que se respete el estilo de organizar la lección para mayor orden y coherencia en el proceso de enseñanza y aprendizaje y para el reforzamiento de habilidades logradas, de acuerdo con el MEP (2012).

Se propone un estilo de organización de la lección donde se promueva la introducción y el aprendizaje de los nuevos conocimientos siguiendo cuatro pasos o momentos centrales:

1. Propuesta de un problema.
2. Trabajo estudiantil independiente.
3. Discusión interactiva y comunicativa.
4. Clausura o cierre (p. 41).

A continuación, en la siguiente tabla se explican los cuatro momentos centrales en la organización de la lección de Matemática.

Tabla 10. Momentos centrales en la organización de la lección de Matemática

1. Propuesta de un problema. En esta primera fase se coloca como un punto de partida un problema (contextualizado cuando resulte pertinente), un desafío inicial o una actividad para provocar la indagación. Esta propuesta supone una escogencia apropiada, con base en el lugar que ocupa el contenido y las expectativas de aprendizaje dentro de la programación del curso y las condiciones específicas del grupo de estudiantes con el que se trabaja (p. 42).

2. Trabajo estudiantil independiente. En esta fase se ofrecen tiempos para el trabajo individual, en parejas o en subgrupos; se dan varias subfases:

- Apropiación del problema,
- Formulación de estrategias-hipótesis-procedimientos,
- Resolución del problema o investigación estudiantil.

Esta fase se consigna como una “fase independiente” en cuanto que no hay una intervención docente directamente y se deja a la persona enfrentar el problema por sí misma. No hay aprendizaje significativo, sin esta etapa de confrontación con el problema. Al realizarse en el aula, sin embargo, es necesario una acción docente apropiada, precisa y activa. En esta fase la persona debe conocer alguna estrategia que le permita resolver el problema, pero no aquella que se base en el conocimiento que se desea enseñar. Por otra parte, conviene que el problema pueda permitir el uso de varias estrategias (p. 42).

3. Discusión interactiva y comunicativa. Con la guía docente, este tercer momento permite espacios para la valoración y contrastación de resultados, soluciones o elaboraciones aportadas; entra en juego la argumentación y la comunicación (p. 42).

4. Clausura o cierre. Esta clausura o cierre permite una actividad que “concluye” pedagógicamente el tema o los contenidos trabajados. Se trata de una síntesis cognoscitiva fundamental para el aprendizaje: por medio de esta acción docente se ofrece un “vínculo” con el saber matemático que ha construido la comunidad profesional de matemáticas. Es importante que esta clausura no sea artificial o alejada del proceso recién vivido. Se trata de la adquisición y estructuración de conocimientos (conceptos, procedimientos, métodos) que se usaron a lo largo del proceso. Se confronta con el saber conocido aunque de manera accesible. Aquí se puede incidir sobre las estrategias si hubiera varias, introducir

un análisis crítico de las acciones realizadas y proponer actividades complementarias que fortalezcan la comprensión de los conocimientos trabajados. Resulta conveniente que se reformulen por escrito los nuevos conocimientos adquiridos, siempre con la ayuda docente (p. 42).

Nota: Adaptado de “Programas de Estudio Matemáticas. I, II y III Ciclos de la Educación General Básica y Ciclo Diversificado”, por MEP, 2012, p. 42.

Variables de la lección

Dentro del desarrollo de la lección, suelen suceder acontecimientos que el profesorado debe prever para un adecuado planeamiento de la lección de Matemática; para ello el MEP (2012), lo sintetiza en la siguiente tabla.

Tabla 11. Eventos de la lección

Comienzo de la lección e introducción de contenido. El comienzo de la lección es decisivo. Se debe escoger con mucho cuidado el problema que dará inicio a la lección, lo que está asociado a la forma de introducir el contenido. Se debe identificar la naturaleza de los problemas que sean más convenientes en función del área matemática, del nivel educativo, del tópico por tratar, así como de las capacidades y procesos que se quiera favorecer. No sólo es importante seleccionar un problema apropiado a los contenidos, sino la forma misma con que se plantea: un enunciado es lo más simple, pero pueden usarse imágenes o medios tecnológicos.

Los problemas que se plantean en la lección. Es necesario identificar otros problemas que se pretende introducir durante el curso de la lección y determinar los fines que se buscan con ellos, pues tendrán una función distinta a aquellos que sirven para iniciar la lección.

Las acciones docentes cuando estudiantes trabajan de manera individual, en parejas o en subgrupos. Estas acciones deben preverse, o al menos conviene diseñar una actitud general: por ejemplo, cuándo dar sugerencias y de qué tipo.

Participación de estudiantes en la pizarra. La participación en la pizarra, frente al conjunto del grupo, refuerza la competencia de comunicación matemática y la seguridad y confianza de cada estudiante; sin embargo, debe hacerse con cuidado para no ofrecer una visión equivocada de los contenidos tratados. Siempre es necesario que cada docente haga el cierre pedagógico para mostrar los contenidos matemáticos con precisión.

Final de la lección. También es crucial la forma cómo se hace el final de la lección. Se debe decidir si se hace una síntesis cognoscitiva en ese momento o si se espera a hacerla en otra lección.

El papel de la síntesis cognoscitiva. La síntesis o cierre de los contenidos puede hacerse enfatizando su consistencia con los elementos que se desarrollaron en esta lección; se subraya su conexión con otros temas que se verán en otras lecciones. Esto depende del tópico por enseñar y del lugar que ocupe en la secuencia de lecciones. Esta síntesis resulta imprescindible que se haga, ya sea en la misma lección o en una no muy distante de aquella en la que se trabajó, ya que se podría perder el “amarre” cognoscitivo que se requiere para provocar el aprendizaje.

Nota: Adaptado de “Programas de Estudio Matemáticas. I, II y III Ciclos de la Educación General Básica y Ciclo Diversificado”, por MEP, 2012, p. 46.

Metacognición

La metacognición es un proceso medular en la resolución de problemas matemáticos, ya que es importante que el estudiantado comprenda el problema, con ayuda de saberes previos. Dichos saberes serán llevados a la práctica en el aula por medio de la resolución de problemas; así se da una autorregulación de los procesos cognitivos, donde el discente va a poder emplear diversas formas de resolver lo que se le plantea. Específicamente, en la guía didáctica se plantea problemas aritméticos de distinto nivel de complejidad a partir de lineamientos (como preguntas o modelamiento) que incentiven una autointerrogación que permea lo resuelto en un primer momento por el estudiante y en un segundo momento trata

de inducir un entendimiento más global sobre el proceso algorítmico intrínseco en la suma y resta de números naturales. En un plano general y como elemento complementario, Curotto anota (2010):

Se concibe la metacognición como producto del conocimiento que se refiere a lo que sabemos sobre nuestro propio funcionamiento cognitivo y como proceso cognitivo a las actividades de planificación, supervisión y regulación del aprendizaje (p. 12).

En términos generales, metacognición se refiere a la interpretación de las personas sobre sus propios procesos de pensamiento. Específicamente, cuando se está elaborando algún problema matemático, puede suceder que el problema resulta más difícil de lo pensado y sea conveniente pasar más tiempo tratando de entenderlo o abandonar el enfoque adoptado y cambiarlo por otro. Al respecto, Khoon (2002), citando a Shoenfeld, anota tres distintas categorías que están relacionadas en el proceso de metacognición:

- Tomar conciencia de su propio proceso de pensamiento. En la metodología de resolución de problemas, la eficiencia se apoya en el grado de eficiencia, en que los estudiantes sepan realmente lo que saben y cómo usar este conocimiento en forma efectiva.
- Control y automonitoreo del propio proceso de pensamiento. Hacer uso en forma eficiente de los recursos (lo que el estudiante sabe).
- Creencias e intuiciones acerca de nuestro proceso cognitivo. Los estudiantes no aprenden matemáticas de la misma manera. Esto tiene como soporte un sistema de

creencias por parte del estudiante, que caracteriza a su manera la naturaleza de la matemática y cómo esta debe ser enseñada (p. 2).

En el nivel internacional, Singapore ha establecido la metodología de Resolución de Problemas como el eje central de su currículum escolar. En particular, una visualización gráfica de la resolución de problemas, lo sintetiza en el pentágono que se muestra a continuación, donde una de sus aristas es la metacognición; se especifican en ella, dos componentes citados:

1. Monitoreo de su propio pensamiento.
2. Autorregulación del aprendizaje.

Figura 7. Resolución de problemas y sus aristas conceptuales. Visión de Singapore

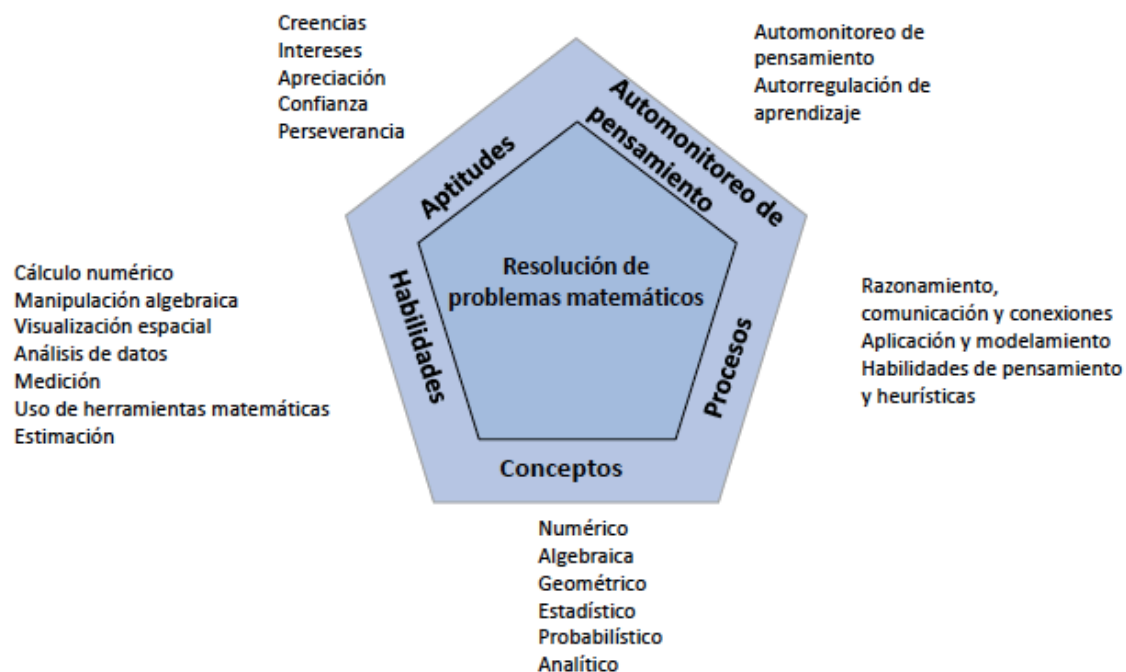


Figura 7. Adaptado de "Mathematics Syllabus Primary One to Five. Singapore", por Ministry of Education Singapore, 2013, p. 14.

En el escenario local, el MEP (2012), reafirma lo anterior, haciendo un paralelismo de la metacognición con la metodología de la resolución de problemas, a saber:

La evolución o monitoreo del progreso, durante la resolución de problemas y el estar consciente de las propias capacidades y limitaciones, son fundamentales en esta etapa y se identifican con las estrategias denominadas metacognitivas. En este sentido, la metacognición se refiere al conocimiento de nuestro propio proceso cognitivo y al control activo de las decisiones y de los métodos utilizados en la resolución de un problema (p. 30).

Garofalo y Lester (1985), detallan más este proceso metacognitivo a través de un cuadro de planeamiento y ejecución.

1. Orientación: comportamiento estratégico para establecer y entender un problema.
 - Estrategias de comprensión.
 - Análisis de información y condiciones.
 - Representación inicial.
 - Establecimiento del nivel de dificultad y posibilidades de éxito.
2. Organización: planeamiento del comportamiento y posibilidades de acciones.
 - Identificación de metas y submetas.
 - Planeamiento global.
 - Planeamiento local.
3. Ejecución: regulación del comportamiento para ajustarse a los planes.
 - Desempeño de acciones locales.

- Monitoreo del progreso de planes locales y globales.
 - Toma de decisiones (velocidad vs efectividad, grado de elegancia).
4. Verificación: evaluación de las decisiones hechas y resultados de los planes ejecutados.
- Evaluación de la orientación y organización.
 - Evaluación de la ejecución (p. 171).

Khoo (2002), define el concepto de metacognición como la habilidad de cada persona de controlar su propio proceso de pensamiento en la resolución de problemas. En un plano más extensivo, la definición anterior incluye:

1. Monitoreo constante y consciente de estrategias y procesos de pensamiento en la ejecución de una tarea.
2. Búsqueda de formas alternativas de realizar una tarea.
3. Chequeo sobre el grado de pertinencia de las posibles respuestas (p. 1).

Una meta importante en elaboración de la guía didáctica, es fomentar el proceso metacognitivo dentro del proceso de aprendizaje de la niña y el niño, a partir de la metodología de resolución de problemas durante los cuatros momentos centrales de la clase. Específicamente, se espera tomar ventaja del carácter autorregulatorio de la metacognición que se debe ver reflejada en la lección.

Khoo (2002), citando a Shoenfeld, enfatiza en el “control y automonitoreo del propio proceso de pensamiento. Hacer uso en forma eficiente de los recursos (lo que el estudiante sabe)” (p. 2). A manera de ejemplo, cuando el estudiantado trata de validar su solución con respecto a las de sus compañeras y compañeros, puede incorporar nuevas reinterpretaciones

de ejecutar un problema. Con ello, altera, en forma positiva, creencias o preconcepciones que tienen tanto de ciertos procesos algorítmicos matemáticos, en un nivel inicial, como de conceptos matemáticos a un nivel superior.

Estrategias metacognitivas para la resolución de problemas

Una estrategia metacognitiva permite procesar o interiorizar conocimientos; son acciones concretas para mediar el proceso de enseñanza y aprendizaje. En el caso específico de las Matemáticas, las estrategias metacognitivas ayudan a resolver el problema. En una visión más optimista, puede ayudar en algunas ocasiones, comprender en forma más integral los procesos que conlleva un problema matemático; de ahí la importancia de implementar este tipo de estrategia en la comprensión e interiorización de distintos conceptos de las Matemáticas. Curotto (2010) enfatiza que “la utilización de estrategias metacognitivas en el estudio de la matemática, permite que se controle la propia comprensión, que se detecten errores y se controlen los saberes previos y se regule el aprendizaje” (p. 12).

Planificar las lecciones de Matemática con estrategias metacognitivas, es un proceso que ayuda al discente a ser más consciente del potencial que puede tener al resolver problemas y así trabajar con maneras que se acerquen más al aprendizaje práctico. En particular, Curotto (2010), menciona que “es necesario que los estudiantes desarrollen estrategias que los hagan conscientes de sus capacidades, del valor de las tareas y de la selección de variables y procedimientos adecuados para el aprendizaje” (p. 12).

A continuación, se presentan cinco estrategias metacognitivas, por medio de un cuadro resumen, que el profesorado puede poner en práctica como apoyo a la resolución de problemas. Estas estrategias fueron incorporadas en la guía didáctica.

Tabla 12. Estrategias metacognitivas para la resolución de problemas

| Nombre de la estrategia metacognitiva | ¿En qué consiste? | Tareas de enseñanza |
|--|---|--|
| <p>La resolución de problemas como pequeñas investigaciones</p> | <p>La resolución de problemas aporta recursos para operar menos mecánicamente disminuyendo los datos numéricos. También promueve la expresión en lenguajes matemáticos diferentes, el estudio y la discusión cualitativa, la formulación de hipótesis y la propuesta de estrategias para encontrar la solución. Permite analizar los resultados, con lo que se fomenta la revisión de las hipótesis formuladas (p. 16).</p> | <p>El profesor, al plantear estos problemas, permite que el alumno tenga una idea más acertada de su actuación cognitiva en el área, lo aleja de la repetición de algoritmos y lo acerca a la reflexión sobre los saberes previos que necesita para resolver lo que se le plantea, sobre su propia actuación, en discutir con sus compañeros los métodos aplicados a las soluciones encontradas.</p> <p>Las preguntas explicitadas en los ítems pueden variar de acuerdo con lo que el docente observe en el desarrollo de la clase, de manera que los alumnos puedan tener una idea</p> |

| | | |
|---|---|--|
| <p>Preguntas cortas para contestar por escrito</p> | <p>Consiste en explicar una experiencia realizada, en resolver un problema cualitativo o analizar un proceso. Es especialmente útil en clases numerosas. Requiere poco tiempo y proporciona al profesor información relevante sobre el avance de los alumnos (Campanario y otros) citado por Curotto (2010, p. 19).</p> | <p>más acertada de su actuación cognitiva (p. 16).</p> <p>El profesor, en la clase, incentiva a los alumnos a que observen sus errores, detecten los conceptos que les producen problemas de comprensión y aspectos de la matemática que no dominan. Son oportunidades de que salgan a la luz las ideas erróneas de los alumnos y de que ellos puedan conscientemente corregir. La discusión entre pares es sumamente enriquecedora en este aspecto (p. 19).</p> |
| <p>Realización de actividades de materialización</p> | <p>Se conciben como tareas de comparación. Son importantes para que los alumnos relacionen la realidad con la interpretación matemática. Corresponden al planteamiento de ecuaciones, a su manipulación y a la obtención de resultados numéricos. Es una actividad especial para familiarizarse con estimaciones reales de las magnitudes que se manejen en la Matemática aplicada (p. 20).</p> | <p>El profesor puede proponer a sus alumnos problemas cuyas soluciones impliquen valores irreales o imposibles, también sugerir a sus alumnos que se apoyen con un gráfico de ser productivo.</p> <p>La reflexión sobre estos temas ayuda a observar al alumno, para saber qué conoce acerca de la aproximación, de los valores posibles y de la utilización de los diferentes lenguajes matemáticos (p. 20).</p> |

| | | |
|--|--|---|
| Preguntas que realiza el profesor sobre la solución de algún problema | El profesor puede pedir al alumno que explique una solución que haya realizado. Lleva al alumno a expresar sus dificultades en la resolución de algún problema, secuencia o ítem determinado (p. 22). | Permite que el estudiante reflexione sobre su propia comprensión. Los alumnos también detectan lagunas de comprensión, sus errores conceptuales y la necesidad de insistir en aspectos que no dominan (p. 22). |
| Formulación de preguntas por parte de los alumnos | Es una estrategia importante de autorregulación cognitiva (Palincsar y Brown, 1984) citado por Curotto (2010) pues obliga a los alumnos a concentrarse en el contenido y a representar mentalmente la situación con más profundidad. También aporta a la sistematización de los conocimientos y a contrastar los propios con lo que debería saber para poder formular las preguntas (p. 23). | Wong, en 1985, citado por Curotto (2010), señala que enseñar a los alumnos a formular preguntas puede ayudarlos a prestar atención a los puntos importantes de un texto y a controlar el estado de su propia comprensión (p. 23). |

Nota: Adaptado de “La Metacognición en el Aprendizaje de la Matemática”, por M. Curotto, 2010, *Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología*, 2, pp. 16-23.

Conceptualización de currículo

El concepto de currículo se define de diversas formas, se pueden encontrar conceptualizaciones de currículo que se contemplan desde los contenidos, objetivos, estrategias de enseñanza, planes de estudio, entre otros. Sin embargo, para esta

investigación el concepto de currículo que se utiliza, va en función de la guía didáctica; por ello, se adapta la propuesta educativa, por medio de la metodología de resolución de problemas.

Stenhouse (2003), anota:

Un currículum es el medio con el cual se hace públicamente disponible la experiencia consistente en intentar poner en práctica una propuesta educativa. Implica no solo contenido, sino también método y, en su más amplia aplicación, tiene en cuenta el problema de su realización en las instituciones del sistema educativo (p. 30).

La investigadora, para esta pesquisa, define currículo como los procesos educativos que, desde la perspectiva del desarrollo humano integral, procura que los procesos de enseñanza y aprendizaje desarrollen habilidades metacognitivas en el razonamiento matemático, a partir de la implementación de estrategias didácticas en la resolución de problemas.

Enfoque curricular

El enfoque curricular da énfasis a la base teórica que asume el sistema educativo, para orientar el diseño curricular, con el que se desea trabajar en los planeamientos curriculares, tanto de forma macro, como lo es el Ministerio de Educación Pública, como a nivel micro, específicamente en los salones de clase; en estos espacios es donde se materializa en diseños, planes y programas.

Paredes, Casanova y Naranjo (2018), plantean:

El conocimiento del enfoque curricular es lo que posibilitará al docente comprender las intencionalidades y las expectativas a las que responden los planes y programas de estudio que debe diseñar y aplicar en el aula (p .46)

Enfoque curricular humano integral centrado en el ser humano y el enfoque constructivista

Los enfoques curriculares que se proponen para este diseño curricular son el humano integral y el constructivista. Estos potencian que el diseño curricular planteado se complemente en lo afectivo y en lo cognoscitivo y sea el estudiantado parte importante del proceso de enseñanza y aprendizaje que se quiere poner en práctica y el responsable de descubrir su aprendizaje con diferentes estrategias metacognitivas que se pongan en práctica en el momento que se le plantean los problemas matemáticos.

Enfoque humano integral

Al considerar como base, la propuesta de una guía didáctica en atención al abordaje de la metodología de la resolución, problemas matemáticos de I ciclo en la Educación General Básica, es fundamental un enfoque de formación integral para la práctica del presente diseño curricular. Es necesario que a los educandos se les proporcione experiencias de aprendizaje que les ayuden a enfrentar realidades en la vida diaria; esto se complementa con la definición del enfoque humano integral, que Villarini (2000), conceptualiza como:

Un plan estratégico de estudio que organiza el contenido y actividades de enseñanza en una secuencia integrada y progresiva, a partir del potencial biopsicosocial del estudiante, para suscitar experiencias de aprendizaje auténtico que contribuyan al desarrollo de competencias humanas (habilidades generales), como base de su formación integral (p. 10).

El proceso de enseñanza y aprendizaje, debe organizarse con una secuencia que permita al estudiantado partir de lo más sencillo hacia lo más complejo. Esto, para poder ir integrando los conocimientos que los estudiantes adquieren día tras día en su diario vivir como lo asignado en el aula. Debe haber una identificación entre lo que se aprende en el aula, con experiencias humanas propias inmersas en la cotidianidad.

El enfoque curricular, centrado en el desarrollo humano integral que propone Villarini (2000), se construye desde diferentes perspectivas, con el fin de guiar al docente al contexto de los educandos. Este enfoque propone un currículo integral, que, orientado al desarrollo humano integral, se elabora a partir de una perspectiva filosófico biopsicosocial y sociopolítica, de carácter humanista, constructivista, social y liberadora. Concibe el currículo como instrumento del que se sirve el docente para guiar, promover y facilitar los procesos de aprendizaje y desarrollo (adaptación, es decir, procesos de acomodación y transformación de la realidad) en los que el estudiante está inserto (pp. 10-11).

Los principios que resalta Villarini, en el enfoque humano integral, permite al docente ser un guía en el proceso de enseñanza y aprendizaje y no la persona que dicta cómo se deben hacer las cosas. El docente debe proporcionar acompañamiento a sus estudiantes y facilitar formas de resolver los problemas matemáticos. La guía didáctica que se propone en este trabajo se orienta en esa dirección.

En un plano más específico, Villarini (2000), anota respecto a la organización del contenido y actividades en el enfoque humano integral, lo siguiente:

Se elabora a partir del potencial humano del estudiante y con miras a continuar ampliando dicho potencial. Esto significa que el currículo selecciona y organiza el

contenido de las disciplinas académicas y la cultura en general, en zonas de desarrollo, que a través de actividades de aprendizaje activo, significativo, reflexivo y cooperativo, promueven el desarrollo continuo de las habilidades generales o competencias humanas (pp. 11-12).

La manera en que se organiza el contenido y las actividades en el enfoque humano integral, es apropiado para la propuesta de la guía didáctica, debido a que en ella se pretende que los educandos desarrollen el potencial cognitivo y destrezas, con prácticas metacognitivas, para resolver problemas matemáticos, por medio de actividades que sean de la cotidianidad de cada estudiante para que les sirva para la vida y no solamente para un examen. Las habilidades se deben potenciar para la formación de una persona integral, con el fin de que pueda enfrentarse a los retos que se presenta en la sociedad día a día, donde los estudiantes sepan cómo resolver los problemas de la cotidianidad y no solamente saber cómo resolver problemas que se les proporcionan en el aula.

En lo que respecta al enfoque humano integral, los conocimientos previos van a ser fundamentales, debido a que este enfoque, como se mencionó anteriormente, es un plan que organiza el contenido y las actividades de enseñanza, de acuerdo con las experiencias de aprendizaje que desarrollen las competencias humanas, de manera integral. El que este enfoque potencie el ampliar el conocimiento a través de las habilidades de las niñas y los niños, es lo que va ayudar a transformar sus conocimientos previos con el nuevo contenido, así se afirma en la siguiente cita, de acuerdo con Coll, Palacios y Marchesi (2014).

Los conocimientos previos respecto al contenido a aprender, es decir, lo que el alumno ya sabe de un tema y la cantidad y riqueza de relaciones que sea capaz de

establecer, le permitirán interpretar y transformar el nuevo contenido y darle significado —enfoque profundo—, o por el contrario, la falta de conocimientos previos o la distancia excesiva entre estos conocimientos y la nueva información, solo permitirá memorizar algunos fragmentos del contenido, de manera aislada y superficial (p. 295).

Enfoque constructivista

Es fundamental un enfoque constructivista en la guía didáctica, donde sea el educando quien construya su propio aprendizaje por medio de un proceso donde exista una relación de la información nueva con la información previa, siendo el docente quien favorezca el proceso de enseñanza y aprendizaje. Díaz y Hernández (2002), desde el enfoque constructivista anotan que el aprendizaje sucede “cuando la información nueva por aprender se relaciona con la información previa ya existente en la estructura cognitiva del alumno. Para que haya aprendizaje debe existir una disposición favorable del aprendiz, así como significación lógica en los contenidos o materiales de aprendizaje” (p. 246).

En el constructivismo “aprendemos, cuando somos capaces de elaborar una representación personal sobre un objeto de la realidad o contenido que pretendemos aprender” (Coll, Martín, Mauri, Miras, Onrubia y Zabala, 2007, p.16). En la asignatura Matemática es necesario que el estudiante logre hacer representaciones con ayuda de material concreto o representaciones gráficas de conceptos abstractos. Es por ello que el enfoque constructivista debe ser parte de la propuesta de la guía didáctica.

Coll et al. (2007), afirman que “la concepción constructivista del aprendizaje y de la enseñanza parte del hecho obvio de que la escuela hace accesible a sus alumnos aspectos de

la cultura que son fundamentales para su desarrollo personal, y no sólo en el ámbito cognitivo” (p. 15). Esos autores afirman que la escuela es la primera institución de educación formal que facilita la educación cultural. Fomenta que los educandos se puedan desenvolver en la sociedad no solo por lo que aprenden a nivel cognitivo, sino que puedan enfrentar la vida diaria de manera que logren resolver retos.

Una manera de resolver retos en la cotidianidad es con la ayuda de los conocimientos previos que cada niña o niño posee; estos conocimientos previos hacen referencia a todo el conocimiento que tiene la persona, de acuerdo con las experiencias vividas en su contexto inmediato. La actividad mental que logra el discente en el aula, es muy importante debido a que va a conectar los nuevos saberes, con los conocimientos que ya posee. Así lo afirma Coll, Palacios y Marchesi (2014): “El alumno deviene el verdadero protagonista del aprendizaje en tanto que, gracias a su actividad mental constructiva, recupera y moviliza sus conocimientos previos para atribuir significado a la nueva información” (p. 107).

El enfoque constructivista es primordial, porque al ser el estudiante el que construye su propio conocimiento, va a tomar lo que él ya sabe, con lo que integra el profesor en el aula. Ese intercambio enriquece la comprensión de la resolución de problemas matemáticos, al plantear los problemas en situaciones que las niñas y los niños viven. Es necesario que el proceso de enseñanza y aprendizaje se vea como un intercambio de saberes entre el discente y profesor. Esto se apoya con lo que anotan Coll, Palacios y Marchesi (2014) en la siguiente cita:

El proceso de construcción de significados y de atribución de sentido es el fruto de las relaciones que se establecen entre lo que aportan los alumnos, lo que aporta el

profesor y las características del contenido. La clave para comprender el proceso de construcción del conocimiento en el aula reside en los intercambios que se producen entre profesor y alumnos en torno a los contenidos de aprendizaje. En el transcurso de estos intercambios, se actualizan y, eventualmente se modifican, tanto los conocimientos previos de los alumnos, como sus actitudes, expectativas y motivaciones ante el aprendizaje (p. 183).

Es necesario que el enfoque constructivista y el enfoque humano integral, estén presentes en la guía didáctica, para ser partícipes en la formación de personas integrales, donde se les enseñe a resolver y no a que otras personas resuelvan por ellos.

Fuentes curriculares

En el momento que se realiza una propuesta curricular, como es la elaboración de una guía didáctica, se deben considerar diversos aspectos, entre ellos, las fuentes del currículo. Para tal efecto, Rojas (2015) detalla en un marco más global:

En el proceso de construcción del currículo en el nivel nacional o en su ejecución en el aula, es preciso tomar en cuenta las fuentes curriculares, que son el punto de partida de su diseño y realización. Las tres fuentes básicas son los estudiantes, el contexto sociocultural y las áreas del saber, es decir las asignaturas y sus respectivos contenidos (p.211).

A continuación, se detallan cada una de las fuentes anotadas.

El estudiante

Trae consigo características de su entorno familiar, donde da a conocer sus rasgos culturales, lo que hace que brinde elementos que aportan al currículo, por medio de la convivencia con sus compañeros y docente en el salón de clases. Así lo define Molina (2014): “El alumno, como fuente curricular, provee los elementos de cultura que se derivan de la convivencia con su familia y con su entorno comunal inmediato” (p. 69). El estudiante se concibe desde la guía didáctica como una persona integral, donde trae consigo conocimientos, que complementa con los aprendizajes recibidos en el proceso de enseñanza y aprendizaje del aula. Además, desde el enfoque humano integral, el estudiante es un ser con sentimientos, situaciones familiares y con el potencial cognitivo que lo lleva a la resolución de problemas.

Se propone el enfoque constructivista, que pretende que el estudiantado pueda construir sus conocimientos, desde su trabajo en clase, con estímulos visuales como lo es el material concreto.

Contexto sociocultural

Como fuente curricular a nivel de Costa Rica, brinda los elementos necesarios que requiere la sociedad, específicamente en el campo educativo; se brindan las herramientas necesarias al alumno, para que ellos logren asumir los retos que la sociedad costarricense presenta. Molina (2014), indica: “Esta fuente se caracteriza por proveer, en el nivel nacional, los elementos necesarios para responder a las demandas que plantea la sociedad a la educación” (p. 68).

Respecto a esta fuente se pretende complementar con el fundamento sociocultural, con el fin de que los niños puedan comprender el tipo de sociedad que van a enfrentar y así puedan establecer pasos para aplicar los contenidos curriculares de matemática que van a analizar por medio de la resolución de problemas. Es fundamental que los niños puedan interiorizar áreas matemáticas, como el de números, ya que se encuentra presente en la cotidianidad de los niños. Las matemáticas es una asignatura que nos acompaña día a día y es importante resolver situaciones que se presentan en contextos reales.

Áreas del saber

Como fuente curricular, específicamente a nivel de aula, tienen un papel muy importante, debido a que el docente para planear la clase, debe consultar los programas del MEP y así programar la mediación pedagógica. Por otra parte es fundamental que los programas de estudio sean contextualizados en función de los educandos para que puedan ser útiles en el desenvolvimiento del contexto de cada estudiante. Así lo anota Molina (2014): “En el nivel institucional y de aula, los docentes deben recurrir a esos programas de estudio, no para “copiarlos”, tal cual se proponen ahí, sino para contextualizarlos al entorno y a las características y expectativas propias de sus alumnos” (p. 70). Este fundamento se aplica en el proceso de enseñanza y aprendizaje, por medio de la propuesta de la guía didáctica y a través de la resolución de problemas, donde los niños construyen nuevas ideas matemáticas que los lleven a entender diferentes problemas en esta asignatura. Por ejemplo, es más significativo para el educando poder representar los números con material concreto y que no sea el docente el que les explique por medio de una ficha, conceptos que para los niños son abstractos.

El rol del docente es un guía o facilitador del proceso de enseñanza y aprendizaje para los educandos y el papel del estudiante es un ente activo del aprendizaje, pues es él quien va a construir conceptos matemáticos.

Fundamentos curriculares

Para sustentar las fuentes mencionadas, del currículo, es medular, para la guía didáctica que se quiere proponer, considerar ciencias como: la pedagogía, epistemología, psicología, sociología y ecología; el propósito es que estas permitan dar a conocer características individuales de cada alumno, así como el contexto sociocultural donde este se desarrolla. Esto es de gran apoyo para los docentes, debido a que permite identificar a cada estudiante de una forma más personalizada y así poder atender sus necesidades o habilidades de una manera puntual. También reconocer las características sociales y culturales del entorno donde vive el estudiante.

A continuación, se detallan los fundamentos que sustentan la propuesta de la guía didáctica.

Pedagógico

La pedagogía tiene como objetivo, según Seas (2009), “identificar o proponer aquellas experiencias y caminos alternos que propicien procesos de aprendizaje y formación efectivos y placenteros para el desarrollo, en armonía con el entorno natural” (p. 58). La pedagogía aporta en la propuesta de la guía didáctica, a través del fomento de experiencias de aprendizaje agradables para los estudiantes y permite varias alternativas para resolver problemas matemáticos.

La pedagogía “se asocia con la búsqueda intencional y reflexionada de la transformación intelectual del ser humano en su estructura de conciencia o saberes” (Francis citado por Gallego, 1992, p. 58). Es necesario que el estudiante reflexione cada problema o ejercicio que se le brinda para resolver y así pueda ser consciente de cada paso que lo lleva a una respuesta y no solamente que cumpla con un resultado para obtener una nota. La pedagogía debe permitir un proceso de reflexión que lleve a la transformación del pensamiento y no un proceso mecánico que los estudiantes hagan en los salones de clases.

Epistemológico

La epistemología se deriva de la filosofía, la cual sustentó mucho tiempo a la educación por encargarse de estudiar el conocimiento. Dentro de los fundamentos que se establecen en el presente diseño curricular, se incluye la epistemología, debido a que es la disciplina que estudia el cómo se genera el conocimiento y cómo validar la percepción social que se tiene, en este caso de las matemáticas. Es necesario que la epistemología sea conocida por los docentes, para que puedan identificar diversas necesidades en sus estudiantes. En el caso de la guía didáctica, la parte epistemológica es necesaria, para poder saber qué conocimiento poseen los estudiantes y cómo poder trabajar con los niños en la resolución de problemas. La separación de conocimientos primarios y secundarios que trae el educando desde su contexto, es medular que el docente lo conozca y sepa planificar actividades de aprendizaje, para que se dé la asimilación de los saberes nuevos, con respecto al bagaje que puede traer un estudiante de su entorno. Coll (1997), se refiere al respecto:

El análisis epistemológico de las disciplinas contribuye a separar los conocimientos esenciales de los secundarios, a buscar su estructura interna y las relaciones que existen entre ellos. Sus aportaciones son decisivas para establecer secuencias de actividades de aprendizaje que faciliten al máximo la asimilación significativa (p. 34).

Villarini (2000), menciona la estrecha relación que tiene el ser humano con la adaptación social, respecto al entorno, al mencionar que:

El conocimiento es la manera como el ser humano vive sus relaciones con el mundo; su forma peculiar de adaptación. El conocimiento, en sus múltiples formas, es una construcción o representación de la realidad condicionada por aspectos biopsicosociales y culturales (p. 14).

Es necesario esta relación del ser humano con el mundo, para el diseño curricular, ya que se quiere que los educandos adquieran conocimientos para poder enfrentar la sociedad y no solamente la parte del trabajo que se desarrolla en un salón de clases. En el salón de clases se da un verdadero intercambio de conocimientos, propiciado por las actividades que planifica el docente, al considerar el currículo que se imparte. De acuerdo con Stenhouse (2003), el currículo es el medio con el cual se hace públicamente disponible la experiencia consistente en intentar poner en práctica una propuesta educativa. Implica, no solo contenido, sino también método y, en su más amplia aplicación, tiene en cuenta el problema de su realización en las instituciones del sistema educativo (p. 30).

Con la guía didáctica, se quiere intentar poner en práctica una propuesta educativa con la metodología de resolución de problemas, donde no solo el docente cumpla con el contenido, sino que logren los estudiantes, diferentes formas de resolver un mismo problema matemático.

Psicológico

El fundamento psicológico es una de las disciplinas que fundamenta la presente propuesta curricular, porque da oportunidad, a que el educador tenga un acercamiento al estudiante; se logra conocer sus características y la forma de adquirir nuevos conocimientos. En estos aspectos, Tyler (1973), señala que el fundamento psicológico “permite distinguir qué cambios pueden esperarse en los seres humanos como consecuencia de un proceso de aprendizaje y cuáles estarán fuera de todo alcance” (p. 41). La guía didáctica pretende que los y las docentes interioricen el fundamento psicológico, al brindar diversas alternativas de resolución de problemas. Su finalidad es que los y las estudiantes sean comprendidos, desde su estilo de aprendizaje, en el momento de desarrollar las lecciones. Además se deben contemplar las características de los y las estudiantes para adecuar al proceso de enseñanza y aprendizaje a las necesidades individuales de cada educando y así poder contextualizar el proceso de enseñanza y aprendizaje. Por otra parte, el crecimiento personal de los alumnos se debe convertir en una prioridad para el docente. De ahí la necesidad que se diagnostique qué habilidades o destrezas se deben potenciar en los estudiantes, en el momento de llevar a cabo la mediación pedagógica que realiza el docente.

Coll (1991), afirma que el fundamento psicológico “aporta informaciones relativas a los factores y procesos que intervienen en el crecimiento personal del alumno, ayudando de ese modo a planificar de forma más eficaz la acción pedagógica” (p. 34). La psicología tiene gran aporte en la propuesta de la guía didáctica por la relación que van a tener los estudiantes con sus pares y con el docente en la resolución de problemas que se les presenta en la comunidad estudiantil y logren resolver problemas a nivel académico y personal.

Sociológico

El currículo, debe responder a las necesidades sociales, por tanto es necesario que esté inmerso un planteamiento colectivo. La sociología, se encarga del estudio de la sociedad y, específicamente en la educación. Tyler (1973), considera que la escuela debe enseñar a socializar con sus pares y así poder enfrentarse a la sociedad con un grado de familiarización social y no que sea un proceso extraño para el discente. Considera que “la escuela cree que su función principal consiste en enseñar a la gente a adaptarse a la sociedad” (p. 39). De acuerdo con la guía didáctica que se propone, el fundamento sociológico se presenta en función, para que los educandos comprendan cómo vivir en sociedad y la escuela es la primera institución que les proporciona esa práctica, al convivir en una pequeña sociedad con sus pares y docentes. Específicamente, en la guía didáctica, es fundamental que, a través de la resolución de problemas, los estudiantes logren llegar a acuerdos con sus compañeros y a aprender a respetar las propuestas que hacen sus pares.

El fundamento de la sociología, es necesario en el presente diseño curricular, para que los niños puedan responder a las necesidades de la sociedad y específicamente en el área de las matemáticas. Esto, debido a que el contexto de muchos lugares que nos desenvolvemos

en la cotidianeidad, está rodeado por situaciones con procesos matemáticos como, por ejemplo, el simple hecho de ir a comprar a la pulpería o en las mismas sodas escolares. El estudiante debe adaptarse a las formas culturales del contexto en el que vive y así poder aportar a la sociedad. A propósito, Coll (1997), anota que:

El análisis sociológico permite, entre otras cosas, determinar las formas culturales o contenidos – conocimientos, valores, destrezas, normas, etc. –cuya asimilación es necesaria para que el alumno pueda devenir en miembro activo de la sociedad y agente, a su vez, de creación cultural; permite, asimismo, asegurar que no produzca una ruptura entre la actividad escolar del alumno y sus actividades extraescolares (p. 34).

Es necesario que, en el desarrollo del currículo, se contemple el bagaje que poseen los y las estudiantes, para que así los maestros puedan transmitir el conocimiento que se requiere, de manera que esas destrezas de resolución de problemas se puedan poner en práctica en el quehacer educativo y como habilidades para la vida.

Principios curriculares

En la elaboración de la guía didáctica se consideran varios principios curriculares que son parte medular para la aplicación de los contenidos matemáticos en la mediación pedagógica. Estos se anotan a continuación:

Coherencia

En la guía didáctica se presenta la coherencia, por medio de las habilidades específicas, que plantea el MEP en el plan de estudios de Matemática de segundo grado, que orientan a la investigadora para el planteamiento de los problemas en la guía didáctica. Esta coherencia se complementa con lo que anota Iafrancesco (2004), cuando dice que “la coherencia son los elementos que constituyen el currículo, actúan como un sistema, se interrelacionan, autorregulan y convergen en un sentido, una totalidad y una identidad específica” (p. 93). La coherencia está presente en el plan de estudios de Matemática en relación con la guía didáctica.

Secuencia

En el planteamiento de los problemas matemáticos, es fundamental que el estudiantado parta del aprendizaje más simple a lo más complejo; esa secuencia está presente en los problemas de la guía didáctica. Villarini (1996), hace referencia a la secuencia, cuando dice que “marca el camino y el avance en que se alcanzan las habilidades específicas, partiendo de aprendizajes más simples a más complejos” (p.32). Los problemas presentes en la guía didáctica, tienen tres niveles de complejidad que parten de lo más simple a lo más complejo: reproducción, conexión y reflexión.

Alcance

En la guía didáctica, uno de los objetivos es plantear problemas matemáticos de acuerdo con las capacidades de las niñas y los niños de segundo grado de la Educación General Básica, con el fin de que los educandos aprendan de acuerdo con sus habilidades. Villarini

(1996), “propone que el currículo se manifiesta tanto en la capacidad como en la manera de aprender de los estudiantes” (p.31). Basándose en este principio, la guía didáctica propone problemas donde se desarrollan actividades que presentan un alcance adecuado para el estudiantado en la resolución del problema como para el profesorado en su explicación.

Continuidad

En lo que respecta a la asignatura de Matemática, es muy importante considerar los aprendizajes previos que el estudiantado tiene desde primer grado, para que el profesorado lo considere en el momento de planear las lecciones y así logre hacer una integración adecuada con los nuevos saberes. De acuerdo con Rojas (2015), este principio “se refiere a la capacidad del currículo, los planes y los programas de estudio para establecer una articulación entre los ciclos y los niveles educativos” (p. 205). Esta articulación que expone Rojas, es la que presenta la guía didáctica, donde se considera desde el currículo oficial que facilita el MEP, hasta el currículo operacional, que se pone en práctica en el aula. En la elaboración de cada uno de los problemas presentes en la guía didáctica, se consideró la articulación de primer grado con segundo grado, ya que en el proceso de enseñanza y aprendizaje es necesario dicha articulación para una exitosa construcción de conocimientos por parte del discente.

Flexibilidad

El currículo presenta flexibilidad en su práctica educativa, debido a que estamos en una sociedad en constante cambio por las transformaciones sociales que se enfrentan día a día. La flexibilidad es un principio que toda persona docente debe considerar en el desarrollo de

sus lecciones, con el fin de ir mejorando el quehacer educativo. Iafrancesco (2004), indica que “el currículo es concebido y diseñado de tal manera que sea perfectible mediante modificaciones y mejoras constantes, pero sin perder de vista su finalidad” (p. 93). En la guía didáctica realizada no se limita exclusivamente a las habilidades que establece el MEP, sino que es diseñada con características de los discentes en lo que respecta a su entorno. Para tal efecto, se aprovecha algunos juegos o prácticas de infantes de ocho años edad aproximadamente; es así, como se realizan planteamientos de problemas matemáticos de acuerdo con la realidad social costarricense.

Guía didáctica

En la presente investigación se pretende diseñar una guía didáctica dirigida a docentes con el fin de abordar la metodología de resolución de problemas matemáticos; por ello resulta necesario definir qué es una guía didáctica. Cubillo, Garita, Mena, Morera, Rodríguez y Vargas (2014), lo definen como “un instrumento organizado y sistemático que sirve como apoyo curricular en respuesta de las necesidades educativas. Incluye en su construcción, las habilidades por desarrollar, contenidos, estrategias y actividades para construcción de conocimientos, así como actividades de comprensión y evaluación” (p. 47).

A partir de la definición anterior, en esta investigación se conceptualiza la guía didáctica como los elementos curriculares que guiarán las actividades de los docentes en la resolución de problemas; este instrumento incluye los contenidos, habilidades por desarrollar y las estrategias para la construcción del conocimiento; a la vez responde a las necesidades educativas de los estudiantes y es un apoyo para el docente. La guía didáctica se puede obtener de forma digital o impresa, según las facilidades del profesorado.

Estrategias metodológicas

Para poder definir este concepto de estrategia metodológica, hay que conceptualizarlo, primero, como estrategia. Díaz y Hernández (2002), lo definen como “son aquellos recursos que el profesor o el diseñador utiliza para focalizar y mantener la atención de los aprendices durante una sesión, discurso o texto. Los procesos de atención selectiva son actividades fundamentales para el desarrollo de cualquier acto de aprendizaje” (p. 6).

Este concepto se adapta al diseño de la guía didáctica, porque se convierte en un recurso para los y las docentes, con el fin de poder desarrollar las clases con más interés por parte de los educandos.

Latorre y Seco (2013), definen el concepto de estrategia metodológica, como:

La estrategia es un procedimiento heurístico o forma inteligente de resolver problemas, que permite tomar decisiones en condiciones específicas. Las estrategias, son siempre conscientes e intencionales, dirigidas a un objetivo relacionado con el aprendizaje. Una técnica de aprendizaje es un procedimiento algorítmico, las estrategias y técnicas son siempre conscientes e intencionales, dirigidas a un objetivo relacionado con el aprendizaje (p.19).

Para el desarrollo de la guía didáctica, la estrategia metodológica se define como la forma en que la persona docente, va a mediar la clase en correspondencia con el programa de estudios de Matemática. La utilización de recursos, es fundamental para que los discentes pongan en práctica las estrategias metacognitivas para la resolución de problemas, en conjunto con estrategias didácticas que apoyan la socialización de los

educandos, en las posibles respuestas que brindan. Específicamente, se abarcan los diferentes niveles de complejidad de los problemas, los cuales son: reproducción, conexión y reflexión, inmerso en el contexto de la suma y resta de números naturales. Estas estrategias didácticas están apoyadas en una conexión entre lo que plantea el MEP para los cuatro momentos de la clase y en relación con la visión metodológica que sugiere la NCTM para el abordaje pedagógico del algoritmo de la suma y resta de números naturales.

Capítulo III

Marco metodológico

En el presente capítulo, se muestra el proceso que se llevó a cabo para realizar la investigación, que consta de aplicación de técnicas de investigación para la recolección y análisis de la información, validación, diseño y rediseño de la guía didáctica.

Tipo de Investigación

La presente investigación se ubica dentro del paradigma cualitativo, donde los datos adquiridos ayudan a la comprensión de los fenómenos educativos que se investigan. Para Hernández, Fernández y Baptista (2006) [...] “la investigación cualitativa proporciona profundidad a los datos, dispersión, riqueza interpretativa, contextualización del ambiente o entorno, detalles y experiencias únicas” (p. 21).

Es importante destacar que la investigación cualitativa, está orientada a las ciencias sociales, donde se deben tomar decisiones en lo que respecta al descubrimiento de nuevos saberes en contextos reales del sistema pedagógico. Así lo menciona Sandín (2003), a continuación:

[...] la investigación cualitativa es una actividad sistemática orientada a la comprensión en profundidad de fenómenos educativos y sociales, a la transformación de prácticas y escenarios socioeducativos, a la toma de decisiones y también hacia el descubrimiento y desarrollo de un cuerpo organizado de conocimientos (p. 123).

La presente investigación, quiere ser un apoyo para los docentes que imparten lecciones en las aulas de primaria, al proporcionar una guía didáctica que afirme la aplicación de la metodología de resolución de problemas matemáticos, de una manera más crítica y reflexiva para los educandos.

Esta pesquisa es un estudio de índole educativo, que pretende un ligamen en la cotidianidad de los contextos de los centros educativos, donde se procura proponer nuevos conocimientos que ayuden a los docentes a tener más ideas para el desarrollo de los procesos educativos.

Abero, Berardi, Capocasale, García y Rojas (2015), cuando se refieren a la investigación en educación, destacan que el [...] “objetivo es conocer para transformar o mejorar la práctica educativa. Su interés es docente e institucional. Su objeto es la práctica educativa (‘el educar’). La realizan docentes-investigadores y otros actores sociales vinculados a la práctica educativa” (p. 41).

Esta investigación valoró el planteamiento de una guía didáctica que fuera viable para ser aplicada por docentes y así poder apoyar a los maestros en las lecciones que imparten, específicamente en la asignatura de Matemática.

Es un estudio que se define como investigación aplicada, porque tiene como propósito hacer uso inmediato del conocimiento existente en la bibliografía consultada en la

investigación. Además, aportar a la implementación de la metodología de resolución de problemas que se desarrolla en la práctica educativa e intervenir en situaciones concretas; se generan relaciones de utilidad y no solamente al considerar la parte teórica de la situación problemática. Behar (2008), afirma que este tipo de investigación “busca la aplicación o utilización de los conocimientos que se adquieran” (p. 20). La investigación aplicada es de gran utilidad en el campo de exploración que se desarrolló, debido a que la información que se investigó, sustentó el trabajo de forma teórica y práctica por medio de la guía didáctica que se elaboró.

El método de la investigación es fenomenológico. Recoge los testimonios de los participantes que están viviendo una situación determinada. Aquí “el investigador propone cuestiones de investigación que exploran el significado de la experiencia para las personas y les solicita que lo describan desde sus experiencias de vida cotidiana” (Creswell, citado por Sandín (2003), p. 152). Por tal efecto, esta investigación propone una guía didáctica como elemento de apoyo y de complemento a la experiencia vivida por docentes de educación primaria que laboran en la Dirección Regional de Educación Occidente y por curriculistas; los expertos revisaron la guía, al considerar sus experiencias y conocimientos previos.

A partir de experiencias, que pueden ser adaptadas a la dinámica de la metodología de resolución de problemas, una concepción fenomenológica es inherente a esta visión. Para tal efecto, Sandín (2003), quien cita a Creswell, define que “un estudio fenomenológico describe el significado de las experiencias vividas por una persona o grupo de personas acerca de un concepto o fenómeno. La Fenomenología [...] se preocupa por los aspectos esenciales de tipos de experiencia o conciencia” (p. 151).

Es necesario mencionar que el método fenomenológico considera importante las realidades, desde la parte interna del sujeto que la experimenta, por lo que es única para cada persona.

Así lo menciona Martínez (1996), en la siguiente cita:

Las realidades cuya naturaleza y estructura peculiar solo pueden ser capturadas desde el marco de referencia interno del sujeto que la vive y la experimenta [...] cuya esencia depende del modo que es vivida y percibida por el sujeto, una realidad interna, y personal, única y propia de cada ser humano (p. 167).

En la cita anotada, se puede interpretar que cada experiencia vivida es única, por ello se toman las recomendaciones de dos tipos de expertos para validar la propuesta, que se construye con la ayuda de una experiencia propia complementada con la visión curricular sobre la temática, por parte de la investigadora.

Figura 8. Etapas de la metodología de la investigación



Figura 8. Elaboración propia

A continuación, se presenta una tabla donde se detallan cada una de las etapas que conforman la metodología de investigación utilizada.

Tabla 13. Etapas de la metodología de la investigación

| Etapas | Desarrollo de las etapas |
|---|---|
| <p>Etapa 1 Aplicación de las técnicas de investigación para la recolección de información.</p> | <p>Consiste en la indagación e investigación de documentos teóricos como libros, revistas y documentos electrónicos que las fuentes de información proporcionaron. En esta etapa se ordenó la información recolectada como apoyo a la temática en estudio.</p> |
| <p>Etapa 2 Análisis de la información recolectada.</p> | <p>En esta etapa se organizó y sistematizó la información que se obtuvo, con el objetivo de tener información teórica valiosa para el desarrollo de la investigación.</p> <p>También se analizó la teoría y documentos relacionados con resolución de problemas. Finalmente, en esta etapa se definió cuáles componentes curriculares eran necesarios para el diseño y la ejecución de la guía didáctica.</p> |
| <p>Etapa 3 Elaboración de la propuesta del diseño curricular.</p> | <p>En esta etapa se diseñó la propuesta curricular y se consideraron las dos etapas anteriores, que proporcionaron una orientación para el logro de los objetivos planteados en la investigación.</p> |

Etapa 4
Validación y rediseño de la propuesta del diseño curricular.

En esta etapa el primer proceso respondió a una valoración de la guía didáctica por parte de tres docentes de primaria y tres curriculistas.

Como segundo proceso, la investigadora rediseñó la guía didáctica, al tomar en cuenta las sugerencias que brindaron los profesionales expertos en la temática; todo esto con el fin de que el resultado fuera lo más pertinente para la necesidad investigada.

Nota: Elaboración propia

Fuentes de información

En el presente trabajo de investigación, se utilizaron las siguientes fuentes de información:

- Revisión bibliográfica.
- Personas docentes.
- Curriculistas.

Revisión bibliográfica

La orientación de la investigación, partió de la consulta de documentos oficiales como es el programa de estudios del Ministerio de Educación Pública (MEP) del 2012, reportes de investigaciones, bibliografía relacionada con la resolución de problemas matemáticos, por medio electrónico y bibliografía de manera física. Se quiso indagar en referencias

generales o preliminares. Como lo menciona Buendía, Colás y Hernández (1998) “son las fuentes a las que primero se recurre y son las que orientan hacia otras, tales como artículos, monografías, libros, y otros documentos relacionados directamente con la investigación” (p. 14).

El programa del MEP fue un insumo importante, porque, entre otras cosas, es la que define la metodología que debe ser utilizada en las lecciones de matemática y cuáles contenidos son los que se estudian en los diferentes niveles de la educación primaria.

Los reportes de investigación, documentos que muestran los resultados o las conclusiones obtenidas al realizar una pesquisa, sirvieron de guía para conocer qué se ha escrito sobre la resolución de problemas y en qué países se ha investigado y puesto en práctica el tema en estudio. La lectura de otros estudios realizados, tanto a nivel nacional como internacional, permitió a la investigadora definir ideas novedosas para el planteamiento de la guía didáctica.

La bibliografía relacionada con la resolución de problemas matemáticos, se encontró por medio electrónico y de manera física, lo que facilitó la investigación. Es importante resaltar que se encontraron autores que han escrito sobre la resolución de problemas en diferentes niveles educativos, desde niños en edades tempranas, así como para personas adultas.

Personas docentes

Los docentes fueron otra de las fuentes de información de la investigación, que participaron como expertos para validar la guía didáctica. Se consideraron tres docentes que estaban ejerciendo y pertenecían a la Dirección Regional de Educación Occidente. La selección se realizó a conveniencia, ya que debían estar impartiendo el I ciclo de la

Educación General Básica, específicamente en un aula de segundo grado, con el fin de validar la pertinencia de las estrategias didácticas anotadas en la guía didáctica. La validación se hizo entregándoles la guía didáctica, que contiene los problemas matemáticos trabajados en la investigación realizada. Los docentes anotan observaciones acerca de la pertinencia de la guía didáctica y se consideraron las recomendaciones dadas para realizarlas en la guía didáctica.

Curriculistas

Tres profesores de la asignatura de Matemáticas de secundaria, que trabajan en el MEP y en la Universidad de Costa Rica y están cursando la maestría en planificación curricular, analizaron los diferentes componentes curriculares presentes en la guía didáctica propuesta. Este análisis fue hecho de acuerdo con la investigación de la teoría presente en el marco teórico y al conocimiento de cada uno de los curriculistas participantes. Por medio de la entrega de la guía didáctica de forma impresa, se realiza la validación, donde anotan la pertinencia de la guía didáctica y se consideraron las recomendaciones dadas para realizarlas en la guía didáctica.

Técnicas e instrumentos de recolección de la información

Dentro de los instrumentos que se utilizaron en la presente investigación, está la indagación teórica y juicio a expertos (docentes de primaria y curriculistas), que se detallan a continuación:

Indagación teórica

En esta etapa, el propósito fue realizar una búsqueda de bibliografía en forma electrónica y física, acorde con la resolución de problemas matemáticos, a los componentes

curriculares, a la metacognición y a programas de estudios de Matemática. Toda esta investigación teórica dio el sustento al marco teórico de la investigación, así como también sea de apoyo para la elaboración de la guía didáctica.

Juicio de expertos

Las personas docentes de primaria y curriculistas, fueron los encargados de validar la guía didáctica propuesta; de acuerdo con la metodología de la resolución de problemas matemáticos y a los componentes del currículo. Expresaron, por medio de anotaciones en la guía didáctica, que se les entregó de forma física, recomendaciones que aportaron para el mejoramiento de la guía didáctica planteada.

Es necesario aclarar que el juicio a expertos se define según Escobar y Cuervo (2008) como "...una opinión informada de personas con trayectoria en el tema, que son reconocidas por otros como expertos cualificados en éste, y que pueden dar información, evidencia, juicios y valoraciones" (p. 29). Fue primordial el juicio de expertos para la presente investigación, debido a que es una fuente importante en la percepción general que puede tener una población de docentes y curriculistas. Esto se complementa con lo que anota Flick (2012), a continuación: "el experto se integra en el estudio, no como un caso individual, sino como representación de un grupo (de expertos específicos)" (p.104). La representación que tuvo el personal experto del MEP fue fundamental para validar la guía didáctica, por medio de las recomendaciones sugeridas, ya que ellos están en constante contacto con el programa vigente del MEP.

Población y selección de la muestra

La población la componen dos grupos diferentes de personas, los cuales son docentes de educación primaria que laboran en centros educativos de la Dirección Regional de Educación Occidente y curriculistas.

La muestra está conformada por tres docentes de educación primaria que trabajan en la Educación General Básica, específicamente con segundo grado y participaron tres curriculistas, con el fin de tener expertos en el área de currículo, y así pudieran validar la guía didáctica planteada por la investigadora.

La muestra es no probabilística, debido a que se selecciona a conveniencia. Para Hernández et al. (2006), “en las muestras no probabilísticas, la elección de los elementos no depende de la probabilidad, sino de causas relacionadas con las características de la investigación o de quien hace la muestra” (p. 241). Se eligen escuelas de la región de Occidente en San Ramón, por el fácil acceso que tiene la investigadora de desplazarse a estas escuelas.

La unidad de análisis

Forma parte del proceso de investigación y lo conforman los sujetos u objetos que van a ser estudiados en la investigación. En la presente investigación el objeto de estudio y la unidad de análisis es la propuesta de una guía didáctica.

Análisis e interpretación de la información

Para el análisis e interpretación de la información, se sistematizaron los aportes dados por los participantes de la validación de la guía didáctica, por medio de la triangulación del

trabajo de campo y se seleccionan las categorías presentes para analizarlas a la luz de la teoría.

Consentimiento informado

Se habló con las docentes y los curriculistas para preguntarles si estaban de acuerdo en participar en la validación de la guía didáctica y se les entregó un consentimiento informado con el fin de respaldar la información que las docentes y los curriculistas proporcionaron. El trabajar con docentes fue un gran aporte para la investigación, porque son los participantes que están más cercanos a la realidad de las aulas y respecto a los curriculistas aportaron desde su formación curricular y Matemática. Además, se pretende una integración natural de su respectiva participación, para que haya una correspondencia válida con la información compartida, elemento esencial en la validación de la guía didáctica. Así lo menciona Flick (2012): “Cuando el investigador ha tenido acceso al campo o la institución en general, se enfrenta al problema de cómo llegar a las personas dentro de él, que son lo más interesante” (p. 72).

Validación de la propuesta

La validación de la propuesta, se realizó con curriculistas y maestros de la Educación General Básica, específicamente con docentes que trabajan con niñas y niños de segundo grado. El objetivo era que estas personas fueran parte de la investigación, desde su área y así aportaran a la mejora de la guía didáctica realizada, representando a curriculistas y al cuerpo docente de primaria. Según Flick (2012), “el experto se integra en el estudio, no como un caso individual, sino como representación de un grupo (de expertos específicos)”

(p.104). Por otra parte, es medular que el aporte de los expertos sea en función de valorar la guía didáctica, desde la puesta en práctica en el campo de acción. Escobar y Cuervo (2008), lo sustentan como "...una opinión informada de personas con trayectoria en el tema, que son reconocidas por otros como expertos cualificados en este y que pueden dar información, evidencia, juicios y valoraciones" (p. 29). Los aportes que hacen las personas expertas se consideraron para realizar las modificaciones pertinentes a la guía didáctica, con el fin de mejorar la puesta en práctica de la guía didáctica.

Definición de las categorías de análisis

En la siguiente tabla se presentan las categorías con sus respectivas definiciones conceptuales y su operacionalización, para el análisis de información.

Tabla 14. Definiciones conceptuales y operativas de las categorías de análisis

| Categoría de análisis | Definición conceptual | Operacionalización |
|--|--|--|
| 1. Abordaje metodológico de la resolución de problemas matemáticos | Método de enseñanza esencial en la mediación pedagógica de las lecciones de Matemática, donde el estudiantado analiza el problema dado, a través de sus conocimientos previos, con el fin de dar una posible respuesta y así se potencian sus habilidades en los procesos matemáticos. | Se operacionaliza por medio de la validación de la guía didáctica con el juicio de expertos. Se les entrega de forma física a las personas docentes y a los curriculistas. En la guía didáctica la metodología de la resolución de problemas es validada por medio de los cuatro momentos de la clase que se exponen en la guía. |
| 2. Estrategias metacognitivas | Proceso que ayuda al discente a ser más consciente del potencial que puede tener | Se operacionaliza por medio de la validación de la guía didáctica |

| | | | |
|-----------------|------|--|--|
| | | en la resolución de problemas y así trabajar con maneras que se acerquen más al aprendizaje teórico y práctico. | con el juicio de expertos. Se les entrega de forma física a las personas docentes y a los curriculistas. En la guía didáctica la metacognición está presente desde la propuesta del problema hasta el cierre o clausura de la lección. |
| 3. Didáctica | Guía | Instrumento que incluye los contenidos, habilidades por desarrollar y las estrategias para la construcción del conocimiento. Responden a las necesidades educativas del estudiantado y son un apoyo para el docente. | Se operacionaliza por medio de la validación de la guía didáctica con el juicio de expertos. Se les entrega de forma física a las personas docentes y curriculistas. Este instrumento es leído por los expertos, donde dan algunas sugerencias las cuales se valoran a la luz de la teoría y se aplican las que son pertinentes. |

Nota: Elaboración propia

Análisis de los datos

Para el análisis de los datos, se sistematizó el juicio de docentes de primaria y curriculistas, con el fin de analizar la información para la búsqueda de categorías de análisis. Según Buendía, Colás y Hernández (1998), la categorización “es la agrupación y ordenación de los datos dentro de categorías y conceptos. Esta actividad cumple una función mediadora entre la teorización y los datos observados. Las categorías tienen un carácter abierto y flexible, sometiéndose a modificaciones impuestas por la teoría o los datos (p.300).

Para esta investigación se definieron tres categorías: abordaje metodológico de la resolución de problemas matemáticos, estrategias metacognitivas y guía didáctica. Es importante definir el concepto de categoría, debido a que las categorías definidas no se hicieron al azar, sino que fueron parte medular de la investigación realizada. Buendía, Colás y Hernández (1998), la definen como:

Una conceptualización realizada a partir de la conjunción de elementos concretos que tienen características comunes. La creación de un sistema de categorías supone conceptualizar previamente cada una de ellas, de tal manera que la inclusión de un elemento en una categoría elimine la posibilidad de inclusión en cualquier otra, y a la vez cualquier elemento definido como objeto de observación debe de estar representado en la conceptualización de alguna de ellas (p. 184).

Villalobos (2017), define las categorías de análisis como “ejes de información del hecho investigado que surgen a partir de los datos que se analizan” (p.284). De acuerdo con la investigación realizada por parte de la teoría empleada, se definieron las categorías de análisis.

Triangulación

Se realizó el proceso de triangulación de datos, donde se relacionó la información recopilada de las personas docentes y curriculistas, con la opinión de la investigadora y la teoría indagada, por lo que se contrastó dicha información; este proceso se complementa con la definición de triangulación de datos. Según Aguilar y Barroso (2015):

Hace referencia a la utilización de diferentes estrategias y fuentes de información sobre una recogida de datos permite contrastar la información recabada. La triangulación de datos puede ser: a) **temporal**: son datos recogidos en distintas fechas para comprobar si los resultados son constantes; b) **espacial**: los datos recogidos se hacen en distintos lugares para comprobar coincidencias; c) **personal**: diferente muestra de sujetos (p.74).

Según Gurdíán (2007): “En la triangulación de datos se utiliza una amplia variedad de datos para realizar el estudio que proviene de diversas fuentes de información (p.242).

Se puede sintetizar que la investigadora trianguló, al contrastar la teoría de los diferentes autores, con los datos obtenidos en el proceso investigativo (personas docentes y curriculistas) y con la opinión de la investigadora, quien aporta lo que interpreta, después del estudio de la temática indagada.

Capítulo IV

Análisis de la información

A continuación se presenta el análisis de la información obtenida por docentes de la Educación General Básica, específicamente con docentes de segundo grado y con estudiantes de la maestría en planificación curricular, que además son profesores de Matemática de secundaria y profesores en la Universidad de Costa Rica. Las personas docentes que participaron en este estudio se van a identificar con signos como D1, D2 y D3 y los curriculistas, con signos como C1, C2 y C3. Esos códigos se usan con el fin de mantener la privacidad de las personas que validaron la guía didáctica. La información recopilada de la teoría y de los que validaron la guía didáctica, se contrasta partiendo de tres categorías: Abordaje Metodológico de la Resolución de Problemas Matemáticos, Estrategias Metacognitivas y Guía Didáctica.

Abordaje Metodológico de la Resolución de Problemas Matemáticos

En las lecciones de Matemática, la metodología de resolución de problemas es la parte esencial para el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje. La mediación pedagógica gira en torno a los cuatro momentos de la clase: propuesta de un problema, trabajo estudiantil independiente, discusión interactiva y comunicativa y clausura o cierre. Esto se integra cuando el MEP (2012), enfatiza que la resolución de problemas es “parte de esta mediación pedagógica donde la resolución de problemas encuentra un sentido esencial para la enseñanza aprendizaje de las Matemáticas: un instrumento poderoso para lograr el dominio de habilidades, la realización de procesos, así como el progreso de la competencia matemática” (p. 28).

Una de las principales características de los programas de estudio de Matemática, es un cambio de visión del proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, donde se busca contemplar, como una alternativa prioritaria, que el estudiante tenga una participación activa. Para tal efecto, la resolución de problemas cumple un rol medular. Al respecto, el MEP anota que:

Se enfatiza la participación activa de los estudiantes en la resolución de problemas asociados a su propio entorno, el entorno físico, social, cultural o problemas que puedan ser fácilmente imaginados por las y los estudiantes. A partir de ese primer acercamiento a lo concreto, lo sensible, a los problemas, se trabaja en su resolución y algo fundamental esa construcción es la que lleva a los procesos de abstracción, a los teoremas, a los modelos matemáticos, a la teoría (p. 11).

El que las niñas y los niños se les proporcionen un planteamiento de los problemas, donde se le ofrezca diversas alternativas de material concreto y con ejemplos que sean de su entorno, intensifica el uso de sus experiencias previas en la resolución de los problemas. Esto se complementa en la validación de la guía didáctica cuando el informante D2 expresa: “Me encanta el abordaje de los problemas porque los estudiantes aprenden de diferentes formas y es tomado en cuenta en su propio proceso de enseñanza y aprendizaje donde construyen su conocimiento con las experiencias vividas en su vida diaria a través de diferentes estrategias, por ejemplo se utiliza material concreto, se dan representaciones gráficas y ese aprendizaje le sirve para la vida, para enfrentarse a los retos y resolverlos de forma asertiva en nuestra sociedad actual”. Esta observación coincide con lo aportado por el informante D3 que indica: “el utilizar las diferentes representaciones numéricas así como gráficas (bloques multibase, recta numérica, composición y descomposición), considero que permite a los estudiantes una mejor comprensión y apropiación de los contenidos y no

verlo como algo aislado”. Además, este mismo informante coincide con el D2, respecto a los conocimientos previos, al afirmar que es “muy importante partir en la resolución de problemas del conocimiento previo de los estudiantes”. El informante D2 considera, que no se puede planificar las lecciones sin antes conocer el entorno de las niñas y los niños porque sólo así se va a poder incentivar conocimientos del entorno.

El informante D1, anota sobre la importancia de la diversidad de pensamiento en los infantes, afirmando que “todas las actividades dan pie a la comprensión mental de los problemas, respetando los diversos procesos llevados a cabo en la obtención de un mismo resultado”. El informante D1, coincide con la investigadora, en que si se resuelve un problema de diferentes formas, llegando a un mismo resultado, ayuda a que los infantes puedan compartir sus diferentes formas de pensar y que no es necesario seguir un único camino para alcanzar una misma respuesta.

El informante D1, resalta la importancia del trabajo con material concreto para poder ayudar a construir conceptos abstractos, donde los discentes trabajen desde un enfoque constructivista. Se trabajan los diferentes niveles de complejidad de los problemas planteados y se fomenta el trabajo en equipo. Para ello, expresa que “se logra trabajar desde lo concreto a lo abstracto con un enfoque muy constructivista, respetando los niveles de complejidad, donde todas y todos tienen la posibilidad de participar y de buscar soluciones y conclusiones al reflexionar y compartir conocimientos a nivel grupal”.

El informante D1, expresa sobre la innovación de los problemas, donde anota que se permite un aprendizaje integral a lo largo de la lección, se le brinda al infante tiempo para la resolución del problema y se puede integrar lo que la niña y el niño ya conocen.

El informante D2, anota sobre el desarrollo de la lección de Matemática en los diferentes momentos centrales y sobre la reflexión de su propio aprendizaje, expresando que “Los

problemas planteados en la guía didáctica me parecen excelentes e innovadores ya que se da un aprendizaje de forma integral en los cuatro momentos de la clase, donde el estudiante tiene la capacidad de reflexionar, comprender y construir su propio aprendizaje haciendo uso de los conocimientos previos y respetando su propio estilo de aprendizaje”.

Uno de los aportes diferentes que da el informante D3, respecto a los otros docentes, es sobre la importancia de incluir otros temas matemáticos y otras asignaturas al trabajar materia como las matemáticas. Por ejemplo, en el problema uno, donde se presenta una ruta del tren, puede ser muy valioso incluir la asignatura de Estudios Sociales, usando una maqueta con la ruta del tren para ver ubicación de los puntos cardinales, esto lo anota el informante D3, al decir: “Esta ruta del tren se puede hacer mediante una maqueta. Puede correlacionarse con otros temas matemáticos como medición o en otras asignaturas como Estudios Sociales, en ubicación de puntos cardinales”.

En lo que respecta a los curriculistas, las recomendaciones que hacen, van más en dirección de las matemáticas que en el área de currículo, dichas recomendaciones se valoraron y se integraron las que eran apropiadas al nivel de los problemas de segundo grado de la escuela.

Respecto a los niveles de complejidad de los problemas, recomiendan que se establezca contrastación de conceptos de complejidad de problemas, entre autores para una mayor comprensión, por lo que se incorpora dicha sugerencia. En específico, el informante C1, recomienda que “conecte las definiciones de los niveles de complejidad de los problemas, que tiene el MEP con los de la NCTM”. Este mismo informante, en relación con la redacción de los problemas, piensa en la sensibilidad de los infantes al leer que un niño tiene muchos carros de colección y él no los puede tener. Para ello, anota “pensar en la

sensibilidad de la cantidad de juguetes de los niños”; para tal efecto, se cambia el problema de carros a calcomanías.

El informante C2, recomienda que se integre la equidad de género en la redacción de los problemas, porque al inicio los problemas contenían solo niños como protagonistas.

Una de las representaciones gráficas es la recta numérica; tanto el informante C2, como el C3, recomiendan otras representaciones. Se agrega esta sugerencia a la guía, junto a la dada por C3, que enfatiza que sería conveniente, aparte de la construcción de la recta numérica, que el docente puede tener una elaboración previa de ella, para enfatizar en otras de sus particularidades; esto lo decide el docente, dependiendo de las características del grupo. Tal aseveración de construir la recta numérica de forma previa, se anota en la guía, para que la docente tenga una posibilidad de mediación extra en la ejecución de la guía.

El informante C3, hace la sugerencia de utilizar más tipos de material concreto; para tal efecto, se agrega una nota al problema que se le hizo la observación.

En lo que concierne al trabajo estudiantil independiente, se le hicieron ajustes a todos los problemas de la guía didáctica, de acuerdo con las recomendaciones de los informantes C2 y C3. Estos informantes expresaron que era necesario anotar el papel del docente en cada trabajo estudiantil independiente. Como una sugerencia final, el informante C3, indica que en el problema dos, se recomienda cambiar reproducción por reflexión, por el tipo de análisis del problema, que es un poco más elaborado; se determina que es bastante pertinente y por ende se agregó este cambio a la guía didáctica.

En resumen, los aportes que hacen las personas docentes y curriculistas, en lo que respecta a la resolución de problemas, se integraron a la guía didáctica, de acuerdo con la pertinencia de cada una de las sugerencias anotadas. Esas recomendaciones ayudan al mejoramiento de la puesta en práctica de los problemas planteados.

Estrategias Metacognitivas

El planificar las lecciones de Matemática, con estrategias metacognitivas, es un proceso que ayuda al discente a ser más consciente del potencial que puede tener al resolver problemas y así trabajar con diferentes representaciones que se acerquen más a construcción de posibles respuestas. Así lo anota Curotto (2010), donde menciona que “es necesario que los estudiantes desarrollen estrategias que los hagan conscientes de sus capacidades, del valor de las tareas y de la selección de variables y procedimientos adecuados para el aprendizaje” (p. 12).

De acuerdo con la validación de la guía didáctica, respecto a la categoría de estrategias metacognitivas, solamente el docente D2 hizo una observación sobre la metacognición en la guía; anotó que “ se le permite compartir su experiencia con sus pares para que juntos puedan encontrar diferentes estrategias para resolver la situación planteada”. El que a las niñas y niños se les dé la oportunidad de encontrar diferentes estrategias para resolver un problema, hace que a los educandos se les dé un espacio para exponer sus pensamientos con sus pares y así llegar a resultados acertados, basados en un proceso de autorregulación de sus propios pensamientos.

Guía Didáctica

En la presente investigación se diseñó una guía didáctica dirigida a docentes, con el fin de abordar la metodología de resolución de problemas matemáticos; por esto resulta necesario definir qué es una guía didáctica.

Cubillo, Garita, Mena, Morera, Rodríguez y Vargas (2014), lo definen como “un instrumento organizado y sistemático que sirve como apoyo curricular en respuesta de las necesidades educativas; que incluye en su construcción las habilidades por desarrollar,

contenidos, estrategias y actividades para construcción de conocimientos, así como actividades de comprensión y evaluación” (p. 47).

A partir de la definición anterior, en esta investigación se define la guía didáctica como el instrumento que incluye los contenidos, habilidades por desarrollar y las estrategias para la construcción del conocimiento; responde, por un lado, a las necesidades educativas de los estudiantes y por otro lado es un apoyo para el docente.

En la validación de la guía didáctica, las personas docentes expresan, en términos generales, que la guía es de calidad en los problemas propuestos. Se puede observar el proceso que realiza el discente en la resolución de problemas y no solamente el resultado. Estas afirmaciones las realizan los informantes D1 y D2, con afirmaciones como: D1 “la guía didáctica muestra gran calidad en los diversos ejercicios propuestos, al desarrollar habilidades matemáticas, comprensión mental y lectora” y D2 “este tipo de guía didáctica permite evaluar el proceso de enseñanza y aprendizaje de cada estudiante y no solamente el resultado. Su enfoque curricular es integral, centrado en el ser humano y constructivista”.

Por otra parte, el informante D2 anota sobre el papel del docente, al expresar que “el papel del docente en esta guía didáctica es ser un facilitador en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes y no un transmisor de conocimientos”. Finalmente el informante D3 valora el apoyo que da la guía a la persona docente, donde anota que “es una guía didáctica muy completa que viene a apoyar la labor docente en el área de Matemática”.

Finalmente, los curriculistas realizan una recomendación respecto a la guía didáctica, que se integró a esta. Específicamente, los informantes C1 y C2 sugieren anotar los cinco problemas planteados en la etapa I: El aprendizaje de conocimientos, con la parte de la

descripción de la guía didáctica, donde se explica cada estrategia metacognitiva, en la introducción de la guía didáctica, para mejor comprensión.

Capítulo V

Conclusiones

- La metodología de la resolución de problemas debe estar presente en las lecciones de Matemática, como un proceso medular, donde la persona docente comprenda la importancia de hacer una adecuada mediación pedagógica. El propósito es que se incentiven las habilidades a corto, mediano y largo plazo; así el discente pueda enfrentarse a diversas situaciones que se presentan en el diario vivir.
- La resolución de problemas tiene antecedentes históricos de aproximadamente 75 años. Polya (1945), quien resumió la resolución de problemas en cuatro pasos. Estos han venido mejorándose y afianzándose en las matemáticas a través de la historia.
- Respecto a la investigación teórica realizada, se puede concluir que los programas de Singapur y Costa Rica siguen los mismos objetivos de aprendizaje. En Costa Rica no se trabaja la metacognición como un eje central en la metodología de la resolución de problemas.
- Es importante que la persona docente, de manera consciente, fomente el proceso de metacognición en los cuatro momentos centrales de la clase, como en las estrategias metodológicas que se desarrollan en las lecciones.
- De acuerdo con la validación realizada de la guía didáctica diseñada, los docentes expresan que la guía es un apoyo para las clases de Matemática, debido a que los problemas son pertinentes y adecuados a la edad de las niñas y los niños.
- La guía didáctica, en lo que respecta a la estructura curricular, específicamente, fomenta la parte cognitiva por medio de un enfoque constructivista y la parte

afectiva con un enfoque humano integral, lo que hace que la formación del discente sea integral.

- El que la validación de la guía didáctica la realicen seis personas, hace que se logre identificar si hay una adecuada comprensión al leerla. Al incorporar las recomendaciones es más fácil, porque se analizan diferentes perspectivas. En el caso de esta guía, se incorporan observaciones como: ejemplificar otras maneras de representación en la recta numérica, sugerir otras representaciones gráficas y utilizar representaciones gráficas presentes en la guía didáctica con otras asignaturas.
- Los principios curriculares presentes en la guía didáctica, como coherencia, secuencia, alcance, continuidad y flexibilidad, hace que la guía sea pertinente para el grado planteado y la persona docente sepa qué conocimientos previos tiene el discente, así como las habilidades que debe incentivar en el infante. Todos estos procesos llevados a cabo por el docente, hacen que la niña y el niño tengan una formación integral y con procesos continuos.
- Para efectos de esta investigación se combinó la propuesta del MEP con la NCTM, con lo que respecta a los tres niveles de complejidad de los problemas matemáticos. Se contrastaron ambas definiciones y se estableció un solo concepto para el marco teórico, que se anotó en la guía didáctica.
- En Costa Rica, aunque se han implementado los programas de estudio de Matemática desde el 2012, en lo que respecta a la metacognición, se ha quedado relegado. Por ello, en la presente investigación el aspecto más innovador que permea la guía didáctica, desde la propuesta de los problemas hasta el cierre de la lección, es la metacognición.

- En la validación de la guía didáctica, el aporte de maestros y curriculistas fue determinante para integrar las sugerencias a la guía y así hacer un rediseño de la guía, de acuerdo con la experiencia de cada uno de los informantes. Sin embargo, el que los curriculistas fueran de secundaria, hizo que se tuviera que determinar la pertinencia de las sugerencias anotadas, a diferencia con las personas docentes que las recomendaciones anotadas eran pertinentes para infantes de aproximadamente ocho años.
- Las estrategias metacognitivas propuestas se pueden aplicar a cualquier problema matemático con elementos complementarios como lo son la contextualización e interdisciplinariedad.
- La guía didáctica orienta a los docentes de la Educación General Básica, específicamente en segundo grado, a poder plantearse otros problemas donde apliquen en el salón de clases las estrategias metacognitivas propuestas.
- La guía didáctica es innovadora debido a que está presente de manera medular la metacognición desde el momento donde se redacta el problema matemático hasta el cierre del mismo.
- La guía didáctica deja de manera explícita el uso de la metacognición en la lección de Matemática, por permear estrategias de esta naturaleza en todo el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Recomendaciones

- Es necesario que los docentes incentiven más estrategias metacognitivas durante los cuatro momentos centrales de la clase. El objetivo es que los discentes tengan más oportunidad de socializar y practicar diversas formas de resolver el problema planteado.
- Para futuras validaciones de guías didácticas, es primordial escoger curriculistas del nivel de primaria o secundaria, según corresponda, con el fin de que puedan comprender, de mejor manera, el nivel de los contenidos en estudio.
- Importante que el enfoque curricular de la guía didáctica, vaya acorde con el planteamiento de los programas estudio vigentes, para que se logre una adecuada integración de contenidos y así se dirija la mediación pedagógica hacia un mismo norte.
- Necesario que la persona docente se interese en la participación del estudio, para que pueda identificarse con recomendaciones certeras, desde el salón de clases donde guía diariamente a las niñas y los niños.
- La investigación bibliográfica se debe tomar su tiempo, debido a que puede ser clave para la investigación realizada; pueden surgir ideas muy novedosas, a partir de lo que ya se ha escrito.
- Al elegir el tema que se desea investigar, es fundamental que se tenga identificación para poder dedicar tiempo y energías en sacar un buen producto, debido a que es un proceso desgastante, que necesita motivación para lograrlo.

Bibliografía

- Abero, L., Berardi, L., Capocasale, A., García, S. y Rojas, R. (2015). *Investigación Educativa: Abriendo Puertas a Conocimiento*. Montevideo, Uruguay: CLACSO.
- Aguilar, S. & Barroso Osuna, J. M. (2015). La triangulación de datos como estrategia en investigación educativa. *Revista de Medios y Educación*, 47, 73-88. Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/368/36841180005.pdf>
- Alfaro, C. y Barrantes, H. (2008). ¿Qué es un problema matemático? Percepciones en la enseñanza media costarricense. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*. 3(4). San José, Costa Rica: Centro de investigaciones Matemáticas y Meta-matemáticas, Universidad de Costa Rica.
- Artigue, M., & Houdement, C. (2007). Problem solving in France: Research and curricular perspectives. *Zentral Blatt für Didaktik der Mathematik*, 39. (5-6), 365-382.
- Aydoğdu, M. y Fatih, M. La importancia de la resolución de problemas en el currículum Matemático. e – *Journal of New world sciences academy*, 3 (4), 538 – 545. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/275959201_THE_IMPORTANCE_OF_PROBLEM_SOLVING_IN_MATHEMATICS_CURRICULUM
- Behar, D. (2008). *Metodología de la Investigación*. Bogotá, Colombia: Editorial Shalom.
- Blanco, L. (1993). Consideraciones elementales sobre resolución de problemas. Badajoz, España: Univérsitas.

- Blanco, L., Cárdenas, J. y Caballero, A. (2015). La resolución de problemas de Matemáticas en la formación inicial de profesores de Primaria. Cáceres, España: Universidad de Extremadura.
- Blanco, P. (02 de abril de 2019). La mayoría de estudiantes de primer ingreso reprueban examen de diagnóstico de matemática en la Universidad de Costa Rica. Oficina de Divulgación e Información de la Universidad de Costa Rica. Recuperado de <https://www.ucr.ac.cr/noticias/2019/04/02/la-mayoria-de-estudiantes-de-primer-ingreso-reprueban-examen-de-diagnostico-de-matematica-en-la-ucr.html>
- Bolaños, G. y Molina, Z. (2005). *Introducción al currículo*. San José: EUNED.
- Buendía, L., Colás, M. y Hernández, F. (1998). *Métodos de Investigación en Psicopedagogía*. España: McGraw-Hill.
- Burkhardt, H. y Bell, A. (2007). Problem solving in the United Kingdom. *ZMD Mathematics Education*, 39 (5-6), 395 - 403. doi: 10.1007/s11858-007-0041-4
- Cai, J. y Nie, B. (2007). Problem solving in Chinese mathematics education: Research and practice. *ZDM*, 39 (5-6), 459 - 473. doi: 10.1007/s11858-007-0042-3
- Caldwell, J., Kobett, B., Karp, K. y Dougherty, B. (2016). *Putting Essential Understanding of Addition and Subtraction into Practice Pre – K – 2* (2ª ed.). Estados Unidos: National Council of Teachers of Mathematics.
- Coll, C. (1991). *Psicología y currículum*. Barcelona, España: Ediciones Paidós.
- Coll, C. (1997). *Psicología y currículum*. Barcelona: Paidós.
- Coll, C. Martín, E. Mauri, T. Miras, M. Onrubia, I. Zabala, A. (2007). *El constructivismo en el aula*. Barcelona: Editorial Graó.

- Consejo Superior de Educación. (2016). Política Educativa. La persona: Centro del proceso educativo y sujeto transformador de la sociedad. San José, Costa Rica: Publicaciones M.E.P.
- Cubillo, A. Garita, T. Mena, M. Morera, J. Rodríguez, G. Vargas, M. (2014). Unidad didáctica para abordar el tema de transformaciones geométricas en el plano en educación secundaria desde el enfoque de resolución de problemas. (Tesis de Licenciatura). Universidad de Costa Rica, San Ramón.
- Curotto, M. (2010). La Metacognición en el Aprendizaje de la Matemática. *Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología*, 2(2), 11-28. Recuperado de <http://www.exactas.unca.edu.ar/riecyt/VOL%202%20NUM%202/Archivos%20Digitales/DOC%201%20RIECyT%20V2%20N2%20Nov%202010.pdf>
- D' Ambrosio, U. (2007). Problem solving: A personal perspective from Brazil. *ZDM*, 39 (5-6), 515 - 521. doi: 10.1007/s11858-007-0039-y
- Díaz, F. & Hernández, G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una interpretación constructivista* (2ª ed.). México: Mc. Graw Hill.
- Duarte, B. (2015). Argentina: A review of mathematics education through mathematical problems at the secondary level. *Mathematics and its teaching in the Southern Americas*, pp. 1-29. Recuperado de <https://www.researchgate.net/publication/323030133>
- Escobar, J; Cuervo, A. (2008). Validez de contenido y juicio de expertos: Una aproximación a su utilización. *Avances en Medición*, 6 27-36. Recuperado de http://www.humanas.unal.edu.co/psicometria/files/7113/8574/5708/Articulo3_Juicio_de_expertos_27-36.pdf

- Fan, L. y Zhu, Y. (julio, 2007). From convergence to divergence: The development of mathematical problem solving in research, curriculum, and classroom practice in Singapore. *ZDM -The International Journal on Mathematics Education*, 39 (5-6), 491 - 501. doi: 10.1007/s11858-007-0044-1
- Flick, U. (2012). *Introducción a la Investigación Cualitativa* (3ª ed.). Ediciones Morata. Madrid, España.
- Francis, S. (2012). El conocimiento pedagógico del contenido como modelo de mediación docente. San José , Costa Rica: Coordinación Educativa y Cultural, (CECC/SICA).
- Garofalo, J., Lester, F. (1985). Metacognition, Cognitive Monitoring, and Mathematical Performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16 (3), 163 – 176. Recuperado de <http://www.jstor.org/stable/748391>
- Gurdián, A. (2007). *El Paradigma Cualitativo en la Investigación Socio-educativa*. San José, Costa Rica : IDER
- Hernández, Fernández y Baptista. (2006). *Metodología de la Investigación* (4ª ed.). México: Mc Graw Hill.
- Hernández, G. (1998). *Paradigmas en psicología de la educación*. México: Editorial Paidós Mexicana.
- Hino, K. (2007). Toward the problem-centered classroom: Trends in mathematical problem solving in Japan. *ZDM*, 39 (5-6), 503 - 514. doi: 10.1007/s11858-007-0052-1

Iafrancesco, G. (2004). *Currículo y plan de estudios: estructura y planeamiento*. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.

Khoon, W. (abril, 2002). Helping Your Students to Become Metacognitive in Mathematics: A Decade Later. *National Institute of Education Nanyang Technological University*, 12(5), 1-7. Recuperado de <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.589.1856&rep=rep1&type=pdf>

Latorre, M. y Seco del Pozo, C. (2013). *Metodología. Estrategias y técnicas metodológicas*. Lima, Perú: Facultad de Educación de la Universidad Marcelino Champagnat.

Martínez, M. (1996). *Comportamiento Humano. Nuevos métodos de investigación* (2ª ed.). México: Trillas.

Ministerio de Educación Pública (2018) Gobierno de Costa Rica, Ministerio de Educación Pública. San José, Costa Rica: MEP. Recuperado de <https://www.mep.go.cr/noticias/costa-rica-entre-mejores-america-latina-pruebas-pisa-pero-lejos-elite>

Ministerio de Educación Pública. (2012). *Programas de Estudio Matemáticas. I, II y III Ciclos de la Educación General Básica y Ciclo Diversificado*. San José, Costa Rica.

Ministry of Education Singapore (2013). *Mathematics Syllabus Primary One to Five*. Singapore, Recuperado de <https://www.google.com/search?client=safari&rls=en&q=mathematics+syllabus+primary+one+to+five+singapore&ie=UTF-8&oe=UTF-8>

Molina, Z. (2000). *Planeamiento Didáctico*. San José, Costa Rica: EUNED.

Molina, Z. (2014). *Fundamentos del currículo*. San José, Costa Rica: EUNED.

Ngan, L. (2015). Conference 21 st Century Competencies & Singapore Mathematics Curriculum [Diapositivas de PowerPoint]. Recuperado 7 enero, 2019, de: <https://docplayer.net/50801810-21-st-century-competencies-singapore-mathematics-curriculum.html>

Otten, S. (2010). Thirty Years of Problem Solving in Mathematics Education: Policy and Promise. Michigan State University Division of Science & Mathematics Education, 1-22. Recuperado de https://msu.edu/~ottensam/DSME_Comps2010_Otten_breadth1.doc

Paredes, I., Casanova I. y Naranjo, M. (2018). Formación integral, enfoque por competencias y transversalidad curricular en la educación superior. Ecuador: Ibarra.

Pino, J.A. (2012). *Concepciones y prácticas de los estudiantes de pedagogía media en matemáticas con respecto a la resolución de problemas y, diseño e implementación de un curso para aprender a enseñar a resolver problemas*. (Tesis doctoral). Universidad de Extremadura. Recuperado de http://dehesa.unex.es/bitstream/handle/10662/568/TDUEX_2013_Pino_Ceballos.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press. Recuperado de <https://math.hawaii.edu/home/pdf/putnam/PolyaHowToSolveIt.pdf>

Posner, G. (2007). *Análisis de currículo*. Buenos Aires: Mc. Graw Hill.

Programa Estado de la Nación (2014). Quinto informe estado de la educación. San José, Costa Rica: Servicios Gráficos, A.C. Recuperado de: <http://www.conape.go.cr/wp-content/uploads/2016/10/Investigacion-Perfiles-de-Beneficiarios1.pdf>

Programa Estado de la Nación (2017). Sexto informe estado de la educación. San José, Costa Rica: Servicios Gráficos, A.C. Recuperado de: <https://www.estadonacion.or.cr/educacion2017/assets/ee6-informe-completo.pdf>

Programa Estado de la Nación (2019). Séptimo informe estado de la educación. San José, Costa Rica: Servicios Gráficos, A.C. Recuperado de: <https://estadonacion.or.cr/wp-content/uploads/2019/08/Estado-Educacio%CC%81n-RESUMEN-2019-WEB.pdf>

Rojas, A. (2015). Planeamiento didáctico. 1a ed. San José, C.R.: Editorial de la Universidad Estatal a Distancia.

Ruiz, A. (2013). La reforma de la Educación Matemática en Costa Rica. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8. 7-111. San José, Costa Rica: Centro de Investigaciones Matemáticas y Meta-matemáticas, Universidad de Costa Rica.

Ruiz, A., Alfaro, C. y Gamboa, R. (2006). Conceptos, procedimientos y resolución de problemas en la lección de matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. 1 (2), 1 - 14. San José, Costa Rica: Centro de Investigaciones Matemáticas y Meta-matemáticas, Universidad de Costa Rica.

Sandín, M. (2003). *Investigación Cualitativa en Educación. Fundamentos y Tradiciones*. Madrid: Mc Graw and Hill Interamericana.

Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense – making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: Macmillan. Recuperado de: http://hplengr.engr.wisc.edu/Math_Schoenfeld.pdf

Schoenfeld, A. (2007). Problem solving in the United States, 1970–2008: *Research and Theory, Practice and Politics*. ZDM, 39 (5), 537-551. Recuperado de: <https://doi.org/10.1007/s11858-007-0038-z>

Seas, J. (2009). *El diseño curricular y la informática educativa*. San José: EUNED.

Stanic, G. y Kilpatrick, J. (1989). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In R. Charles & E. Silver (Eds.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (pp. 1-22). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Stenhouse, L. (2003) *Investigación y desarrollo del curriculum*. (5ª ed.) Ediciones Morata. Madrid, España.

Tyler, R. (1973). *Principios básicos del currículo*. Buenos Aires, Argentina: Editorial Troquel, S.A.

Villalobos, L. (2017). *Enfoques y Diseños de Investigación Social: Cuantitativos, Cualitativos y Mixtos*. 1a ed. San José, C.R: EUNED.

Villarini, A. (2000). *El currículo orientado al desarrollo humano integral y al aprendizaje auténtico*. Puerto Rico: Biblioteca del Pensamiento Crítico.

Capítulo VI

**El abordaje de la resolución de problemas mediante estrategias metacognitivas:
elementos para el currículo matemático.**

EL ABORDAJE DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIANTE ESTRATEGIAS METACOGNITIVAS: ELEMENTOS PARA EL CURRÍCULO MATEMÁTICO

Maestría en
Planificación
Curricular

Universidad de Costa Rica
Sede de Occidente

**M.ED. SAIDÉ ALFARO
SÁNCHEZ
2020**





El abordaje de la resolución de problemas mediante estrategias metacognitivas: Elementos para el currículo matemático.

Una propuesta curricular para el abordaje de la metodología de la resolución de problemas matemáticos en niñas y niños de segundo grado escolar de la Educación General Básica.

M.ED. SAIDÉ ALFARO SÁNCHEZ

Tabla de contenidos

| | |
|--|-----------|
| Capítulo VI..... | 5 |
| Propuesta curricular | 5 |
| Descripción de la Propuesta..... | 5 |
| Guía didáctica de actualización docente para la atención a las estrategias didácticas y metacognitivas, en el abordaje de la metodología de la resolución problemas Matemáticos, de I ciclo en la Educación General Básica. | 7 |
| Enfoque curricular humano integral centrado en el ser humano y constructivista, con énfasis en la resolución de problemas matemáticos. | 8 |
| Enfoque humano integral..... | 8 |
| Enfoque constructivista..... | 11 |
| Principios curriculares..... | 13 |
| Coherencia..... | 14 |
| Secuencia..... | 14 |
| Alcance..... | 14 |
| Continuidad..... | 15 |
| Flexibilidad..... | 15 |
| Descripción de la guía didáctica..... | 16 |
| Metacognición..... | 22 |
| Estrategias metacognitivas para la resolución de problemas..... | 23 |
| Estrategias metacognitivas presentes en los problemas propuestos en la guía didáctica..... | 26 |
| Problema # 1..... | 26 |
| Problema # 2..... | 27 |
| Problema # 3..... | 29 |
| Problema # 4..... | 30 |
| Problema # 5..... | 31 |
| Propuesta de problemas para trabajar en el salón de clases, de segundo grado de la Educación General Básica | 33 |
| Problema # 1. | 33 |
| Desarrollo de actividades..... | 35 |
| Organización de la lección..... | 35 |
| Etapa I: Aprendizaje de conocimientos..... | 35 |
| Propuesta de un problema..... | 35 |
| Trabajo estudiantil independiente..... | 37 |
| Discusión interactiva y comunicativa..... | 37 |
| Clausura o cierre (Solución del problema). | 38 |
| Diferentes representaciones que se pueden utilizar para la resolución del problema propuesto | 39 |
| Problema de conexión (cambio desconocido)..... | 41 |
| Problema de reflexión (comienzo desconocido). | 42 |
| Problema # 2. | 43 |
| Conocimientos y habilidades específicas integradas..... | 43 |
| Desarrollo de actividades..... | 44 |
| Organización de la lección..... | 45 |
| Etapa I: Aprendizaje de conocimientos..... | 45 |
| Propuesta de un problema..... | 45 |
| Trabajo estudiantil independiente..... | 46 |
| Discusión interactiva y comunicativa..... | 46 |
| Clausura o cierre (Solución del problema). | 47 |
| Diferentes representaciones que se pueden utilizar para la resolución del problema propuesto | 47 |
| Etapa II: Movilización y aplicación de conocimientos..... | 51 |

| | |
|---|----|
| Problema de reflexión (inicio desconocido)..... | 51 |
| Problema de conexión (cambio desconocido)..... | 52 |
| Problema # 3. | 53 |
| Conocimientos y habilidades específicas integradas..... | 53 |
| Desarrollo de actividades..... | 54 |
| Organización de la lección | 55 |
| Etapa I: Aprendizaje de conocimientos..... | 55 |
| Propuesta de un problema..... | 55 |
| Trabajo estudiantil independiente..... | 56 |
| Discusión interactiva y comunicativa..... | 56 |
| Clausura o cierre (Solución del problema) | 57 |
| Diferentes representaciones que se pueden utilizar para la resolución del problema propuesto | 57 |
| Etapa II: Movilización y aplicación de conocimientos. | 60 |
| Problema de conexión (cambio desconocido)..... | 60 |
| Problema de reflexión (comienzo desconocido). | 61 |
| Problema # 4. | 61 |
| Conocimientos y habilidades específicas integradas..... | 61 |
| Desarrollo de actividades..... | 62 |
| Organización de la lección | 63 |
| Etapa I: Aprendizaje de conocimientos..... | 63 |
| Propuesta de un problema..... | 63 |
| Trabajo estudiantil independiente..... | 63 |
| Discusión interactiva y comunicativa..... | 64 |
| Clausura o cierre (Solución del problema). | 64 |
| Diferentes representaciones que se pueden utilizar para la resolución del problema propuesto | 65 |
| Etapa II: Movilización y aplicación de conocimientos. | 70 |
| Problema de reproducción (final desconocido)..... | 70 |
| Problema de conexión (cambio desconocido)..... | 71 |
| Problema # 5. | 71 |
| Conocimientos y habilidades específicas integradas..... | 71 |
| Desarrollo de actividades..... | 72 |
| Organización de la lección | 72 |
| Etapa I: Aprendizaje de conocimientos..... | 72 |
| Propuesta de un problema..... | 72 |
| Trabajo estudiantil independiente..... | 73 |
| Discusión interactiva y comunicativa..... | 74 |
| Clausura o cierre (Solución del problema). | 74 |
| Diferentes representaciones que se pueden utilizar para la resolución del problema propuesto | 75 |
| Etapa II: movilización y aplicación de conocimientos. | 78 |
| Problema de conexión (cambio desconocido)..... | 79 |
| Problema de reflexión (comienzo desconocido). | 79 |
| Evaluación | 80 |

| | |
|--------------------------|-----------|
| Bibliografía..... | 82 |
|--------------------------|-----------|

Capítulo VI

Propuesta curricular

Descripción de la Propuesta

La presente guía didáctica se desarrolla para segundo grado de la Educación General Básica, específicamente en el tema de aritmética. Es necesario destacar que esta guía propone la metacognición, de manera transversal, en los cuatro momentos de la clase, con el fin de que el estudiantado pueda autorregular sus propios pensamientos y así logre socializar sus posibles respuestas con sus pares o su docente.

Khoon (2002), define el concepto de metacognición como la habilidad de cada persona de controlar su propio proceso de pensamiento en la resolución de problemas. En un plano más extensivo, la definición anterior incluye:

4. Monitoreo constante y consciente de estrategias y procesos de pensamiento en la ejecución de una tarea.
5. Búsqueda de formas alternativas de realizar una tarea.
6. Chequeo sobre el grado de pertinencia de las posibles respuestas (Khoon, 2002, p. 1).

Específicamente, cuando se está elaborando algún problema matemático, puede suceder que el problema resulte más difícil de lo que, quien lo plantea, lo había pensado y sea conveniente pasar más tiempo tratando de entenderlo o abandonar el enfoque adoptado y

cambiarlo por otro. Al respecto, Khoon (2002), citando a Schoenfeld, anota tres distintas categorías que están relacionadas en el proceso de metacognición:

- Tomar conciencia de su propio proceso de pensamiento. En la metodología de resolución de problemas, la eficiencia se apoya en el grado de exactitud en que los estudiantes sepan realmente lo que saben y cómo usar este conocimiento en forma efectiva.
- Control y automonitoreo del propio proceso de pensamiento. Hacer uso en forma eficiente de los recursos (lo que el estudiante sabe).
- Creencias e intuiciones acerca de nuestro proceso cognitivo. Los estudiantes no aprenden matemáticas de la misma manera. Esto tiene como soporte un sistema de creencias por parte del estudiante, que caracteriza a su manera la naturaleza de la matemática y cómo esta debe ser enseñada (p. 2).

El desarrollo de la presente propuesta se ajusta a un ordenamiento establecido por el MEP (2012). Específicamente, la organización de la lección debe introducirse con nuevos conocimientos de aprendizajes, al respetar cuatro pasos o momentos centrales anotados a continuación:

1. Propuesta de un problema.
2. Trabajo estudiantil independiente.
3. Discusión interactiva y comunicativa.
4. Clausura o cierre (p. 41).

La meta principal, en esta propuesta, es involucrar el proceso metacognitivo dentro del proceso de aprendizaje de la niña y el niño, a partir de la metodología de resolución de problemas y en particular en los cuatros momentos centrales de la clase, citados anteriormente. Específicamente, es tomar ventaja del carácter autorregulatorio de la metacognición, que se debe ver reflejada en la lección. Khoon (2002), citando a Shoenfeld enfatiza en el “control y automonitoreo del propio proceso de pensamiento. Hacer uso en forma eficiente de los recursos (lo que el estudiante sabe)” (p. 2). A manera de ejemplificación, cuando el estudiantado trata de validar su solución con respecto a las de sus compañeras y compañeros, puede incorporar nuevas reinterpretaciones de ejecutar un problema y con ello altera en forma positiva creencias o preconcepciones que tiene tanto de ciertos procesos algorítmicos matemáticos, en un nivel inicial, como de conceptos matemáticos a un nivel superior.

Esta guía fue validada por expertos en Matemática como lo son tres docentes de primaria y tres curriculistas; cada uno aporta sus impresiones desde su formación académica. La guía didáctica aporta sugerencias y recomendaciones para la mediación pedagógica para los docentes de segundo año que trabajan con el programa de estudios de Matemática del MEP.

Guía didáctica de actualización docente para la atención a las estrategias didácticas y metacognitivas, en el abordaje de la metodología de la resolución problemas Matemáticos, de I ciclo en la Educación General Básica.

Enfoque curricular humano integral centrado en el ser humano y constructivista, con énfasis en la resolución de problemas matemáticos.

Los enfoques curriculares que se proponen para este diseño curricular son: el humano integral y el constructivista. Ambos potencian una fusión entre lo afectivo con lo cognoscitivo. En particular, el estudiantado es parte importante del proceso de enseñanza y aprendizaje que se quiere poner en práctica. Es el responsable de descubrir su aprendizaje con diferentes estrategias metacognitivas que son útiles en el momento que se plantean distintos problemas matemáticos. Por otro lado, el rol del docente dentro de una concepción constructivista, busca estimular en el discente la curiosidad por el conocimiento.

Por otro lado, el enfoque humano integral concibe el currículo como la guía para el docente y así ella o él pueda guiar los procesos de enseñanza y aprendizaje adaptándolo a la realidad de los estudiantes. Además busca integrar los conocimientos previos, los cuales se dan en la educación informal, con la educación formal impartido en los centros educativos. Además trata de conciliar el potencial humano tanto como elemento genético, como elemento social, que se construye a partir de la interacción del individuo en la sociedad.

Enfoque humano integral

La guía didáctica en atención a las estrategias didácticas y metacognitivas en el abordaje de la metodología de la resolución problemas matemáticos de I ciclo en la Educación General Básica, se fundamenta en dos enfoques: uno de ellos es el currículo orientado al desarrollo humano integral. Debido a que es necesario que a los educandos se les proporcione experiencias de aprendizaje que les ayuden a enfrentar realidades en la vida

diaria; esto se complementa con la definición del enfoque humano integral. Villarini (2000), define el enfoque integral como:

Un plan estratégico de estudio que organiza el contenido y actividades de enseñanza en una secuencia integrada y progresiva, a partir del potencial biopsicosocial del estudiante, para suscitar experiencias de aprendizaje auténtico que contribuyan al desarrollo de competencias humanas (habilidades generales) como base de su formación integral (p. 10).

El proceso de enseñanza y aprendizaje debe organizarse con una secuencia que permita al estudiantado partir de lo más sencillo a lo más complejo y así poder ir integrando los conocimientos que las estudiantes y los estudiantes adquieren día tras día, tanto en su diario vivir, como lo asignado en el aula. Debe haber una identificación entre lo que se aprende en el aula, con experiencias humanas propias inmersas en la cotidianidad.

El enfoque curricular centrado en el desarrollo humano integral que Villarini (2000), propone, se construye desde diferentes perspectivas, con el fin de guiar al docente al contexto de los educandos. Este enfoque propone un currículo integral que, orientado al desarrollo humano integral, se elabora a partir de una perspectiva filosófica biopsicosocial y sociopolítica de carácter humanista, constructivista, social y liberadora. Concibe el currículo como instrumento del que se sirve el docente para guiar, promover y facilitar los procesos de aprendizaje y desarrollo (adaptación, es decir, procesos de acomodación y transformación de la realidad) en los que el estudiante está inserto (pp. 10-11).

Los principios que resalta Villarini (2000), en el enfoque humano integral, establecen que el profesorado sea un guía en el proceso de enseñanza y aprendizaje y no la persona

que dicta cómo se deben hacer las cosas. La docente o el docente deben proporcionar acompañamiento a sus estudiantes y facilitar formas de resolver los problemas matemáticos. La guía didáctica que se propone en este trabajo se orienta en esa dirección.

En un plano más específico, Villarini (2000), anota respecto a la organización del contenido y actividades en el enfoque humano integral, lo siguiente:

Se elabora a partir del potencial humano del estudiante y con miras a continuar ampliando dicho potencial. Esto significa que el currículo selecciona y organiza el contenido de las disciplinas académicas y la cultura en general en zonas de desarrollo, que, a través de actividades de aprendizaje activo, significativo, reflexivo y cooperativo, promueven el desarrollo continuo de las habilidades generales o competencias humanas (pp. 11-12).

La manera en que se organiza el contenido y las actividades en el enfoque humano integral, es apropiado para la propuesta de la guía didáctica, debido a que en ella se pretende que los educandos desarrollen el potencial cognitivo y de destrezas, con prácticas metacognitivas, para resolver problemas matemáticos, por medio de actividades que sean de la cotidianidad de cada estudiante, para que les sirva para la vida y no solamente para un examen. Las habilidades se deben potenciar para la formación de una persona integral, con el fin de que pueda enfrentarse a los retos que se presentan en la sociedad, día a día, donde los estudiantes sepan cómo resolver los problemas de la cotidianidad y no sólo saber cómo resolver problemas que se les proporcionan en el aula.

En lo que respecta al enfoque humano integral, los conocimientos previos van a ser fundamentales, debido a que este enfoque, como se mencionó anteriormente, es un plan que

organiza el contenido y las actividades de enseñanza, de acuerdo con las experiencias de aprendizaje que desarrollen las competencias humanas de manera integral. El que este enfoque potencie el ampliar el conocimiento a través de las habilidades de las niñas y los niños, es lo que va ayudar a transformar sus conocimientos previos con el nuevo contenido. Así se afirma en la siguiente cita, de acuerdo con Coll, Palacios y Marchesi (2014).

Los conocimientos previos respecto al contenido por aprender, es decir, lo que el alumno ya sabe de un tema y la cantidad y riqueza de relaciones que sea capaz de establecer, le permitirán interpretar y transformar el nuevo contenido y darle significado —enfoque profundo— Por el contrario, la falta de conocimientos previos o la distancia excesiva entre estos conocimientos y la nueva información, solo permitirá memorizar algunos fragmentos del contenido, de manera aislada y superficial (p. 295).

Enfoque constructivista

Es fundamental un enfoque constructivista en la guía didáctica, donde sea el educando quien construya su propio aprendizaje por medio de un proceso donde exista una relación de la información nueva con la información previa, siendo el docente quien favorezca el proceso de enseñanza y aprendizaje. Díaz y Hernández (2002), desde el enfoque constructivista anotan que el aprendizaje sucede “cuando la información nueva por aprender se relaciona con la información previa ya existente en la estructura cognitiva del alumno. Para que haya aprendizaje debe existir una disposición favorable del aprendiz, así como significación lógica en los contenidos o materiales de aprendizaje” (p. 246).

En el constructivismo “aprendemos cuando somos capaces de elaborar una representación personal sobre un objeto de la realidad o contenido que pretendemos aprender” (Coll, Martín, Mauri, Miras, Onrubia y Zabala, 2007, p.16). En la asignatura Matemática es necesario que el estudiantado logre hacer representaciones con ayuda de material concreto o representaciones gráficas de conceptos abstractos. Es por ello que el enfoque constructivista puede representar una alternativa dentro de la propuesta de la guía didáctica.

Por otro lado, Coll et al. (2007) afirman que “la concepción constructivista del aprendizaje y de la enseñanza, parte del hecho obvio de que la escuela hace accesible a sus alumnos aspectos de la cultura que son fundamentales para su desarrollo personal, y no solo en el ámbito cognitivo” (p. 15). Esos autores afirman que la escuela es la primera institución de educación formal que facilita la educación cultural. Se fomenta que los educandos se puedan desenvolver en la sociedad, no solamente por lo que aprenden a nivel cognitivo, sino que puedan enfrentar la vida diaria de manera que logren resolver retos.

Una manera de resolver retos en la cotidianidad es con la ayuda de los conocimientos previos que cada niña o niño posee; estos conocimientos previos hacen referencia a todo el conocimiento que tiene la persona, de acuerdo con las experiencias vividas en su contexto inmediato. La actividad mental que logra el discente en el aula, es muy importante debido a que va a conectar los nuevos saberes, con los conocimientos que ya posee. Así lo afirma Coll, Palacios y Marchesi (2014): “El alumno deviene el verdadero protagonista del aprendizaje en tanto que, gracias a su actividad mental constructiva, recupera y moviliza sus conocimientos previos para atribuir significado a la nueva información” (p. 107).

En lo que respecta al enfoque constructivista es primordial, porque al ser el estudiante el que construye su propio conocimiento, va a tomar lo que él ya sabe, con lo que integra el profesorado en el aula. Ese intercambio enriquece la comprensión de la resolución de problemas matemáticos, al plantear los problemas en situaciones que las niñas y los niños viven. Es necesario que el proceso de enseñanza y aprendizaje se vea como un intercambio de saberes entre el discente y profesor. Esto se apoya con lo que anotan Coll, Palacios y Marchesi (2014), en la siguiente cita:

El proceso de construcción de significados y de atribución de sentido es el fruto de las relaciones que se establecen, entre lo que aportan los alumnos, lo que aporta el profesor y las características del contenido. La clave para comprender el proceso de construcción del conocimiento en el aula, reside en los intercambios que se producen entre profesor y alumnos en torno a los contenidos de aprendizaje. En el transcurso de estos intercambios, se actualizan y eventualmente se modifican tanto los conocimientos previos de los alumnos, como sus actitudes, expectativas y motivaciones, ante el aprendizaje (p. 183).

Es necesario que el enfoque constructivista y el enfoque humano integral esté presente en la guía didáctica, para ser partícipes en la formación de personas integrales, donde se les enseñe a resolver y no a que otras personas resuelvan por ellos.

Principios curriculares

En la elaboración de la guía didáctica se consideran varios principios curriculares que son parte medular para la aplicación de los contenidos matemáticos, en la mediación pedagógica; estos se anotan a continuación:

Coherencia

En la guía didáctica se presenta la coherencia, por medio de las habilidades específicas, que plantea el MEP en el plan de estudios de Matemática de segundo grado, que orientan a la investigadora para el planteamiento de los problemas en la guía didáctica. Esta coherencia se complementa con lo que anota Iafrancesco (2004), cuando dice que “la coherencia son los elementos que constituyen el currículo, actúan como un sistema, se interrelacionan, autorregulan y convergen en un sentido, una totalidad y una identidad específica” (p.93). La coherencia está presente en el plan de estudios de Matemática en relación con la guía didáctica.

Secuencia

En el planteamiento de los problemas matemáticos, es fundamental que el estudiantado parta del aprendizaje más simple a lo más complejo. Esa secuencia está presente en los problemas de la guía didáctica. Villarini (1996), hace referencia a la secuencia cuando nos dice que “marca el camino y el avance en que se alcanzan las habilidades específicas, partiendo de aprendizajes más simples a más complejos” (p.32). Los problemas presentes en la guía didáctica tienen tres niveles de complejidad que parten de lo más simple a lo más complejo: reproducción, conexión y reflexión.

Alcance

En la guía didáctica uno de los objetivos es plantear problemas matemáticos de acuerdo con las capacidades de las niñas y los niños de segundo grado de la Educación General Básica, con el fin de que los educandos aprendan de acuerdo con sus habilidades. Villarini (1996), “propone que el currículo se manifiesta tanto en la capacidad como en la manera de

aprender de los estudiantes” (p.31). Basándose en este principio, la guía didáctica propone problemas donde se desarrollan actividades que presentan un alcance adecuado para el estudiantado en la resolución del problema, como su explicación, para el profesorado.

Continuidad

En lo que respecta a la asignatura de Matemática, es muy importante considerar los aprendizajes previos que el estudiantado tiene desde primer grado, para que el profesorado lo considere en el momento de planear las lecciones y así logre hacer una integración adecuada con los nuevos saberes. De acuerdo con Rojas (2015), este principio “se refiere a la capacidad del currículo, los planes y los programas de estudio para establecer una articulación entre los ciclos y los niveles educativos” (p. 205). Esta articulación que expone Rojas, es la que presenta la guía didáctica; se considera desde el currículo oficial que facilita el MEP, hasta el currículo operacional que se pone en práctica en el aula. En la elaboración de cada uno de los problemas presentes en la guía didáctica, se consideró la articulación de primer grado con segundo grado, ya que en el proceso de enseñanza y aprendizaje es necesario dicha articulación para una exitosa construcción de conocimientos por parte del discente.

Flexibilidad

El currículo presenta flexibilidad en su práctica educativa, debido a que estamos en una sociedad en constante cambio por las transformaciones sociales que se enfrentan día a día. La flexibilidad es un principio que toda persona docente debe considerar en el desarrollo de sus lecciones, con el fin de ir mejorando el quehacer educativo. Iafrancesco (2004), indica que “el currículo es concebido y diseñado de tal manera que sea perfectible mediante modificaciones y mejoras constantes, pero sin perder de vista su finalidad” (p. 93). En la

guía didáctica realizada no se limita exclusivamente a las habilidades que establece el MEP, sino que es diseñada con características de los discentes en lo que respecta a su entorno. Para tal efecto, se aprovecha algunos juegos o prácticas de infantes de ocho años edad aproximadamente; es así, como se realizan planteamientos de problemas matemáticos de acuerdo con la realidad social costarricense.

Descripción de la guía didáctica

La guía didáctica es un apoyo para la persona docente que presenta coherencia con los contenidos del Programa de Estudio vigente, de Matemática, en Costa Rica, a partir del año 2012. La guía se desarrolla bajo la metodología de la resolución de problemas para el nivel de segundo grado.

Es importante destacar que la innovación de la presente guía didáctica, es la propuesta de la metacognición de manera transversal, en los cuatro momentos de la clase. Esto lleva a los educandos a autorregular sus propios pensamientos y a la socialización con sus pares y docentes, de las posibles respuestas obtenidas. Cada problema se trabaja con una estrategia metacognitiva, que se va a explicar de manera específica; sin embargo, los cuatro momentos de la clase están permeados por el proceso metacognitivo, como se explica a continuación.

Desde el momento donde se pensó en la redacción del problema, este se plantea de forma que la estudiante o el estudiante deba pensar en cómo resolverlo. No es únicamente que el educando desarrolla una suma o resta, es necesario que el problema se comprenda al leerlo y que se pueda imaginar la situación y comprenderlo por medio de estímulos visuales o mentales. Al redactar el problema, se piensa en trabajarlo en parejas o de forma grupal, para que las niñas y los niños puedan intercambiar ideas sobre la forma de resolverlo. Ahí

el proceso metacognitivo está presente en el intercambio de ideas y en la autorregulación del pensamiento de cada estudiante. Según Cerchiaro, Paba y Sánchez (2011):

La metacognición puede definirse como el grado de conciencia o conocimiento de los individuos sobre sus formas de pensar (procesos y eventos cognitivos), sus contenidos (estructuras) y la habilidad para controlar esos procesos con el fin de organizarlos, revisarlos y modificarlos en función de los progresos y los resultados del aprendizaje (p. 101).

Cuando las niñas y los niños trabajan con sus pares se desarrolla una habilidad muy importante, como lo es la autorregulación. Esto se potencia al estar acompañado de otra niña o niño, logran expresar con más facilidad sobre las ideas que tienen en la resolución de un problema, que van apoyados del conocimiento previo que han tenido en la educación formal (adquirida en centros educativos); como en la educación informal (adquirida en su contexto, como lo es el hogar). Ese grado de conciencia es el que se quiere incentivar, que está apoyado en la cita anotada.

En el primer momento, como es la propuesta del problema, la docente o el docente llevan un proceso donde se lee el problema, con el fin de aclarar cualquier duda que se presente. Esta explicación es necesaria para que el proceso de metacognición inicie de una forma adecuada, donde los educandos logren entender el vocabulario del problema y además se informen del material con el que van a contar para poder trabajar el problema. Al empezar con claridad la lectura del problema, el educando va a poder socializar más fácilmente con sus pares y así iniciar el proceso de intercambio de ideas.

En el segundo momento, que es el trabajo estudiantil independiente, la docente o el docente les indica cómo se van a conformar para trabajar los problemas, ya sea por medio

de grupos o parejas y además se les hace entrega de los materiales con los cuales van a trabajar. En este momento es claro que la metacognición está presente debido a que las niñas y los niños van a contar con otros infantes para poder trabajar el problema y así lograr un intercambio de ideas. Un estímulo fundamental, va a ser, el uso de material concreto, donde se van a poder apoyar para autorregular sus pensamientos e intercambiar ideas que nazcan de la manipulación del material y así socializar con sus pares. Este momento es uno de los más ricos en el proceso metacognitivo, porque es cuando el estudiante trabaja libremente y socializa sus ideas con los compañeros para poder llegar a una posible respuesta.

En el tercer momento, que consiste en la discusión interactiva y comunicativa, la docente o el docente guía el proceso; por ejemplo en la distribución del mobiliario del aula, para propiciar que los educandos logren observarse unos a otros frente a frente. Además, al discutir el trabajo estudiantil independiente, realizado por medio de parejas o grupos, se generan espacios de contrastación al estudiantado. Al socializar la experiencia de la obtención de los resultados, se potencia el proceso metacognitivo, porque cada niña y niño está siendo incentivado a pensar en los procesos mentales que tuvo que realizar para llegar a una respuesta. La docente o el docente guía el proceso también por medio de preguntas generadoras.

Finalmente, en el cuarto momento, que es la clausura o cierre, es donde se realiza una conclusión pedagógica del tema. Esto se hace por medio de la síntesis del conocimiento puesto en práctica y es donde se reafirma el proceso de la obtención de resultados. En este momento hay una socialización de los educandos, con la docente o el docente, por lo que el proceso metacognitivo es muy enriquecedor para los educandos, porque discuten el trabajo realizado y analizan otras formas con que se pudo resolver el problema. Estas son dirigidas

y expuestas por la docente o el docente, quien contextualiza ejemplos semejantes al problema presentado y en ocasiones la docente o el docente generan nuevas interrogantes del problema que se planteó.

En la guía didáctica, la metacognición está presente en los cuatro momentos de la lección, porque como se puede observar, desde el momento en que se redacta el problema, se hace de forma que las niñas y los niños tengan realmente que pensar y contar con tiempo en la lección para poder plantear posibles respuestas con ayuda de estímulos, como lo es el material concreto y el aporte de sus pares.

La guía didáctica contiene un grupo de actividades, problemas para fomentar el desarrollo de las habilidades para sumar y restar números naturales, en niños de segundo grado de la Educación General Básica. Esta guía presenta operaciones de números naturales con cálculos y estimaciones. En lo que respecta a las habilidades que se pretende que el estudiante adquiera, está la aplicación en la relación entre las operaciones de suma y resta para la verificación de respuestas o resultados y la resolución de problemas y operaciones con sumas y restas de números naturales menores que 1000.

Cada problema descrito, presenta los materiales que se requieren para su respectivo desarrollo, los conocimientos previos en segundo grado que las niñas y los niños ya tienen en la asignatura de Matemática, como lo son: conteo, relaciones numéricas, sistema de numeración decimal, centena, recta numérica, relaciones de orden, sucesor y antecesor y números ordinales. Todos los problemas se diseñaron partiendo de que las niñas y los niños ya han desarrollado esas habilidades matemáticas.

Además, al redactar los problemas, se plantean los tres diferentes tipos de complejidad de los problemas matemáticos que propone el MEP: reproducción, conexión y reflexión. Con la finalidad de que el profesorado tenga un accionar cognitivo mayor y no sea siempre

la propuesta de un problema que se puede resolver de una manera predecible, se llama a trabajar una filosofía en el aula con mayor nivel en el pensamiento matemático, como lo anota el MEP (2012).

La filosofía por seguir en el aula, varía a favor de acentuar acciones cognitivas de mayor nivel. Una acción de aula, encaminada a la confrontación progresiva con complejidades mayores, no es consistente con estilos educativos que enfatizan las acciones simples, repetitivas o de poca exigencia mental. De esta forma, la organización de la lección se debe repensar a la luz de esta visión (p. 32).

En la presente guía didáctica, cuando se anota cada problema, se indica el tipo de problema con el que se va a trabajar, como lo son: reflexión (comienzo desconocido), conexión (cambio desconocido) o reproducción (final desconocido). A continuación se presenta un modelo visual, donde se explica el componente que se debe averiguar. A partir de este modelo, surgen tres tipos de problemas, dependiendo cuál de los “componentes” del algoritmo de la suma o resta permanece de incógnita. A manera de ejemplo, dentro de una misma situación problemática, se anota lo siguiente, según Caldwell, Kobett, Karp y Dougherty (2016).

| Reproducción Final desconocido | Conexión Cambio desconocido | Reflexión Comienzo desconocido |
|---|---|---|
| Cuando el componente final del algoritmo de la suma o resta, es la incógnita. | Cuando el componente de cambio del algoritmo de la suma o resta, es la incógnita. | Cuando el componente inicial en el algoritmo de la suma o resta, es la incógnita. |

| | | |
|-------------|-------------|-------------|
| Ejemplo: | Ejemplo: | Ejemplo: |
| $3 + 5 = ?$ | $3 + ? = 8$ | $? + 5 = 8$ |

Nota: Adaptado de “*Putting Essential Understanding of Addition and Subtraction into Practice Pre – K – 2 (2ª ed.)*”, por J. Caldwell, B. Kobett, K. Karp & B. Dougherty, 2016, p. 52.

Específicamente, en el caso de problemas de suma y resta, se plantea una disyuntiva en buscar una clasificación más específica que aborda los niveles de complejidad planteados por el M.E.P. Para tal efecto, y con la ayuda del modelo gráfico que se presenta a continuación, según Caldwell, Kobett, Karp y Dougherty (2016), se puede establecer una identificación con los diferentes componentes del algoritmo suma y resta.

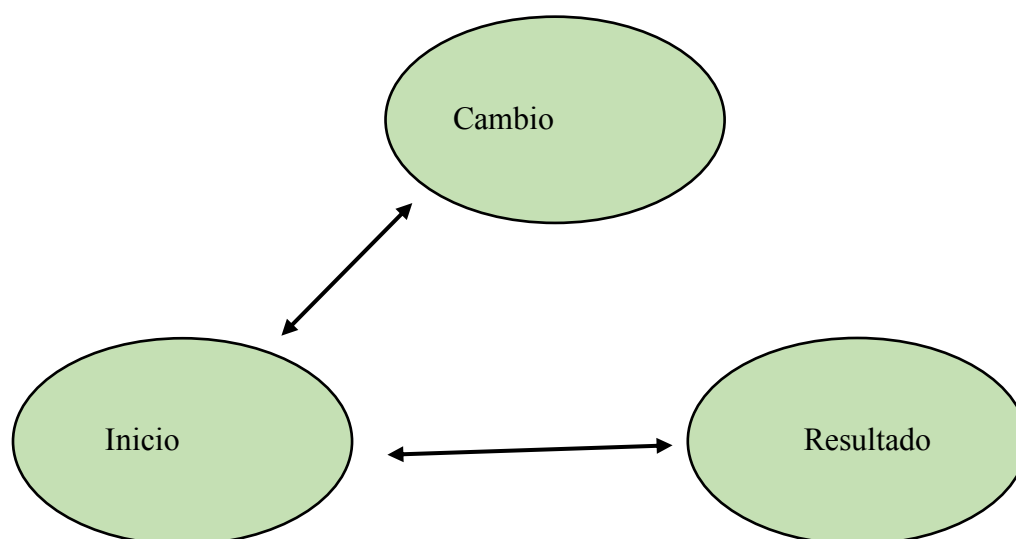


Figura 3. Adaptado de “*Putting Essential Understanding of Addition and Subtraction into Practice Pre – K – 2 (2ª ed.)*”, por J. Caldwell, B. Kobett, K. Karp & B. Dougherty, 2016, p. 51.

En el caso de que el resultado sea desconocido, se le plantea al estudiante un nivel de reproducción del algoritmo suma. En tanto, si el componente cambio es el desconocido, plantea una exigencia mayor, que meramente reproducción, pues involucra una conexión implícita con la operación resta. En forma similar al punto anterior, la reflexión establece indirectamente una relación de la suma con la resta; se plantea a partir de problemas donde el inicio sea el componente desconocido.

La guía didáctica presenta un apartado llamado: “Diferentes representaciones que se pueden utilizar para la resolución del problema propuesto” donde se resume para el docente, distintos ejercicios para desarrollar la habilidad de la suma y resta, así como diferentes representaciones numéricas como: gráfica (bloques multibase y recta numérica), composición y descomposición (centenas, decenas y unidades y por composición o descomposición aditiva) para resolver el problema dado y finalmente se sugieren nuevos problemas que el docente puede utilizar en las lecciones, para reafirmar los conocimientos vistos. Estos nuevos problemas se pueden utilizar en la II Etapa: Movilización de conocimientos.

Metacognición

La metacognición es un proceso medular en la resolución de problemas matemáticos. En particular, es un mecanismo importante en la comprensión del problema, a partir de saberes previos. Dichos saberes serán llevados a la práctica en el aula por medio de la resolución de problemas; así se da una autorregulación de los procesos cognitivos, donde el discente va a poder emplear diversas formas de resolver lo que se le plantea. Específicamente, en la guía didáctica se plantea problemas aritméticos de distinta complejidad a partir de lineamientos

(como preguntas o modelamiento) que incentiven una autointerrogación que permea lo resuelto en un primer momento por el estudiante y en un segundo momento trata de inducir un entendimiento más global sobre el proceso algorítmico intrínseco en la suma y resta de números naturales. En un plano general y como elemento complementario, Curotto anota (2010):

Se concibe la metacognición como producto del conocimiento que se refiere a lo que sabemos sobre nuestro propio funcionamiento cognitivo y como proceso cognitivo a las actividades de planificación, supervisión y regulación del aprendizaje (p. 12).

En términos generales, metacognición se refiere a la interpretación de las personas sobre sus propios procesos de pensamiento. Específicamente, cuando se está elaborando algún problema matemático, puede suceder que el problema resulta más difícil de lo pensado y sea conveniente pasar más tiempo tratando de entenderlo o abandonar el enfoque adoptado y cambiarlo por otro.

Estrategias metacognitivas para la resolución de problemas

A continuación, se presentan las estrategias metacognitivas usadas en la guía didáctica, las cuales también se pueden utilizar en otros problemas matemáticos que quieran plantear.

| Nombre de la estrategia metacognitiva | ¿En qué consiste? | Tareas de enseñanza |
|--|--|---|
| | La resolución de problemas aporta recursos para operar menos | El profesor, al plantear estos problemas, permite que el alumno |

| | | |
|--|--|--|
| <p>La resolución de problemas como pequeñas investigaciones</p> | <p>mecánicamente disminuyendo los datos numéricos. También promueve la expresión en lenguajes matemáticos diferentes, el estudio y la discusión cualitativa, la formulación de hipótesis y la propuesta de estrategias para encontrar la solución. Permite analizar los resultados, con lo que se fomenta la revisión de las hipótesis formuladas (p. 16).</p> | <p>tenga una idea más acertada de su actuación cognitiva en el área, lo aleja de la repetición de algoritmos y lo acerca a la reflexión sobre los saberes previos que necesita para resolver lo que se le plantea, sobre su propia actuación, en discutir con sus compañeros los métodos aplicados a las soluciones encontradas.</p> <p>Las preguntas explicitadas en los ítems pueden variar de acuerdo con lo que el docente observe en el desarrollo de la clase, de manera que los alumnos puedan tener una idea más acertada de su actuación cognitiva (p. 16).</p> |
| <p>Preguntas cortas para contestar por escrito</p> | <p>Consiste en explicar una experiencia realizada, en resolver un problema cualitativo o analizar un proceso. Es especialmente útil en clases numerosas. Requiere poco tiempo y proporciona al profesor información relevante sobre el avance de los alumnos (Campanario y otros) citado por Curotto (2010, p. 19).</p> | <p>El profesor, en la clase, incentiva a los alumnos a que observen sus errores, detecten los conceptos que les producen problemas de comprensión y aspectos de la matemática que no dominan. Son oportunidades de que salgan a la luz las ideas erróneas de los alumnos y de que ellos puedan conscientemente corregir. La discusión entre pares es sumamente enriquecedora en este aspecto (p. 19).</p> |

| | | |
|--|--|---|
| Realización de actividades de materialización | Se conciben como tareas de comparación. Son importantes para que los alumnos relacionen la realidad con la interpretación matemática. Corresponden al planteamiento de ecuaciones, a su manipulación y a la obtención de resultados numéricos. Es una actividad especial para familiarizarse con estimaciones reales de las magnitudes que se manejen en la Matemática aplicada (p. 20). | El profesor puede proponer a sus alumnos problemas cuyas soluciones impliquen valores irreales o imposibles, también sugerir a sus alumnos que se apoyen con un gráfico de ser productivo. La reflexión sobre estos temas ayuda a observar al alumno, para saber qué conoce acerca de la aproximación, de los valores posibles y de la utilización de los diferentes lenguajes matemáticos (p. 20). |
| Preguntas que realiza el profesor sobre la solución de algún problema | El profesor puede pedir al alumno que explique una solución que haya realizado, lo cual lleva al alumno a expresar sus dificultades en la resolución de algún problema, secuencia o ítem determinado (p. 22). | Permite que el estudiante reflexione sobre su propia comprensión. Los alumnos también detectan lagunas de comprensión, sus errores conceptuales y la necesidad de insistir en aspectos que no dominan (p. 22). |
| Formulación de preguntas por parte de los alumnos | Es una estrategia importante de autorregulación cognitiva (Palincsar y Brown, 1984) citado por Curotto (2010) pues obliga a los alumnos a concentrarse en el contenido y a representar mentalmente la situación con más profundidad. También aporta a la sistematización de los conocimientos y a contrastar los | Wong, en 1985, citado por Curotto (2010), señala que enseñar a los alumnos a formular preguntas puede ayudarlos a prestar atención a los puntos importantes de un texto y a controlar el estado de su propia comprensión (p. 23). |

propios con lo que debería saber
para poder formular las preguntas
(p. 23).

Nota: Adaptado de “La Metacognición en el Aprendizaje de la Matemática”, por M. Curotto, 2010, *Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología*, 2, pp. 16-23.

Estrategias metacognitivas presentes en los problemas propuestos en la guía didáctica

Problema # 1.

El tren de mi pueblo empieza a trabajar a las 5:00 a.m., todos los días. Hoy el tren empieza su viaje con 12 pasajeros, quienes viven cerca de la parada San Vicente. La primera parada la realiza en “El Parque”, donde se suben 23 pasajeros y no se bajan pasajeros. ¿Con cuántos pasajeros llega el tren a la parada “La Heladería”?

En el problema uno la estrategia de metacognición se pone en práctica por medio de preguntas que realiza el profesor, sobre la solución del problema planteado. Curotto (2010), lo describe así:

El profesor puede preguntar al alumno que explique una solución que haya realizado. Lleva al alumno a expresar sus dificultades en la resolución de algún problema, secuencia o ítem determinado. Permite que el estudiante reflexione sobre su propia comprensión. Los alumnos también detectan lagunas de comprensión, sus errores conceptuales y la necesidad de insistir en aspectos que no dominan (p. 22).

En este problema el profesorado realiza distintas preguntas como: ¿qué estrategia utilizaron para encontrar el resultado?, ¿cómo hicieron para representar el resultado?, ¿en qué pensaron para plantear la operación realizada? y ¿pensaron en alguna situación similar para resolver el problema planteado?

De forma voluntaria tres estudiantes responden las interrogantes que realiza la docente o el docente y es aquí donde se da el proceso de autorregulación de las estudiantes y los estudiantes por medio de la resolución del problema en pequeños grupos. Esto hace que todas las niñas y los niños aporten ideas para encontrar una posible respuesta, con formas diferentes de llegar a ella. Sin embargo, es necesario resaltar que en los cuatro momentos de la clase existe un proceso metacognitivo, debido a que desde la propuesta del problema hasta el cierre del mismo, existe un planteamiento pensado en que los educandos puedan analizar el problema para poder llegar a posibles respuestas y además que exista un intercambio de conocimientos.

Problema # 2.

José Daniel, Jordan y Delia coleccionan calcomanías de carros, ella y ellos ya tienen algunas calcomanías de carros en sus casas. Sus abuelos decidieron regalarles a los tres nietos, calcomanías de carros para el Día del Niño. Los abuelos querían que los nietos quedaran con la misma cantidad de calcomanías de carros, por lo que la distribución de las calcomanías de carros fue la siguiente: A José Daniel le regalaron 3 calcomanías de carros, a Jordan le regalaron 5 calcomanías de carros y finalmente a Delia le regalaron 4 calcomanías de carros. Si todos los tres niños quedaron con 10 calcomanías de carros cada uno, averigüemos, ¿cuántas calcomanías de carros tenía cada infante, antes de que sus abuelos les regalaran las calcomanías de carros para el Día del Niño?

En el problema dos, la estrategia metacognitiva puesta en práctica es la resolución de problemas, como pequeñas investigaciones. Curotto (2010), lo define como:

Esta mirada a la resolución de problemas aporta recursos para operar menos mecánicamente disminuyendo los datos numéricos. También promueve la expresión en lenguajes matemáticos diferentes, el estudio y la discusión cualitativa, la formulación de hipótesis y la propuesta de estrategias para encontrar la solución.

Permite analizar los resultados, con lo que se fomenta la revisión de las hipótesis formuladas (p. 16).

Dada la naturaleza del problema, la docente o el docente conforman grupos de trabajo de tres personas para que indaguen sobre las posibles respuestas y busquen disminuir la parte algorítmica numérica. Para tal efecto, se utilizará material concreto (paletas y carteles de caras de niños) para lograr un entendimiento del problema, sin recurrir al algoritmo propiamente de la suma y resta. Los carteles de las caras de los niños (José Daniel, Jordan y Delia) ejemplifican a los niños presentes en el problema y las paletas representan las calcomanías de carros que los niños reciben como obsequio de parte de sus abuelos.

Al educando se le da la oportunidad de plantear primeras respuestas, las cuales deben ser verificadas con una contrastación con lo respondido por sus pares. Si los educandos no logran una respuesta acertada al problema planteado, la docente o el docente les ayuda a plantear otros posibles procedimientos para encontrar el resultado al problema. La resolución de problemas por pequeñas investigaciones es una estrategia metacognitiva muy acertada, pues es un primer acercamiento de la niña o del niño a un proceso real de resolución de problemas.

Problema # 3.

Los sábados en la cancha de la escuela hay entrenamiento del equipo ramonense infantil. Siempre el equipo inicia con calentamiento y el primer ejercicio que se realiza es patear la bola. Felipe y José María trabajan en parejas en el calentamiento. Si Felipe lanza a 60 metros la bola de fútbol y José María lanza la bola a 90 metros; ambos lanzan desde el mismo punto en la misma dirección, ¿a cuántos metros de diferencia lanza la bola José María de Felipe?

En el problema tres la metacognición se pone en práctica por medio de la realización de actividades de materialización, para lo que Curotto (2010) lo concibe como:

Tareas de comparación, son importantes para que los alumnos relacionen la realidad con la interpretación matemática. Corresponden al planteamiento de ecuaciones, a la manipulación de las mismas, y a la obtención de resultados numéricos (p.10).

En este planteamiento del problema, los educandos construyen una recta numérica con el objetivo de que puedan materializar la realidad que ocurre en el lanzamiento de una bola de fútbol por parte de dos niños en una cancha de fútbol. La ejemplificación de la realidad ayuda al facilitamiento del planteamiento de operaciones matemáticas, debido a la manipulación que los niños realizan con material concreto. De igual forma, en los cuatro momentos de la clase existe un proceso metacognitivo, ya que desde el planteamiento del problema hasta el cierre, los educandos deben llevar un proceso donde autorregulen el proceso de comprensión y análisis que lo llevarán a posibles respuestas del problema.

Problema # 4.

Alejandro fue a la librería a comprar unos útiles escolares que le faltaban. Él compró un lápiz de ₡427 y unas hojas bond en ₡333. Si al pagar le sobraron ₡240, ¿con cuánto dinero pagó Alejandro?

En el problema cuatro, la estrategia metacognitiva presente es la formulación de preguntas por parte de los alumnos. Curotto (2010), menciona a Palincsar y Brown, quienes afirman que:

Es una estrategia importante de autorregulación cognitiva, pues obliga a los alumnos a concentrarse en el contenido y a representar mentalmente la situación con más profundidad. También aporta a la sistematización de los conocimientos y a contrastar los propios con lo que debería saber para formular preguntas” (p. 23).

El solicitar a los educandos formulación de nuevas preguntas, incentiva a que el estudiantado deba comprender el texto del planteamiento del problema y que se tenga que imaginar otras interrogantes presentes en el problema y que el profesorado no las realizó. Como se menciona en la cita anterior, es una forma obligada que el discente profundice la situación planteada y se puede dar un aporte enriquecedor entre pares, por la comparación que se da entre las interrogantes, ya sea porque sean similares o diferentes.

Al exponerse en el problema una situación de la cotidianidad de la estudiante o el estudiante, como lo es realizar una compra en una librería, hace que los educandos puedan imaginar el realizar compras de otros artículos o de imaginar diferentes situaciones que se pueden dar en ese contexto.

Problema # 5.

A David y Daniel les gusta coleccionar tarjetas de fútbol nacional y de otros países. David tiene 75 tarjetas, pero 15 están repetidas y Daniel tiene 65 tarjetas y 25 están repetidas.

- ¿Cuántas cartas tiene David, sin contar las repetidas?
- ¿Cuántas cartas tiene Daniel, sin contar las repetidas?

En el problema cinco la metacognición, se pone en práctica por medio de preguntas cortas para contestar por escrito. Este proceso lo define Curotto (2010), en “explicar una experiencia realizada, en resolver un problema cualitativo o analizar un proceso. Es especialmente útil en clases numerosas. Requiere poco tiempo y proporciona al profesor información relevante sobre el avance de los alumnos” (p. 19). En lo que respecta a la resolución de problemas, puede verse, además como una oportunidad para observar o detectar errores que los educandos realizan en el proceso de autorregulación de sus conocimientos o en la metacognición. A la vez, el docente es un guía para la comprensión de los problemas que se realiza. Esto se complementa con lo que Curotto (2010), comenta sobre la oportunidad que brindan las preguntas cortas para contestar por escrito.

El profesor, en la clase, incentiva a los alumnos a que observen sus errores, detecten los conceptos que les producen problemas de comprensión y aspectos de la matemática que no dominan. Son oportunidades de que salgan a la luz las ideas

erróneas de los alumnos y de que ellos puedan conscientemente corregir. La discusión entre pares es sumamente enriquecedora en este aspecto (p. 19).

De igual forma, en los cuatro momentos de la clase, existe un proceso metacognitivo, ya que desde el planteamiento del problema hasta el cierre, los educandos deben llevar un proceso donde autorregulen el proceso de comprensión y análisis que lo llevarán a posibles respuestas del problema (respuestas a las preguntas cortas, mencionadas anteriormente).

Propuesta de problemas para trabajar en el salón de clases, de segundo grado de la Educación General Básica

En esta sección se encuentran los problemas matemáticos, para que la persona docente los trabaje en las lecciones de Matemática. Cada problema se plantea como lo propone el MEP en su programa de estudios, donde se desarrolla la metodología de la resolución de problemas.

Problema # 1.

Conocimientos y habilidades específicas integradas.

II año: Números

| | Conocimientos | Habilidades específicas |
|---------|--|--|
| Números | Operaciones con números naturales. <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta | 1. Aplicar la relación entre las operaciones suma y resta para la verificación de respuestas o resultados. |
| | Cálculos y estimaciones <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta | 2. Resolver problemas y operaciones con sumas y restas de números naturales menores que 1000. |

Materiales:

- Un tren de cartulina de colores.
- Imágenes para las cinco paradas del tren como: San Vicente, Parque, Heladería, Iglesia y Escuela.
- Cartulina para pegar las imágenes y hacer el recorrido que realiza el tren.
- Papel periódico.
- Marcadores.
- Hojas en blanco.

En el desarrollo de la clase es importante partir de los conocimientos que las estudiantes y los estudiantes han adquirido previamente, que se detallan a continuación.

Conocimientos previos

- Conteo.
- Relaciones numéricas.
- Sistema de numeración decimal.
- Unidades y decenas.
- Números ordinales.

Desarrollo de actividades

Para esta actividad, previamente se ha representado por medio de un mural, la ruta del tren, con sus respectivas paradas. La docente o el docente pega el mural en la pizarra, con el fin de graficar el recorrido que hace el tren y las diferentes paradas que realiza; así el estudiantado puede entender los problemas de forma más representativa.

Organización de la lección

Etapa I: Aprendizaje de conocimientos.

Propuesta de un problema.

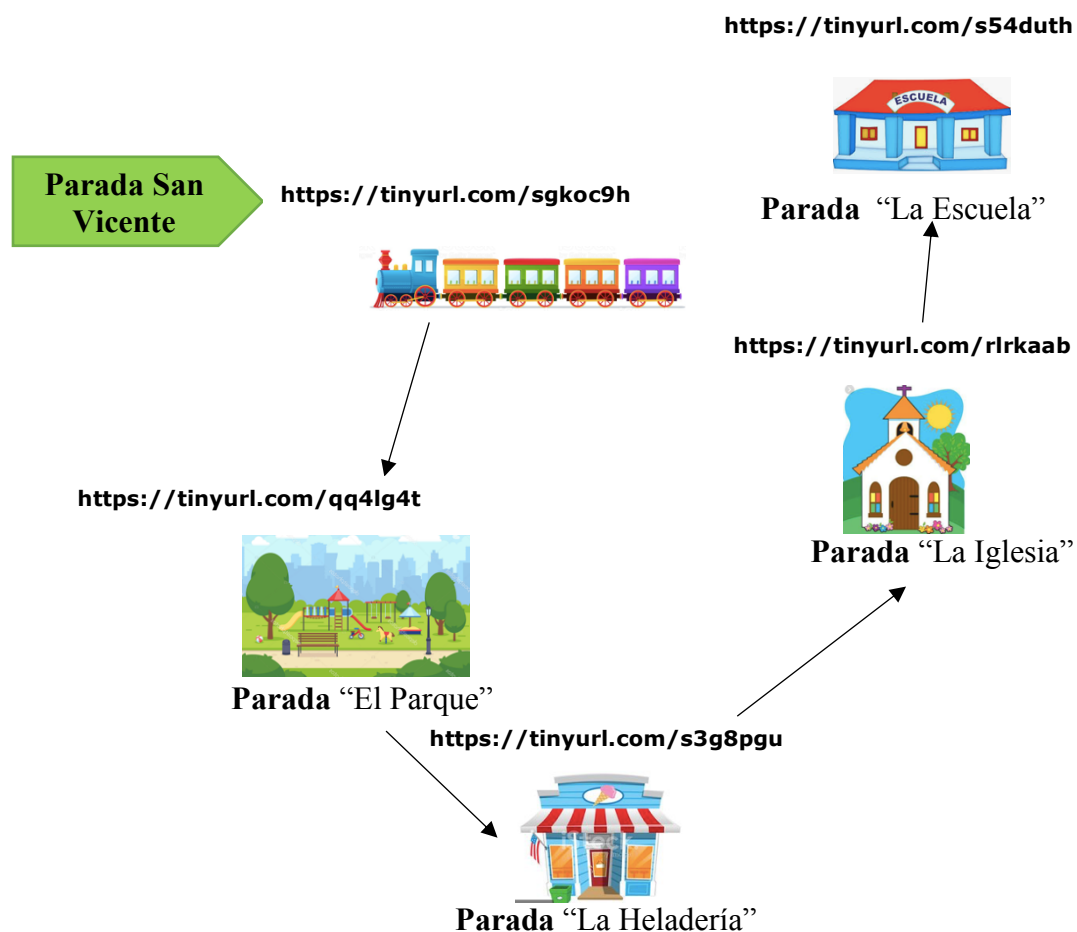
El profesorado lee al grupo de estudiantes el problema en voz alta y despacio, con el objetivo de asegurarse que entiendan el problema y aclarar algunas dudas que surjan durante la lectura realizada. Seguidamente las estudiantes y los estudiantes copian el problema en sus cuadernos.

Se entrega a las niñas y los niños una hoja en blanco para que dibujen la ruta del tren y así puedan interiorizar el recorrido que hace el tren y anotar el nombre de cada parada. Este proceso sirve para que las estudiantes y los estudiantes inicien un proceso de reconocimiento de las paradas y al volver a leer el problema, tengan claridad de lo que deben resolver en el problema matemático.

Ruta del tren

Por medio de una representación gráfica, se detalla la ruta que realiza el tren: el tren sale de la parada “San Vicente”, hace su primera parada en “El Parque”, continúa a la

segunda parada “La Heladería”, su tercera parada es “La Iglesia” y la cuarta y última parada es “La Escuela”.



Nota: Esta ruta del tren se puede hacer mediante una maqueta. Puede correlacionarse con otros temas matemáticos como medición o en otras asignaturas como Estudios Sociales, en ubicación de puntos cardinales.

Problema de reproducción (final desconocido)

El tren de mi pueblo empieza a trabajar a las 5:00 a.m. todos los días. Hoy el tren empieza su viaje con 12 pasajeros, quienes viven cerca de la parada San Vicente. La primera parada la realiza en “El Parque”, donde se suben 23 pasajeros y no se bajan pasajeros. ¿Con cuántos pasajeros llega el tren a la parada “La Heladería”?

Trabajo estudiantil independiente.

Los discentes resuelven en parejas el problema, con el fin de que intercambien ideas de cómo pueden obtener el resultado con la ayuda del dibujo que realizaron y del mural que la docente o el docente pegó en la pizarra. Las estudiantes y los estudiantes pueden ir y observar el mural más de cerca. El objetivo de que los educandos utilicen la hoja donde está la ruta del tren, es que puedan rayarla y cuando vayan a leer el problema, lo puedan ir observando de manera más cercana y así puedan comentar la ruta del tren y lo que sucede en cada parada con su pareja de trabajo; a partir de ahí van resolviendo el problema. El papel del docente en este momento, debe ser activo y atento al proceso de la resolución del problema que realizan los infantes. La persona docente debe caminar por el aula, entre los estudiantes, con el fin de que vaya supervisando el trabajo de los discentes de forma individual y así poder intervenir si lo considera necesario.

Discusión interactiva y comunicativa

La docente o el docente formula preguntas como: ¿Qué estrategia utilizaron para encontrar el resultado?, ¿cómo hicieron para representar el resultado?, ¿en qué pensaron

para plantear la operación realizada?, ¿pensaron en alguna situación similar para resolver el problema planteado? De forma voluntaria tres estudiantes explican las interrogantes.

Uno de los educandos pasa al frente a realizar la operación que hizo y explica su estrategia para resolver el problema. A los demás estudiantes también se les da la oportunidad de pasar a explicar la estrategia utilizada, para encontrar un resultado al problema planteado y así se promueven diferentes maneras de socializar el resultado obtenido.

Los demás estudiantes participan en la discusión del problema realizado. Este proceso es guiado por la docente o el docente.

Clausura o cierre (Solución del problema).

Se debe reafirmar el proceso que llevó a la obtención del resultado. La docente o el docente repasa la ruta del tren con la ayuda del mural. Se repasa el planteamiento del problema y se explica cómo se llega a la operación que ayuda a obtener la respuesta más apropiada. La docente o el docente analizan situaciones semejantes al problema planteado y siempre lo contextualizan a las situaciones que viven las niñas y los niños, como el traslado de sus casas a la escuela. Una de las situaciones que se ejemplifica es una ruta de un autobús donde las niñas y los niños viajen y así ellos puedan contar cuál es el recorrido que hacen y cuáles son las paradas que el bus realiza, además de la posible cantidad de personas que suben y bajan.

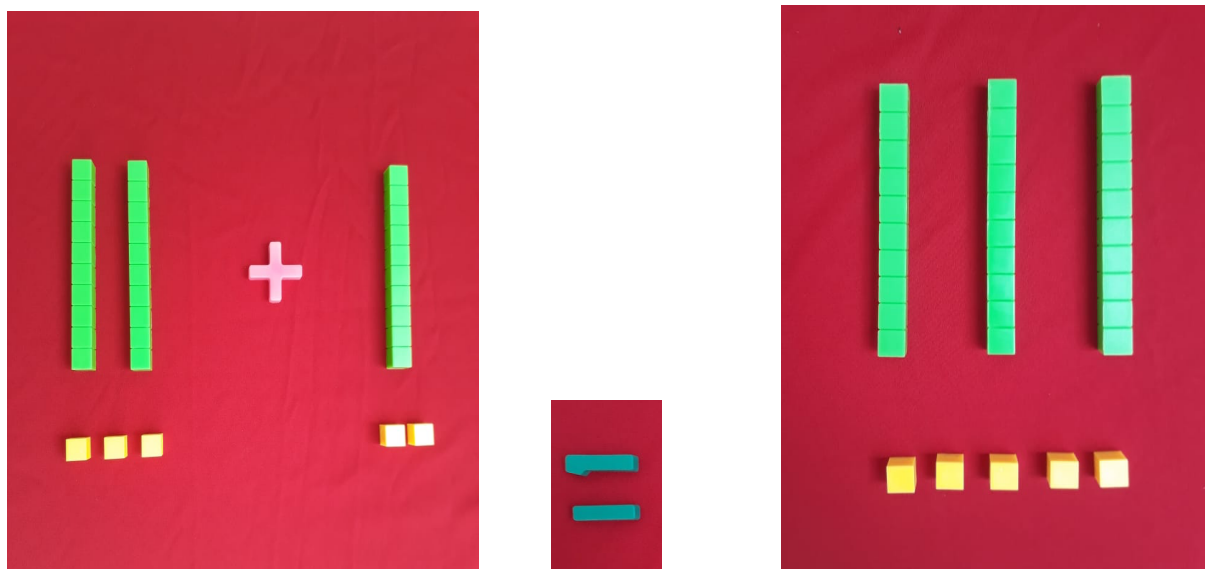
La docente o el docente repasa las diferentes formas de cómo pudieron resolver la operación, ya que se pudo resolver mentalmente o con la utilización de representaciones gráficas en sus cuadernos.

*Diferentes representaciones que se pueden utilizar para la resolución del problema
propuesto*

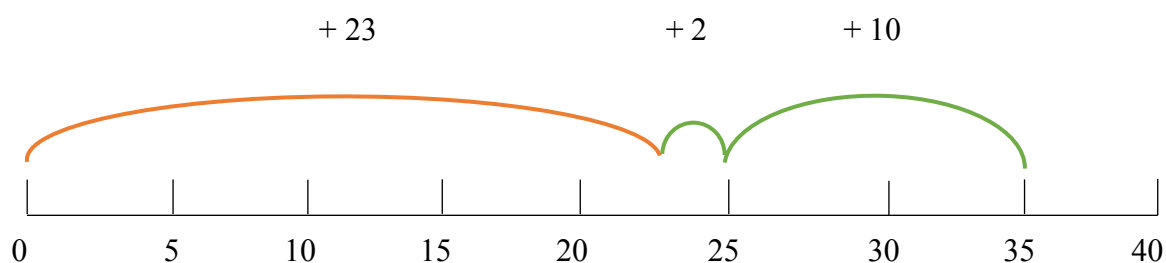
El profesorado puede trabajar distintos ejercicios para desarrollar la habilidad de la suma y resta, así como diferentes representaciones numéricas como: gráfica (bloques multibase y recta numérica), composición y descomposición (centenas, decenas y unidades y por composición o descomposición aditiva).

Representación gráfica

Bloques multibase



Recta numérica



Composición y descomposición

Centenas, decenas y unidades

$$23 = 2 \text{ d} + 3 \text{ u}$$

$$12 = 1 \text{ d} + 2 \text{ u}$$

$$3 \text{ d} + 5 \text{ u}$$

$$30 + 5 = 35$$

Por composición o descomposición aditiva

$$23 = 20 + 3$$

$$12 = 10 + 2$$

$$20 + 10 = 30$$

$$3 + 2 = 5$$

$$30 + 5 = 35$$

Nota: 1) Este ejercicio se puede utilizar para ver la asociatividad y conmutatividad de la suma.

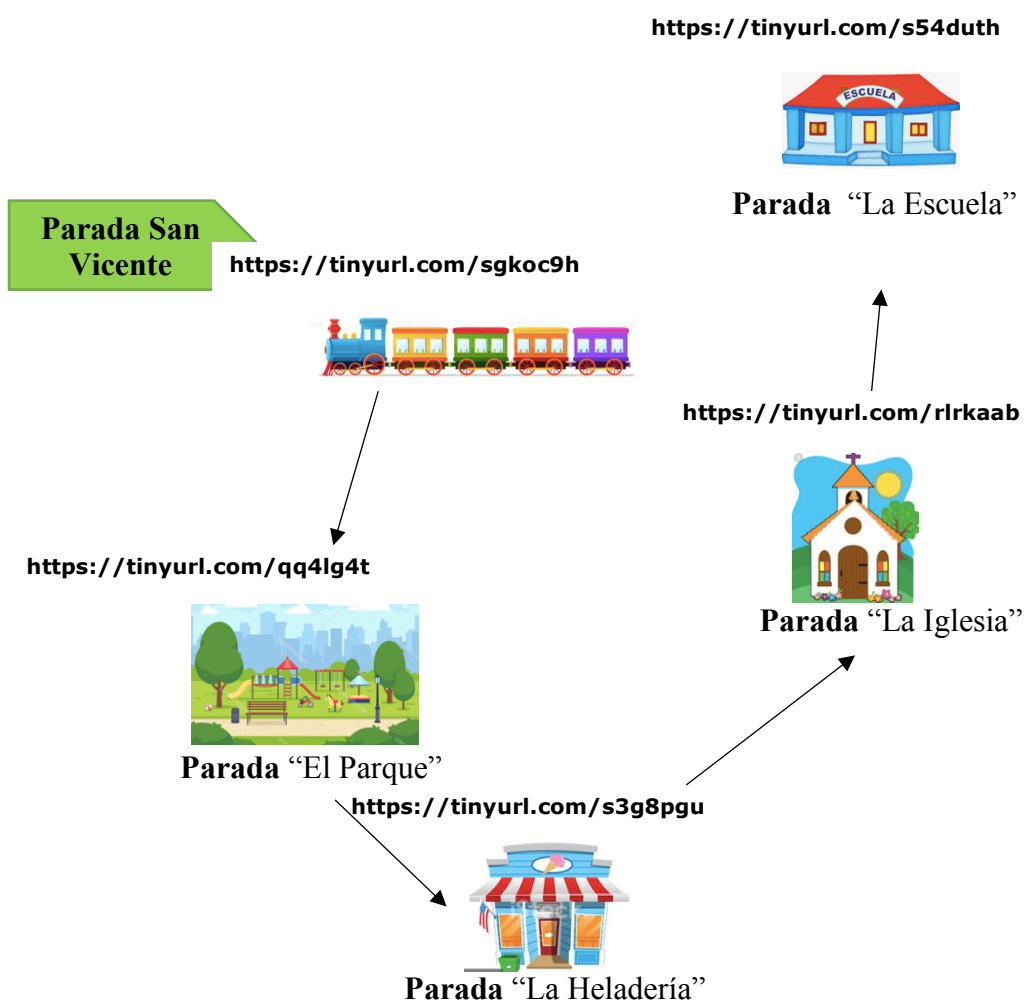
2) En lo que respecta a los bloques multibase, se pueden sustituir por el uso de bloques plegables o por piezas de lego.

Etapa II: Movilización y aplicación de conocimientos.

En esta etapa se pueden trabajar problemas de diferentes niveles de complejidad. Estos problemas se pueden trabajar en parejas o pequeños grupos, seguidamente se revisan en la pizarra con ayuda de carteles o alguna técnica expositiva. El objetivo es que todos los estudiantes tengan la oportunidad de participar; se pueden utilizar nuevamente los cuatro momentos centrales de la clase que propone el MEP.

Problema de conexión (cambio desconocido).

En Semana Santa el tren trabaja con la misma ruta y realiza las mismas paradas; sin embargo, el viernes santo sucede algo no usual, ningún pasajero baja, ni sube en las paradas “San Vicente” ni en la parada “El Parque”. Los primeros 32 pasajeros que suben al tren, lo hacen en la parada “La Heladería” y al llegar a la última parada “La Escuela” se bajan todos los 45 pasajeros que venían en el tren. ¿Cuántos pasajeros se subieron en la parada “La Iglesia”?



Problema de reflexión (comienzo desconocido).

Los sábados, la familia Campos va a la iglesia, su casa queda cerca de la heladería y ahí toman el tren. En la parada “La Heladería” se suben 16 pasajeros incluyendo a la familia Campos y no bajan pasajeros; al llegar a la iglesia todos los pasajeros se bajan y llegan 27 pasajeros. ¿Cuántos pasajeros salieron de la parada “El Parque”?

Problema # 2.***Conocimientos y habilidades específicas integradas.*****II año: Números.**

| | Conocimientos | Habilidades específicas |
|----------------|--|--|
| Números | Operaciones con números naturales. <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta | 1. Aplicar la relación entre las operaciones suma y resta para la verificación de respuestas o resultados. |
| | Cálculos y estimaciones <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta | 2. Resolver problemas y operaciones con sumas y restas de números naturales menores que 1000. |

Materiales:

- Paletas de madera.
- Carteles de caras de infantes, rotulados con los nombres de cada persona presente en el problema (José Daniel, Jordan y Delia).

En el desarrollo de la clase es importante partir de los conocimientos que los discentes han adquirido previamente, que se detallan a continuación.

Conocimientos previos

- Conteo.
- Relaciones numéricas.
- Sistema de numeración decimal.
- Unidades y decenas.
- Relaciones de orden.

Desarrollo de actividades

El profesorado trae a la clase, las caras de tres niños identificadas con su nombre respectivo hechas en cartulina para así ejemplificar a los personajes del problema. Además la docente o el docente trae paletas de madera, con el fin de que las niñas y los niños puedan representar diferentes cantidades, como por ejemplo: la cantidad de calcomanías de carros que los abuelos les regalaron a José Daniel, Jordan y Delia; como el total de calcomanías de carros que les queda a los niños o las posibles respuestas que ellos consideren adecuadas. Este material es con el objetivo de que los estudiantes representen los datos que se facilitan en el problema matemático y así puedan entender el problema de forma más clara.

Organización de la lección

Etapa I: Aprendizaje de conocimientos.

Propuesta de un problema.

La docente o el docente lee el problema en voz alta y despacio, con el objetivo de asegurarse que el estudiantado entienda el problema. Se aclaran algunas dudas que surjan en la lectura realizada.

La docente o el docente les entregan el problema en una cartulina tipo ficha, con el fin de que lo puedan leer y tener a mano mientras resuelven el problema. Luego lo pegarán en el cuaderno. Además se les explica que en pequeños grupos van a investigar una posible respuesta para el problema facilitado, con la ayuda del material que se les va a entregar.

Problema de reflexión (comienzo desconocido)

José Daniel, Jordan y Delia coleccionan calcomanías de carros, ella y ellos ya tienen algunas calcomanías de carros en sus casas. Sus abuelos decidieron regalarles a los tres nietos calcomanías de carros para el Día del Niño. Los abuelos querían que los nietos quedaran con la misma cantidad de calcomanías de carros, por lo que la distribución de las calcomanías de carros fue la siguiente:

A José Daniel le regalaron 3 calcomanías de carros, a Jordan le regalaron 5 calcomanías de carros y finalmente a Delia le regalaron 4 calcomanías de carros. Si todos los tres niños quedaron con 10 calcomanías de carros cada uno, averigüemos cuántas calcomanías de carros tenía cada infante, antes de que sus abuelos les regalaran las calcomanías de carros para el Día del Niño.

Trabajo estudiantil independiente

Los educandos conforman grupos de trabajo de tres personas y el responsable de la clase, les reparte a cada grupo los materiales. Los discentes inician la resolución del problema con la utilización del material concreto y todos los participantes aportan ideas.

El problema es resuelto por medio de pequeños grupos para que investiguen. Esto hace que todas las niñas y los niños aporten ideas para encontrar una posible respuesta, con formas diferentes de llegar a ella.

El papel del docente en este momento, debe de ser activo y atento al proceso de la resolución del problema que realizan los infantes. La persona docente debe caminar por el aula, entre los estudiantes, con el fin de que vaya supervisando el trabajo de los discentes de forma individual y así poder intervenir si lo considera necesario.

Discusión interactiva y comunicativa

Para poder discutir el problema, la docente o el docente le solicita a los grupos que quieren ir a la pizarra a explicar cómo obtuvieron el resultado. Se les pide que saquen de una cajita, un papelito y los papelitos que tienen anotado “exponer” son los subgrupos que pasan al frente con sus compañeras y compañeros y explican cómo aplicaron algunas estrategias para obtener el resultado.

Todos los grupos elegidos pueden pasar a exponer el resultado; el objetivo es que expliquen las diferentes formas para llegar al mismo resultado del problema. Los demás estudiantes participan en la discusión del problema realizado; este proceso es guiado por la docente.

Clausura o cierre (Solución del problema).

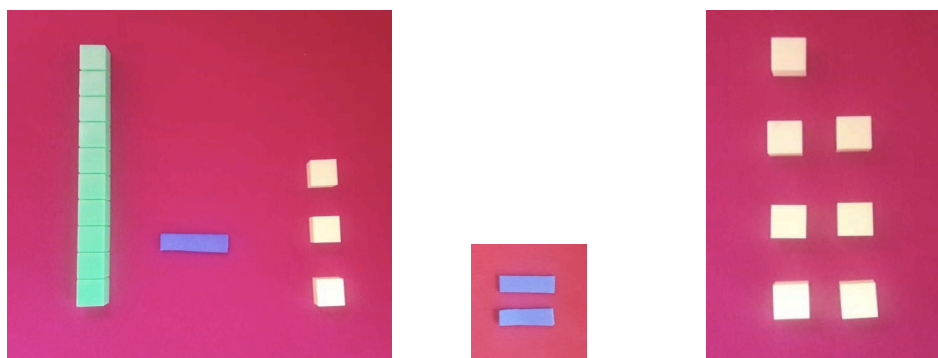
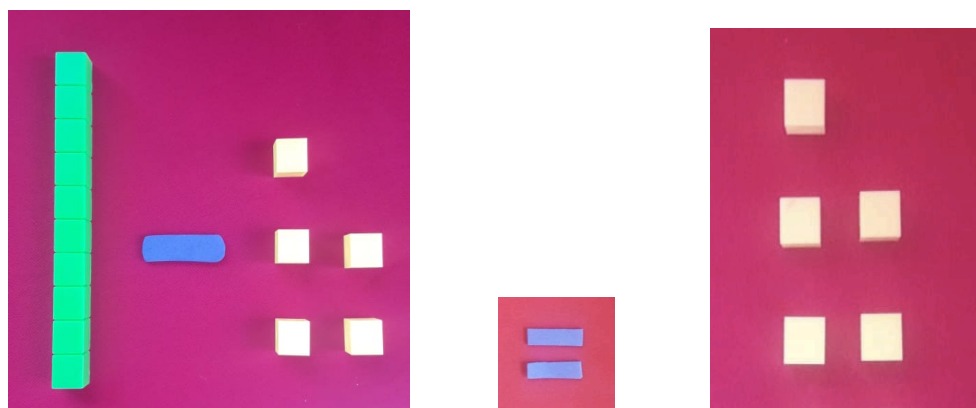
Para reafirmar el proceso que llevó a la obtención del resultado, la docente o el docente, repasa, por medio de lectura el problema y, de manera gráfica, explica cómo se podía llegar al resultado correcto del problema.

La docente o el docente, por medio de preguntas generadoras como: ¿qué juguetes les han regalado?, ¿quiénes son las personas que les han regalado juguetes?, ¿coleccionan algún juguete en especial? Se plantea un problema igual al que realizaron los estudiantes, pero con datos diferentes, siempre contextualizado al entorno de las niñas y los niños. La idea es que el estudiantado, a partir del primer problema solucionado como referencia, plantee alternativas de solución que se enmarquen propiamente en una pequeña investigación, acerca del algoritmo de la suma y resta.

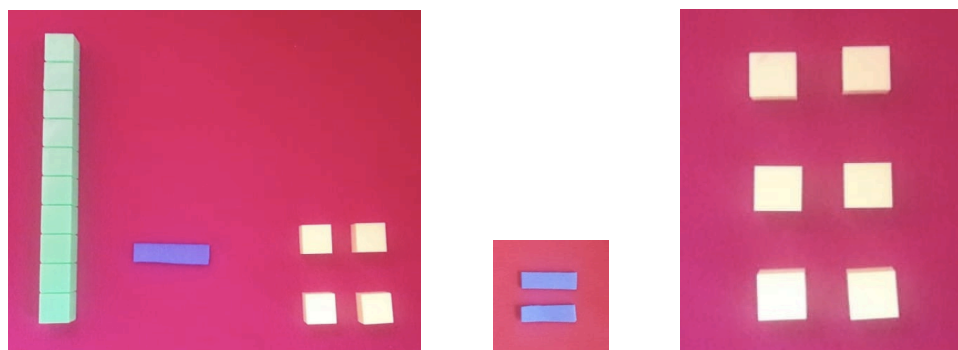
Luego, en un marco más específico, la docente o el docente repasan las diferentes formas de cómo pudieron resolver la situación problemática. Se contempla lo mental y el uso de representaciones gráficas, como posibles estrategias establecidas en sus cuadernos.

Diferentes representaciones que se pueden utilizar para la resolución del problema propuesto

La docente o el docente puede trabajar distintos ejercicios para desarrollar la habilidad de la suma y resta, así como diferentes representaciones numéricas como: gráfica (bloques multibase y recta numérica), composición y descomposición (centenas, decenas y unidades y por composición o descomposición aditiva).

Representación gráfica**Bloques multibase****José Daniel****Jordan**

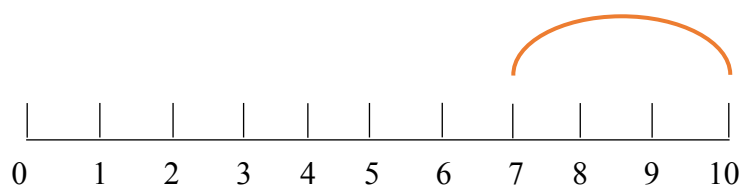
Delia



Recta numérica

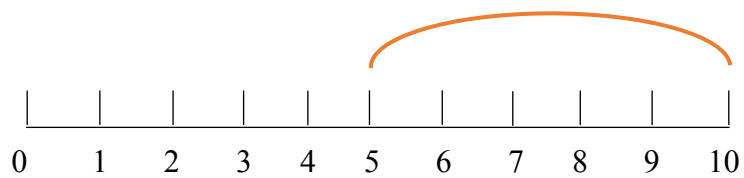
José Daniel

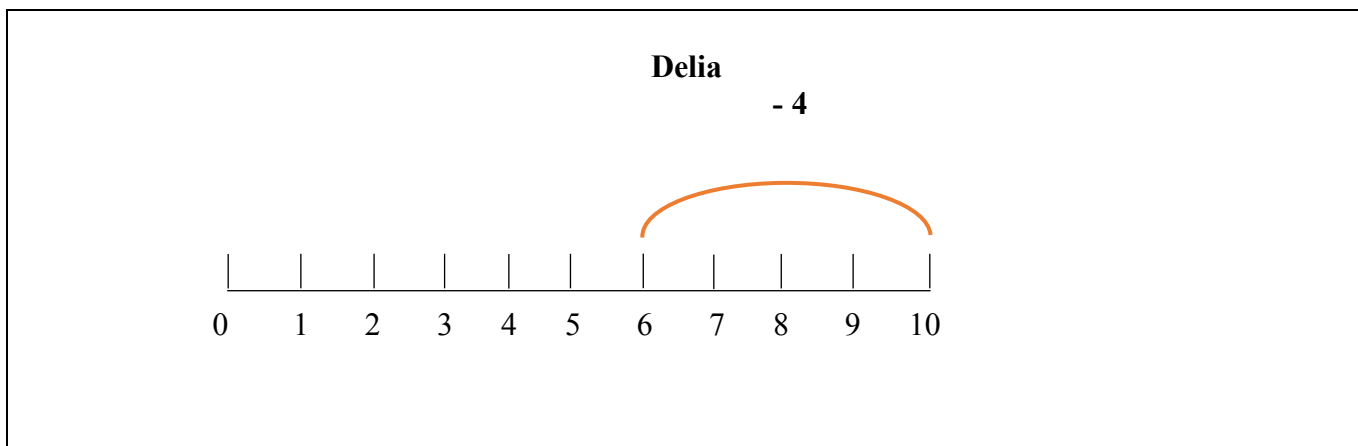
- 3



Jordan

- 5





Composición y descomposición

Centenas, decenas y unidades

José Daniel

$$10 - 3 = 1 \text{ d} - 3 \text{ u} = 10 \text{ u} - 3 \text{ u} = 7 \text{ u}$$

Jordan

$$10 - 5 = 1 \text{ d} - 5 \text{ u} = 10 \text{ u} - 5 \text{ u} = 5 \text{ u}$$

Delia

$$10 - 4 = 1 \text{ d} - 4 \text{ u} = 10 \text{ u} - 4 \text{ u} = 6 \text{ u}$$

Por composición o descomposición aditiva

José Daniel

$$10 - 3 = 7$$

Jordan

$$10 - 5 = 5$$

Delia

$$10 - 4 = 6$$

Etapa II: Movilización y aplicación de conocimientos.

En esta etapa se pueden trabajar problemas de diferentes niveles de complejidad. Estos problemas se pueden trabajar en parejas o pequeños grupos. Seguidamente se revisan en la pizarra con ayuda de carteles o alguna técnica expositiva, el objetivo es que todas las estudiantes y los estudiantes tengan la oportunidad de participar.

Problema de reflexión (inicio desconocido).

Pensemos que José Daniel en diciembre tiene 17 calcomanías de carros y le regalan 3 más. En febrero tiene 27 calcomanías de carros y le regalaron otras 3. En abril para su cumpleaños, tiene 37 calcomanías de carros y le regalan 3 más y en julio, al salir a vacaciones, tiene 47 calcomanías de carros y le compran 3 más. ¿Cuántas calcomanías de carros tiene José Daniel en los meses anotados?

Anote en la siguiente tabla, las operaciones necesarias para resolver el problema planteado.

| | | | | |
|--|--|--|---|--|
| | | | = | |
| | | | = | |
| | | | = | |
| | | | = | |

El cuadro anterior presenta cuatro operaciones. Anote los resultados anteriores en decenas.

A partir de lo anterior, ¿qué podemos concluir de las operaciones realizadas de manera que podamos realizar otros ejercicios tales como $87 + 3$ o $97 + 3$?

Problema de conexión (cambio desconocido).

Alexander en diciembre tiene 42 calcomanías de carros para colección y su meta es tener 225 calcomanías de carros para su cumpleaños en noviembre, por lo que le pide a sus familiares que los próximos obsequios sean calcomanías de carros para ir aumentando la colección ¿Cuántas calcomanías de carros más necesita tener Alexander de diciembre a noviembre para completar la colección que quiere tener?

Problema # 3.***Conocimientos y habilidades específicas integradas.*****II año: Números**

| | Conocimientos | Habilidades específicas |
|----------------|--|--|
| Números | Operaciones con números naturales. <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta | 1. Aplicar la relación entre las operaciones suma y resta para la verificación de respuestas o resultados. |
| | Cálculos y estimaciones <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta | 2. Resolver problemas y operaciones con sumas y restas de números naturales menores que 1000. |

Materiales:

- Una recta numérica del 0 al 100, dividida de 10 en 10 en cartulina.
- Dos imágenes de niños.
- Una imagen de una bola de fútbol.
- Papel periódico.
- Marcadores.

En el desarrollo de la clase es importante partir de los conocimientos que las niñas y los niños han adquirido previamente, que se detallan a continuación.

Conocimientos previos

- Conteo.
- Relaciones numéricas.
- Sistema de numeración decimal.
- Unidades y decenas.
- Relaciones de orden.
- Recta numérica.

Desarrollo de actividades

En grupos de cuatro estudiantes van a construir la representación de la recta numérica para reflexionar sobre el problema matemático que se les asigna. Esta recta numérica tiene el objetivo de que los estudiantes representen los datos que se facilitan en el problema matemático y así puedan entender el problema de forma más clara. Además, para el cierre de la lección, la docente o el docente trae a la clase una recta numérica del 0 al 100 dividida de 10 en 10, en cartulina, las imágenes de dos niños y de una bola de fútbol; las pega al inicio de la recta numérica, con el fin de que las estudiantes y los estudiantes puedan imaginar el lanzamiento de la bola de fútbol.

Organización de la lección

Etapa I: Aprendizaje de conocimientos.

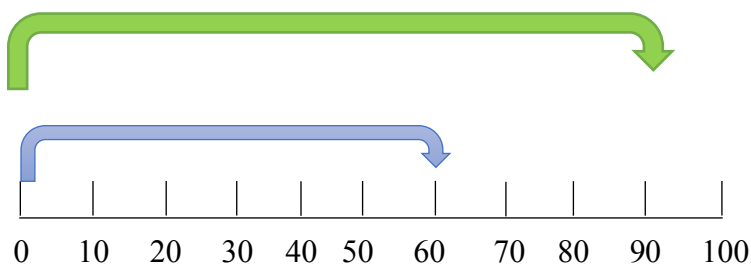
Propuesta de un problema.

La docente o el docente les lee el problema en voz alta y despacio, con el objetivo de asegurarse que entiendan el problema y aclarar algunas dudas que surjan en la lectura realizada.

Las estudiantes y los estudiantes copian el problema en sus cuadernos y lo resuelven en subgrupos, con el objetivo de que intercambien ideas, de cómo pueden obtener el resultado, con la ayuda de la recta numérica y las imágenes que se les facilita.

Problema de reproducción (final desconocido)

Los sábados, en la cancha de la escuela hay entrenamiento del equipo ramonense infantil. Siempre el equipo inicia con calentamiento y el primer ejercicio que se realiza es patear la bola. Felipe y José María trabajan en parejas en el calentamiento. Si Felipe lanza a 60 metros la bola de fútbol y José María lanza la bola a 90 metros; ambos lanzan desde el mismo punto en la misma dirección, ¿a cuántos metros de diferencia lanza la bola José María de Felipe?



Trabajo estudiantil independiente.

Se les solicita a las niñas y a los niños que formen grupos de cuatro personas y a cada grupo se les entrega los materiales necesarios, por parte del profesorado, para la construcción de la recta numérica e imágenes para que ejemplifiquen el problema planteado. El objetivo es que las niñas y los niños construyan una recta numérica y puedan materializar la realidad que sucede en el lanzamiento de una bola de fútbol por parte de dos niños en una cancha de fútbol, al ejemplificar ese proceso de una forma matemática. Otra alternativa es que la docente lleve la recta numérica hecha, eso queda a decisión de la persona docente, ya que depende de las características de las niñas y los niños al trabajar en el aula.

En una segunda etapa, se le invita a la estudiante y al estudiante resolver el problema por medio de otra estrategia, aparte de la recta numérica. Es de libre elección, apoyándose en mecanismos utilizados en problemas previos.

El papel del docente en este momento, debe ser activo y atento al proceso de la resolución del problema que realizan los infantes. La persona docente debe caminar por el aula, entre los estudiantes, con el fin de que vaya supervisando el trabajo de los discentes de forma individual y así poder intervenir si lo considera necesario.

Discusión interactiva y comunicativa

Se les solicita al grupo de niñas y niños que se ubiquen en posición de media luna en el aula para realizar la discusión del problema y así incentivar un ambiente más participativo. De manera voluntaria tres grupos explican su método para obtener el resultado y lo pueden explicar con la recta numérica o de otra forma en que se llegó al resultado; el objetivo es

que materialicen la realidad del problema planteado en conceptos matemáticos. Los demás estudiantes participan en la discusión del planteamiento realizado; este proceso es guiado por la docente.

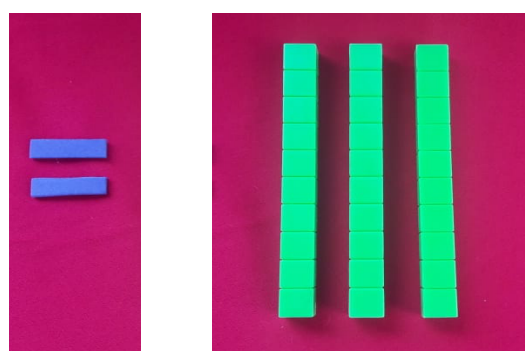
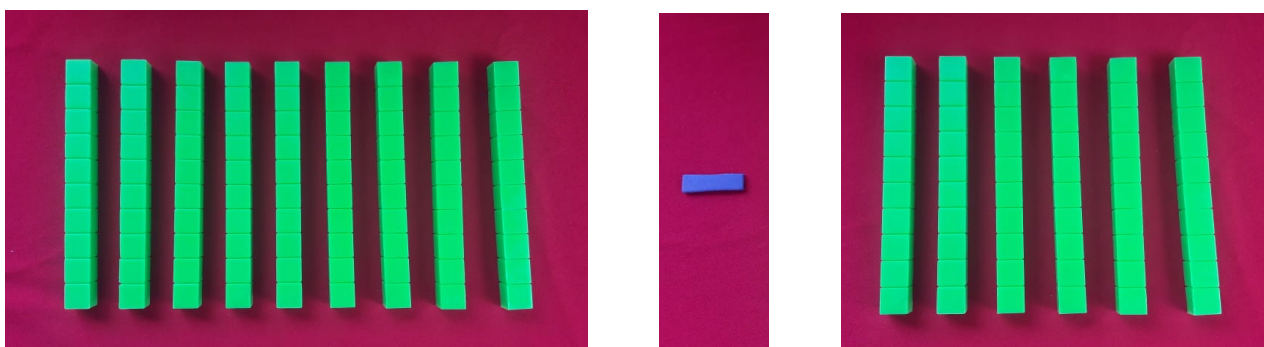
Clausura o cierre (Solución del problema)

Se debe reafirmar el proceso que llevó a la obtención del resultado. La docente o el docente pega en la pizarra la recta numérica que trae hecha y la repasa apoyándose en el planteamiento del problema. La docente aprovecha la representación gráfica del problema, para que las niñas y los niños tengan un apoyo visual.

El profesorado expone situaciones semejantes al problema planteado y siempre lo contextualiza a las situaciones que viven las niñas y los niños. Una de las situaciones que se ejemplifican son deportes como: correr, saltar, baloncesto, nadar, entre otros. Es importante que la maestra o el maestro pidan ayuda a los estudiantes para que compartan otras posibilidades de cómo se pueden generar otras situaciones, semejantes a las del problema realizado.

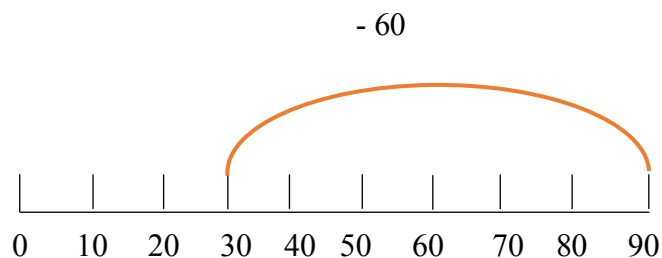
Diferentes representaciones que se pueden utilizar para la resolución del problema propuesto

Se puede trabajar distintos ejercicios para desarrollar la habilidad de la suma y resta, así como diferentes representaciones numéricas como: gráfica (bloques multibase y recta numérica), composición y descomposición (centenas, decenas y unidades y por composición o descomposición aditiva).

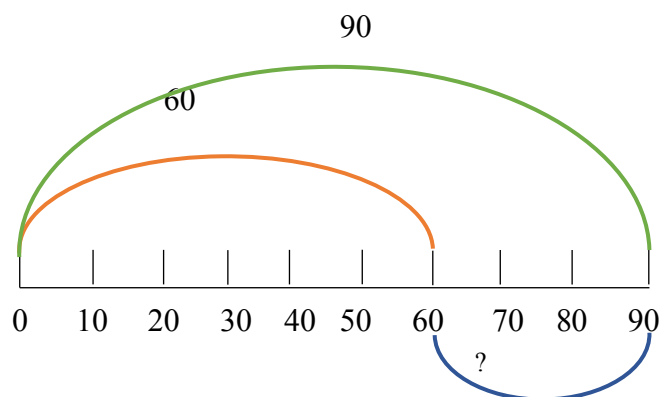
Representación gráfica**Bloques multibase**

Recta numérica

Opción A



Opción B



Composición y descomposición

Centenas, decenas y unidades

$$9 \text{ d} - 6 \text{ d} = 3 \text{ d}$$

$$90 - 60 = 30$$

Por composición o descomposición aditiva

$$90 - 60 = 30$$

Etapa II: Movilización y aplicación de conocimientos.

En esta etapa se pueden trabajar problemas de diferentes niveles de complejidad. Estos problemas se pueden trabajar en parejas o pequeños grupos. Seguidamente se revisan en la pizarra con ayuda de carteles u alguna técnica expositiva; el objetivo es que todos los estudiantes tengan la oportunidad de participar.

Problema de conexión (cambio desconocido).

De acuerdo con la operación dada, redacte un problema que pueda ser resuelto, utilizando la siguiente resta.

$$735 - \underline{\quad} = 286$$

Problema de reflexión (comienzo desconocido).

En los juegos nacionales Emma va a participar en nado libre, como representación de su escuela. Su entrenador Olman, le dice que ella debe entrenar más para que logre alcanzar la meta, debido a que lo máximo que Emma ha nadado en estilo libre son 30 minutos. En los primeros 6 minutos nadó 575 metros y en los restantes 4 minutos nadó 300 metros. Su entrenador dice que le falta 125 metros para lograr nadar el total de metros que se solicitan en la competencia. ¿De cuántos metros es la competencia de nadado libre en la que va a participar Emma?

Problema # 4.

Conocimientos y habilidades específicas integradas.

II año: Números

| | Conocimientos | Habilidades específicas |
|----------------|--|--|
| Números | Operaciones con números naturales. <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta | 1. Aplicar la relación entre las operaciones suma y resta para la verificación de respuestas o resultados. |
| | Cálculos y estimaciones <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta | 2. Resolver problemas y operaciones con sumas y restas de números naturales menores que 1000. |

Materiales:

- Billetes y monedas de Costa Rica hechas en cartulina con el fin de que puedan hacer agrupamiento de cantidades, representadas por medio de las monedas y billetes
- Hojas bond.
- Cajas registradoras hechas en cartón reciclado.

En el desarrollo de la clase es importante partir de los conocimientos que las estudiantes y los estudiantes han adquirido previamente, que se detallan a continuación

Conocimientos previos

- Conteo.
- Relaciones numéricas.
- Sistema de numeración decimal.
- Unidades, decenas y centenas.
- Relaciones de orden.
- Monedas.

Desarrollo de actividades

Para esta actividad las niñas y los niños previamente han recortado billetes y monedas de nuestro país. La docente o el docente llevan unas cajas registradoras hechas en cartón reciclado, como las que se utilizan en los supermercados. El objetivo de utilizar material concreto es buscar una alternativa diferente para la comprensión del problema que se les presenta.

Organización de la lección

Etapa I: Aprendizaje de conocimientos.

Propuesta de un problema.

El problema se escribe en la pizarra con el fin de que los niños lo copien en sus cuadernos y se hace lectura con la ayuda de algún estudiante que lo quiera participar de manera voluntaria. Se aclara cualquier duda que se genere. Además, la docente o el docente les piden formulación de nuevas preguntas, en busca de una comprensión mental del problema.

Problema de reflexión (comienzo desconocido)

Alejandro fue a la librería a comprar unos útiles escolares que le faltaban. Él compró un lápiz de ₡427 y unas hojas bond en ₡333. Si al pagar le sobraron ₡240, ¿con cuánto dinero pagó Alejandro?

Trabajo estudiantil independiente.

Se les solicita a las niñas y los niños que se formen en parejas para que cada pareja simule la persona que compra y la que vende. La docente o el docente les entrega materiales como: las monedas y billetes de nuestro país, hojas bond y una caja registradora de cartón. El objetivo es que las niñas y los niños simulen al vendedor y comprador, al pensar la operación que deben realizar. Este proceso de simulación sirve para que las estudiantes y los estudiantes inicien un proceso de cómo hacer cálculos matemáticos con un apoyo visual, en este caso las monedas. Los educandos pueden proponer diferentes formas de resolver el problema en las hojas bond que se les facilita.

El papel del docente en este momento, debe ser activo y atento al proceso de la resolución del problema que realizan los infantes, debido a que la persona docente debe caminar por el aula, entre los estudiantes; con el fin de que vaya supervisando el trabajo de los discentes de forma individual y así poder intervenir si lo considera necesario.

Discusión interactiva y comunicativa

La docente o el docente le solicita al grupo que formen un círculo en el aula para realizar la discusión del problema y así incentivar un ambiente más participativo. De manera voluntaria tres parejas explican cómo hicieron para obtener el resultado. Ese resultado lo pueden explicar con el apoyo de los billetes y moneda u otra forma en que se resolvió el problema. Además, cada pareja debe leer la pregunta nueva que ellos mismos plantearon al problema y explicar por qué piensan que es importante preguntar sobre ello. Las demás compañeras y compañeros, pueden responder la pregunta planteada por sus pares y si algún estudiante quiere formular una nueva pregunta al problema, lo puede hacer; este proceso es guiado por la docente.

Clausura o cierre (Solución del problema).

Se debe reafirmar el proceso que llevó a la obtención del resultado. La docente o el docente repasan las diferentes nominaciones de monedas que se usaron y el planteamiento del problema. En el momento de que se les explica el problema, se les dice la importancia de conocer los billetes y monedas de nuestro país, para que en el momento que se vaya a algún lugar a comprar, sepan cuánto es lo que debemos pagar y cuánto será el cambio. La docente o el docente exponen situaciones semejantes al problema planteado y siempre las

contextualiza a las situaciones que viven las niñas y los niños. Una de las situaciones que se ejemplifican es cuando se va a la pulpería a comprar algunos artículos.

Es necesario que la docente o el docente pidan ayuda a las estudiantes y los estudiantes para que compartan otras posibilidades de cómo se pueden generar otras situaciones, semejantes a las del problema realizado. La docente o el docente repasan las diferentes formas de cómo pudieron resolver el problema.

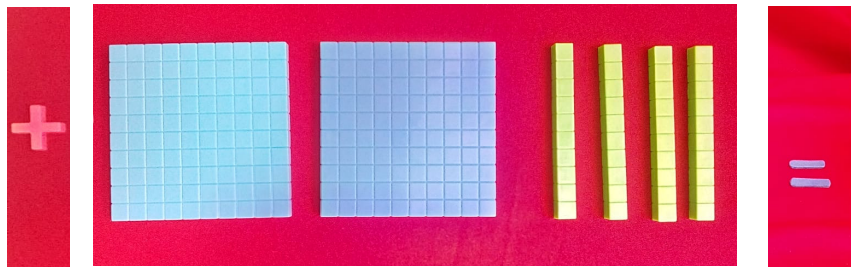
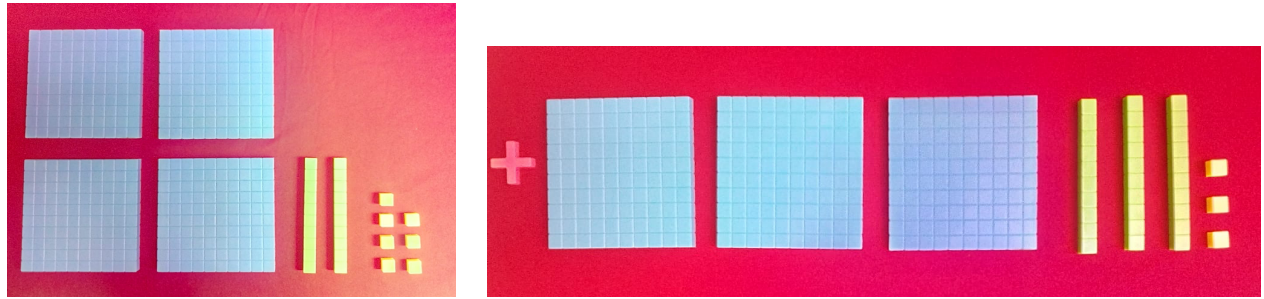
Diferentes representaciones que se pueden utilizar para la resolución del problema propuesto

La docente o el docente pueden trabajar distintos ejercicios para desarrollar la habilidad de la suma y resta, así como diferentes representaciones numéricas como: gráfica (bloques multibase y recta numérica), composición y descomposición (centenas, decenas y unidades y por composición o descomposición aditiva).

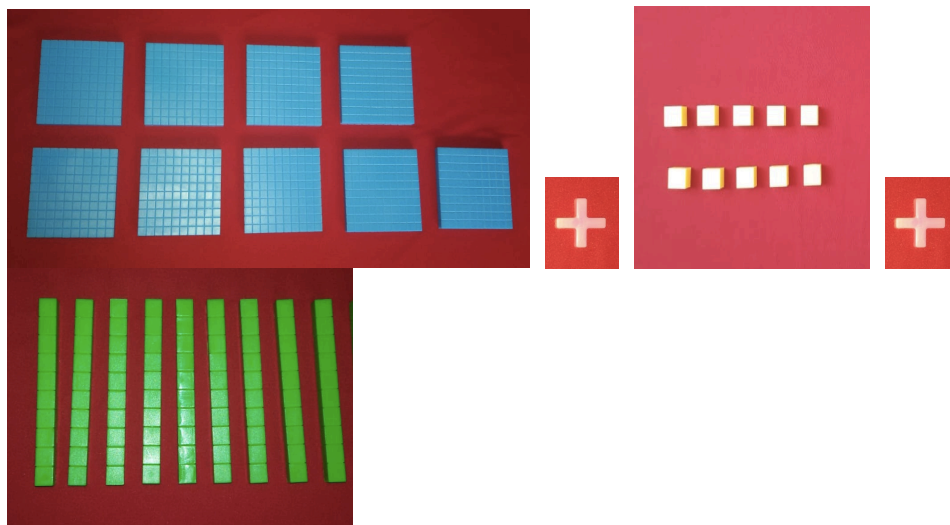
Representación gráfica

Bloques multibase

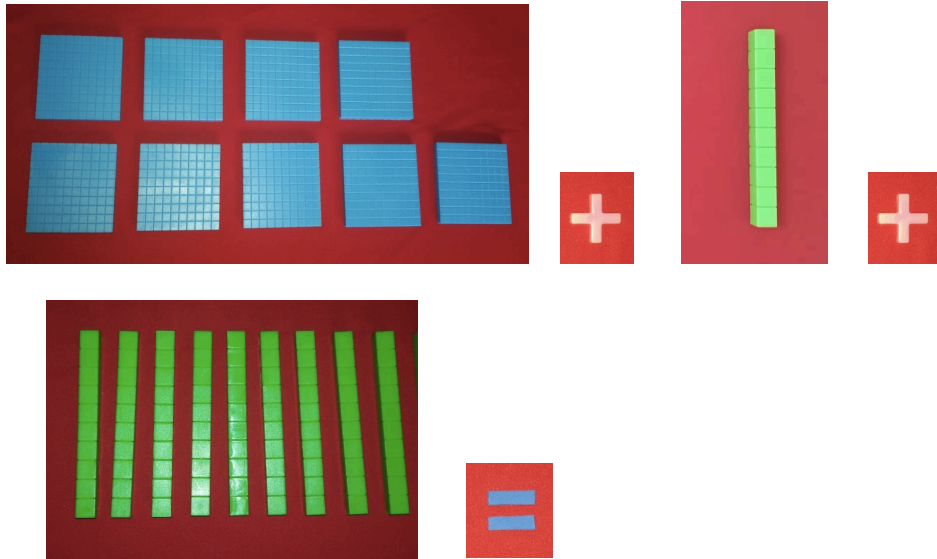
A. $427 + 333 + 240 =$



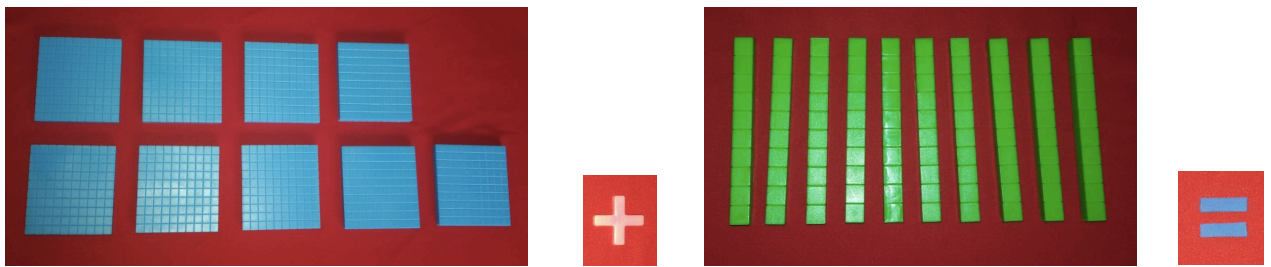
B.



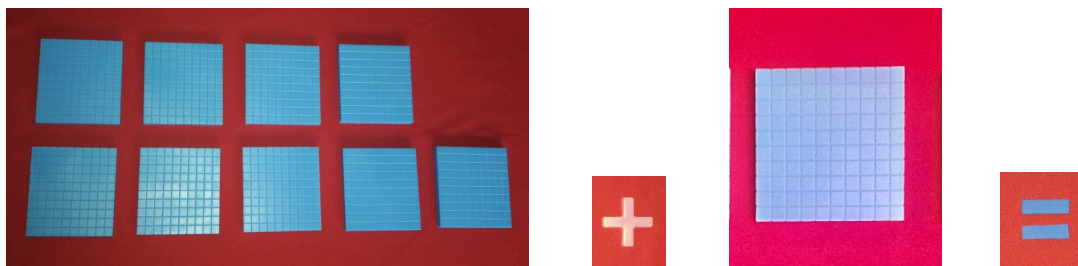
C.



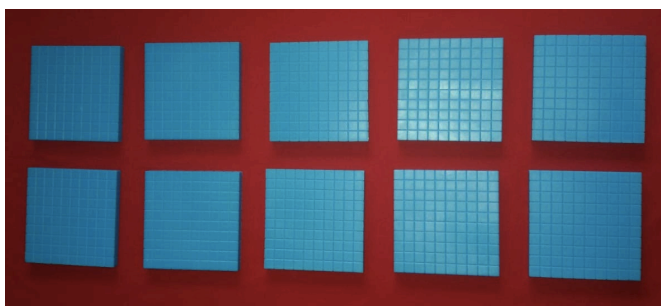
D.



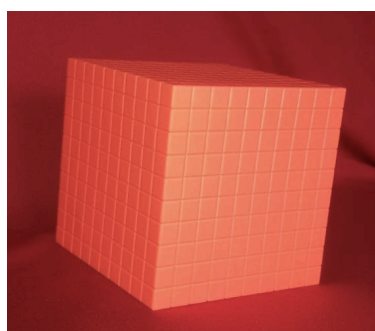
E.



F.

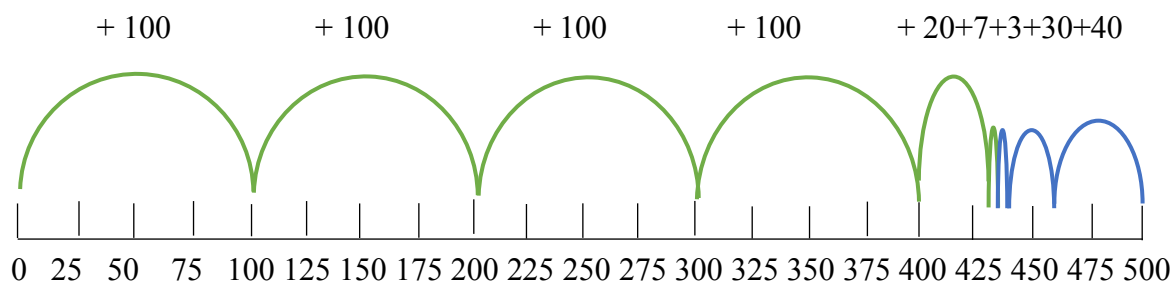


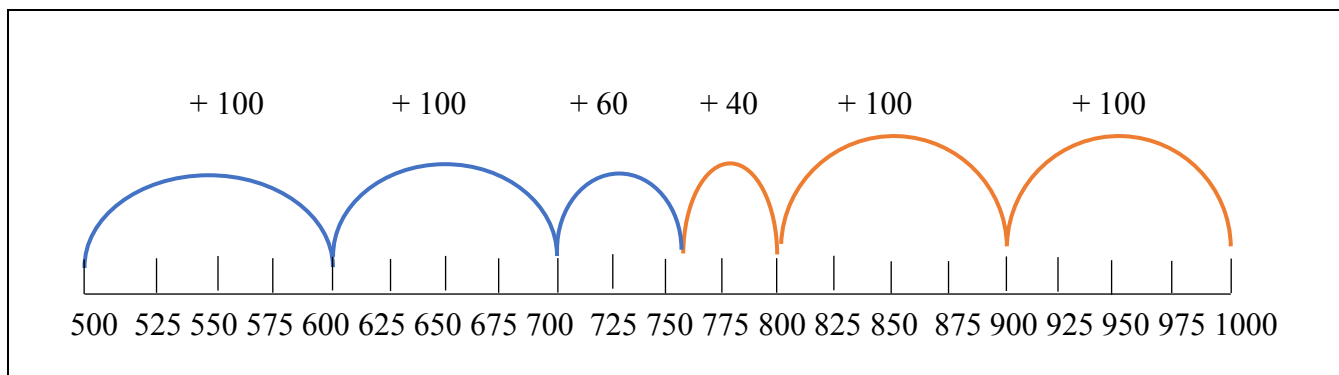
G.



Recta numérica

$$427 + 333 + 240 =$$





Composición y descomposición

Centenas, decenas y unidades

$$427 + 333 + 240 =$$

$$4 \text{ c} + 2 \text{ d} + 7 \text{ u}$$

$$3 \text{ c} + 3 \text{ d} + 3 \text{ u}$$

$$2 \text{ c} + 4 \text{ d} + 0 \text{ u}$$

$$9 \text{ c} \ 9 \text{ d} \ 10 \text{ u}$$

$$9 \text{ c} + 10 \text{ d} + 0 \text{ u}$$

$$10 \text{ c} + 0 + 0 = 1000 \text{ u}$$

Por composición o descomposición aditiva

$$400 + 300 + 200 = 900$$

$$20 + 30 + 40 = 90$$

$$7 + 3 + 0 = 10$$

$$900 + 90 + 10$$

$$= 900 + 100$$

$$= 1000$$

Etapa II: Movilización y aplicación de conocimientos.

En esta etapa se pueden trabajar problemas de diferentes niveles de complejidad. Estos problemas se pueden trabajar en parejas o pequeños grupos. Seguidamente se revisan en la pizarra, con ayuda de carteles u alguna técnica expositiva; el objetivo es que todos los estudiantes tengan la oportunidad de participar.

Problema de reproducción (final desconocido)

De acuerdo con la operación dada, redacte un problema que ejemplifique la siguiente suma al comprar algún artículo.

$$355 + 245 =$$

Al realizar el problema conteste.

- ¿Cuántos billetes o monedas necesitó para pagar?

Problema de conexión (cambio desconocido)

Lucía fue a la feria del agricultor a comprar fresas y bananos con su abuela Francisca, las fresas costaron ₡ 500, pero doña Francisca no recuerda cuánto costaron los bananos. Si doña Francisca llevaba ₡ 1000 y le sobraron ₡ 200, ¿cuánto dinero le costaron los bananos a doña Francisca?

Problema # 5.

Conocimientos y habilidades específicas integradas.

II año: Números

| | Conocimientos | Habilidades específicas |
|----------------|--|--|
| Números | Operaciones con números naturales. <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta | 1. Aplicar la relación entre las operaciones suma y resta para la verificación de respuestas o resultados. |
| | Cálculos y estimaciones <ul style="list-style-type: none"> • Suma • Resta | 2. Resolver problemas y operaciones con sumas y restas de números naturales menores que 1000. |

Materiales:

- Cartas de cartulina para simular un naipe de fútbol.

En el desarrollo de la clase es importante partir de los conocimientos que las estudiantes y los estudiantes han adquirido previamente, que se detallan a continuación.

Conocimientos previos

- Conteo.
- Relaciones numéricas.
- Sistema de numeración decimal.
- Unidades y decenas.
- Relaciones de orden.

Desarrollo de actividades

Para esta actividad la docente previamente ha impreso naipes de fútbol en cartulina. El objetivo es presentar el problema con su respectiva solución, a partir del apoyo de material concreto.

Organización de la lección

Etapas I: Aprendizaje de conocimientos.

Propuesta de un problema.

La docente o el docente lee el problema en voz alta y despacio, con el objetivo de asegurarse que entiendan el problema y aclarar algunas dudas que surjan en la lectura realizada.

Además, la docente o el docente les solicitan a los estudiantes que planteen de forma escrita dos preguntas nuevas para el problema asignado y también anoten las respuestas a dichas preguntas planteadas. El que las estudiantes y los estudiantes tengan que pensar en nuevas preguntas, va de la mano de la comprensión lectora del problema matemático dado

y del análisis de la comprensión mental a dicho problema; es necesario conocer cómo los estudiantes desarrollan otras interrogantes y posibles respuestas a sus planteamientos.

Problema de reproducción (final desconocido)

A David y Daniel les gusta coleccionar tarjetas de fútbol nacional y de otros países. David tiene 75 tarjetas, pero 15 están repetidas y Daniel tiene 65 tarjetas y 25 están repetidas.

- ¿Cuántas cartas tiene David, sin contar las repetidas?
- ¿Cuántas cartas tiene Daniel, sin contar las repetidas?
- ¿Cuántas cartas de fútbol tiene David y Daniel, si sacamos las cartas repetidas de cada uno?

Trabajo estudiantil independiente

Las niñas y los niños forman grupos de cuatro personas para iniciar a trabajar y la docente les facilita los naipes de fútbol a cada grupo. Estos materiales les van a ayudar a representar cantidades y situaciones del planteamiento del problema.

La docente o el docente les entregan el problema en una cartulina tipo ficha, con el fin de que lo puedan leer y tener a mano en la resolución del problema para seguidamente pegarlo en el cuaderno. Cuando las estudiantes y los estudiantes leen de nuevo el problema con sus compañeras y compañeros, inician la resolución del problema con la utilización del material concreto y con las ideas de sus compañeras y compañeros. El que el problema se realice en grupos hace que todas las niñas y los niños aporten ideas para encontrar el resultado de diferentes maneras.

El papel del docente en este momento, debe ser activo y atento al proceso de la resolución del problema que realizan los infantes, debido a que la persona docente debe

caminar por el aula, entre los estudiantes; con el fin de que vaya supervisando el trabajo de los discentes de forma individual y así poder intervenir si lo considera necesario.

Discusión interactiva y comunicativa

La docente o el docente piden a las estudiantes y los estudiantes que formen un círculo con las mesas y sillas, con el fin de que sea una discusión, donde todos los niños puedan verse e interactuar con sus pares. Se les solicita a tres parejas que quieran pasar al frente de forma voluntaria a explicar cómo hicieron para obtener el resultado. Todas las parejas asignadas explican las diferentes formas utilizadas para llegar al mismo resultado del problema y leen las nuevas preguntas que ellos mismos plantearon al problema y sus respectivas respuestas. Los demás estudiantes participan en la discusión del problema realizado; este proceso es guiado por la docente.

Clausura o cierre (Solución del problema).

Para reafirmar el proceso que llevó a la obtención del resultado, la docente o el docente repasan por medio de la lectura del problema y utiliza un naipe de fútbol para representar la situación planteada, y así explicar cómo se podía llegar al resultado del problema.

El profesorado por medio de preguntas generadoras como: ¿Qué otras cosas se pueden coleccionar aparte de tarjetas de fútbol?, ¿quiénes son las personas que los apoyan a realizar algún tipo de colección?, o ¿coleccionan algún juguete en especial? Por medio de ese tipo de preguntas, la docente plantea un problema semejante al que realizaron los estudiantes, con datos diferentes; siempre contextualizados al entorno de las niñas y los niños. Se repasan las diferentes formas de cómo pudieron resolver el problema.

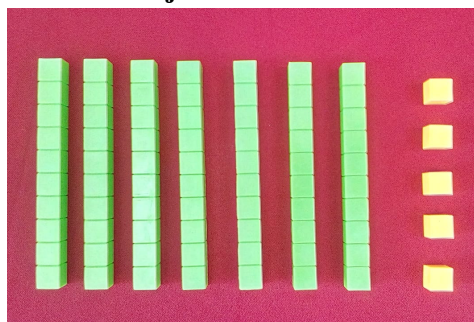
***Diferentes representaciones que se pueden utilizar para la resolución del problema
propuesto***

Se puede trabajar distintos ejercicios para desarrollar la habilidad de la suma y resta, así como diferentes representaciones numéricas como: gráfica (bloques multibase y recta numérica), composición y descomposición (centenas, decenas y unidades y por composición o descomposición aditiva).

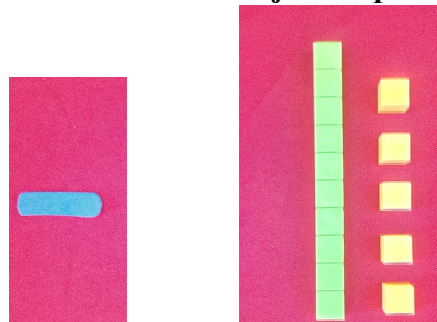
Representación gráfica

Bloques multibase

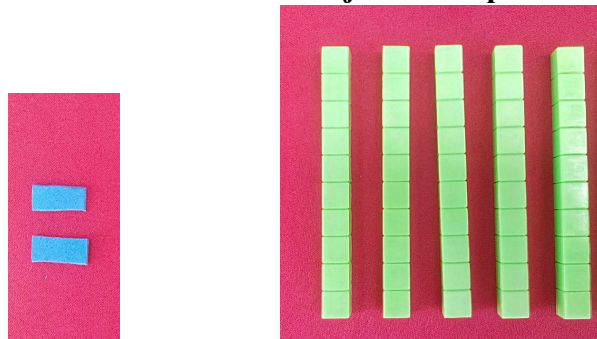
Tarjetas de David

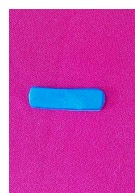
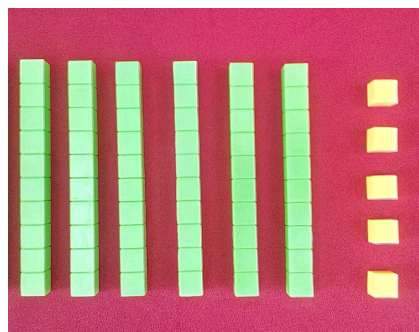
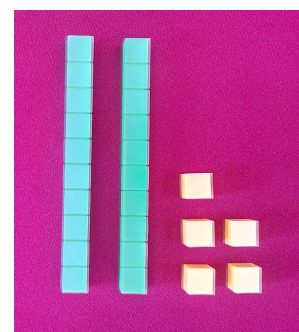
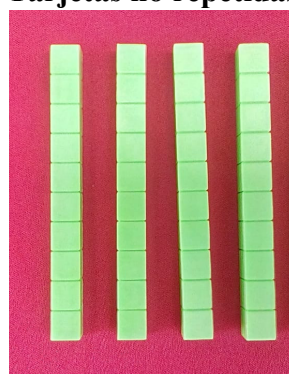
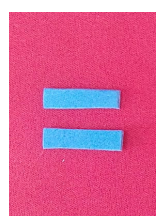
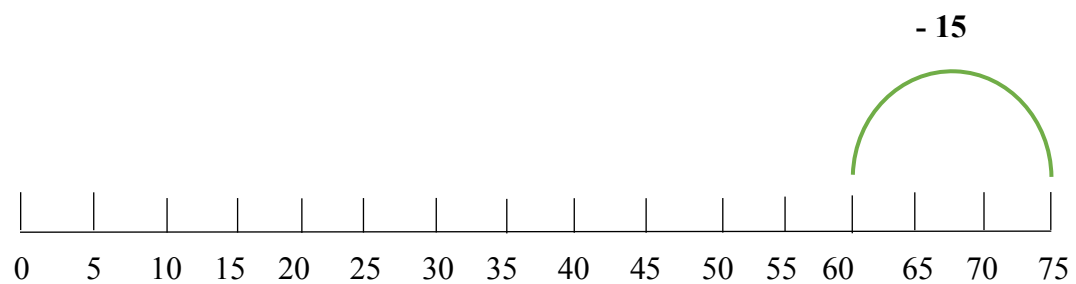


Tarjetas repetidas

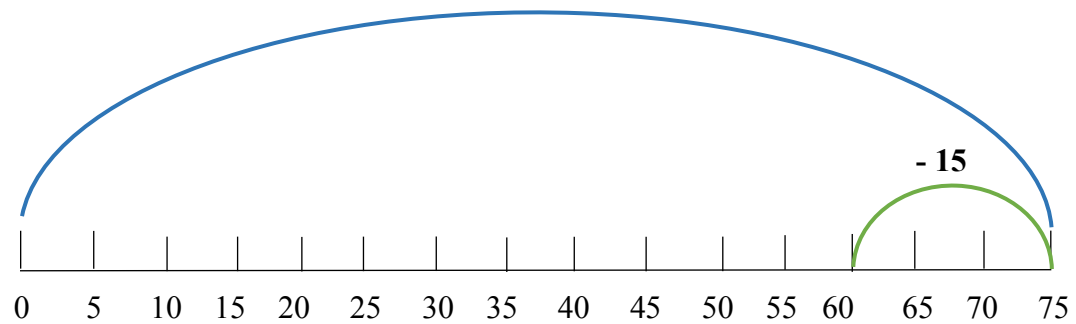


Tarjetas no repetidas

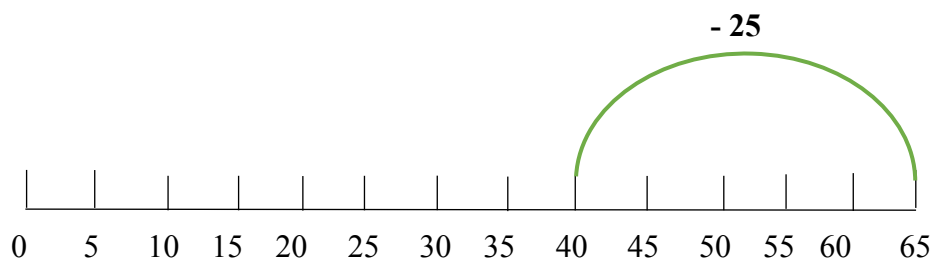


Tarjetas de Daniel**Tarjetas repetidas****Tarjetas no repetidas****Recta Numérica****Opción A**

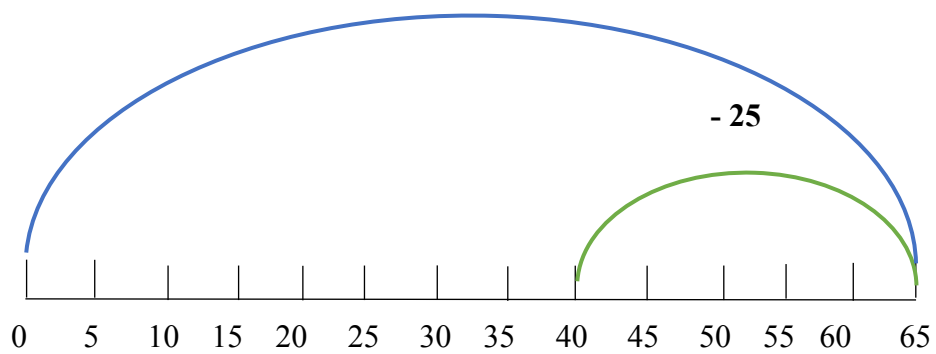
Opción B



Opción A



Opción B



| Composición y descomposición | | |
|--|--|--|
| Centenas, decenas y unidades | | |
| $7 \text{ d} - 5 \text{ u}$ | $6 \text{ d} - 5 \text{ u}$ | |
| $\frac{1 \text{ d} - 5 \text{ u}}{}$ | $\frac{2 \text{ d} - 5 \text{ u}}{}$ | |
| $6 \text{ d} - 0 \text{ u}$ | $4 \text{ d} - 0 \text{ u}$ | |
| 6 d | 4 d | |
| 60 | 40 | |
| Por composición o descomposición aditiva | | |
| $75 - 15$ | $65 - 25$ | |
| $70 - 10 = 60$ | $60 - 20 = 40$ | |
| $5 - 5 = 0$ | $5 - 5 = 0$ | |
| $60 + 0 = 60$ | $40 + 0 = 40$ | |

Etapa II: movilización y aplicación de conocimientos.

En esta etapa se pueden trabajar problemas de diferentes niveles de complejidad. Estos problemas se pueden trabajar en parejas o pequeños grupos. Seguidamente se revisan en la pizarra con ayuda de carteles u alguna técnica expositiva, el objetivo es que todos los estudiantes tengan la oportunidad de participar.

Problema de conexión (cambio desconocido).

Lupita e Isabella coleccionan calcomanías de animales. Lupita tiene 135 calcomanías y quiere tener una colección de 365 calcomanías. Isabella tiene 165 calcomanías y quiere tener una colección de 485 calcomanías.

- ¿Cuántas calcomanías de más, necesita Lupita tener para alcanzar la colección que desea?
- ¿Cuántas calcomanías de más, necesita Isabella tener para alcanzar la colección que desea?
- ¿Cuántas calcomanías tendrán entre Lupita e Isabella, cuando alcancen el número deseado por cada una, en su colección de calcomanías?

Problema de reflexión (comienzo desconocido).

Jordan ama las tarjetas de Minecraft, él está en segundo grado de la escuela y tiene 200 tarjetas. Se ha puesto como meta tener una colección de 300 tarjetas al finalizar el tercer grado. Si cada año, colecciona la misma cantidad de tarjetas, ¿cuántas cartas tuvo que coleccionar Jordan en primer grado?

Evaluación

Respecto a la evaluación de los problemas realizados, el profesorado lo hace por medio del trabajo cotidiano, donde los discentes desarrollan la resolución del problema de forma escrita u oral y los incentivan a nuevas habilidades y destrezas; es en ese momento es donde se recomienda que se evalúe a cada estudiante. Se le invita al profesorado utilizar un instrumento de evaluación como rúbricas, listas de cotejo, escalas numéricas, entre otros; esto con el fin de que se registren los conocimientos obtenidos y lo que se debe mejorar en cada contenido, visto en el desarrollo de la lección.

Esta guía didáctica al plantear cada uno de los problemas, se redactó para evaluar el proceso y no solamente el resultado de cada problema matemático. La evaluación va en concordancia con lo que solicita el MEP (2012), de acuerdo con las siguientes fases.

- La exploración del problema.
- El establecimiento de la estrategia.
- El desarrollo de la estrategia.
- La autorreflexión sobre la estrategia.
- El análisis de los resultados.
- La conclusión (p. 70).

El profesorado debe considerar los conocimientos previos de los discentes y los diferentes niveles de complejidad de los problemas propuestos, para que la evaluación tenga

congruencia con el desempeño esperado. Se recomienda que, de acuerdo con cada nivel de complejidad, se realice la evaluación como se anota en el MEP (2012).

Al tratarse diferentes niveles de complejidad en los problemas matemáticos por desarrollar en el aula, es conveniente identificar las posibles acciones de cada grupo de estudiantes. No todos los problemas planteados se pueden evaluar de la misma manera. Si se trata de un problema de reproducción, es más fácil medir el desempeño en cuanto a los resultados. Sin embargo, si se trata de un problema de reflexión, no es suficiente con ello. Un término “medio” pueden ser los problemas de conexión.

Cuando se trata de problemas más complejos, por ejemplo de conexión y reflexión, es necesario diversificar los instrumentos y técnicas de evaluación, con el propósito de obtener información acerca de los procesos matemáticos desarrollados, los productos obtenidos, con el propósito de brindar acompañamiento en el desarrollo de las habilidades y competencias (p.71).

A partir de las consideraciones anteriores, la presente guía tiene como una de sus finalidades el convertirse en un acompañamiento en la mediación pedagógica que realiza el cuerpo docente de la Educación General Básica, específicamente para segundo grado, en concordancia con niveles de dificultad de los problemas y características de los docentes de este nivel.

Bibliografía

- Caldwell, J., Kobett, B., Karp, K. y Dougherty, B. (2014) *Putting Essential Understanding of Addition and Subtraction into Practice Pre – K – 2* (2ª Ed.). United States of America: Editorial National Council of Teachers of Mathematics.
- Cerchiaro, E, Paba, C. y Sánchez, L. (abril, 2011). Metacognición y comprensión lectora: una relación posible e intencional. *Revista de la Facultad de Ciencias de la Salud*, 8(1), 99-111.
Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4788224.pdf>
- Clipart. (2019). Imagen de la heladería. [Imagen]. Recuperado de <https://tinyurl.com/s3g8pgu>
- Coll, C. Martín, E. Mauri, T. Miras, M. Onrubia, I. Zabala, A. (2007). *El Constructivismo en el Aula. Barcelona*: Editorial Graó.
- Coll, C. Palacios, J. y Marchesi, A. (2014). *Desarrollo psicológico y educación, II. Psicología de la Educación Escolar (2ª ed.)*. Madrid, España: Editorial Alianza.
- Curotto, M. (noviembre, 2010). La metacognición en el aprendizaje de la Matemática. *Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología*, 2(2), 11-28.
Recuperado de <http://www.exactas.unca.edu.ar/riecyt/VOL%202%20NUM%202/Archivos%20Digitales/DOC%201%20RIECyT%20V2%20N2%20Nov%202010.pdf>
- Depositphotos. (2019). Imagen del parque. [Imagen]. Recuperado de <https://tinyurl.com/qq4lg4t>

Iafrancesco, G. (2004). *Currículo y Plan de Estudios: Estructura y Planeamiento*. Bogotá, Colombia: Cooperativa Editorial Magisterio.

Khoon, W. (abril, 2002). Helping Your Students to Become Metacognitive in Mathematics: A Decade Later. *National Institute of Education Nanyang Technological University*, 12(5), 1-7. Recuperado de <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.589.1856&rep=rep1&type=pdf>

Ministerio de Educación Pública. (2012). *Programas de Estudio Matemáticas. I, II y III Ciclos de la Educación General Básica y Ciclo Diversificado*. San José, Costa Rica.

Molina, Z. (2000). *Planteamiento Didáctico*. San José, Costa Rica: EUNED.

Molina, Z. (2014). *Fundamentos del Currículo*. San José, Costa Rica: EUNED.

Pinterest. (2019). Imagen de la iglesia. [Imagen]. Recuperado de <https://tinyurl.com/rlrkaab>

Rojas, A. (2015). *Planeamiento Didáctico*. 1a ed. San José, C.R.: Editorial de la Universidad Estatal a Distancia.

Stock by Getty Images. (2019). Imagen del tren. [Imagen]. Recuperado de <https://tinyurl.com/sgkoc9h>

Tinycards. (2019). Imagen de la escuela. [Imagen]. Recuperado de <https://tinyurl.com/s54duth>

Villarini, A. (1996). *El Currículum Orientado hacia el Desarrollo Humano Integral*. San Juan, Puerto Rico: Biblioteca del Pensamiento Crítico.

Villarini, A. (2000). *El Currículo Orientado al Desarrollo Humano Integral y al Aprendizaje Auténtico*. Puerto Rico: Biblioteca del Pensamiento Crítico.